

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)
ФИЗТЕХ-ШКОЛА РАДИОТЕХНИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Работа 3.3.5. Эффект Холла в металлах

Работу выполнил:
Долгов Александр Алексеевич, группа Б01-106

Долгопрудный, 2022

Содержание

1	Аннотация	3
2	Теоретические сведения	3
3	Экспериментальная установка	6
4	Методика измерений	7
5	Измерения и обработка их результатов	8
5.1	Калибровочная кривая электромагнита	8
5.2	Нахождение постоянной Холла для медного образца	8
5.3	Определение концентрация носителей	8
5.4	Определение удельной проводимости	9
6	Вывод	9
7	Приложения	10
7.1	Таблицы	10
7.2	Графики	12

1 Аннотация

В работе изучаются особенности проводимости металлов в геометрии мостика Холла. Ток пропускается по плоской прямоугольной металлической пластинке, помещённой в перпендикулярное пластинке магнитное поле. Измеряется разность потенциалов между краями пластинки в поперечном к току направлении. По измерениям определяется константа Холла, тип проводимости (электронный или дырочный) и вычисляется концентрация основных носителей заряда.

2 Теоретические сведения

На заряд в электромагнитном поле действует сила Лоренца:

$$\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{v}, \vec{B}] \quad (1)$$

Эта сила вызывает движение носителей, направление которого в общем случае не совпадает с \vec{E} . Отклонившиеся носители скапливаются на поверхности проводника так, что образуют электрическое поле, компенсирующее внешнее магнитное поле. Возникновение поперечного току электрического поля в образце, помещённом в магнитное поле, называют *эффектом Холла*.

Закон Ома в дифференциальной форме:

$$\vec{j} = \hat{\sigma}\vec{E}, \text{ где } \hat{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} - \text{тензор проводимости}$$

Пусть система содержит носители заряда только одного типа. Индукцию магнитного поля \vec{B} направим вдоль оси Oz. Так как ток постоянный, то заряды движутся в среднем с постоянной скоростью \Rightarrow сила Лоренца уравновешена "трением" со стороны среды:

$$q(\vec{E} + [\vec{v}, \vec{B}]) - \frac{q\vec{v}}{\mu} = 0$$
$$\vec{E} = \frac{\vec{v}}{\mu} - [\vec{v}, \vec{B}]$$

Связь плотности тока со средней скоростью носителей заряда:

$$\vec{j} = qn\vec{v} \implies \vec{v} = \frac{\vec{j}}{qn}$$

Следовательно:

$$\vec{E} = \frac{\vec{j}}{qn\mu} - \frac{1}{qn}[\vec{j}, \vec{B}]$$

Введём обозначение: $\sigma_0 = qn\mu$ - удельная проводимость среды в отсутствии магнитного поля. С учётом этого обозначения формула примет окончательный вид:

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\vec{j}}{\sigma_0} - \frac{1}{qn}[\vec{j}, \vec{B}]}$$
 (2)

Последнее равенство можно записать в проекциях на координатные оси:

$$E_x = \frac{j_x}{\sigma_0} - \frac{j_y B}{nq}; \quad E_y = \frac{j_y}{\sigma_0} + \frac{j_x B}{nq}; \quad E_z = \frac{j_z}{\sigma_0}$$

Соответственно, соотношение (2) может быть записано в матричном виде:

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} 1 & -\mu B & 0 \\ \mu B & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \frac{\vec{j}}{\sigma_0}$$
 (3)

Матрицу тензора проводимости находим как обратную к матрице в уравнении (3):

$$\boxed{\hat{\sigma} = \frac{\sigma_0}{1 + (\mu B)^2} \begin{pmatrix} 1 & \mu B & 0 \\ -\mu B & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}$$
 (4)

Безразмерный коэффициент μB называется *параметром замагниченности*.

Для исследования зависимости проводимости среды от магнитного поля используется мостик Холла (см. рис 2) В данной схеме ток вынуждают течь по оси Ox вдоль плоской пластинки (ширина пластинки a , толщина h , длина l).

