

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)
ФИЗТЕХ-ШКОЛА РАДИОТЕХНИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Работа 3.2.8. Релаксационные колебания

Работу выполнил:
Долгов Александр Алексеевич, группа Б01-106

Долгопрудный, 2022

Содержание

1	Аннотация	3
2	Теоретические сведения	3
2.1	Рассмотрение вырожденной автоколебательной системы	3
2.2	Описание колебаний	4
3	Экспериментальная установка	5
4	Измерения и обработка их результатов	6
4.1	ВАХ стабилитрона	6
4.2	Осциллограмма релаксационных колебаний	6
5	Вывод	7
6	Приложения	8
6.1	Таблицы	8
6.2	Графики	9

1 Аннотация

В данной работе исследуются релаксационные колебания, возбуждаемые в электрическом контуре, состоящем из конденсатора, резистора и газоразрядного диода с S-образной вольт-амперной характеристикой.

2 Теоретические сведения

Автоколебания - колебания, потери энергии в процессе которых периодически компенсируются постоянным источником энергии; система, в которой возможны автоколебания, называется **автоколебательной системой**. В отличие от вынужденных колебаний форма и период автоколебаний определяются свойствами самой системы, а не источника энергии.

2.1 Рассмотрение вырожденной автоколебательной системы

Автоколебательная система, не содержащая одного из накопителей колебательной энергии (конденсатора или катушки индуктивности), называется **вырожденной**. В качестве вырожденной автоколебательной системы рассмотрим цепь (см. рис. 1), содержащую источник постоянного напряжения \mathcal{U} , ёмкость C , резистор R и нелинейный элемент с S-образной вольт-амперной характеристикой $I_S(U)$ (см. рис. 2).

В данной работе в качестве такого нелинейного элемента выступает газоразрядный диод (газоразрядная лампа). При малых напряжениях лампа практически не пропускает ток (участок $0da$). Ток в ней возникает только в том случае, если разность потенциалов на её электродах достигает напряжения зажигания U_1 . При этом скачком (участок ab) устанавливается конечная сила тока - в лампе возникает нормальный тлеющий разряд. При дальнейшем незначительном увеличении напряжения сила тока заметно возрастает по закону, близкому к линейному.

