

第5章-图像重建

第5章-图像重建

5.1 图像重建定义

5.2 图像退化过程模型

5.3 噪声模型

5.3.1 几种常见的噪声模型

5.3.2 周期噪声

5.4 去噪

5.4.1 空间滤波去噪

5.4.1.1 均值滤波

1. 算数均值滤波
2. 几何均值滤波
3. 谐波均值滤波
4. 逆谐波均值滤波

5.4.1.2 统计排序滤波器

1. 中值滤波
2. 最大值最小值滤波
3. 中点滤波
4. 修正的阿尔法均值滤波

5.4.1.3 自适应滤波器

5.4.2 频域滤波去噪

5.4.2.1 带阻滤波器

1. 理想的带阻滤波器
2. butterworth带阻滤波器
3. 高斯带阻滤波器

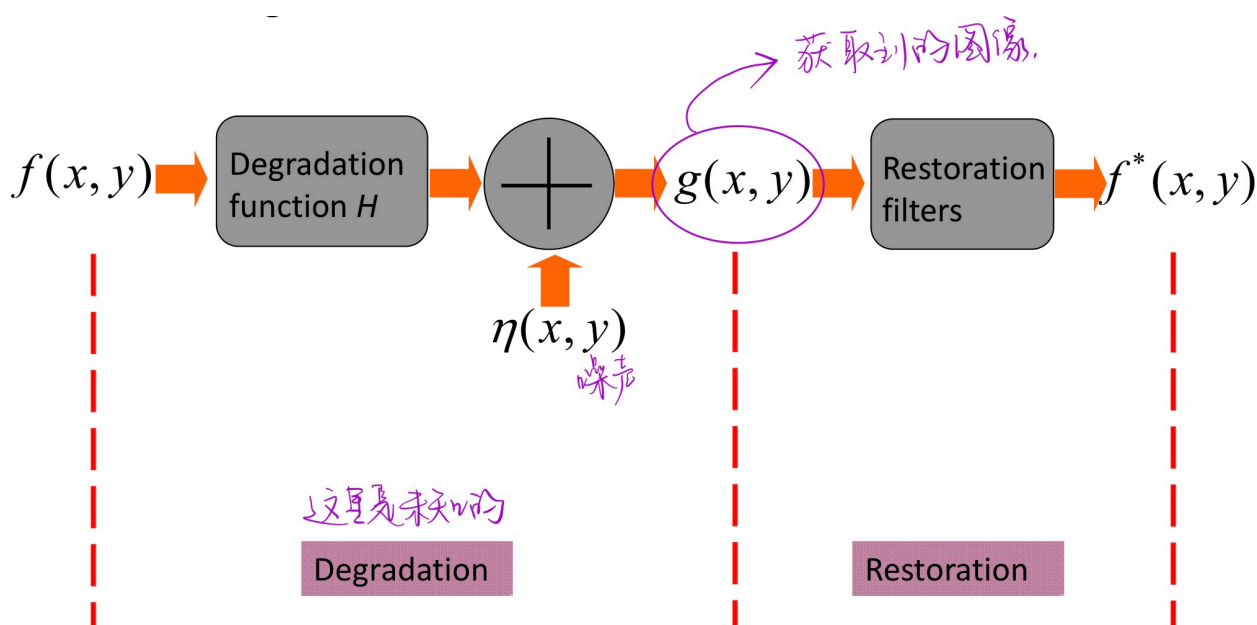
5.4.2.2 带通滤波器

5.4.2.3 陷阱滤波器

5.1 图像重建定义

- 作用：重建退化的图片
- 机制：识别图片退化过程，然后有针对性地去除，比图像加强更客观一些
- 与图像增强的对比
 - 图像增强更主观，面向的是人眼感受
 - 图像复原更客观，面向的是退化模型

