

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)  
ФИЗТЕХ-ШКОЛА РАДИОТЕХНИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ  
ТЕХНОЛОГИЙ

# Работа 2.1.6. Эффект Джоуля-Томсона

Работу выполнил:  
Долгов Александр Алексеевич, группа Б01-106

Долгопрудный, 2022

# Содержание

<b>1</b>	<b>Аннотация . . . . .</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Теоретические сведения . . . . .</b>	<b>4</b>
<b>3</b>	<b>Экспериментальная установка . . . . .</b>	<b>8</b>
<b>4</b>	<b>Методика измерений . . . . .</b>	<b>9</b>
<b>5</b>	<b>Оборудование . . . . .</b>	<b>9</b>
<b>6</b>	<b>Обработка полученных результатов . . . . .</b>	<b>10</b>
6.1	Определение коэффициента дифференциального эффекта Джоуля-Томсона . . . . .	10
6.2	Определение констант Ван-дер-Ваальса . . . . .	11
<b>7</b>	<b>Вывод . . . . .</b>	<b>12</b>
<b>8</b>	<b>Приложения . . . . .</b>	<b>13</b>
8.1	Таблица 1. Результаты измерений. . . . .	13
8.2	Таблица 2. Температурная зависимость коэффициента $\alpha$ . . .	14
8.3	Таблица 3. Коэффициент дифференциального эффекта Джоуля- Томсона при разных температурах. . . . .	14
8.4	График 1. При температуре $T = 20,2\text{ }^{\circ}\text{C}$ . . . . .	14
8.5	График 2. При температуре $T = 30\text{ }^{\circ}\text{C}$ . . . . .	15
8.6	График 3. При температуре $T = 40\text{ }^{\circ}\text{C}$ . . . . .	15
8.7	График 4. При температуре $T = 50\text{ }^{\circ}\text{C}$ . . . . .	16
8.8	График 5. При температуре $T = 60\text{ }^{\circ}\text{C}$ . . . . .	16
8.9	График 6. Сравнение зависимостей при разных температу- рах. . . . .	17

---

8.10 График 7. Поиск констант Ван-дер-Ваальса. . . . .	18
--	----

---

# 1 Аннотация

В данной работе исследует эффект Джоуля-Томсона. А именно измеряется изменение температуры углекислого газа при протекании через малопроницаемую перегородку. Помимо этого вычисляются константы Ван-дер-Ваальса, а также температура инверсии дифференциального эффекта Джоуля-Томсона.

## 2 Теоретические сведения

Эффект Джоуля-Томсона - явление изменения температуры газа, адиабатически и медленно (так, что удельная кинетическая энергия много меньше энтальпии газа) протекающего под действием постоянной разности давлений. Если изменения давления газа вследствие эффекта Джоуля-Томсона много меньше самого давления, то такой эффект называется дифференциальным. В противном случае - интегральным.

Пусть по разные стороны пористой перегородки, через которую протекает газ, установлены давления  $P_1$  и  $P_2$ , причём  $P_1 > P_2$ ,  $P_2$  - атмосферное давление.

Так как разность давлений по обе стороны перегородки поддерживается постоянной и газ движется медленно, то поток газа является стационарным. Воспользуемся уравнением Бернулли:

$$\varepsilon + \frac{P}{\rho} = \text{const}, \quad (1)$$

где  $\varepsilon$  - удельная<sup>1</sup> полная энергия газа,  $P$  - давление газа,  $\rho$  - его плотность. Ясно, что:

$$\varepsilon = \frac{v^2}{2} + \varphi + u, \quad (2)$$

где  $\varphi$  - удельная потенциальная энергия во внешнем поле,  $u$  - удельная внутренняя энергия,  $v$  - скорость газа в данной точке линии тока. Считаем, что в нашей задаче  $\varphi$  - величина постоянная на протяжении всего

---

<sup>1</sup>Здесь и далее под удельной величиной понимается она сама, отнесённая к массе тела