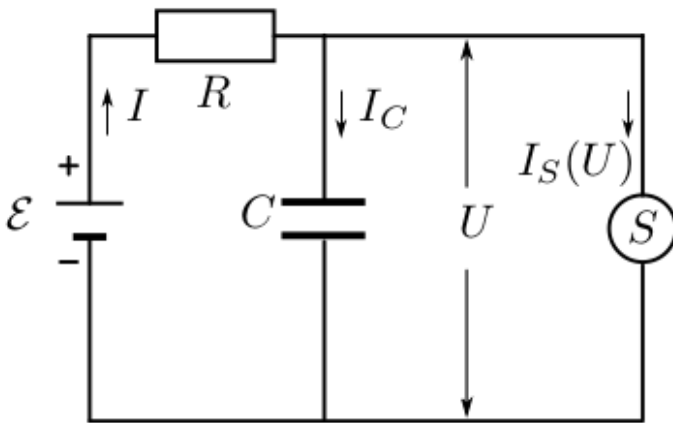


Рис. 1 Вырожденная автоколебательная цепь

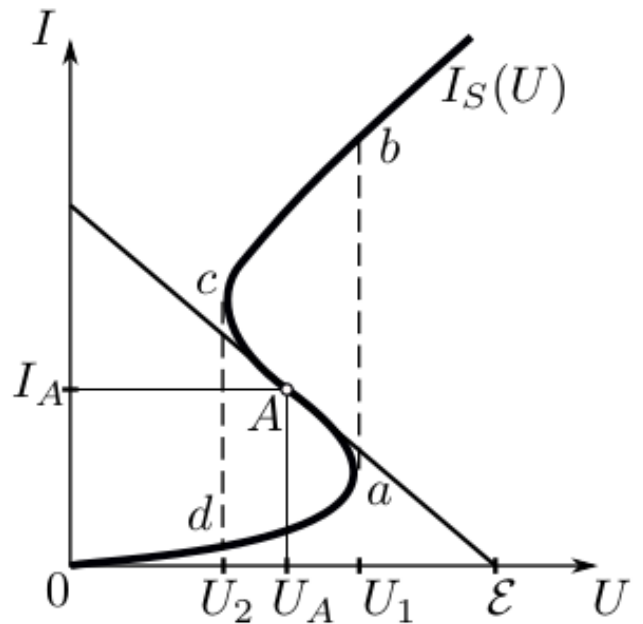


Рис. 2 S-образная ВАХ

Такая цепь описывается системой уравнений:

$$\begin{cases} \mathcal{E} = IR + U \\ I = I_C + I_S(U) \\ I_C = C\dot{U} \end{cases}$$

Следовательно:

$$\mathcal{E} - U = (C\dot{U} + I_S(U))R \quad (1)$$

В стационарном режиме, когда $\dot{U} = 0$, должно выполняться равенство:

$$I_S(U) = \frac{\mathcal{E} - U}{R} \quad (2)$$

График уравнения (2) представляет собой нагрузочную кривую, точки пересечения которой с ВАХ определяют стационарные состояния системы. Подберём параметры \mathcal{E} и R так, чтобы стационарное состояние $A(U_A, I_A)$ лежало на падающей ветви ВАХ. Покажем, что это состояние может быть неустойчивым. Зададим малое приращение ΔU в точке U_A ($U(t) = U_A + \Delta U(t)$) и представим в линейном приближении по ΔU ВАХ $I_S(U)$ вблизи состояния A :

$$I_S(U_A + \Delta U) \approx I_S(U_A) + I'_S \Delta U,$$

где $I'_S = \left. \frac{dI_S}{dU} \right|_{U=U_A}$. Подставим последнее соотношение в (1):

$$\mathcal{E} - U_A - \Delta U = \left(C \frac{d(U_A + \Delta U)}{dt} + I_S(U_A) + I'_S \Delta U \right) R$$

Также воспользуемся (2):

$$\mathcal{E} - U_A - \Delta U = \left(C \frac{d(\Delta U)}{dt} + \frac{\mathcal{E} - U_A}{R} + I'_S \Delta U \right) R$$

$$-\Delta U = RC \frac{d(\Delta U)}{dt} + I'_S R \Delta U$$

$$\frac{d(\Delta U)}{dt} + \frac{1 + I'_S R}{RC} \Delta U = 0$$

Последнее уравнение - линейное однородное дифференциальное уравнение первого порядка. Его общее решение имеет вид:

$$\Delta U(t) = \Delta U(0) \exp \left(-\frac{1 + I'_S R}{RC} t \right)$$

Из зависимости $\Delta U(t)$ видно, что при условии:

$$I'_S < -\frac{1}{R} \quad (3)$$

возмущение ΔU экспоненциально возрастает \Rightarrow найденное стационарное состояние действительно неустойчиво.

При выполнении условий неустойчивости система совершает релаксационные автоколебания. Их траектория на рис. 2 является замкнутой и состоит из участков da и bc вольт-амперной характеристики между напряжениями U_1 и U_2 , соединённых двумя вертикальными участками ab и cd (показаны штрихованными) линиями.

