第七章-目标识别

7.1 基础知识

目标识别的任务是检测出图片中感兴趣的物体，并对其进行分类

输入：图片

输出：框住的物体+分类的置信度

7.2 模式和模式分类

- 模式（pattern）：一堆描述子的集合
- 特征：描述子
- 模式类：一堆有共同属性的模式
- 模式向量：每个分量表示一个描述子

7.3 基于决策理论方法的识别

用**x**=$(x_1, x_2, ..., x_n)^T$表示一个n维模式向量，对于有 W 个模式的模式类$w_1, w_2, ..., w_W$决策理论模式识别的基本问题是根据如下属性来找到W个决策函数$d_1(x), d_2(x), ..., d_W(x)$,如果**x**属于类$w_i$则

$$d_i(x) > d_j(x) \quad j = 1, 2, 3, ..., W; j \neq i \tag{1}$$

即将x带入决策函数后，$d_i(x)$得到最大值，则称模式**x**属于第i个模式类

决策边界

$$d_j(x) - d_i(x) = 0 \tag{2}$$

或

$$d_{ij}(x) = d_i(x) - d_j(x) = 0 \tag{3}$$

对于模式i，$d_{ij} > 0$，对于模式j，$d_{ij} < 0$

7.3.1 最小距离分类器

将每个模式定义为该类模式的平均向量

$$m_j = \frac{1}{N_j} \sum_{x \in \omega_j} x_j \quad j = 1, 2, ..., W \tag{4}$$

欧氏距离定义如下

$$D_j(x) = ||x - m_j|| \quad j = 1, 2, ..., W \tag{5}$$

其中$||a|| = (a^T a)^{1/2}$是欧几里得范数

若D_j是最小距离，就把x赋给w_j，也即等同于计算如下函数的最大值

$$d_j(x) = x^T m_j - \frac{1}{2} m_j^T m_j \quad j = 1, 2, \ldots, W \tag{6}$$

当$d_j(x)$获得最大值的时候，就将x赋给w_j

决策边界

$$d_{ij} = d_i(x) - d_j(x) = x^T(m_i - m_j) - \frac{1}{2}(m_i - m_j)^T(m_i + m_j) = 0 \tag{7}$$

举例说明

- The two classes , Iris versicolor and Iris setosa , denoted ω_1 and ω_2 respectively, have sample mean vectors $m_1 = (4.3, 1.3)^T$ and $m_2 = (1.5, 0.3)^T$,the decision functions are

$$d_1(x) = x^T m_1 - \frac{1}{2} m_1^T m_1$$
$$= 4.3x_1 + 1.3x_2 - 10.1$$

and

$$d_2(x) = x^T m_2 - \frac{1}{2} m_2^T m_2$$
$$= 1.5x_1 + 0.3x_2 - 1.17$$

7.3.2 相关匹配

$$\gamma(x,y)=\frac{\sum_{s}\sum_{t}\left[w(s,t)-\bar{w}\right]\left[f(x+s,y+t)-\bar{f}_{xy}\right]}{\left\{\sum_{s}\sum_{t}\left[w(s,t)-\bar{w}\right]^{2}\sum_{s}\sum_{t}\left[f(x+s,y+t)-\bar{f}_{xy}\right]^{2}\right\}^{\frac{1}{2}}}$$

7.3.3 最佳统计分类器

7.3.3.1 贝叶斯分类器

- 判定一个模式**x**为模式w_i的概率记为$P(w_i|x)$
- 模式类w_i的先验概率为$P(w_i)$
- 记将模式x判断为w_j，但实际来自w_i的损失为L_{ij}

综上几点，当我们把一个模式x判断归为w_j类时，其平均损失为

$$r_j(x)=\sum_{k=1}^{W}L_{kj}p(w_k|x) \tag{8}$$

根据全概率公式$p(A/B)=[p(B/A)p(A)]/p(B)$

$$r_j(x)=\frac{1}{p(x)}\sum_{k=1}^{W}L_{kj}p(x|w_k)p(w_k) \tag{9}$$

🎍这样替换是因为我们已知先验概率$p(w_i)$

由于$\frac{1}{p(x)}$为正，且对所有w_i都一样，所以可以忽略它，因此平均损失简化为

$$r_j(x)=\sum_{k=1}^{W}L_{kj}p(x|w_k)p(w_k) \tag{10}$$

对于每一个x，计算所有$r_j(x)$，$j=1,2,\ldots,W$将x赋给使损失最小的那个模式类

这种将总体损失降至最低的分类器我们成为**贝叶斯分类器**

7.3.3.2 高斯模式类的贝叶斯分类器

如果一个类的概率密度是高斯分布的，那么其决策函数为

$$d_j(x)=p(x|w_j)P(w_j)=\frac{1}{\sqrt{(2\pi)}\sigma_j}e^{-\frac{(x-m_j)^2}{2\sigma_j^2}}P(w_j) \tag{11}$$

n维情况下

$$p(x|w_j)=\frac{1}{(2\pi)^{n/2}|C_j|^{1/2}}e^{-\frac{1}{2}(x-m_i)^TC_j^{-1}(x-m_j)} \tag{12}$$