5.2 图像退化过程模型



- $f(x, y)$ 输入图像
- $h(x, y)$ 退化函数的空间表示-但是这里我们先不考虑 h 的影响
- $\eta(x, y)$ 噪声项-只对噪声项做处理

$$G(\mu, \nu) = F(\mu, \nu)H(\mu, \nu) + N(\mu, \nu) \quad (1)$$

5.3 噪声模型

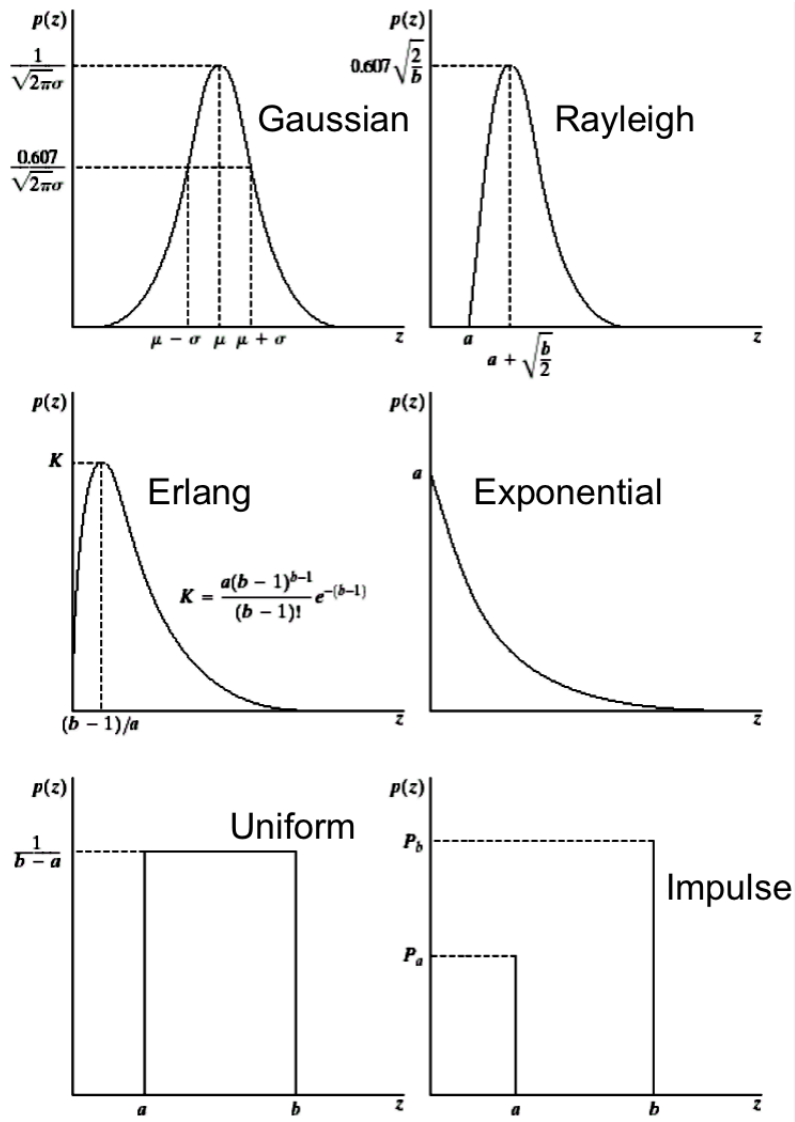
数字图像的噪声主要来自于图像的获取和传输过程

$$g(x, y) = f(x, y) + \eta(x, y) \quad (2)$$

如果能够识别图像中噪声的模型就可以确定如何去除噪声

5.3.1 几种常见的噪声模型

- 高斯噪声 (Gaussian)
- 瑞利噪声 (Rayleigh)
- 爱尔兰 (伽马) 噪声 (Erlang)
- 指数噪声
- 均匀噪声 (uniform)
- 冲击噪声 (impulse)