2.2 Описание колебаний

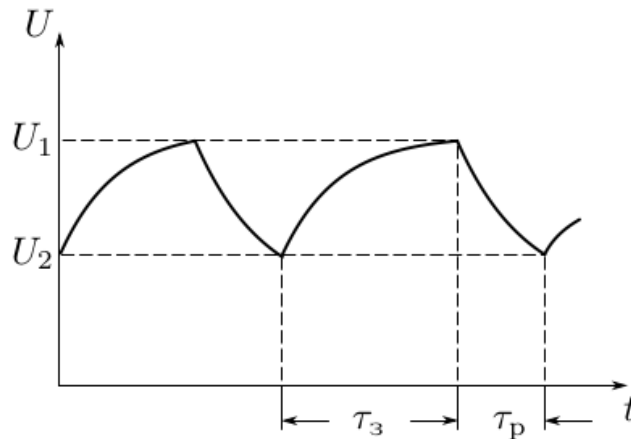


Рис. 3 Осциллограмма релаксационных колебаний

Пусть в начальный момент напряжение на конденсаторе равно U_2 . При зарядке конденсатора через резистор R напряжение на нём увеличивается. Как только оно достигает напряжения зажигания U_1 , лампа начинает проводить ток, что сопровождается разрядкой конденсатора, поскольку источник тока, подключенный через большое сопротивление R , не может поддерживать необходимую для горения лампы величину тока. В тот момент, когда напряжение на конденсаторе уменьшается до U_2 , лампа перестаёт проводить ток, а конденсатор вновь начинает заряжаться. Таким образом, возникают релаксационные колебания с амплитудой $U_1 - U_2$. Зависимость $U(t)$ для таких колебаний изображена на рис. 3.

Найдём период релаксационных колебаний. Ясно, что $T = \tau_{ch} + \tau_{disch}$, где τ_{ch} и τ_{disch} - времена зарядки и разрядки конденсатора, соответственно. Если $R \gg r$ (см. Экспериментальная установка), то $\tau_{ch} \gg \tau_{disch} \Rightarrow T \approx \tau_{ch}$. Во время зарядки конденсатора лампа не горит ($I(U) = 0$) и уравнение (1) приобретает вид:

$$\mathcal{E} - U = RC\dot{U} \iff \frac{dU}{dt} + \frac{1}{RC}U = \frac{\mathcal{E}}{RC}$$

Общее решение последнего уравнения:

$$U(t) = A \exp\left(-\frac{t}{RC}\right) + \mathcal{E} \quad (A \in \mathbb{R})$$

Положим $U(0) = U_2$. При таком начальном условии решением примет вид:

$$U(t) = (U_2 - \mathcal{E}) \exp\left(-\frac{t}{RC}\right) + \mathcal{E}$$

В момент $t = \tau_{ch}$ выполняется $U = U_1$, поэтому:

$$U_1 = (U_2 - \mathcal{E}) \exp\left(-\frac{\tau_{ch}}{RC}\right) + \mathcal{E}$$

Из последнего уравнения найдём τ_{ch} :

$$\begin{aligned} \mathcal{E} - U_1 &= (\mathcal{E} - U_2) \exp\left(-\frac{\tau_{ch}}{RC}\right) \\ \frac{\mathcal{E} - U_2}{\mathcal{E} - U_1} &= \exp\left(-\frac{\tau_{ch}}{RC}\right) \\ \tau_{ch} &= RC \ln \frac{\mathcal{E} - U_2}{\mathcal{E} - U_1} \end{aligned}$$

Учитывая, что используется приближение $T \approx \tau_{ch}$, получаем:

$$T = RC \ln \frac{\mathcal{E} - U_2}{\mathcal{E} - U_1}$$

(4)

3 Экспериментальная установка

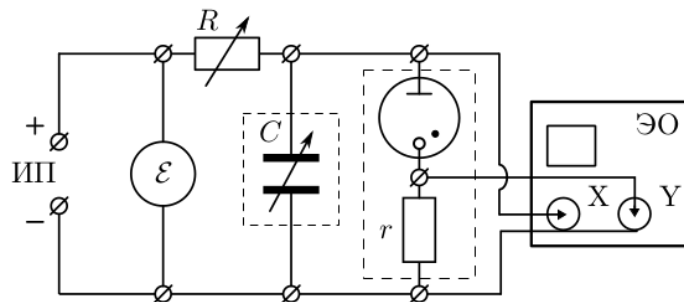


Рис. 4 Схема установки для исследования релаксационных колебаний

Схема экспериментальной установки представлена на рис. 4. Штриховой линией на схеме выделена панель, на которой установлены газонаполненный диод (стабилитрон) и последовательно с ним резистор r , позволяющий предохранить этот диод от перегорания, а также по напряжению на нём измерить ток разряда. Этот резистор остаётся включённым при всех измерениях. Это означает, что во всех написанных выше формулах под R нужно понимать $R + r$.

