

Приближение для ряда

Обозначение:

$$\alpha = re^{i\phi} \quad (1)$$

Стирлинг:

$$n! \approx \sqrt{2\pi n} \left(\frac{n}{e}\right)^n e^{\frac{1}{12n} + \dots} \quad (2)$$

Логарифм одного слагаемого в F – *normalized*:

$$\begin{aligned} \ln \left(\frac{\alpha^n e^{i\phi n + i\gamma n(n+1)}}{n!} e^{-r} \right) &\approx \ln \left(\frac{r^n e^{i\phi n + i\gamma n(n+1)}}{\sqrt{2\pi n} \left(\frac{n}{e}\right)^n e^{\frac{1}{12n}}} e^{-r} \right) = \\ &= n(\ln r + i\phi + i\gamma(n+1)) - \frac{1}{2} \ln(2\pi) - \frac{1}{2} \ln n - n(\ln n - 1) - \frac{1}{12n} - r \\ &= n - r + n \cdot \ln \left(\frac{r}{n} \right) + in(\phi + \gamma(n+1)) - \frac{1}{12n} - \frac{1}{2} \ln n - \frac{1}{2} \ln(2\pi) \end{aligned} \quad (3)$$