

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)
ФИЗТЕХ-ШКОЛА РАДИОТЕХНИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ
ТЕХНОЛОГИЙ

Работа 2.2.3. Определение теплопроводности газов при атмосферном давлении

Работу выполнил:
Долгов Александр Алексеевич, группа Б01-106

Долгопрудный, 2022

Содержание

1	Аннотация	3
2	Теоретические сведения	3
2.1	Получение расчётной формулы	3
2.2	Оценка времени установления равновесия	4
2.3	Пределы применимости теории	5
3	Экспериментальная установка	5
4	Методика измерений	6
5	Обработка полученных результатов	7
6	Вывод	8
7	Приложения	9
7.1	Таблица 1. Нагрузочная характеристика	9
7.2	Таблица 2. Параметры наилучших прямых.	9
7.3	Таблица 3. Параметры dQ/dT	10
7.4	Таблица 4. Теплопроводности при разных температурах . .	10
7.5	График 1. $R(P)$ при $T = 22\text{ }^{\circ}\text{C}$	11
7.6	График 2. $R(P)$ при $T = 30\text{ }^{\circ}\text{C}$	11
7.7	График 3. $R(P)$ при $T = 40^{\circ}\text{C}$	12
7.8	График 4. $R(P)$ при $T = 50\text{ }^{\circ}\text{C}$	12
7.9	График 5. $R(P)$ при $T = 60\text{ }^{\circ}\text{C}$	13
7.10	График 6. $R(T)$	13
7.11	График 6. $R(T)$	14

1 Аннотация

В данной работе определяется коэффициент теплопроводности воздуха при постоянном атмосферном давлении и разных температурах. Для этого исследуется процесс теплоотдачи нити, нагреваемой током.

2 Теоретические сведения

2.1 Получение расчётной формулы

Теплопроводность - процесс выравнивания температуры в теле, вызванный обменом энергией между более и менее нагретыми частями тела; макроскопическое движение вещества при этом не происходит.

Пусть режим передачи тепла установившийся, то есть температура в каждой точке системы не меняется со временем. Пусть q - плотность потока тепла ($[q] = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$), распространяющегося в некотором направлении, $\frac{dT}{dr}$ - градиент температуры в этом направлении, тогда справедливо уравнение:

$$q = -\kappa \frac{dT}{dr}, \quad (1)$$

где κ ($[\kappa] = \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$) - коэффициент теплопроводности.

В нашей работе источником тепла является нагретая нить, расположенная в цилиндрическом сосуде. Поэтому можно считать, что плотность потока по любому из направлений, перпендикулярных оси цилиндра, постоянна во времени и её величина не зависит от направления. Таким образом, полный поток тепла можно найти по формуле:

$$P = -2\pi r L \kappa \frac{dT}{dr}, \quad (2)$$

где L - высота цилиндрического сосуда, r - его радиус. Выполнив интегрирование уравнения (2), получим:

$$T_r - T_R = \frac{P}{2\pi \kappa L} \ln \frac{R}{r}, \quad (3)$$

где T_r и T_R - температуры на расстоянии r и R от оси цилиндра. Из уравнения (3) получим формулу для вычисления коэффициента теплопроводности:

$$\kappa = \frac{P}{2\pi L(T_r - T_R)} \ln \frac{R}{r} \quad (4)$$

2.2 Оценка времени установления равновесия

Рассмотрим плоский слой газа при постоянном давлении толщиной dx и сечением S . Пусть температура одной из граней изменилась на dT . Тогда возникнет поток тепла, плотность которого может быть найдена из закона Фурье (1).

Для изменения температуры всего слоя ему нужно сообщить количество теплоты, равное $c_p n S dx \cdot dT$, где c_p - молярная теплоёмкость при постоянном давлении, приходящаяся на одну молекулу, n - концентрация молекул газа.

Пусть характерное время перехода в состояние теплового равновесия равно τ . Тогда тепло, поступившее в систему за это время равно $qS\tau = \kappa \frac{dT}{dx} S\tau$.