эксперимента (если  $\phi$  - удельная потенциальная энергия в поле тяжести, то она не меняется, так как движение газа горизонтально, или меняется пренебрежимо мало; другие формы  $\phi$  в рамках данной задачи рассматривать не имеет смысла). С учётом этого уравнение (1) примет вид:

$$u + \frac{P}{\rho} + \frac{v^2}{2} = \text{const} \quad (3)$$

Заметим, что величина  $u + \frac{v^2}{2} = i$  - удельная энтальпия газа. Окончательно получаем:

$$i + \frac{v^2}{2} = \text{const} \quad (4)$$

В процессе Джоуля-Томсона вторым слагаемым в формуле (4) можно пренебречь по сравнению с первым (какие условия для этого должны соблюдаться, будет показано далее). Тогда исследуемый процесс является процессом при постоянной энтальпии.

Получим выражение для перепада температур в дифференциальном эффекте Джоуля-Томсона.

$$\begin{aligned} dI &= \left( \frac{\partial I}{\partial T} \right)_P \cdot dT + \left( \frac{\partial I}{\partial P} \right)_T \cdot dP = 0; \left( \frac{\partial I}{\partial P} \right)_T = V - T \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P; \left( \frac{\partial I}{\partial T} \right)_P = C_P \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left( \frac{\partial T}{\partial P} \right)_I = \frac{T(\partial V / \partial T)_P - V}{C_P} \end{aligned} \quad (5)$$

Так как  $P, V, T$  - функции состояния, то

$$\left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_P = - \left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_T \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_V = - \frac{(\partial P / \partial T)_V}{(\partial P / \partial V)_T} \quad (6)$$

Подставим (6) в (5):

$$\left( \frac{\partial T}{\partial P} \right)_I = - \frac{T(\partial P / \partial T)_V + V(\partial P / \partial V)_T}{C_P(\partial P / \partial V)_T} \quad (7)$$

Из уравнения Ван-дер-Ваальса находим:

$$\left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_V = \frac{R}{V-b}; \left( \frac{\partial P}{\partial V} \right)_T = \frac{2a}{V^3} - \frac{RT}{(V-b)^2} \quad (8)$$

Подставим (8) в (7):

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_I = -\frac{bRT/(V-b)^2 - 2a/V^2}{C_p(\partial P/\partial V)_T} \quad (9)$$

В дифференциальном эффекте Джоуля-Томсона считается, что изменение давления мало по сравнению с ним самим, поэтому можно приближённо считать, что

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_I \approx \frac{\Delta T}{\Delta P}$$

Окончательно получаем:

$$\boxed{\frac{\Delta T}{\Delta P} = -\frac{bRT/(V-b)^2 - 2a/V^2}{C_p(\partial P/\partial V)_T}}$$

Для достаточно разреженных газов ( $b \ll V$ ) разложением в ряд Тейлора получаем:

$$\frac{1}{(V-b)^2} \approx \frac{1}{V^2} + \frac{2b}{V^3}$$

Откуда:

$$\frac{bRT}{(V-b)^2} \approx \frac{bRT}{V^2} - \frac{2b^2RT}{V^3} - \frac{2a}{V^2} \approx \frac{bRT}{V^2} - \frac{2a}{V^2}$$

Величину  $\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T$  можно найти из уравнения состояния идеального газа:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T = -\frac{RT}{V^2}$$

Окончательно для достаточно разреженного газа имеем:

$$\boxed{\frac{\Delta T}{\Delta P} = \frac{2a/RT - b}{C_p}} \quad (10)$$

Из последней формулы легко получить температуру инверсии дифференциального эффекта Джоуля-Томсона, т.е. ту температуру, при которой  $\Delta T = 0$ .

$$\boxed{T_{\text{инв}} = \frac{2a}{Rb} = \frac{27}{4} T_K} \quad (11)$$

Ясно, что если температура ниже температуры инверсии, то газ охлаждается, если выше - нагревается.

