

Übungsblatt 3

Aufgabe 1 (8 Punkte)

In dieser Aufgabe werden die Fibonacci-Zahlen auf verschiedene Arten ausgerechnet. Die Fibonacci-Folge ist gegeben durch:

$$\begin{aligned} f_0 &= 1, & f_1 &= 1, \\ f_n &= f_{n-1} + f_{n-2} & \text{für } n \in \mathbb{N} \setminus \{1\}. \end{aligned}$$

Das ergibt für die ersten sieben Zahlen die Folge: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ... (Tipp: Der aktuell laufende Befehl kann (meistens) mit der Tastenkombination `cmd+c` bzw. `ctrl+c` beendet werden).

- (a) Schreibe eine Funktion `fibonacci_for(n)`, die die n -te Fibonacci-Zahl mit einer `for`-Schleife berechnet.
- (b) Schreibe eine Funktion `fibonacci_while(n)`, die die n -te Fibonacci-Zahl mit einer `while`-Schleife berechnet.
- (c) Schreibe eine Funktion `fibonacci_rec(n)`, die die n -te Fibonacci-Zahl rekursiv berechnet.
- (d) Werte jede der drei Funktionen für $n = 1, 10, 40$ aus. Was fällt Dir auf?
- (e) Berechne die Summe aller geraden Fibonacci-Zahlen, die kleiner als 2 Mio. sind.

Aufgabe 2 (3 Punkte)

Implementiere die Funktion `print_numbers` aus der Vorlesung rekursiv.

Aufgabe 3 (9 + 3 + 3 Punkte)

- (a) Schreibe eine Funktion `isprime(n)`, die überprüft, ob die eingegebene Zahl n eine Primzahl ist und einen Boolean zurück gibt.
- (b) Finde die 10.001-te Primzahl.

- (c) Informiere Dich über das Sieb des Eratosthenes und berechne so die Summe aller Primzahlen, die kleiner als 1 Mio. sind.
- (d) Zusatzaufgabe (bisschen tricky): Jede natürliche Zahl größer 1 besitzt eine eindeutige Zerlegung in ein Produkt von Primzahlen (Primfaktorzerlegung). Gib die Primfaktorzerlegung von 600851475143 der Größe nach absteigend sortiert in einem Vektor an.
- (e) Zusatzaufgabe (gute Übung für die Klausur): Sei $(g_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine Folge mit $g_n = g_{n-1}^2 \pmod{231}$ und $g_1 = 7$. Berechne $\sum_{k=1}^{1000} g_{5k}$.

Viel Erfolg!