Таким образом, получаем:

$$\kappa \frac{dT}{dx} S\tau = c_p n S dx dT \Rightarrow \tau \sim \frac{c_p n dx^2}{\kappa}$$

Вводя обозначение, $\chi = \frac{\kappa}{nc_p}$ - температуропроводность среды $\left([\chi] = \frac{m^2}{c}\right)$, получаем окончательную оценку:

$$\tau \sim \frac{dx^2}{\chi}$$

Воздух при нормальных условиях обладает температуропроводностью порядка $\chi \sim 0,2 \frac{cm^2}{c}$. Радиус цилиндрического сосуда в установке имеет порядок $dx \sim 1$ см. Поэтому характерное время установления теплового равновесия имеет порядок $\tau \sim 5$ с.

2.3 Пределы применимости теории

Закон Фурье (1) применим к задачам макроскопического уровня и нарушается, когда характерные размеры задачи оказываются соизмеримыми с длиной свободного пробега молекул. В данной работе таких отклонений от теории наблюдаться не должно, поскольку при атмосферном давлении длина свободного пробега молекул воздуха имеет порядок $\lambda \sim 10^{-5}$ см, что заведомо на несколько порядков радиуса нити (наименьшего размера в работе).

Для минимизации возникновения конвекции установка расположена вертикально.

3 Экспериментальная установка

Схема установки представлена на рисунке 1. Она представляет из себя полую цилиндрическую трубку с внутренним диаметром $2R = (10,0 \pm 0,1)$ мм, на оси которой расположена молибденовая нить с диаметром $2r = (0,050 \pm 0,005)$ мм и длиной $L = 347$ мм (погрешность на установке не была указана). Полость трубки заполнена воздухом и через небольшое отверстие сообщается с атмосферой (таким способом осуществляется поддержание постоянства давления). Стенки трубки помещены в кожух, через который пропускается вода, что обеспечивает постоянство температуры стенок.

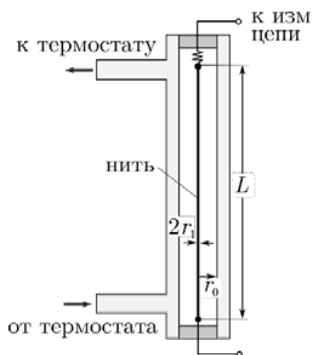


Рис 1. Схема установки

Молибденовая нить является одновременно источником тепла и термометром сопротивления. Сопротивление нити является однозначной функцией температуры и может быть найдено из таблиц, так как материал нити и её геометрические размеры известны. Также сопротивление может быть получено из закона Ома:

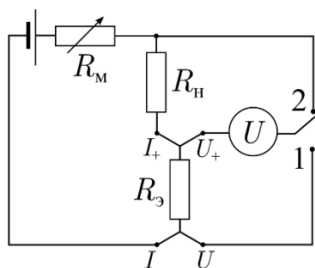


Рис 2. Электрическая схема измерения сопротивления

вольтметра равен 0,01, то его сопротивление можно считать бесконечно большим, а тогда $I_1 \approx I_2$. Отсюда, применив закон Ома, получаем:

$$R_H = R_3 \frac{U_2}{U_1} \quad (6)$$

4 Методика измерений

Чем выше сила тока, тем точнее будет измерена как она, так и напряжение на нагрузке. Однако мощность тока выделяемая на проводнике в ходе протекания тока $P \sim I^2$. Вследствие этого температура резистора становится выше, чем у объекта, температуру которого нужно измерить.

Решением данной проблемы является построение зависимости $R(P)$ и её экстраполяция к мощности $P \rightarrow 0$. Это позволит найти сопротивление нити R_0 , при котором её температура равна температуре термостата.

$$R = \frac{U}{I} \quad (5)$$

В данной работе для измерения сопротивления нити используется электрическая схема, изображённая на рисунке 2. В ней присутствуют единственный вольтметр и эталонное сопротивление $R_3 = 10,000$ Ом. Если переключатель находится в положении 2, то вольтметр измеряет напряжение на нити R_H , если в положении 1 - на эталонном сопротивлении.

Пусть напряжение, измеряемое вольтметром в положении 1 равно U_1 , а в положении 2 - U_2 , а токи, текущие по нити в каждом из этих положений равны I_1 и I_2 соответственно. Так как класс точности

5 Обработка полученных результатов

В ходе работы было проведено 5 серий по 8 (один раз 7) измерений. Температура термостата от серии к серии увеличивалась. Результаты измерений приведены в таблице 1. Также по данным этой таблицы построены графики 1-5, на которых по экспериментальным точкам проведены аппроксимирующие прямые согласно методу наименьших квадратов.