5.3.2 周期噪声

$$r(x, y) = A \sin[2\pi\mu_0(x + B_x)/M + 2\pi\nu(y + B_y)/N] \quad (3)$$

进行傅立叶变换后得到

$$R(\mu, \nu) = j \frac{AMN}{2} [e^{-j2\pi\mu_0 B_x/M} \delta(\mu + \mu_0, \nu + \nu_0) - e^{j2\pi\nu_0 B_y/N} \delta(\mu_0 - \mu, \nu - \nu_0)] \quad (4)$$

变换过程

$$\begin{aligned}
e^{j\theta} &= \cos\theta + j\sin\theta & e^{-j\theta} &= \cos\theta - j\sin\theta \\
\sin\theta &= j \frac{e^{-j\theta} - e^{j\theta}}{2} \\
A \sin \left[2\pi \frac{u_0}{M} (x+B_x) + 2\pi \frac{v_0}{N} (y+B_y) \right] \\
&= \frac{jA}{2} \left\{ e^{-j2\pi \left[\frac{u_0}{M} (x+B_x) + \frac{v_0}{N} (y+B_y) \right]} - e^{j2\pi \left[\frac{u_0}{M} (x+B_x) + \frac{v_0}{N} (y+B_y) \right]} \right\} \\
&= \frac{jA}{2} \left\{ e^{-j2\pi \left[\left(\frac{u_0}{M} B_x + \frac{v_0}{N} B_y \right) + \frac{u_0}{M} x + \frac{v_0}{N} y \right]} - e^{j2\pi \left[\left(\frac{u_0}{M} B_x + \frac{v_0}{N} B_y \right) + \frac{u_0}{M} x + \frac{v_0}{N} y \right]} \right\} \\
&= \frac{jA}{2} \left\{ e^{-j2\pi \left(\frac{u_0}{M} B_x + \frac{v_0}{N} B_y \right)} e^{-j2\pi \left(\frac{u_0}{M} x + \frac{v_0}{N} y \right)} - e^{j2\pi \left(\frac{u_0}{M} B_x + \frac{v_0}{N} B_y \right)} e^{j2\pi \left(\frac{u_0}{M} x + \frac{v_0}{N} y \right)} \right\} \\
\text{FT} \rightarrow & \frac{jA}{2} \left[e^{-j2\pi \left(\frac{u_0}{M} B_x + \frac{v_0}{N} B_y \right)} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j2\pi \left(\frac{u_0}{M} x + \frac{v_0}{N} y \right)} e^{-j2\pi \left(\frac{u}{M} x + \frac{v}{N} y \right)} dx dy \right. \\
& \quad \left. - e^{j2\pi \left(\frac{u_0}{M} B_x + \frac{v_0}{N} B_y \right)} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j2\pi \left(\frac{u_0}{M} x + \frac{v_0}{N} y \right)} e^{-j2\pi \left(\frac{u}{M} x + \frac{v}{N} y \right)} dx dy \right] \\
&= \frac{jAMN}{2} \left[e^{-j2\pi \left(\frac{u_0}{M} B_x + \frac{v_0}{N} B_y \right)} \delta(u+u_0, v+v_0) \right. \\
& \quad \left. - e^{j2\pi \left(\frac{u_0}{M} B_x + \frac{v_0}{N} B_y \right)} \delta(u-u_0, v-v_0) \right]
\end{aligned}$$

5.4 去噪

- 随机的加性噪声：空间滤波
- 周期性的噪声：频域滤波

5.4.1 空间滤波去噪

5.4.1.1 均值滤波

1. 算数均值滤波

$$\hat{f}(x, y) = \frac{1}{mn} \sum_{(s,t) \in S_{xy}} g(s, t) \quad (5)$$

- 缺点：会将图片变模糊

2. 几何均值滤波

$$\hat{f}(x, y) = \left[\prod_{(s, t) \in S_{xy}} g(s, t) \right]^{\frac{1}{mn}} \quad (6)$$