Рассмотрим вопрос о том, при каком условии можно пренебречь удельной кинетической энергией газа по сравнению с его удельной энтальпией. Для состояний 1 и 2 некоторого газа запишем (4) в виде

$$i_1 - i_2 = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2}$$

Перейдём от удельных величин к молярным:

$$\frac{U_1 + P_1 V_1}{\nu} - \frac{U_2 + P_2 V_2}{\nu} = \frac{\mu(v_2^2 - v_1^2)}{2}$$

Далее,  $U = \nu C_V T$  (верно в общем случае),  $PV = \nu RT$  (верно в приближении идеального газа; так как производится оценка, то так поступить можно). Тогда:

$$(R + C_V)(T_1 - T_2) = \frac{\mu(v_2^2 - v_1^2)}{2} \Rightarrow \Delta T = \frac{\mu}{2C_p}(v_2^2 - v_1^2)$$

В условиях данного опыта: расход  $Q$  газа на выходе из пористой перегородки  $\leq 10 \frac{\text{см}^3}{\text{с}}$ , а диаметр  $d$  трубки равен 3 мм. Поэтому:

$$v_2 \leq \frac{4Q}{\pi d^2} \approx 140 \frac{\text{см}}{\text{с}}$$

Также скорость  $v_1$  у входа в пробку относится к скорости  $v_2$  у выхода из неё как давление  $P_2$  относится к давлению  $P_1$ . В данной работе:  $P_1 = 4$  атм,  $P_2 = 1$  атм. Поэтому

$$v_1 = \frac{P_2}{P_1} v_2 = 35 \frac{\text{см}}{\text{с}}$$

Для углекислого газа:  $\mu = 44 \frac{\text{г}}{\text{моль}}$ ,  $C_p = 40 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ . Поэтому:

$$\Delta T = \frac{\mu}{2C_p}(v_2^2 - v_1^2) = 7 \cdot 10^{-4} \text{ К},$$

что на 4 порядка меньше характерного изменения температуры в дифференциальном эффекте Джоуля-Томсона. Поэтому в данном опыте можно пренебречь кинетической энергией газа по сравнению с его энтальпией.

### 3 Экспериментальная установка

Схема экспериментальной установки представлена на рисунке 1. Основным элементом установки является трубка 1 с пористой перегородкой 2, через которую пропускается углекислый газ. Трубка имеет длину 80 мм и сделана из нержавеющей стали (обладает малой теплопроводностью). Диаметр трубки  $d = 3$  мм, толщина стенок 0,2 мм. Пористая перегородка расположена в конце трубки и представляет собой стеклянную пористую пробку со множеством узких и длинных каналов. Толщина пробки:  $l = 5$  мм.

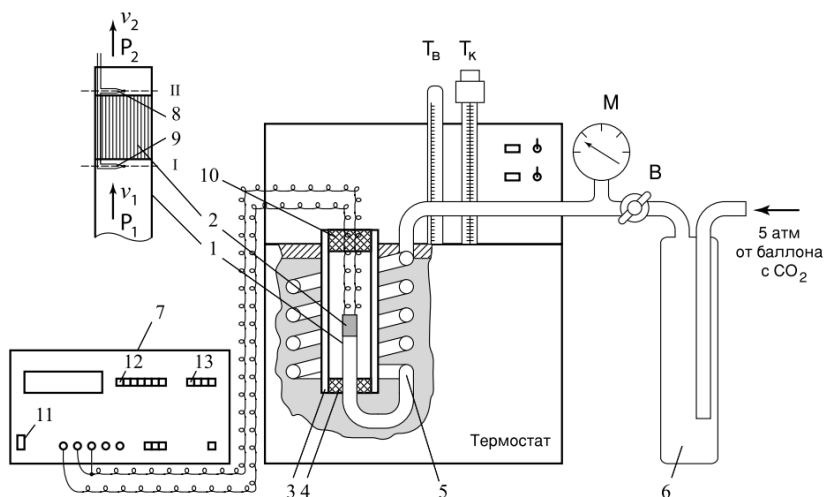


Рис. 1. Схема установки для изучения эффекта Джоуля-Томсона

Углекислый газ под повышенным давлением поступает в трубку через змеевик 5 из балластного баллона 6. Медный змеевик омывается водой и нагревает медленно протекающий через него раз до температуры воды в термостате. Температура воды устанавливается и поддерживается при помощи контактного термометра  $T_k$ .