Добавочное сопротивление газоразрядной лампы в установке, за которой выполнялась работа равно:

$$r = 5.1 \text{ кОм}$$

4 Измерения и обработка их результатов

4.1 ВАХ стабилитрона

Для установления вольт-амперной характеристики газоразрядного диода была собрана следующая схема:

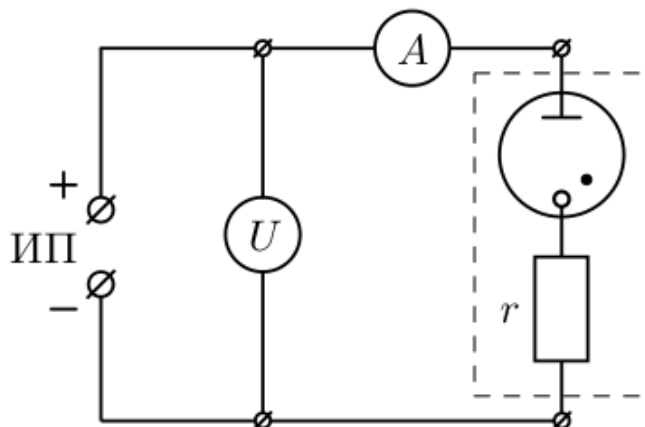


Рис. 5 Схема установки для исследования ВАХ стабилитрона

Было проведено 27 измерений тока при различных напряжениях. Результаты приведены в таблицах 1 и 2. По этим результатам построены график 1 и график 2, на которых отражены зависимости $I(U)$ и $I(U - U_r)$, где $U_r = I r$ - падение напряжения на добавочном сопротивлении.

Из данных результатов можно заключить, что напряжения зажигания и гашения равны соответственно:

$$U_1 = (88.7 \pm 0.5)\text{В} \quad \text{и} \quad U_2 = (75.0 \pm 0.5)\text{В}$$

4.2 Осциллограмма релаксационных колебаний

Для исследования осциллограммы над цепь подавалось напряжение $\mathcal{E} \approx 1.2U_1 = (107.8 \pm 0.5)\text{В}$, на магазине сопротивлений было выставлено $R = 900 \text{ кОм}$, ёмкость конденсатора составила $C = 50 \text{ нФ}$. Частота развёртки осциллографа подбиралась таким образом, чтобы на экране оказалась картина пилообразных колебаний. По этой картине были оценены величины τ_{ch} и τ_{disch} :

$$\tau_{ch} = 16.4 \text{ мс}; \quad \tau_{disch} = 0.8 \text{ мс}$$

Таким образом,

$$\frac{\tau_{ch}}{\tau_{disch}} \approx 20.5; \quad T = 17.2 \text{ мс}; \quad \nu \approx 5.81 \text{ кГц}$$

Далее проводилось последовательное уменьшение сопротивления магазина с целью определения критического сопротивления $R_{кр}$, при котором колебания уже невозможны. В ходе работы удалось получить значение:

$$R_{кр} = 129 \text{ кОм}$$

Для определения периода релаксационных колебаний было проведено две серии измерений. В первой на магазине сопротивлений было выставлено $R = 400 \text{ кОм}$, при этом ёмкость конденсатора менялась от 50 нФ до 2 нФ . Во второй серии была установлена постоянная ёмкость $C = 50 \text{ нФ}$, а сопротивление магазина менялось от 900 кОм до 130 кОм . Для каждой из этих серий были определены период и частота релаксационных колебаний. Результаты приведены в таблицах 3 и 4 вместе с теоретическими значениями для периодов и частот, полученными по формуле (4). По данным этих таблиц также построены графики. Видим, что графики отличаются незначительно.

