

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)  
ФИЗТЕХ-ШКОЛА РАДИОТЕХНИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ  
ТЕХНОЛОГИЙ

Работа 2.1.2.  
Определение  $\frac{C_p}{C_v}$  методом  
адиабатического расширения  
газа

Работу выполнил:  
Долгов Александр Алексеевич, группа Б01-106

Долгопрудный, 2022

# Содержание

<b>1</b>	<b>Аннотация . . . . .</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Экспериментальная установка . . . . .</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Теоретические сведения . . . . .</b>	<b>3</b>
<b>4</b>	<b>Оборудование и экспериментальные погрешности . . . .</b>	<b>5</b>
<b>5</b>	<b>Обработка полученных результатов . . . . .</b>	<b>6</b>
	5.1 Получение оценки для величины $\Delta t_T$ . . . . .	6
	5.2 Измерение показателя адиабаты . . . . .	6
<b>6</b>	<b>Вывод . . . . .</b>	<b>7</b>
<b>7</b>	<b>Приложения . . . . .</b>	<b>8</b>

# 1 Аннотация

В данной работе было определено отношение  $\frac{C_p}{C_v}$  путём проведения многократных измерений давления в сосуде, наполненном воздухом, над которым совершался адиабатический процесс с последующим нагреванием газа до комнатной температуры.

## 2 Экспериментальная установка

В работе используется установка, состоящая из стеклянного сосуда А (объёмом  $\approx 20$  л), снабжённого краном К, U-образного жидкостного манометра. Схема установки показана на рисунке 1. Избыточное давление создаётся с помощью резиновой груши, соединённой с сосудом трубкой с краном  $K_1$ .

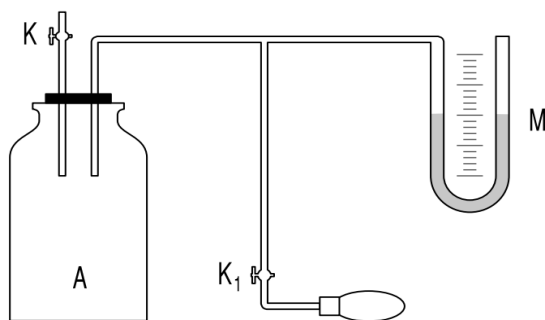


Рис. 1. Установка для определения  $C_p/C_v$  методом адиабатического расширения газа

## 3 Теоретические сведения

В начале опыта в сосуде находится воздух при комнатной температуре и давлении, превышающем атмосферное. После открытия крана К давление и температура газа будут понижаться. Такой процесс приближённо можно считать адиабатическим. Такое утверждение основано на

---

том, что равновесие по давлению устанавливается значительно быстрее, чем по температуре. Поэтому

$$\Delta t_p \ll \Delta t_T, \quad (1)$$

где  $\Delta t_p$  и  $\Delta t_T$  - соответственно времена выравнивания давления и температуры.

Если открыть кран К на время  $\Delta t$ , удовлетворяющее условию:

$$\Delta t_p \ll \Delta t \ll \Delta t_T \quad (2)$$

то теплообменом через стенки сосуда за время  $\Delta t$  можно пренебречь и считать процесс адиабатическим.

Индексом "1" будем обозначать состояние газа после повышения давления с сосуда и выравнивания температуры с комнатной, индексом "2" - сразу после открытия крана и выравнивания давления с атмосферным.

Из уравнения адиабаты и уравнения Менделеева-Клапейрона получим:

$$TV^{\gamma-1} = \text{const}, PV = \nu RT \Rightarrow \frac{T^\gamma}{P^{\gamma-1}} = \text{const} \quad (3)$$

Откуда получаем:

$$\left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^\gamma \quad (4)$$

Давление  $P_2$  после адиабатического расширения газа равно атмосферному давлению  $P_0$ , а температура  $T_2$  будет ниже комнатной температуры  $T_1$ .