Давление газа в трубке измеряется манометром  $M$  и регулируется вентилем  $B$ . Так как углекислый газ после пористой перегородки выхо-



---

дит в область с атмосферным давлением, то манометр измеряет перепад давлений на входе и выходе трубки.

Разность температур газа до перегородки и после неё измеряется дифференциальной термопарой медь-константан. Константановая проволока диаметром 0,1 мм соединяет спаи 8 и 9, а медные проволоки того же диаметра подсоединены к цифровому вольтметру 7. Отвод тепла через проволоку столь малого сечения пренебрежимо мал.

Для уменьшения теплоотвода трубка с пористой перегородкой помещена в трубу Дьюара 3, стенки которой посеребрены для уменьшения теплоотдачи за счёт излучения. Для уменьшения теплопередачи за счёт конвекции один конец трубу Дьюара уплотнён кольцом 4, а другой закрыт пробкой 10 из пенопласта.

## 4 Методика измерений

В процессе Джоуля-Томсона газ испытывает трение внутри пористой перегородки, что приводит к его нагреву. Такие потери энергии могут исказить результаты эксперимента. Таким образом, при проведении опыта необходимо дождаться установления стационарного распределения температуры в трубке. При этом, если теплоизоляция достаточно хороша, газ будет "уносить с собой" всё выделенное им тепло.

## 5 Оборудование

Как уже было отмечено выше, разность температур измеряется термопарой, подсоединённой к вольтметру. Погрешность измерений вольтметра составляет  $\Delta_U = 0,005$  мВ.

Манометр, используемые в эксперименте имеет шкалу на 100 делений и предел измерений в  $6 \frac{\text{кгс}}{\text{см}^2}$ . Откуда получаем, что отклонение стрелки прибора на одно деление соответствует изменению давления на 5880 Па (считаем, что  $1 \text{ кгс} = 9,8 \text{ Н}$ ). Показания с прибора снимались следующим образом: считалось число делений, на которые отклонилась стрелка; это число приводилось к паскалям умножением на 5880 Па; полученное

---

значение делилось на  $101300 \frac{\text{Па}}{\text{атм}}$ ; так получался перепад давлений в атмосферах. Погрешность измерений манометра составляет 0,25 делений, то есть  $\Delta p = 1470 \text{ Па} \approx 0,01 \text{ атм}$ .

## 6 Обработка полученных результатов

### 6.1 Определение коэффициента дифференциального эффекта Джоуля-Томсона

Измерения проводились следующим образом: для каждого из 5 значений температуры термостата снимались показания с вольтметра при 5 различных значениях давления. Результаты измерений приведены в таблице 1. В данной таблице также приведены значения перепада температуры, рассчитанные по формуле:

$$\Delta T = \frac{U}{\alpha},$$

где  $\alpha$  - коэффициент, связанный с характеристиками термопары и зависящий от температуры. Значения  $\alpha$  при разных температурах приводятся в таблице 2.

По данным таблицы 1 построены графики 1-5, а также для наглядного сравнения прямые с этих графиков изображены вместе на графике 6. Из этих данных согласно методу наименьших квадратов получены значения коэффициентов  $k = \frac{\Delta T}{\Delta p}$  дифференциального эффекта Джоуля-Томсона. Они приведены в таблице 3 вместе со случайным погрешностями.

Систематическую погрешность коэффициента  $k$  нужно считать по формуле:

$$\Delta_k = k \sqrt{\left(\frac{\Delta U}{U}\right)^2 + \left(\frac{\Delta p}{p}\right)^2}$$

В каждой серии измерений (при одной и той же температуре термостата) найдём  $\Delta_k$  для каждого давления, а затем усредним по этим давлениям (найдем среднее квадратичное). Полученное значение сложим (квадратично) со случайной погрешностью. Результаты также приведены в таблице 3.

