МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ НАЦІОНАЛЬНОМУ УНІВЕРСИТЕТІ "ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА"

Кафедра систем штучного інтелекту

Розрахункова робота

3 дисципліни

"Дискретна математика"

Виконала:

Студентка групи КН-115

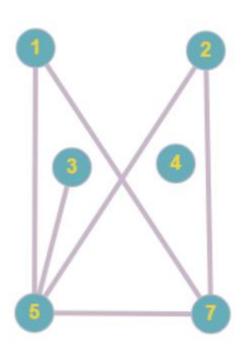
Попів Христина

Викладач:

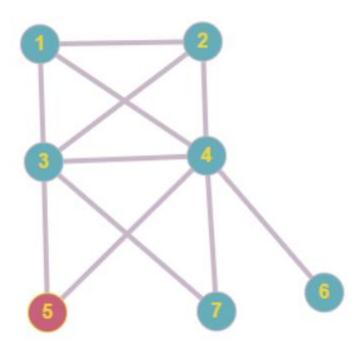
Мельникова Н.І.

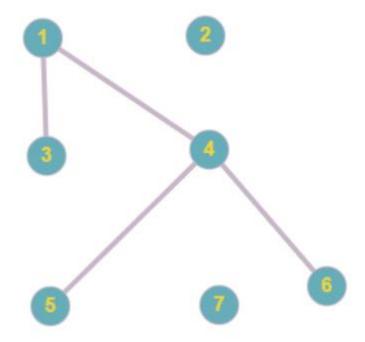
Завдання № 1 Виконати наступні операції над графами: 1) знайти доповнення до першого графу, 2) об'єднання графів, 3) кільцеву сумму G1 та G2 (G1+G2), 4) розмножити вершину у другому графі, 5) виділити підграф А - що скадається з 3-х вершин в G1 6) добуток графів.

1)

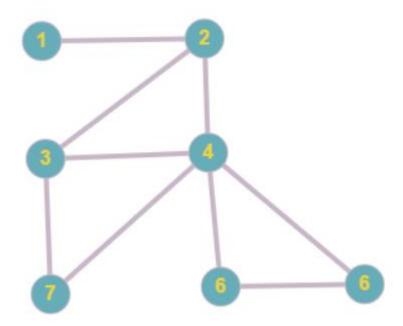


2)

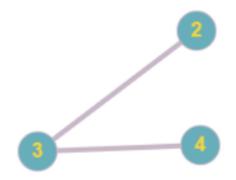




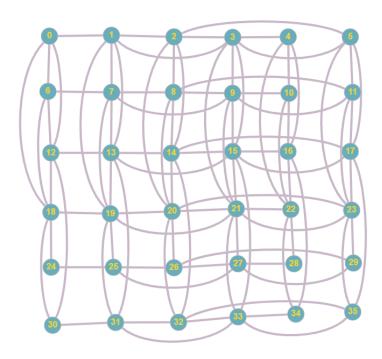
4)



5)

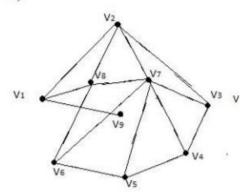


6)



Завдання № 2 Скласти таблицю суміжності для орграфа.

15)



	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	1	0	0	0	0	0	1	1
2	1	0	1	0	0	0	1	1	0
3	0	1	0	1	0	0	1	0	0
4	0	0	1	0	1	0	1	0	0
5	0	0	0	1	0	1	1	0	0
6	0	0	0	0	1	0	1	1	0
7	0	1	1	1	1	1	0	1	0
8	1	1	0	0	0	1	1	0	0
9	1	0	0	0	0	0	0	0	0

Завдання № 3 Для графа з другого завдання знайти діаметр.

Діаметр графа :4

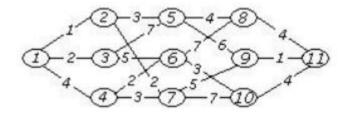
Завдання № 4 Для графа з другого завдання виконати обхід дерева вглиб

Вершина	DFS	Стек
V7	1	V7
V8	2	V7 V8
V1	3	V7 V8 V1
V9	4	V7 V8 V1 V9
-	-	V7 V8 V9
V2	5	V7 V8 V9 V2
V3	6	V7 V8 V9 V2 V3
V4	7	V7 V8 V9 V2 V3 V4
V5	8	V7 V8 V9 V2 V3 V4 V5
V6	9	V7 V8 V9 V2 V3 V4 V5 V6
-	-	V7 V8 V9 V2 V3 V4 V5
-	-	V7 V8 V9 V2 V3 V4
-	-	V7 V8 V9 V2 V3
-	-	V7 V8 V9 V2
-	-	V7 V8 V9
-	-	V7 V8
-	-	V7
-	-	-