5 Вывод

В ходе работы исследованы релаксационные колебания в вырожденной автоколебательной системе, содержащей газоразрядную лампу. Получена качественная картина зависимости напряжения от времени с помощью осциллографа, а также найдены зависимости периода таких колебаний от параметров электрической цепи.

6 Приложения

6.1 Таблицы

Таблица 1 ВАХ при возрастании напряжения

U, В	U – U _r , В	σ_U , В	I, мА	σ_I , мА
0	0	0.5	0	0.5
12.16	12.16		0	
30.6	30.6		0	
50.0	50		0	
68.5	68.5		0	
80.8	80.8		0	
88.7	72.89		3.1	
99.1	74.11		4.9	
111.3	75.09		7.1	
120.4	75.265		8.85	
129.9	74.106		10.94	
140.4	74.61		12.9	
150.3	74.82		14.8	
160.8	75.12		16.8	
170.0	75.65		18.5	
177.0	75.51		19.9	

Таблица 2 ВАХ при уменьшении напряжения

U, В	U – U _r , В	σ_U , В	I, мА	σ_I , мА
171.0	75.63	0.5	18.7	0.5
160.8	75.12		16.8	
146.1	74.70		14	
136.0	74.29		12.1	
125.8	73.78		10.2	
114.1	73.81		7.9	
106.0	73.87		6.3	
95.4	72.96		4.4	
84.8	72.05		2.5	
80.5	71.83		1.7	
75.0	75.00		0	

Таблица 3 T(C) при R = const

C, нФ	T, мс	ν , кГц	$T^{(теор)}$, мс	$\nu^{(теор)}$, кГц
50	7.6	132	10.8	92
44	6.6	152	9.5	105
38	5.7	175	8.2	122
32	4.6	217	6.9	144
26	3.7	270	5.6	178
20	2.7	370	4.3	231
14	1.75	571	3.0	330
8	0.95	1053	1.7	578
2	0.25	4000	0.4	2310

Таблица 4 T(R) при C = const

R, кОм	T, мс	ν , кГц	$T^{(теор)}$, мс	$\nu^{(теор)}$, кГц
900	18.0	56	24.3	41
800	15.6	64	21.6	46
700	13.6	74	18.9	53
600	11.6	86	16.2	62
500	9.8	102	13.5	74
400	7.8	130	10.8	92
300	5.6	190	8.1	123
200	3.6	280	5.4	185
150	2.4	420	4.1	247
130	1.7	590	3.5	285