## 6.2 Определение констант Ван-дер-Ваальса

Запишем уравнение (10) с использованием обозначения  $\frac{\Delta T}{\Delta P} \equiv k$ :

$$k \left( \frac{1}{T} \right) = \frac{2a}{RTC_p} - \frac{b}{C_p}$$

Так как для углекислого газа  $C_p = \frac{7}{2}R$ , то последнее выражение принимает вид:

$$k \left( \frac{1}{T} \right) = \frac{4a}{7R^2} \cdot \frac{1}{T} - \frac{2b}{7R}$$

Прямая, полученная по методу наименьших квадратов и приближающая последнюю формулу, приведена на графике 7. Для данной прямой получено:

$$\xi \equiv \frac{4a}{7R^2} = (660 \pm 180) \frac{K^2}{атм}$$
$$\eta \equiv \frac{2b}{7R} = (1.1 \pm 0.6) \frac{K^2}{атм}$$

Откуда получаем:

$$a = \frac{7}{4} \xi R^2 = (0,79 \pm 0,21) \frac{Па \cdot м^6}{моль^2}$$
$$b = \frac{7}{2} \eta R = (3,2 \pm 1,7) \cdot 10^{-4} \frac{м^3}{моль}$$

Оценивать систематические погрешности констант Ван-дер-Ваальса не имеет смысла, так как уже случайные погрешности имеют один порядок с этими константами.

Теперь по формуле (11) найдём температуру инверсии дифференциального эффекта Джоуля-Томсона.

$$T_{инв} = \frac{2a}{Rb} = (590 \pm 350)K$$

Погрешность  $T_{инв}$  рассчитывалась по формуле:

$$\Delta T = T_{инв} \sqrt{\left( \frac{\Delta a}{a} \right)^2 + \left( \frac{\Delta b}{b} \right)^2}$$

---

## 7 Вывод

В ходе данной работы были вычислены коэффициенты дифференциального эффекта Джоуля-Томсона для разных температур, лежащих на промежутке [20,2; 60] °С. По этим коэффициентам были найдены константы Ван-дер-Ваальса, а также температуру инверсии дифференциального эффекта Джоуля-Томсона. В справочных данных автору удалось найти, что для углекислого газа константы Ван-дер-Ваальса равны

$$a = 0,36 \frac{\text{Па} \cdot \text{м}^6}{\text{моль}^2}; \quad b = 0,43 \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}^3}{\text{моль}}$$

Полученное в ходе работы значение константы  $b$  совпадает с табличным в пределах найденной погрешности. Однако того же нельзя сказать о константе  $a$ . Именно это, по моему мнению, привело к тому, что найденное значение температуры инверсии, не совпадает с теоретическим значением, которое приближённо равняется 2000K.

На мой взгляд, основным источником погрешностей в данной работе послужил вольтметр, так как при каждом измерении на его дисплее всего одна/две значащие цифры не менялись, остальные флуктуировали. Также для перепадов давления 2-3 атм в труде удавалось поддерживать давление постоянным с помощью вентиля: оно изменялось в среднем на половину деления за время одного измерения.

Для увеличения точности эксперимента предлагаю использовать более точные вольтметр (или термопару), а также автоматизировать поддержание постоянства перепада давлений.

## 8 Приложения

### 8.1 Таблица 1. Результаты измерений.

$\Delta P(U)$ при разных $T$				
№ изм.	$\Delta P$ , атм	$U$ , мкВ	$T$ , °C	$\Delta T$ , °C
1	3,95	160	20,2	3,93
	3,42	130	20,2	3,19
	2,90	110	20,2	2,70
	2,38	80	20,3	1,97
	1,86	60	20,3	1,47
2	3,95	150	30,0	3,61
	3,42	120	30,1	2,88
	2,90	100	30,1	2,40
	2,38	80	30,0	1,92
	1,86	50	30,0	1,20
3	3,95	140	40,0	3,29
	3,42	120	40,0	2,82
	2,90	90	40,0	2,12
	2,38	70	40,0	1,65
	1,86	50	40,0	1,18
4	3,95	130	50,0	3,00
	3,42	110	50,0	2,54
	2,90	90	50,0	2,08
	2,38	70	50,0	1,62
	1,86	50	50,0	1,15
5	3,95	130	60,0	2,95
	3,42	100	60,0	2,27
	2,90	80	60,0	1,81
	2,38	60	60,0	1,36
	1,86	40	60,0	0,91