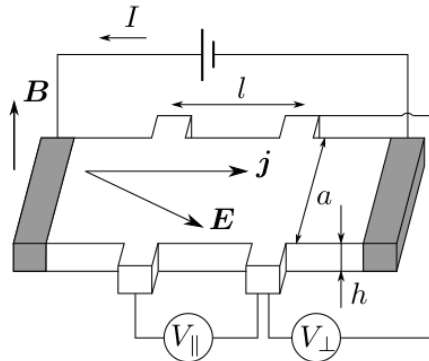


Рисунок 2. Мостик Холла

В проводимом опыте мостик имел следующие параметры:

Медь: $h = 0.05$ мм, $l_{34} = 6$ мм $l = 8$ мм

Цинк: $h = 0.12$ мм, $l_{34} = 3.5$ мм, $l = 10.5$ мм

Сила Лоренца, действующая со стороны перпендикулярного пластинке магнитного поля, «прибивает» носители заряда к краям образца, что создаёт холловское электрическое поле, компенсирующее эту силу. Поперечное напряжение между краями пластинки (холловское напряжение) равно $U_{\perp} = E_y a$, где:

$$E_y = \frac{j_x B}{nq}$$

Плотность тока, текущего через образец, равна $j_x = I/ah$, где I — полный ток. Таким образом, для холловского напряжения имеем

$$U_{\perp} = \frac{B}{nqh} I = R_H I \frac{B}{h} \quad (5)$$

Константу $R_H = 1/nq$ называют *постоянной Холла*. Знак постоянной Холла определяется знаком заряда носителей. Продольная напряжённость электрического поля равна

$$E_x = j_x / \sigma_0$$

и падение напряжения $U_{\parallel} = E_x l$ вдоль пластинки определяется омическим

сопротивлением образца $R_0 = l/(\sigma_0 ah)$:

$$U_{||} = IR_0$$

Интересно отметить, что несмотря на то, что тензор проводимости (3.26) явно зависит от B , продольное сопротивление образца в данной геометрии от магнитного поля не зависит.

3 Экспериментальная установка

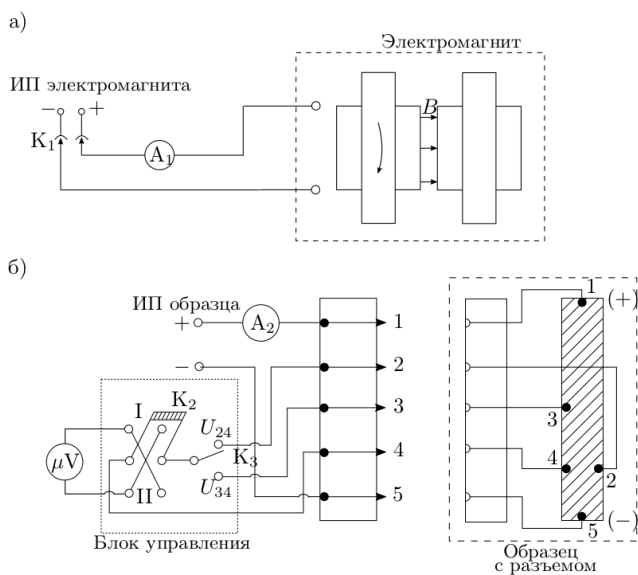


Рис. 1. Схема установки для исследования эффекта Холла в металлах

Электрическая схема установки для измерения ЭДС Холла представлена на рис. 1. В зазоре электромагнита (рис. 1а) создаётся постоянное магнитное поле, величину которого можно менять с помощью источника питания электромагнита. Разъём K_1 позволяет менять направление тока в обмотках электромагнита. Ток питания электромагнита измеряется амперметром A_1 . Градуировка

электромагнита (связь тока с индукцией поля) проводится при помощи миллитесламетра на основе датчика Холла. Металлические образцы в форме тонких пластинок, смонтированные в специальных держателях, подключаются к блоку питания через разъём (рис. 16). Ток через образец регулируется реостатом R_2 и измеряется амперметром A_2 .

