

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)  
ФИЗТЕХ-ШКОЛА РАДИОТЕХНИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ  
ТЕХНОЛОГИЙ

Работа 2.1.2.  
Определение  $\frac{C_p}{C_v}$  методом  
адиабатического расширения  
газа

Работу выполнил:  
Долгов Александр Алексеевич, группа Б01-106

Долгопрудный, 2022

# Содержание

|          |   |          |
|----------|---|----------|
| <b>1</b> | <b>Аннотация . . . . .</b>                                  | <b>3</b> |
| <b>2</b> | <b>Экспериментальная установка . . . . .</b>                | <b>3</b> |
| <b>3</b> | <b>Теоретические сведения . . . . .</b>                     | <b>3</b> |
| <b>4</b> | <b>Оборудование и экспериментальные погрешности . . . .</b> | <b>5</b> |
| <b>5</b> | <b>Обработка полученных результатов . . . . .</b>           | <b>6</b> |
| 5.1      | Получение оценки для величины $\Delta t_T$ . . . . .        | 6        |
| 5.2      | Измерение показателя адиабаты . . . . .                     | 6        |
| <b>6</b> | <b>Вывод . . . . .</b>                                      | <b>7</b> |
| <b>7</b> | <b>Приложения . . . . .</b>                                 | <b>8</b> |

# 1 Аннотация

В данной работе было определено отношение  $\frac{C_p}{C_v}$  путём проведения многократных измерений давления в сосуде, наполненном воздухом, над которым совершался адиабатический процесс с последующим нагреванием газа до комнатной температуры.

## 2 Экспериментальная установка

В работе используется установка, состоящая из стеклянного сосуда А (объёмом  $\approx 20$  л), снабжённого краном К, U-образного жидкостного манометра. Схема установки показана на рисунке 1. Избыточное давление создаётся с помощью резиновой груши, соединённой с сосудом трубкой с краном  $K_1$ .

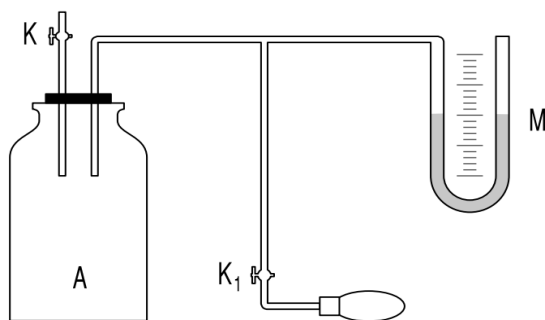


Рис. 1. Установка для определения  $C_p/C_v$  методом адиабатического расширения газа

## 3 Теоретические сведения

В начале опыта в сосуде находится воздух при комнатной температуре и давлении, превышающем атмосферное. После открытия крана К давление и температура газа будут понижаться. Такой процесс приближённо можно считать адиабатическим. Такое утверждение основано на

---

том, что равновесие по давлению устанавливается значительно быстрее, чем по температуре. Поэтому

$$\Delta t_p \ll \Delta t_T, \quad (1)$$

где  $\Delta t_p$  и  $\Delta t_T$  - соответственно времена выравнивания давления и температуры.

Если открыть кран К на время  $\Delta t$ , удовлетворяющее условию:

$$\Delta t_p \ll \Delta t \ll \Delta t_T \quad (2)$$

то теплообменом через стенки сосуда за время  $\Delta t$  можно пренебречь и считать процесс адиабатическим.

Индексом "1" будем обозначать состояние газа после повышения давления с сосуда и выравнивания температуры с комнатной, индексом "2" - сразу после открытия крана и выравнивания давления с атмосферным.

Из уравнения адиабаты и уравнения Менделеева-Клапейрона получим:

$$TV^{\gamma-1} = \text{const}, PV = \nu RT \Rightarrow \frac{T^\gamma}{P^{\gamma-1}} = \text{const} \quad (3)$$

Откуда получаем:

$$\left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^\gamma \quad (4)$$

Давление  $P_2$  после адиабатического расширения газа равно атмосферному давлению  $P_0$ , а температура  $T_2$  будет ниже комнатной температуры  $T_1$ .

После того, как кран К будет закрыт, произойдёт медленное изохорное нагревание газа до комнатной температуры со скоростью, определяемой теплопроводностью стеклянных стенок сосуда. Система достигнет равновесия за время порядка  $\Delta t_T$ . Давление в этом состоянии равно  $P_3$ . Изохорный процесс описывается законом Гей-Люссака:

$$\frac{P_2}{T_2} = \frac{P_3}{T_1} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{P_3}{P_2} \quad (5)$$

Подставим (5) в (4) и учтём, что  $P_2 = P_0$ :

$$\left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{P_3}{P_0}\right)^{\gamma} \Rightarrow \quad (6)$$