После того, как кран К будет закрыт, произойдёт медленное изохорное нагревание газа до комнатной температуры со скоростью, определяемой теплопроводностью стеклянных стенок сосуда. Система достигнет равновесия за время порядка  $\Delta t_T$ . Давление в этом состоянии равно  $P_3$ . Изохорный процесс описывается законом Гей-Люссака:

$$\frac{P_2}{T_2} = \frac{P_3}{T_1} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{P_3}{P_2} \quad (5)$$

Подставим (5) в (4) и учтём, что  $P_2 = P_0$ :

$$\left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{P_3}{P_0}\right)^{\gamma} \Rightarrow \quad (6)$$

Отсюда получаем:

$$\gamma = \frac{\ln(P_1/P_0)}{\ln(P_1/P_3)} \quad (7)$$

В условия данной работы давления  $P_1$  и  $P_3$  отличаются от атмосферного давления  $P_0$  на малую величину, измеряемую жидкостным манометром. Введём обозначения:  $P_1 = P_0 + \rho g \Delta h_1$ ,  $P_3 = P_0 + \rho g \Delta h_2$ , где  $\rho$  - плотность жидкости (воды),  $g$  - ускорение свободного падения,  $\Delta h_1, \Delta h_2$  - разница в высоте водяных столбов в соседних коленях манометра.

$$\gamma = \frac{\ln(1 + \rho g \Delta h_1 / P_0)}{\ln(1 + \rho g \Delta h_1 / P_0) - \ln(1 + \rho g \Delta h_2 / P_0)} \approx \frac{\Delta h_1}{\Delta h_1 - \Delta h_2} \quad (8)$$

Пусть высота столба воды в колене манометра, соединённом с сосудом равна  $h$ , а во втором колене -  $h'$ , тогда справедливы уравнения:  $h' - h = 2\Delta h$  и  $h + h' = 2h_0$ , где  $h_0$  - высота столбов воды в том случае, когда она одинакова для обоих столбов. Отсюда получаем:  $\Delta h = h_0 - h$ . В работе производилось измерение именно величины  $h$ , а не  $\Delta h$ . Окончательно получаем:

$$\gamma = \frac{h_0 - h_1}{h_2 - h_1} \quad (9)$$

## 4 Оборудование и экспериментальные погрешности

В качестве прибора, измеряющего высоту водяного столба использовалась шкала, являющаяся частью U-образной трубки манометра.

---

Погрешность измерения данной шкалы равна половине цены деления:

$$\sigma_h = 0,5 \text{ мм}$$

Была измерена величина  $h_0$ :

$$h_0 = (181.0 \pm 0.5) \text{ мм}$$

Для установления зависимости  $h(t)$  использовалась камера мобильного телефона, оборудованная встроенным секундомером. Его погрешностью мы пренебрегаем, так как нахождение зависимости  $h(t)$  нужно лишь для оценки порядка величины  $\Delta t_T$ .

## 5 Обработка полученных результатов

### 5.1 Получение оценки для величины $\Delta t_T$

Сосуда А был наполнен воздухом до давления, превышающего атмосферное. Затем проводилось измерение зависимости высоты  $h$  водяного столба в колене, сообщенном с сосудом, от времени. Результаты измерений приведены в таблице 1. и визуально отражены на графике 1.

Из полученных данных видно, что давление в сосуде перестало понижаться по прошествии времени  $\Delta t_T \approx 50 \text{ с}$ .

### 5.2 Измерение показателя адиабаты

Проводилось 3 серии измерений. В первой кран К открывался приблизительно на время  $\Delta t = 0,5 \text{ с}$ , во второй - на  $\Delta t = 1 \text{ с}$ , в третьей - на  $\Delta t = 1,5 \text{ с}$ . Результаты измерений величин  $h_1$ ,  $h_2$ , а также результаты расчёта величины  $\gamma$  и её погрешности для указанных значений  $\Delta t$  приведены в таблице 2. По средним значениям величины  $\gamma$  (усреднение по всем измерениям в серии) построен график 1.

Линейной аппроксимацией экспериментальных точек получена зависимость:

$$\gamma = A\Delta t + B$$

$$A = (-0,063 \pm 0,013) \frac{1}{\text{с}}$$

$$B = 1,43 \pm 0,01$$

При  $\Delta t \approx 0,1$  с давление уже почти сравнивается с атмосферным, но теплопроводностью ещё можно пренебречь. Найдём  $\gamma(0,1 \text{ с})$ :

Случайную погрешность величины  $\gamma$  найдём по формуле:

$$\sigma_\gamma = \sqrt{\left(\frac{\partial \gamma}{\partial A} \sigma_A\right)^2 + \left(\frac{\partial \gamma}{\partial B} \sigma_B\right)^2} = \sqrt{(\sigma_A \Delta t)^2 + (\sigma_B)^2}$$

Систематическую погрешность искать не будем, так как искомое значение  $\gamma$  получается экстраполяцией экспериментальных данных.

$$\gamma = \gamma(0,1 \text{ с}) \approx 1,43 \pm 0,01$$

$$\frac{\sigma_\gamma}{\gamma} \approx 0,7\%$$

## 6 Вывод

В ходе данной работы получено значение показателя адиабаты для воздуха. Автором было найдено табличное значение  $\gamma = 1,4$  для воздуха при  $T = 20^\circ \text{C}$  (википедия). Таким образом, найденное в работе значения отличается от истинного на  $\approx 2\%$ , что больше относительной погрешности  $\gamma$ .