Параметры аппроксимирующих прямых сведём в таблицу 2, а также построим график 6 зависимости R от T , для значений R , соответствующих пересечению с осью Oy на графиках 1-5. Аппроксимирующая прямая с графика 6 определяется параметрами:

$$\frac{dR}{dT} = (44,76 \pm 0,05) \frac{\text{мОм}}{\text{К}}$$

$$R(0) = (1360 \pm 20) \text{мОм}$$

По этим данным можно получить, что сопротивление нити при 0°C равно:

$$R_{273} = (13,58 \pm 0,02) \text{Ом}$$

Также получим температурный коэффициент сопротивления материала нити (молибден):

$$\alpha = \frac{1}{R_{273}} \frac{dR}{dT} = (3,296 \pm 0,006) \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{К}}$$

Далее найдём величины $\frac{dQ}{dT}$ для каждой из температур. Результаты расчётов приведены в таблице 3. Теперь по формуле (4) найдём теплопроводности воздуха при разных температурах. Результаты сведём в таблицу 4. По данным таблицы 4 построим график 7 зависимости $\kappa(T)$. На этом графике проведена аппроксимирующая прямая по методу наименьших квадратов. Параметры прямой с погрешностями:

$$\frac{d\kappa}{dT} = (-0,5 \pm 1,6) \cdot 10^{-5} \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}^2}$$

$$\kappa(0) = (0,035 \pm 0,005) \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$$

6 Вывод

В ходе данной работы были измерены коэффициенты теплопроводности при различных температурах. Хотя по порядку величины полученные значения соответствуют табличным ($0,0259 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$ при $T = 20^\circ\text{C}$ и $0,029 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$ при $T = 60^\circ\text{C}$), даже с учётом погрешности они не совпадают. Также вследствие того, что погрешности коэффициентов теплопроводности по порядку величины такие же, как и разброс значения самих коэффициентов, не удалось получить адекватную зависимость $\kappa(T)$.

7 Приложения

7.1 Таблица 1. Нагрузочная характеристика

Таблица 1. Нагрузочная характеристика при разных температурах										
T = 22.0					T = 30.0					
U ₁ , мВ	U ₂ , мВ	R, Ом	I, мА	P, мВт	U ₁ , мВ	U ₂ , мВ	R, Ом	I, мА	P, мВт	
69,31	100,89	14,557	6,931	0,699	70,61	105,35	14,921	7,061	0,744	
120,90	176,11	14,567	12,090	2,129	147,60	220,36	14,930	14,760	3,253	
175,90	256,42	14,578	17,590	4,510	208,12	310,95	14,941	20,812	6,471	
310,31	453,32	14,609	31,031	14,067	279,79	418,47	14,957	27,979	11,708	
322,62	471,40	14,612	32,262	15,208	340,86	510,78	14,985	34,086	17,410	
353,78	517,31	14,622	35,378	18,301	455,35	683,77	15,016	45,535	31,135	
411,04	601,65	14,637	41,104	24,730	494,05	743,01	15,039	49,405	36,708	
478,71	702,34	14,672	47,871	33,622						
T = 40.0					T = 50.0					
U ₁ , мВ	U ₂ , мВ	R, Ом	I, мА	P, мВт	U ₁ , мВ	U ₂ , мВ	R, Ом	I, мА	P, мВт	
69,70	107,15	15,372	6,970	0,747	75,60	119,54	15,812	7,560	0,904	
134,21	206,35	15,375	13,421	2,769	171,26	271,10	15,830	17,126	4,643	
200,48	308,48	15,387	20,048	6,184	217,02	343,73	15,839	21,702	7,460	
276,86	426,53	15,406	27,686	11,809	296,14	469,64	15,859	29,614	13,908	
348,01	536,89	15,427	34,801	18,684	355,77	564,98	15,880	35,577	20,100	
419,87	649,00	15,457	41,987	27,250	465,77	741,84	15,927	46,577	34,553	
528,99	820,41	15,509	52,899	43,399	547,12	873,68	15,969	54,712	47,801	
607,80	945,39	15,554	60,780	57,461	594,97	951,68	15,995	59,497	56,622	
T = 60.0										
U ₁ , мВ	U ₂ , мВ	R, Ом	I, мА	P, мВт						
75,54	122,87	16,266	7,554	0,928						
136,46	222,13	16,278	13,646	3,031						
216,49	352,79	16,296	21,649	7,638						
275,15	448,77	16,310	27,515	12,348						
345,32	563,99	16,332	34,532	19,476						
415,97	680,56	16,361	41,597	28,309						
463,34	759,12	16,384	46,334	35,173						
522,83	858,06	16,412	52,283	44,862						