В образце с током, помещённом в зазор электромагнита, между контактами 2 и 4 возникает холловская разность потенциалов U_{\perp} , которая измеряется с помощью микровольтметра, если переключатель K_3 подключён к точке 2 образца. При подключении K_3 к точке 3 микровольтметр измеряет омическое падение напряжения U_{34} , вызванное током через образец. При нейтральном положении ключа входная цепь микровольтметра разомкнута. Ключ K_2 позволяет менять полярность напряжения, поступающего на вход микровольтметра.

4 Методика измерений

Контакты 2 и 4 вследствие неточности подпайки могут лежать не на одной эквипотенциали. Тогда напряжение между ними связано не только с эффектом Холла, но и с омическим падением напряжения вдоль пластинки. Исключить этот эффект можно, если при каждом значении тока через образец измерять напряжение между точками 3 и 4 в отсутствие магнитного поля. При фиксированном токе через образец это дополнительное к ЭДС Холла напряжение U_0 остаётся неизменным. От него следует (с учётом знака) отсчитывать величину ЭДС Холла:

$$U_{\perp} = U_{24} - U_0$$

По знаку U_{\perp} можно определить характер проводимости — электронный или дырочный. Для этого необходимо знать направление тока в образце и направление магнитного поля.

Измерив ток I в образце и напряжение U_{34} между контактами 3 и 4 в отсутствие магнитного поля, можно, зная параметры образца, рассчитать удельное сопротивление ρ_0 и проводимость σ_0 материала образца по формуле

$$\rho_0 = \frac{U_{34} a h}{I l}, \quad (6)$$

где l — расстояние между контактами 3 и 4.

5 Измерения и обработка их результатов

5.1 Калибровочная кривая электромагнита

Сначала была проведена калибровка электромагнита. Её результаты приведены в Таблице 1.

5.2 Нахождение постоянной Холла для медного образца

Была измерена зависимость напряжения U_{24} между контактами 2 и 4 от тока через электромагнит при различных токах через образец. Всего было проведено 5 серий измерений, результаты которых представлены в Таблице 2. По данным этой таблицы и с помощью найденной калибровочной кривой построена зависимость ЭДС Холла от индукции магнитного поля между полюсами электромагнита при каждом из значений тока через образец. Графики 1-5 иллюстрируют эту зависимость.

Угловые коэффициенты аппроксимирующих прямых сведены в Таблицу 3. По данным этой таблицы построен график зависимости угловых коэффициентов от тока через образец: График 6. По этому графику возможно найти постоянную Холла:

$$R_H = h k_2,$$

где k_2 - угловой коэффициент прямой на графике 6. Имеем:

$$R_H = 1.41 \cdot 10^{-6} \frac{\text{В}}{\text{Тл} \cdot \text{А}} \cdot 5 \cdot 10^{-5} \text{ м} = 7.05 \cdot 10^{-11} \frac{\text{м}^3}{\text{Кл}}$$

5.3 Определение концентрация носителей

Так как в металлах свободными носителями заряда являются электроны, то их концентрацию можно найти по формуле

$$n = \frac{1}{e R_H}$$

Для меди получаем:

$$n_{\text{Cu}} = \frac{1}{1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 7.05 \cdot 10^{-11} \frac{\text{м}^3}{\text{Кл}}} = 8.9 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$$

5.4 Определение удельной проводимости

Было проведено по одному измерению напряжения между контактами 3 и 4 и тока через образец в отсутствии магнитного поля для меди и цинка. Результаты представлены в Таблице 4.

Согласно (6)

6 Вывод

7 Приложения

7.1 Таблицы

Таблица 1. Калибровка электромагнита

I, A	B, мТл
0	16.37
0.16	169.5
0.32	332
0.48	492
0.64	655
0.80	774
0.96	857
1.12	920
1.28	971