- 优点：细节损失较少，去噪效果和算数差不多

3. 谐波均值滤波

$$\hat{f}(x, y) = \frac{mn}{\sum_{(s, t) \in S_{xy}} \frac{1}{g(s, t)}} \quad (7)$$

- 优点：对于盐粒噪声和高斯噪声去噪效果很好
- 缺点：不适于胡椒噪声

4. 逆谐波均值滤波

$$\hat{f}(x, y) = \frac{\sum_{(s, t) \in S_{xy}} g(s, t)^{Q+1}}{\sum_{(s, t) \in S_{xy}} g(s, t)^Q} \quad (8)$$

- $Q > 0$ 处理胡椒噪声
- $Q < 0$ 处理盐粒噪声

🏰 几何均值滤波和算数均值滤波适合处理高斯噪声和随机噪声

🏰 逆谐波均值滤波适合处理脉冲噪声

5.4.1.2 统计排序滤波器

1. 中值滤波

- 周围窗口像素值排序，取中间值替换目标点
- 单极或双极脉冲

2. 最大值最小值滤波

- 顾名思义
 - 最大值去掉的是胡椒噪声
 - 最小值去掉的是盐粒噪声

3. 中点滤波

- 计算最大值和最小值的平均
- 随机分布噪声

4. 修正的阿尔法均值滤波

- 去掉一部分最大值，去掉一部分最小值，剩下的取算术平均

$$\hat{f}(x, y) = \frac{1}{mn - d} \sum_{(s, t) \in S_{xy}} g_r(s, t) \quad (9)$$

- 当 $d=0$ 时，退化为算术均值滤波
- 当 $d=nm-1$ 时，退化为中值滤波
- 高斯噪声和椒盐混合噪声

5.4.1.3 自适应滤波器

作用：去除脉冲噪声、平滑其他噪声、减少失真

- z_{min} 窗口中灰度最小值
- z_{max} 窗口中灰度最大值
- z_{med} 窗口中灰度中间值
- z_{xy} (x, y) 处的值
- S_{max} 最大允许的窗口大小

```

A1=Zmed-Zmin
A2=Zmed-Zmax
if(A1>0&&A2<0)// the median is not an impulse
    GOTO Stage B
else
    increase the window size
    if(window size<Smax)
        GOTO Stage A
    else return Zmed

Stage: B
B1=Zxy-Zmin
B2=Zxy-Zmax
if(B1>0&&B2<0)//the medain is not an impulse
    return Zxy
else return Zmed

```

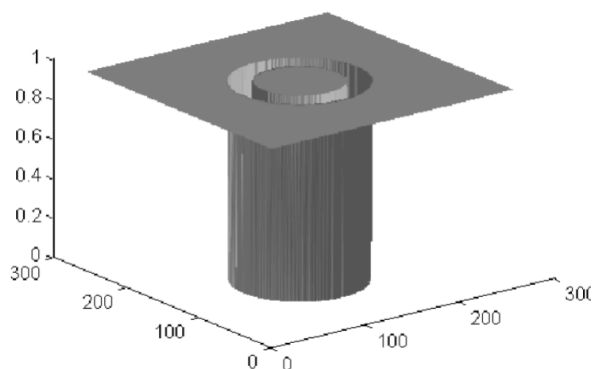
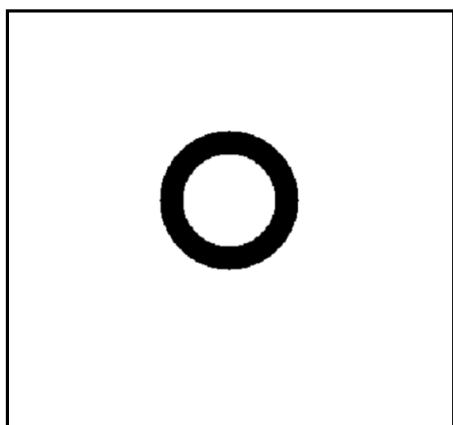
5.4.2 频域滤波去噪