7.2 Таблица 2. Параметры наилучших прямых.

Таблица 2. R(T)				
T, °C	k, Ом/Вт	Δk, Ом/Вт	R ₀ , Ом	ΔR ₀ , Ом
22	3,3	0,1	14,560	0,002
30	3,2	0,1	14,921	0,003
40	3,25	0,02	15,368	0,001
50	3,24	0,04	15,814	0,001
60	3,3	0,3	16,262	0,007

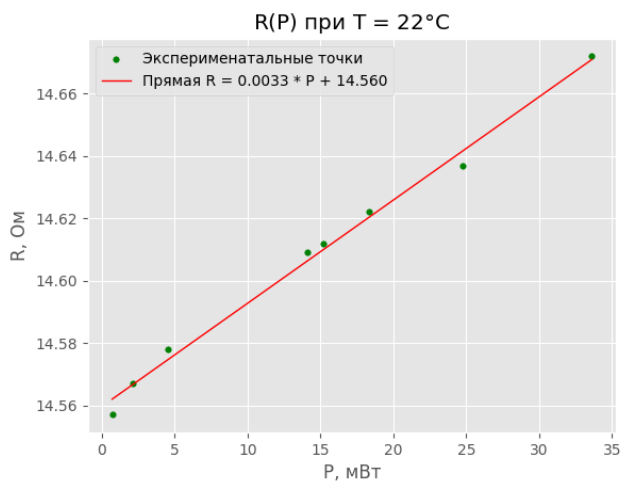
7.3 Таблица 3. Параметры dQ/dT

T, K	$\beta \equiv dQ/dT$, мВт/К	Δ_β , мВт/К
295	13,6	0,4
303	14,0	0,4
313	13,77	0,09
323	13,8	0,2
333	13,6	1,2

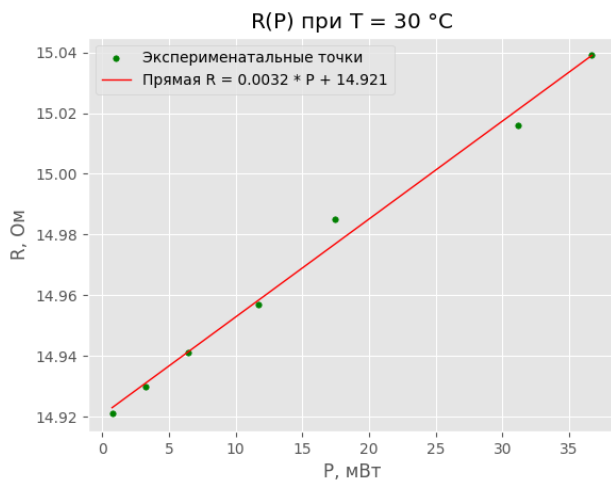
7.4 Таблица 4. Теплопроводности при разных температурах

T, K	κ , Вт/м·К	Δ_κ , Вт/м·К
295	0,033	0,001
303	0,034	0,001
313	0,0335	0,0002
323	0,0336	0,0004
333	0,033	0,003