Считаю, что подобное отклонение от "истинного" значения вызвано неточностью значений промежутков времени, в течение которых был открыт кран К. Данное время в ходе работы не было измерено точно, а лишь оценивалось по личным ощущениям (в силу малости промежутков времени как-либо их измерить затруднительно). Таким образом, именно погрешность величины  $\Delta t$  вносит наибольший вклад в погрешность  $\sigma_\gamma$ , но этот вклад не был рассчитан.

---

Для улучшения точности измерений оптимальным вариантом является создание или применение уже готового механизма, который открывал бы кран К (или любым другим способом сообщал бы сосуд с атмосферой) на строго определённое время.

## 7 Приложения

Таблица 1. Зависимость  $h(t)$  после прекращения накачки воздуха

$t, c$	$h, cm$
0	4,9
5	5
10	5,1
15	5,15
20	5,2
25	5,2
30	5,25
35	5,25
40	5,25
45	5,25
50	5,3
55	5,3
60	5,3
65	5,3
70	5,3
75	5,3
80	5,3
85	5,3
90	5,3



График 1. Зависимость  $h(t)$  после прекращения накачки воздуха

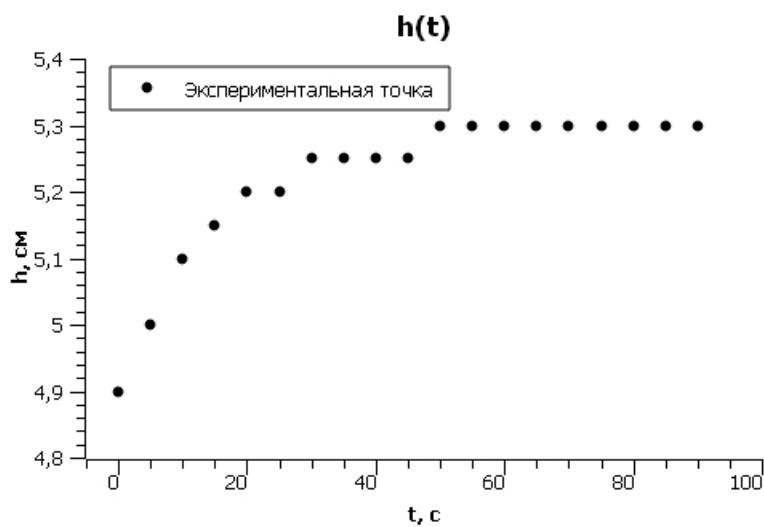


Таблица 2. Измерения высоты водяного столба

$\Delta t \approx 0,5 \text{ с}$		$\gamma$	$\Delta\gamma$	$\langle\gamma\rangle$	$\Delta\langle\gamma\rangle$
$h_1, \text{ мм}$	$h_2, \text{ мм}$				
53	144	1,407	0,009	1,41	0,01
67	149	1,390	0,01		
48	144	1,385	0,009		
64	147	1,410	0,01		
58	143	1,447	0,01		
44	143	1,384	0,009		
55	144	1,416	0,01		
$\Delta t \approx 1 \text{ с}$		$\gamma$	$\Delta\gamma$	$\langle\gamma\rangle$	$\Delta\langle\gamma\rangle$
$h_1, \text{ мм}$	$h_2, \text{ мм}$				
64	148	1,390	0,014	1,37	0,01
67	151	1,360	0,014		
68	151	1,360	0,014		
68	151	1,360	0,014		
47	146	1,350	0,012		
41	144	1,360	0,011		
52	146	1,370	0,012		
$\Delta t \approx 1,5 \text{ с}$		$\gamma$	$\Delta\gamma$	$\langle\gamma\rangle$	$\Delta\langle\gamma\rangle$
$h_1, \text{ мм}$	$h_2, \text{ мм}$				
50	148	1,340	0,014	1,34	0,01
37	144	1,350	0,014		
48	146	1,360	0,014		
40	144	1,360	0,014		
55	150	1,330	0,012		
84	157	1,330	0,011		

График 2.  $\gamma(\Delta t)$