Таблица 2. Измерения ЭДС Холла

I = 0.2 A		I = 0.4 A		I = 0.6 A	
$U_0 = 0.08$ мкВ		$U_0 = 0.12$ мкВ		$U_0 = 0.2$ мкВ	
I_M , A	U_{24} , мкВ	I_M , A	U_{24} , мкВ	I_M , A	U_{24} , мкВ
0.16	0.16	0.16	0.24	0.16	0.28
0.32	0.2	0.32	0.32	0.32	0.44
0.48	0.24	0.48	0.4	0.48	0.56
0.64	0.28	0.64	0.52	0.64	0.72
0.8	0.32	0.8	0.6	0.8	0.8
0.96	0.356	0.96	0.64	0.96	0.88
1.12	0.364	1.12	0.64	1.12	0.96
1.26	0.38	1.23	0.66	1.23	0.96

I = 0.8 A		I = 1 A	
U ₀ = 0.2 мкВ		U ₀ = 0.28 мкВ	
I _M , A	U ₂₄ , мкВ	I _M , A	U ₂₄ , мкВ
0.16	0.36	0.16	0.48
0.32	0.56	0.32	0.72
0.48	0.76	0.48	0.96
0.64	0.96	0.64	1.16
0.8	1.08	0.8	1.36
0.96	1.16	0.96	1.44
1.12	1.24	1.12	1.52
1.22	1.28	1.22	1.6

Таблица 3. Угловые коэффициенты аппроксимирующих прямых

I, A	k, $10^{-6} \frac{B}{T \cdot A}$
0.2	0.279
0.4	0.556
0.6	0.863
0.8	1.152
1.0	1.386