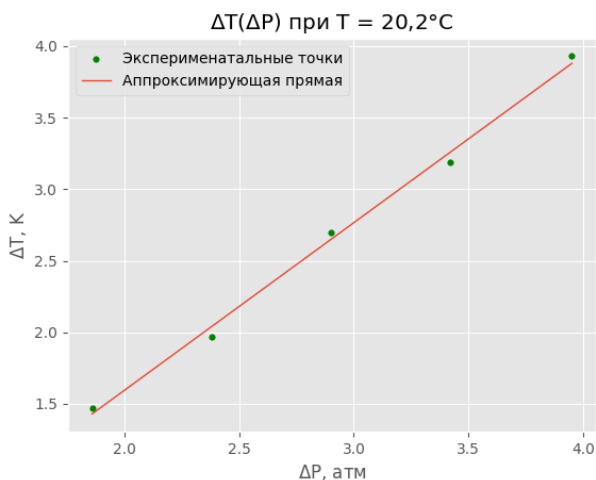
## 8.2 Таблица 2. Температурная зависимость коэффициента $\alpha$ .

Температуры, °C	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
мкВ/°C	38,9	39,8	40,7	41,6	42,5
Температуры, °C	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
мкВ/°C	43,3	44,1	44,9	45,6	46,4

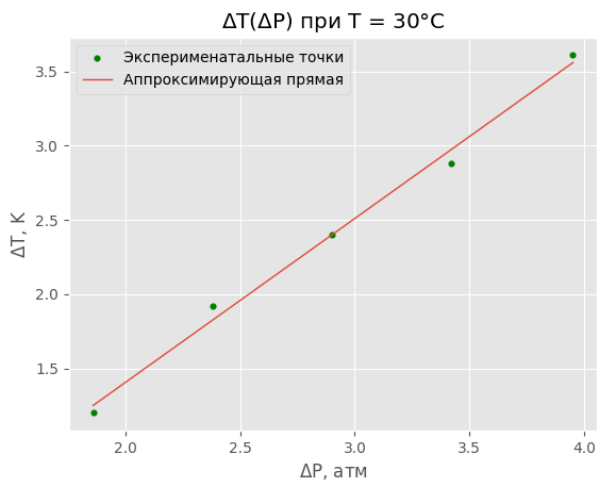
## 8.3 Таблица 3. Коэффициент дифференциального эффекта Джоуля-Томсона при разных температурах.

T, °C	k, K/атм	$\Delta_k^{\text{случ}}$ , K/атм	$\Delta_k^{\text{сист}}$ , K/атм	$\Delta_k$ , K/атм
20,2	1,18	0,04	0,066	0,08
30	1,11	0,05	0,069	0,09
40	1,03	0,04	0,067	0,08
50	0,885	0,003	0,058	0,07
60	0,96	0,05	0,075	0,09

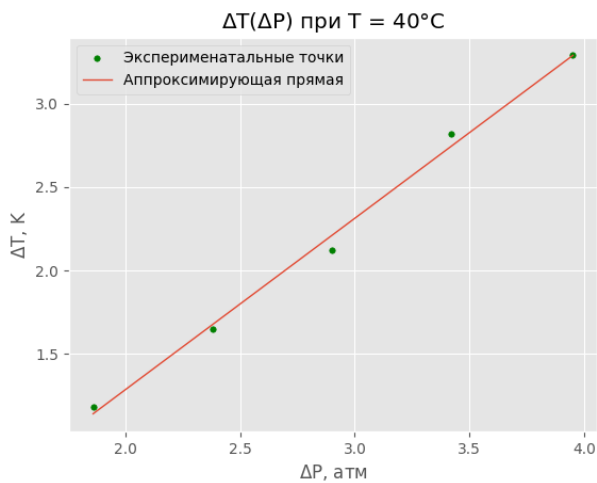
## 8.4 График 1. При температуре T = 20,2 °C.