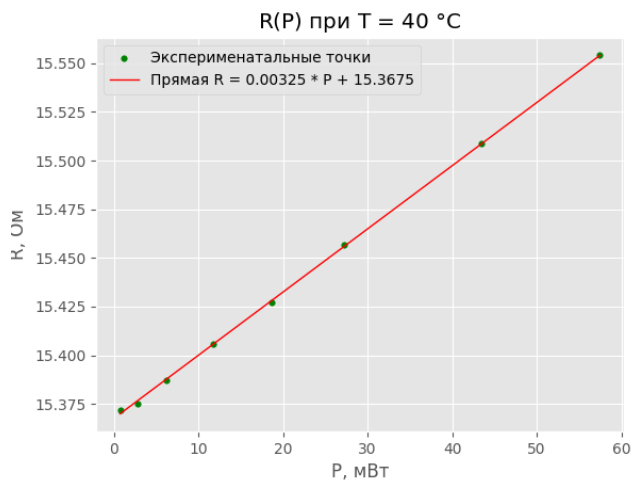
7.5 График 1. $R(P)$ при $T = 22\text{ }^{\circ}\text{C}$



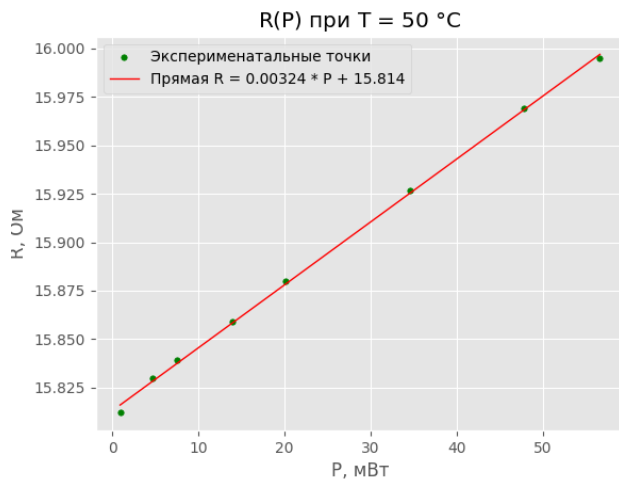
7.6 График 2. $R(P)$ при $T = 30\text{ }^{\circ}\text{C}$



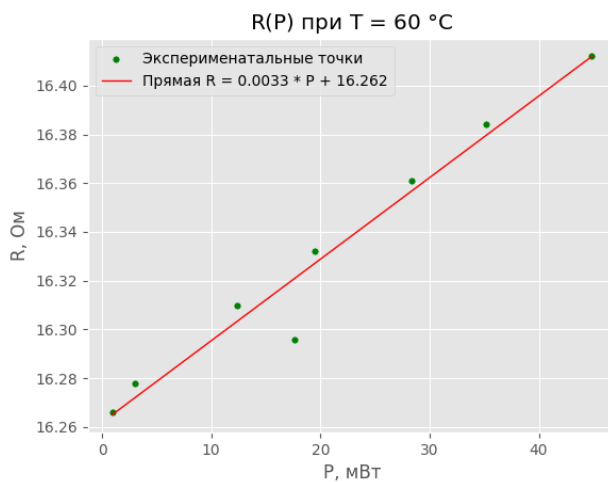
7.7 График 3. $R(P)$ при $T = 40^\circ\text{C}$



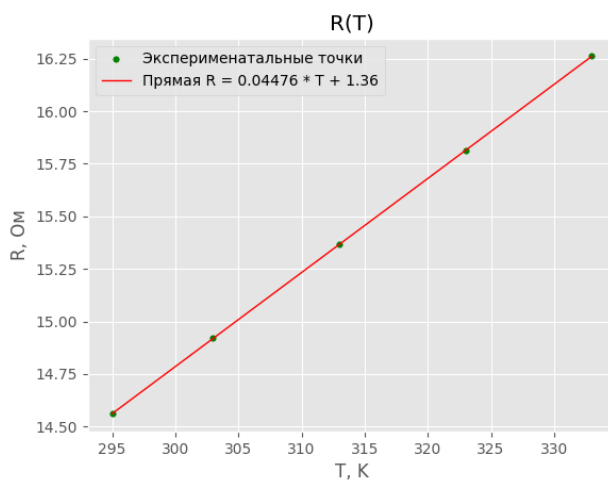
7.8 График 4. $R(P)$ при $T = 50^\circ\text{C}$



7.9 График 5. $R(P)$ при $T = 60\text{ }^{\circ}\text{C}$



7.10 График 6. $R(T)$



7.11 График 6. $R(T)$

