

# План доклада

Нугманов Булат

24 октября 2022 г.

1. Вступление со значимостью ряда
2. Переписывание ряда через интеграл
3. Напоминание о правилах деформирования контуров в комплексном анализе
4. Напоминание о методе перевала
5. Поиск перевальных точек и определение в функции Ламберта
6. Положение ветвей функции Ламберта и особое внимание  $W_0$
7. Кривые постоянной фазы через каждую из точек
8. График  $\operatorname{Re} f(z_k)$  как функции от  $k$
9. Выбор деформации контура в зависимости от знака  $\Gamma$
10. Поправки к методу перевала: числа Белла, ассоциированные числа Стирлинга второго рода третьего типа.
11. Тупиковый метод с вычетами в точках  $z_k$
12. Правильный метод и выбор  $\bar{k}$ , асимптотика  $W_k(Z)$
13. Максимум по  $\Phi$

## Оставшиеся вопросы

1. Разложение по малости  $\Gamma$ , полученное как остатки от метода перевала является, скорее всего, расходящимся. Это вещь обыкновенная проблема и борьба с ней лишь одна: надо хотя бы оценить  $n_{\max}$  до которого позволительно вести суммирование
2. Всё из того же разложения по методу перевала необходимо получить поправку к точке максимума. В действительности, как следует из численных расчётов, должна быть поправка на  $\Gamma$ .
3. Для больших  $Z$  есть асимптотическая формула для оптимального  $\bar{k}$ . Необходимо получить численные расчёты для меньших  $Z$ , где асимптотика работает плохо.

4. Я так и не получил чудо-формулы из диплома для аппроксимации  $F$ . Кроме уже упомянутой точки максимума необходимо отловить малые поправки, которые будут приводить к второй производной в окрестности точки максимума. Это... посильно, но требует некоторых, пока неясных действий.
5. А ещё есть очень интересно описываемая асимптотика не только при  $|A|\Gamma \sim 1$ , но и при  $|A|\sqrt{\Gamma} \sim 1$ ... Я её случайно находил, но в диплом не вставлял. Там тоже работает какая-то аналитика и рискну предположить, что вся она крутится вокруг разложения  $W_0(Z)$  в ряд по малости  $Z$ .

Труднее всего, как мне кажется, найти поправку к точке максимума. Как показывают численные расчёты, даже учёт слагаемых порядка  $\frac{L^2}{L^4}$  не приводит к настолько хорошим аппроксимациям, как формула из диплома.

Если готовить на продажу без всякой асимптотики из диплома, то пункты 1 и 3 остро необходимы для максимально точных численных расчётов.