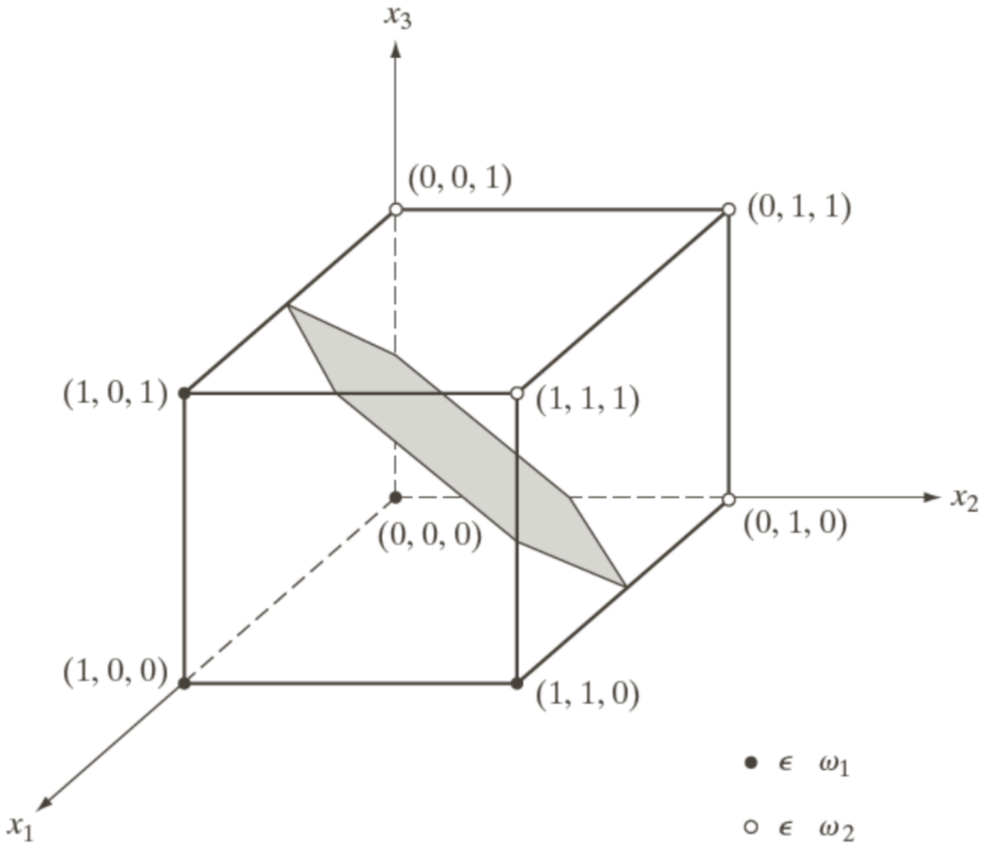
其中

$$m_j=E_j\{x\}=\frac{1}{N_j}\sum_{x\in w_i}x \tag{13}$$

$$C_j=E_j\{(x-m_j)(x-m_j)^T\}=\frac{1}{N_j}\sum_{x\in w_j}xx^T-m_jm_j^T \tag{14}$$

举例

给定一个3个特征的参数空间，上面的点及其分类如下，请计算决策边界



x3
(0, 0, 1)
(0, 1, 1)
(1, 0, 1)
(1, 1, 1)
x2
(0, 0, 0)
(0, 1, 0)
(1, 0, 0)
(1, 1, 0)
x1
● ∈ ω1
○ ∈ ω2

w_1 $(0,0,0)$ $(1,0,1)$ $(1,0,0)$ $(1,1,0)$

w_2 $(0,0,1)$ $(0,1,1)$ $(0,1,0)$ $(1,1,1)$

$m_1 = \frac{1}{4}\begin{pmatrix}3\\1\\1\end{pmatrix}$ $m_2 = \frac{1}{4}\begin{pmatrix}1\\3\\3\end{pmatrix}$

$$C_1 = \frac{1}{4}\sum xx^T - m_1m_1^T = \frac{1}{4}\left[\begin{pmatrix}3&1&1\\1&1&0\\1&0&1\end{pmatrix} - 4\,\frac{1}{4}\begin{pmatrix}3\\1\\1\end{pmatrix}\frac{1}{4}(3\ 1\ 1)\right] = \frac{1}{16}\begin{pmatrix}3&1&1\\1&3&-1\\1&-1&3\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}(0\ 0\ 0) = \begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}(1\ 0\ 1) = \begin{pmatrix}1&0&1\\0&0&0\\1&0&1\end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}(1\ 0\ 0) = \begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$$

$\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}(1\ 1\ 0) = \begin{pmatrix}1&1&0\\1&1&0\\0&0&0\end{pmatrix}$ 4个加起来为 $\begin{pmatrix}3&1&1\\1&1&0\\1&0&1\end{pmatrix}$

同理得 $C_2 = \frac{1}{16}\begin{pmatrix}3&1&1\\1&3&-1\\1&-1&3\end{pmatrix}$

$$d_j(x) = x^TC^{-1}m_j - \frac{1}{2}m_j^TC^{-1}m_j$$

求出 $d_1(x) = 4x_1 - 1.5$ $d_2(x) = -4x_1 + 8x_2 + 8x_3 - 5.5$

令 $d_1(x) = d_2(x)$ 得

$8x_1 - 8x_2 - 8x_3 + 4 = 0$ 决策面