6.2 Графики

График 1. $I(U)$, $I(U - r)$ при увеличении напряжения

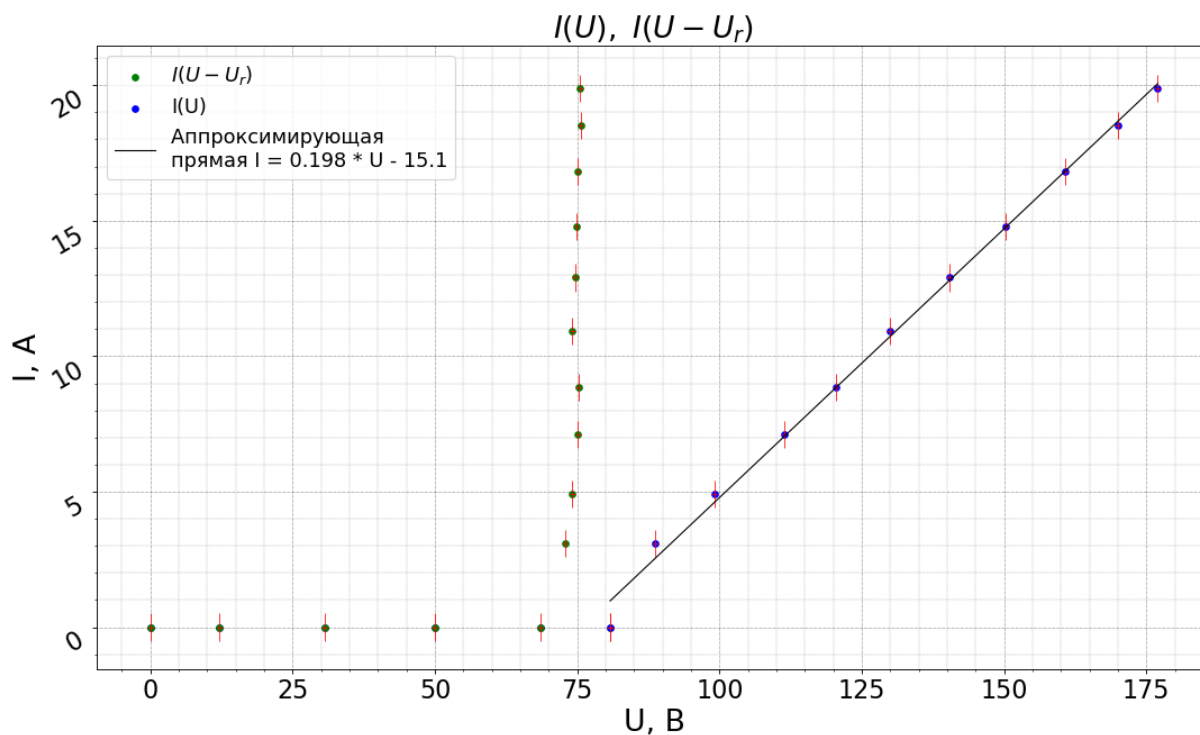


График 2. $I(U)$, $I(U - r)$ при уменьшении напряжения