Отсюда получаем:

$$\gamma = \frac{\ln(P_1/P_0)}{\ln(P_1/P_3)} \quad (7)$$

В условия данной работы давления  $P_1$  и  $P_3$  отличаются от атмосферного давления  $P_0$  на малую величину, измеряемую жидкостным манометром. Введём обозначения:  $P_1 = P_0 + \rho g \Delta h_1$ ,  $P_3 = P_0 + \rho g \Delta h_2$ , где  $\rho$  - плотность жидкости (воды),  $g$  - ускорение свободного падения,  $\Delta h_1, \Delta h_2$  - разница в высоте водяных столбов в соседних коленях манометра.

$$\gamma = \frac{\ln(1 + \rho g \Delta h_1 / P_0)}{\ln(1 + \rho g \Delta h_1 / P_0) - \ln(1 + \rho g \Delta h_2 / P_0)} \approx \frac{\Delta h_1}{\Delta h_1 - \Delta h_2} \quad (8)$$

Пусть высота столба воды в колене манометра, соединённом с сосудом равна  $h$ , а во втором колене -  $h'$ , тогда справедливы уравнения:  $h' - h = \Delta h$  и  $h + h' = 2h_0$ , где  $h_0$  - высота столбов воды в том случае, когда она одинакова для обоих столбов. Отсюда получаем:  $\Delta h = 2(h_0 - h)$ . В работе производилось измерение именно величины  $h$ , а не  $\Delta h$ . Окончательно получаем:

$$\gamma = \frac{h_0 - h_1}{h_2 - h_1} \quad (9)$$

## 4 Оборудование и экспериментальные погрешности

В качестве прибора, измеряющего высоту водяного столба использовалась шкала, являющаяся частью U-образной трубки манометра.

---

Погрешность измерения данной шкалы равна половине цены деления:

$$\sigma_h = 0,5 \text{ мм}$$

Была измерена величина  $h_0$ :

$$h_0 = (181.0 \pm 0.5) \text{ мм}$$

Для установления зависимости  $h(t)$  использовалась камера мобильного телефона, оборудованная встроенным секундомером. Его погрешностью мы пренебрегаем, так как нахождение зависимости  $h(t)$  нужно лишь для оценки порядка величины  $\Delta t_T$ .

## 5 Обработка полученных результатов

### 5.1 Получение оценки для величины $\Delta t_T$

Сосуда А был наполнен воздухом до давления, превышающего атмосферное. Затем проводилось измерение зависимости высоты  $h$  водяного столба в колене, сообщенном с сосудом, от времени. Результаты измерений приведены в таблице 1. и визуальнo отражены на графике 1.

Из полученных данных видно, что давление в сосуде перестало понижаться по прошествии времени  $\Delta t_T \approx 50 \text{ с}$ .

### 5.2 Измерение показателя адиабаты

Проводилось 3 серии измерений. В первой кран К открывался приблизительно на время  $\Delta t = 0,5 \text{ с}$ , во второй - на  $\Delta t = 1 \text{ с}$ , в третьей - на  $\Delta t = 1,5 \text{ с}$ . Результаты измерений величин  $h_1$ ,  $h_2$ , а также результаты расчёта величины  $\gamma$  и её погрешности для указанных значений  $\Delta t$  приведены в таблице 2. По средним значениям величины  $\gamma$  (усреднение по всем измерениям в серии) построен график 1.

Линейной аппроксимацией экспериментальных точек получена зависимость:

$$\gamma = A\Delta t + B$$

$$A = (-0,063 \pm 0,013) \frac{1}{\text{с}}$$

$$B = 1,43 \pm 0,01$$

При  $\Delta t \approx 0,1$  с давление уже почти сравнивается с атмосферным, но теплопроводностью ещё можно пренебречь. Найдём  $\gamma(0,1 \text{ с})$ :

Случайную погрешность величины  $\gamma$  найдём по формуле:

$$\sigma_\gamma = \sqrt{\left(\frac{\partial \gamma}{\partial A} \sigma_A\right)^2 + \left(\frac{\partial \gamma}{\partial B} \sigma_B\right)^2} = \sqrt{(\sigma_A \Delta t)^2 + (\sigma_B)^2}$$

Систематическую погрешность искать не будем, так как искомое значение  $\gamma$  получается экстраполяцией экспериментальных данных.

$$\gamma = \gamma(0,1 \text{ с}) \approx 1,43 \pm 0,01$$

$$\frac{\sigma_\gamma}{\gamma} \approx 0,7\%$$

## 6 Вывод

В ходе данной работы получено значение показателя адиабаты для воздуха. Автором было найдено табличное значение  $\gamma = 1,4$  для воздуха при  $T = 20^\circ \text{C}$  (википедия). Таким образом, найденное в работе значения отличается от истинного на  $\approx 2\%$ , что больше относительной погрешности  $\gamma$ .

Считаю, что подобное отклонение от "истинного" значения вызвано неточностью значений промежутков времени, в течение которых был открыт кран К. Данное время в ходе работы не было измерено точно, а лишь оценивалось по личным ощущениям (в силу малости промежутков времени как-либо их измерить затруднительно). Таким образом, именно погрешность величины  $\Delta t$  вносит наибольший вклад в погрешность  $\sigma_\gamma$ , но этот вклад не был рассчитан.