5.4.2.1 带阻滤波器

1. 理想的带阻滤波器

$$H(\mu, \nu) = \begin{cases} 0 & \text{if } D_0 - \frac{W}{2} \leq D(\mu, \nu) \leq D_0 + \frac{W}{2} \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (10)$$

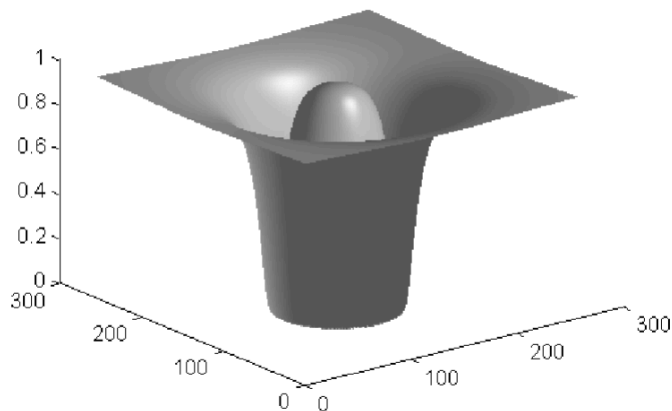
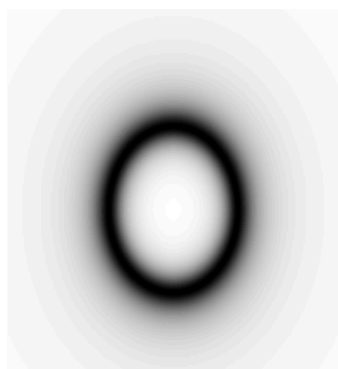
$$(11)$$



ideal band reject filter

2. butterworth带阻滤波器

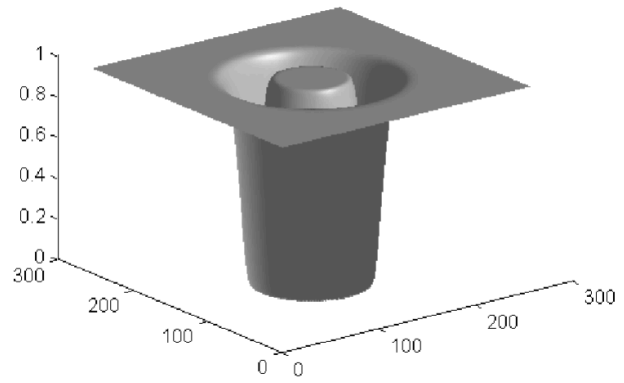
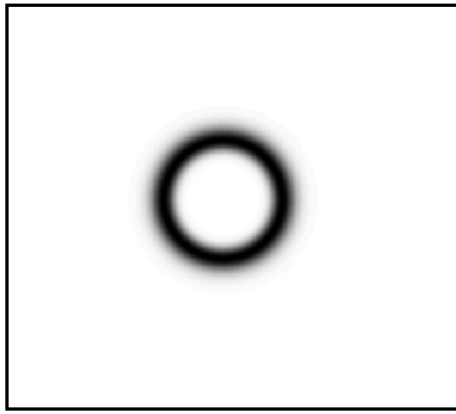
$$H(\mu, \nu) = \frac{1}{1 + \left[\frac{WD(\mu, \nu)}{D^2(\mu, \nu) - D_0^2} \right]^{2n}} \quad (12)$$



Butterworth band reject filter (of order 1)