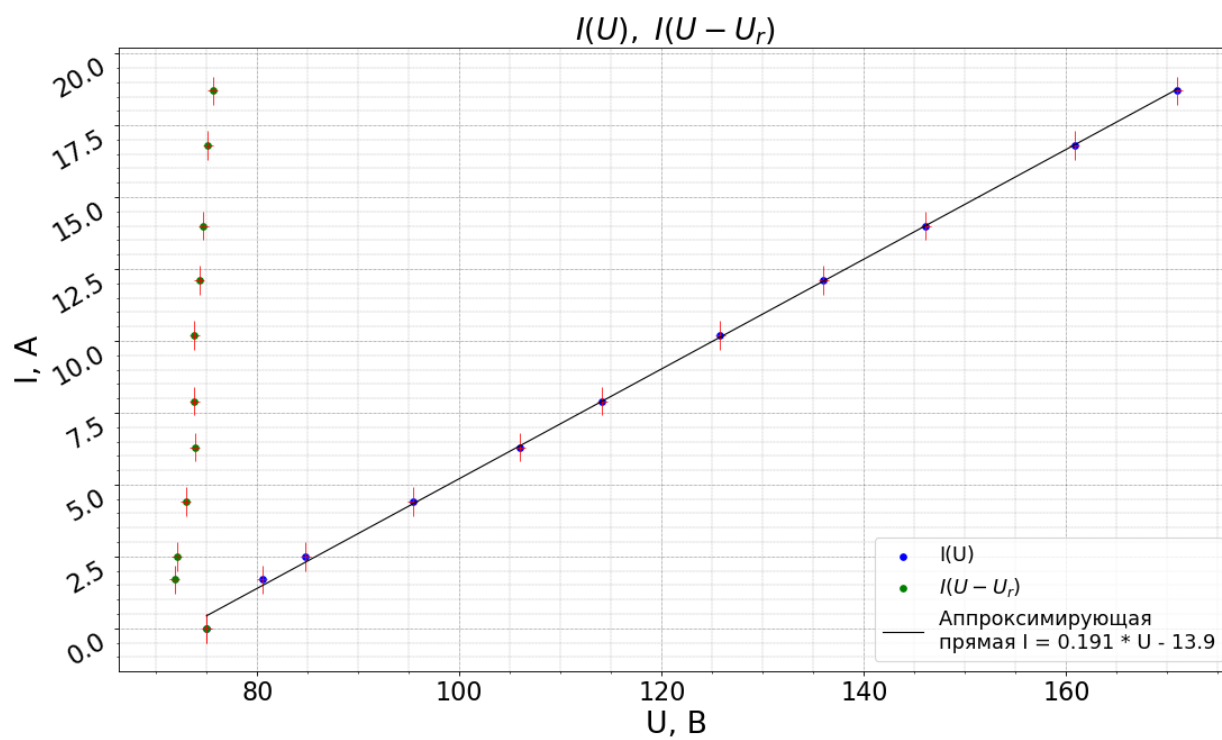


График 3. $T(C)$ при $R = \text{const}$

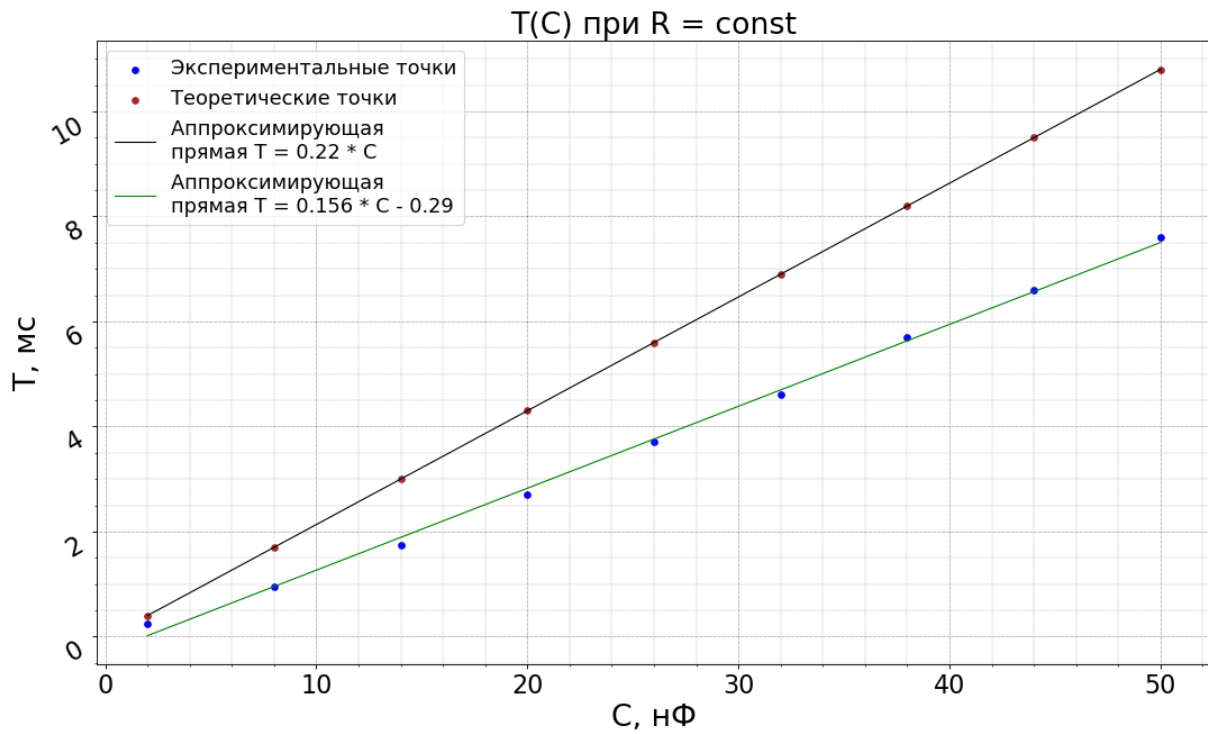


График 4. $T(R)$ при $C = \text{const}$

