

Rattrapage

Yann ROTELLA, `yann.rotella@uvsq.fr` et Christina BOURA, `christina.boura@uvsq.fr`

10 juin 2022

Tous les documents sont autorisés, la durée de l'examen est de deux heures. La qualité de la rédaction et la précision des raisonnements seront pris en compte dans la note de chaque réponse.

1 Questions de cours

Dire, pour chacune des affirmations suivantes si elles sont vraies ou fausses. Justifier précisément vos réponses. Répondre simplement vrai ou faux sans justification sera compté 0. 1 point par question.

- (a) La hauteur d'un arbre binaire de recherche est toujours en $\mathcal{O}(\log(n))$ où n est la taille de l'arbre.
- (b) L'insertion dans une liste chaînée à un endroit arbitraire se fait en temps linéaire par rapport à la taille de la liste.
- (c) Le tri par insertion est de complexité $\mathcal{O}(n \log(n))$.
- (d) Dans certains cas, un tri peut se faire en $\mathcal{O}(n)$.
- (e) π est un nombre calculable.
- (f) Le problème SAT est dans P.
- (g) Trouver un plus court chemin dans un graphe ne peut pas se faire en une complexité plus faible que $\mathcal{O}(m^2)$ où m est le nombre d'arêtes du graphe.
- (h) L'algorithme de parcours en largeur ne permet pas de détecter les composantes fortement connexes d'un graphe.

2 Programmation dynamique

Dans cet exercice, on s'intéresse au calcul des coefficients binomiaux.

- (a) Donner un algorithme récursif qui prend en entrée k et n et calcule $\binom{n}{k}$ en utilisant le triangle de Pascal.
- (b) Quelle est la complexité de cet algorithme ?
- (c) Donner un algorithme qui calcule directement $\binom{n}{k}$ en utilisant les multiplications et divisions.
- (d) Donner la complexité d'un tel algorithme en nombre de multiplications et en nombre de divisions entières.
- (e) Donner la complexité d'un tel algorithme en nombre d'opérations basiques. (On supposera que la division entière se fait en temps linéaire "à la taille de l'entrée")
- (f) Donner une version de votre premier algorithme qui utilise la programmation dynamique.
- (g) Évaluer la complexité de votre algorithme, à la fois en temps et en mémoire.