

Übungsblatt 9

Aufgabe 1 (7 + 5 Punkte)

Zufallszahlen continued.

- (a) Wir wollen nun unseren eigenen Zufallszahlengenerator programmieren. Die verwendete Methode nennt man LCG (Linear Congruential Generator). Dabei soll für einen Startwert $x_0 \in \mathbb{R}$ und die Konstanten $a, c, m \in \mathbb{R}$ gelten

$$x_{n+1} = (ax_n + c) \bmod m, \quad \forall n \in \mathbb{N}.$$

Für gute Startwerte sind die x_n/m approximativ uniform verteilt. Schreibe daher eine Funktion `next(x, a, c, m)`, welche die nächste (Pseudo-)Zufallszahl x_{n+1} berechnet.

- (b) Berechne 10^7 Zufallszahlen mit den Parameterwerte $a = 69069$, $c = 1$, $m = 2^{32}$ sowie dem Seed $x_0 = 123456789$ und speichere die x_n/m in einem Array ab.
- (c) Plote ein Histogramm und erstelle einen Scatterplot für n vs. x_n/m (Tipp: Verwende nur die ersten 1000 Zahlen). Kombiniere beide Plots in einer Grafik.
- (d) Bonusaufgabe (5 Punkte):

Nutze deine Samples um normalverteilte Zahlen zu bekommen (Inversionsmethode; verwende `quantile` und `Normal` aus `Distributions.jl`). Erstelle wieder ein Histogramm und prüfe über einen Verteilungstest, ob die gesampleten Zahlen auch tatsächlich normalverteilt aussehen (verwende dafür `ExactOneSampleKSTest` aus `HypothesisTests`). Teste alternativ die Werte $a = 16807$, $c = 1$, $m = 2^{32} - 1$.

Aufgabe 2 (9 Punkte)

Diese Aufgabe dreht sich um die Logistische Gleichung

$$x_{n+1} = r \cdot x_n(1 - x_n),$$

wobei $x_0 \in [0, 1]$, $r \in [0, 4]$ und $n \in \mathbb{N}$. Für $r \leq 3.0$ hat diese Differenzengleichung einen Fixpunkt, danach oszilliert x_n zwischen mehreren Werten.

- (a) Schreibe eine Funktion `next(r, x)`, welche x_{n+1} in Abhängigkeit von r und x_n berechnet.
- (b) Plottet x_0, \dots, x_{50} für $r = 3.1$ und $x_0 = 0.5$.
- (c) Schreibe eine Funktion `oscillations(x, r)` schreiben, welche

- (a) zunächst 1000 Iterationen mit dem Startwert `x` durchführt (um ungefähr konvergiert zu sein),
- (b) dann die nächsten 500 Folgenglieder in einem Array speichert sowie
- (c) diesen Array dann auf mehrfach vorkommende Werte filtert und zurückgibt (Das sind unsere gesuchten Oszillationen. Achtung: Werte kommen nur approximativ doppelt vor; verwende `unique` in Kombination mit `round` und Runde auf 4 Nachkommastellen).
- (d) Erstellt einen Scatterplot (ein sog. Bifurkationsdiagramm) für `oscillations` mit `r` aus `0.0:0.001:4.0` (Tipp: Eine kleine `markersize` könnte hilfreich sein; entfernt entweder die Umrisse der Punkte oder sorgt dafür, dass Umrisse und Inneres der Punkte die gleiche Farbe haben).

Aufgabe 3 (3 Punkte)

Schreibe ein Makro `@todolist`. Dieses soll für

```
@todolist Buy groceries, Wash the dishes, Do laundry
```

Folgendes ausprinten:

`TODO:`

1. Buy groceries
2. Wash the dishes
3. Do laundry

Tipp: Gebt Euch zunächst via `dump` im Makro aus, wie eigentlich der Input aussieht. Am praktischsten lässt sich die Ausgabe wahrscheinlich mit `enumerate` organisieren.

Aufgabe 4 (Zusatzaufgabe zur Bonusvorlesung, 3 Punkte)

Überlege Dir kurz, warum das Beispiel Typ Rechteck, Subtyp Quadrat wieder ein Beispiel dafür ist, dass Vererbung unpraktisch sein kann.

Viel Erfolg!