---

Для улучшения точности измерений оптимальным вариантом является создание или применение уже готового механизма, который открывал бы кран К (или любым другим способом сообщал бы сосуд с атмосферой) на строго определённое время.

## 7 Приложения

Таблица 1. Зависимость  $h(t)$  после прекращения накачки воздуха

| $t, c$ | $h, cm$ |
|--------|---------|
| 0      | 4,9     |
| 5      | 5       |
| 10     | 5,1     |
| 15     | 5,15    |
| 20     | 5,2     |
| 25     | 5,2     |
| 30     | 5,25    |
| 35     | 5,25    |
| 40     | 5,25    |
| 45     | 5,25    |
| 50     | 5,3     |
| 55     | 5,3     |
| 60     | 5,3     |
| 65     | 5,3     |
| 70     | 5,3     |
| 75     | 5,3     |
| 80     | 5,3     |
| 85     | 5,3     |
| 90     | 5,3     |



График 1. Зависимость  $h(t)$  после прекращения накачки воздуха

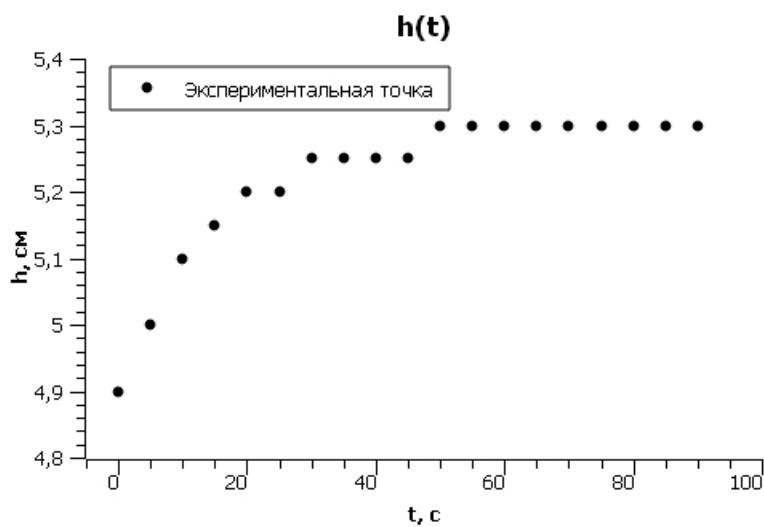


Таблица 2. Измерения высоты водяного столба

| $\Delta t \approx 0,5 \text{ с}$ |                   | $\gamma$ | $\Delta\gamma$ | $\langle\gamma\rangle$ | $\Delta\langle\gamma\rangle$ |
|----------------------------------|-------------------|----------|----------------|------------------------|------------------------------|
| $h_1, \text{ мм}$                | $h_2, \text{ мм}$ |          |                |                        |                              |
| 53                               | 144               | 1,407    | 0,009          | 1,41                   | 0,01                         |
| 67                               | 149               | 1,390    | 0,01           |                        |                              |
| 48                               | 144               | 1,385    | 0,009          |                        |                              |
| 64                               | 147               | 1,410    | 0,01           |                        |                              |
| 58                               | 143               | 1,447    | 0,01           |                        |                              |
| 44                               | 143               | 1,384    | 0,009          |                        |                              |
| 55                               | 144               | 1,416    | 0,01           |                        |                              |
| $\Delta t \approx 1 \text{ с}$   |                   | $\gamma$ | $\Delta\gamma$ | $\langle\gamma\rangle$ | $\Delta\langle\gamma\rangle$ |
| $h_1, \text{ мм}$                | $h_2, \text{ мм}$ |          |                |                        |                              |
| 64                               | 148               | 1,390    | 0,014          | 1,37                   | 0,01                         |
| 67                               | 151               | 1,360    | 0,014          |                        |                              |
| 68                               | 151               | 1,360    | 0,014          |                        |                              |
| 68                               | 151               | 1,360    | 0,014          |                        |                              |
| 47                               | 146               | 1,350    | 0,012          |                        |                              |
| 41                               | 144               | 1,360    | 0,011          |                        |                              |
| 52                               | 146               | 1,370    | 0,012          |                        |                              |
| $\Delta t \approx 1,5 \text{ с}$ |                   | $\gamma$ | $\Delta\gamma$ | $\langle\gamma\rangle$ | $\Delta\langle\gamma\rangle$ |
| $h_1, \text{ мм}$                | $h_2, \text{ мм}$ |          |                |                        |                              |
| 50                               | 148               | 1,340    | 0,014          | 1,34                   | 0,01                         |
| 37                               | 144               | 1,350    | 0,014          |                        |                              |
| 48                               | 146               | 1,360    | 0,014          |                        |                              |
| 40                               | 144               | 1,360    | 0,014          |                        |                              |
| 55                               | 150               | 1,330    | 0,012          |                        |                              |
| 84                               | 157               | 1,330    | 0,011          |                        |                              |

График 2.  $\gamma(\Delta t)$