Таблица 4. Определение удельной проводимости

	Медь	Цинк
I, A	1	1
U, мкВ	320	380

7.2 Графики

График 1. $I = 0.2 \text{ A}$

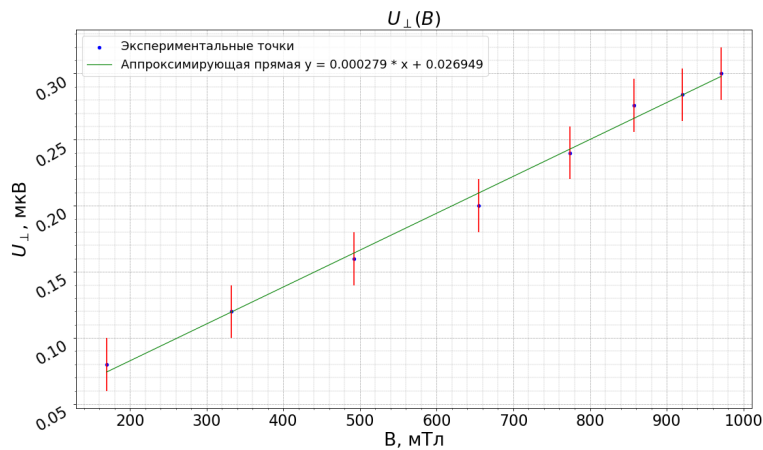


График 2. $I = 0.4 \text{ A}$

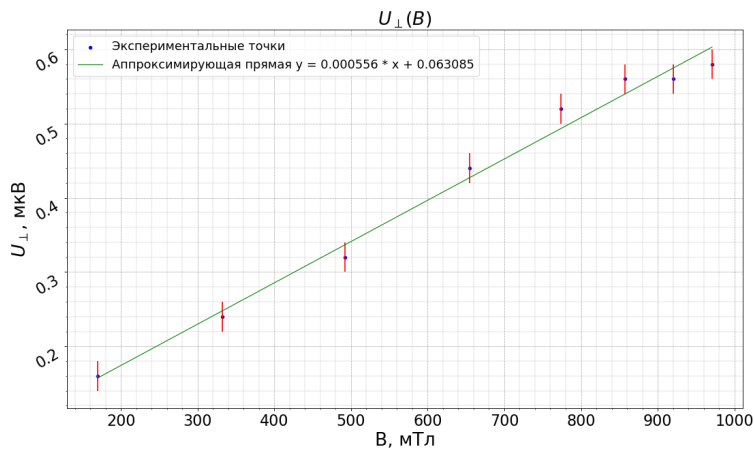


График 3. $I = 0.6 \text{ A}$

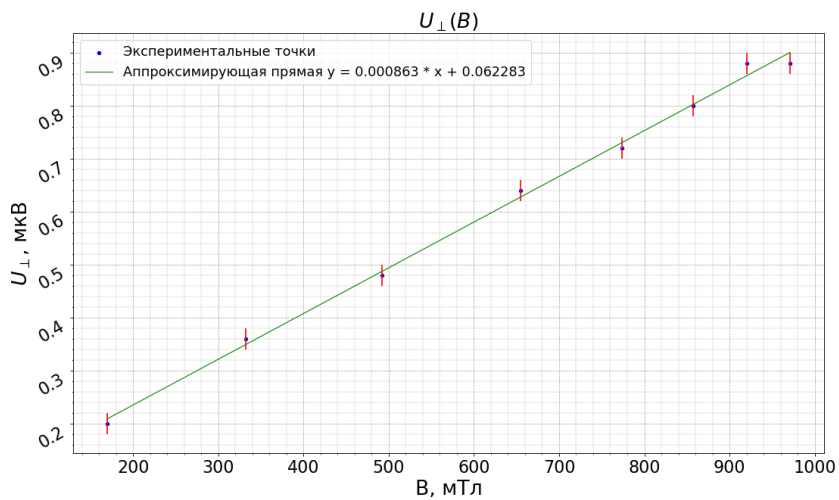


График 4. $I = 0.8 \text{ A}$

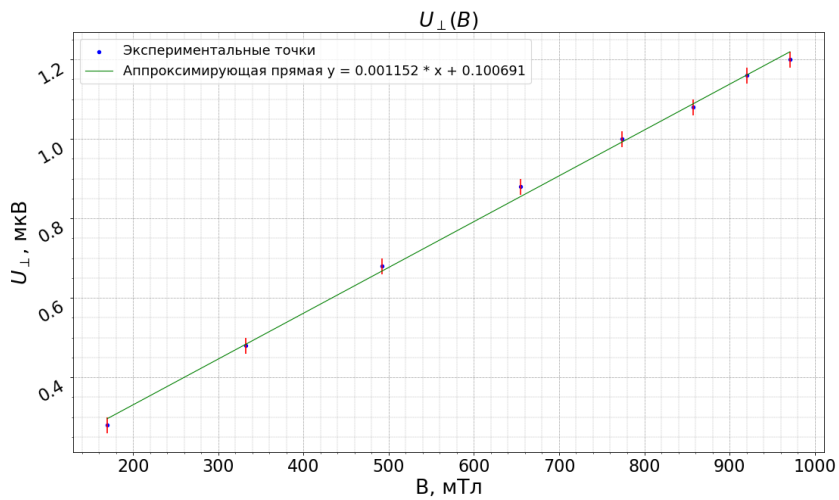


График 5. $I = 1 \text{ A}$

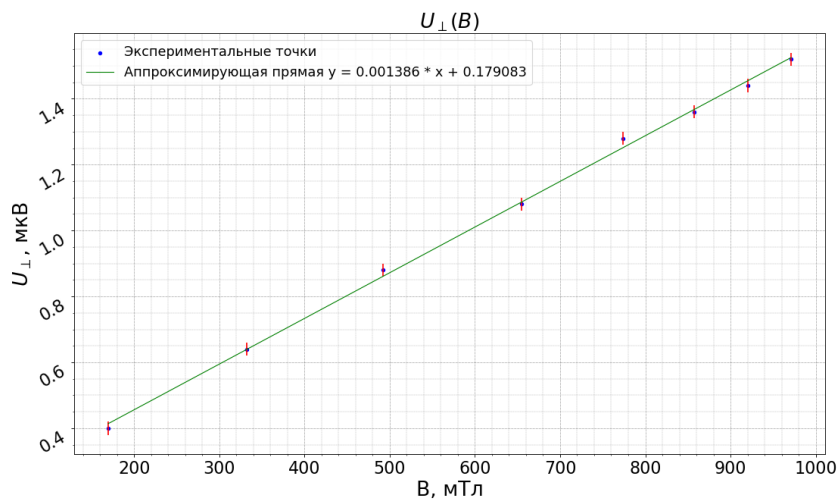


График 6. $k(I)$