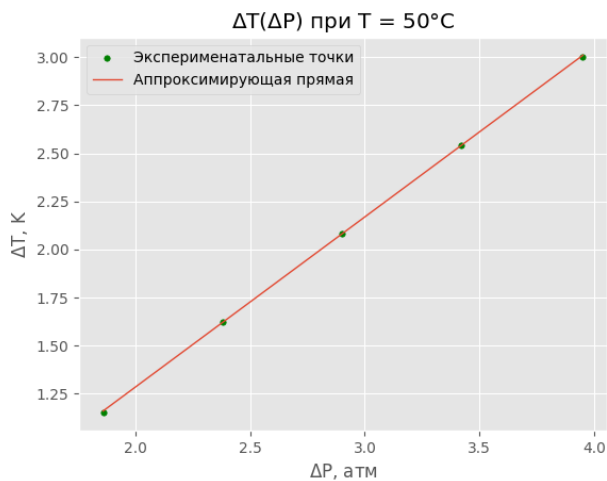
## 8.5 График 2. При температуре $T = 30\text{ }^{\circ}\text{C}$ .



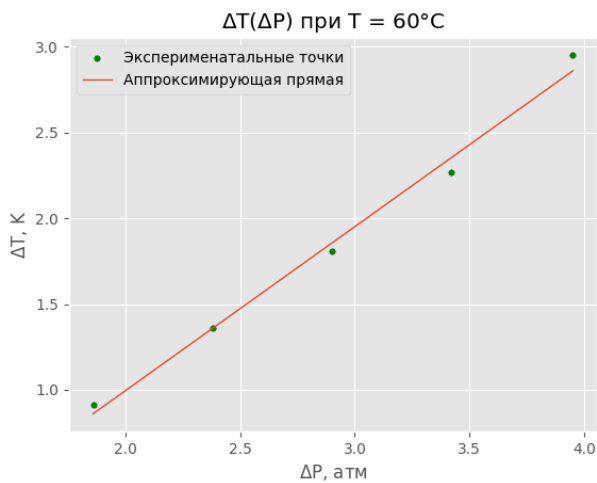
## 8.6 График 3. При температуре $T = 40\text{ }^{\circ}\text{C}$ .



### 8.7 График 4. При температуре $T = 50\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

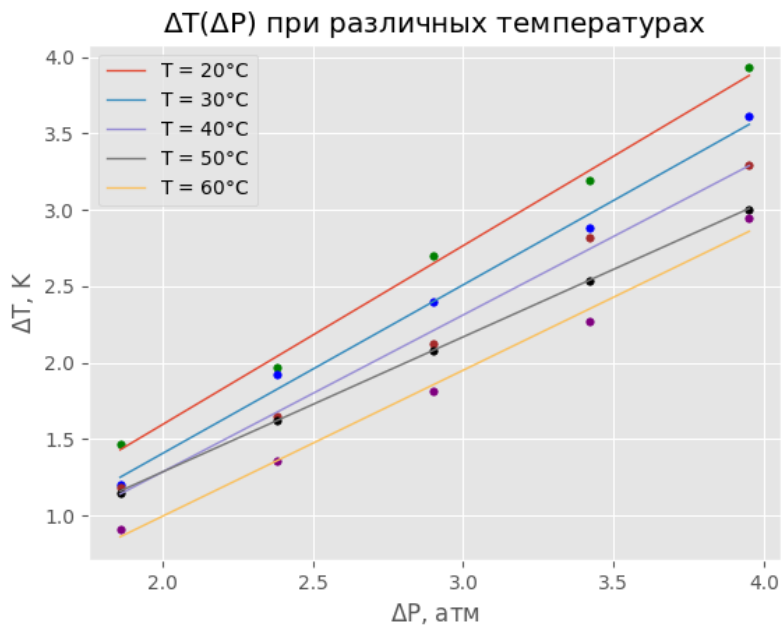


### 8.8 График 5. При температуре $T = 60\text{ }^{\circ}\text{C}$ .





## 8.9 График 6. Сравнение зависимостей при разных температурах.



## 8.10 График 7. Поиск констант Ван-дер-Ваальса.