3. 高斯带阻滤波器

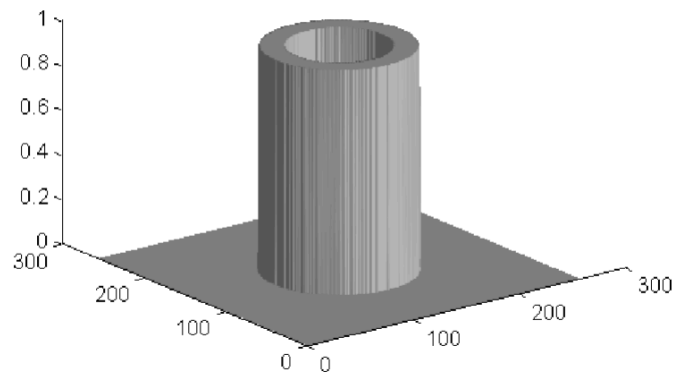
$$H(\mu, \nu) = 1 - e^{-\left[\frac{D^2(\mu, \nu) - D_0^2}{WD(\mu, \nu)} \right]^2} \quad (13)$$



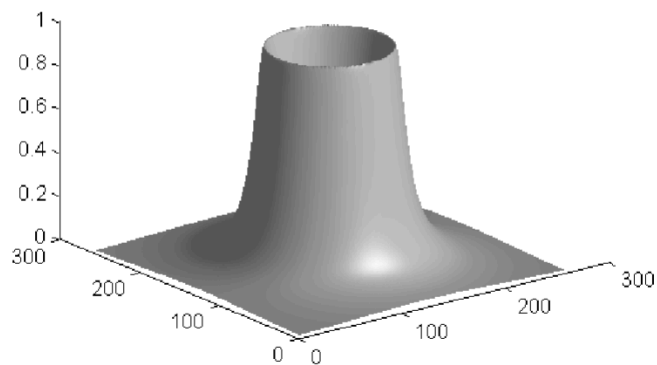
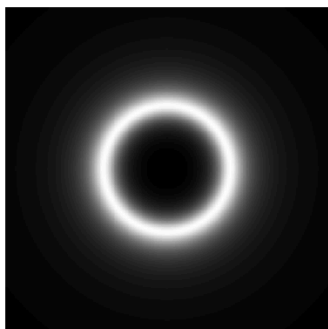
Gaussian band reject filter

5.4.2.2 带通滤波器

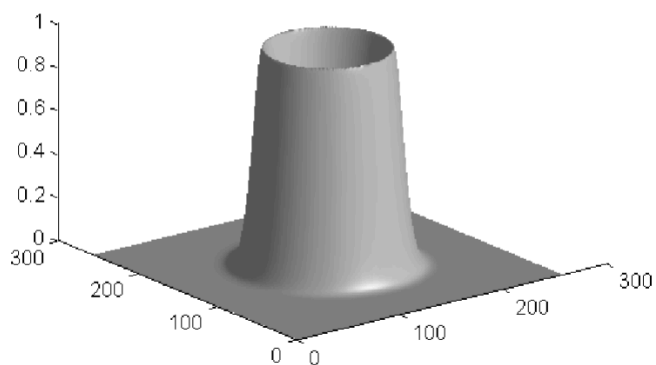
$$H_{BP} = 1 - H_{BR} \quad (14)$$



ideal band pass filter



Butterworth band pass filter (of order 1)



Gaussian band pass filter

5.4.2.3 陷阱滤波器

阻拦或允许通过特定预设频率范围的信号

关于原点对称

Notch reject filter

$$H_{NR}(\mu, \nu) = \prod_{k=1}^Q H_k(\mu, \nu) H_{-k}(\mu, \nu) \quad (15)$$

$$D_k^2(\mu, \nu) = (\mu - \mu_k)^2 + (\nu - \nu_k)^2 \quad (16)$$

$$D_{-k}^2(\mu, \nu) = (\mu + \mu_k)^2 + (\nu + \nu_k)^2 \quad (17)$$

Notch pass filter 就是1-NRF

Step 1:对图像进行傅立叶变换，在频域上观察其特征

Step 2:找到频域上的闪光点

Step 3:设计相应的陷阵滤波器

Step 4:HF得到结果

Step 5:转回时域