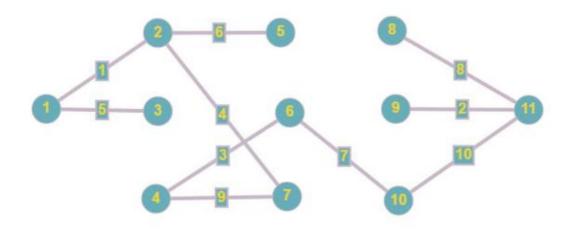
Програма:

```
#include <iostream>
#include <stack> // стек
using namespace std;
int main()
       stack<int> Stack;
       int mas[9][9] =
        {0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1},
        {1, 0, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0},
        \{0, 1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 0\},\
        \{0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 0\},\
        \{0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0\},\
        {0, 0, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0},
        \{0, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 0\},\
        \{1, 1, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0\},\
       \{1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0\},\
       };
       int nodes[9]; // вершини
       for (int i = 0; i < 9; i++) // всі вершини = 0
              nodes[i] = 0;
      Stack.push(0); // поміщаємо у стек пешу вершину
      while (!Stack.empty())
       { // допоки стек не пустий
              int node = Stack.top(); // видаляємо вершину
                                                                     Stack.pop();
              if (nodes[node] == 2) continue;
              nodes[node] = 2; // помічаємо її як пройдену
              for (int j = 8; j >= 0; j--)
              { // перевіряємо для неї всі суміжні вершини
                     if (mas[node][j] == 1 && nodes[j] != 2)
                     { // якщо вершина суміжна
                           Stack.push(j); // добавляємо її у стек
                            nodes[j] = 1; // помічаємо вершину як виявлену
                     }
              }
              cout << node + 1 << endl; // вивід
      }
       return 0;
         Результат:
```

Завдання № 5 Знайти двома методами (Краскала і Прима) мінімальне остове дерево графа.



Метод Краскала (номер на ребрах відповідає послідовності кроків):



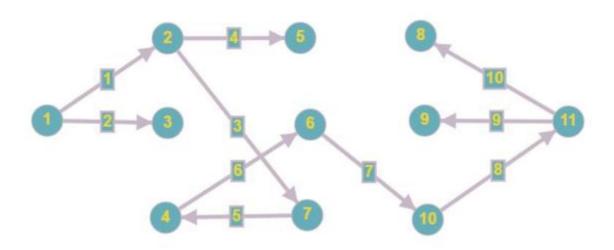
```
#include <iostream>
 using namespace std;
=struct Rib
     int v1, v2, weight;
}Graph[100];
struct sort_rib {
     int v2;
     int weight;
 }sort;
 void Fill_Struct(int number_of_ribs) {
     for (int i = 0; i < number_of_ribs; i++) {
   cout << "Firts point: ";</pre>
         cin >> Graph[i].v1;
cout << "Second point: ";</pre>
         cin >> Graph[i].v2;
         int sort;
         if (Graph[i].v1 > Graph[i].v2) {
              sort = Graph[i].v1;
             Graph[i].v1 = Graph[i].v2;
Graph[i].v2 = sort;
         cout << "The rib [" << Graph[i].v1 << ";" << Graph[i].v2 << "] = ";
         cin >> Graph[i].weight;
         cout << endl;
sort.weight = Graph[i].weight;
Graph[i].v1 = Graph[i + 1].v1;
Graph[i].v2 = Graph[i + 1].v2;
                  Graph[i].weight = Graph[i + 1].weight;
                  Graph[i + 1].v1 = sort.v1;
```

```
sort.v2 = Graph[i].v2;
                sort.weight = Graph[i].weight;
                Graph[i].v1 = Graph[i + 1].v1;
                Graph[i].v2 = Graph[i + 1].v2;
                Graph[i].weight = Graph[i + 1].weight;
                Graph[i + 1].v1 = sort.v1;
                Graph[i + 1].v2 = sort.v2;
                Graph[i + 1].weight = sort.weight;
}
void Show_Struct(int number_of_ribs) {
    for (int i = 0; i < number_of_ribs; i++) {</pre>
        cout << "The rib [" << Graph[i].v1 << ";" << Graph[i].v2 << "] = " <<
            Graph[i].weight << endl;</pre>
void Algo_Kraskala(int number_of_ribs, int amount_of_points)
     int weighttree = 0;
     int* parent = new int[amount_of_points];
     int v1, v2, weight;
    int to_change, changed;
    for (int i = 0; i < amount_of_points; i++)</pre>
        parent[i] = i;
    for (int i = 0; i < number_of_ribs; i++)</pre>
        v1 = Graph[i].v1;
        v2 = Graph[i].v2;
        weight = Graph[i].weight;
        if (parent[v2] != parent[v1])
            weighttree += weight;
            to_change = parent[v1];
                   graph[i].weight << endi;
               weighttree += weight;
```

```
to_change = parent[v1];
              changed = parent[v2];
              for (int j = 0; j < amount_of_points; j++)</pre>
                  if (parent[j] == changed)
                      parent[j] = to_change;
              }
     delete[] parent;
     cout << "The weight of the tree: " << weighttree;</pre>
□int main() {
     cout << "Enter an amount of points" << endl;</pre>
     int q;
     cin >> q;
     int amount_of_points = q + 1;
     cout << "Enter a number of ribs" << endl;</pre>
     int number_of_ribs;
     cin >> number_of_ribs;
     Fill_Struct(number_of_ribs);
     //Show_Struct(number_of_ribs);
     Sort_Sructure(number_of_ribs);
     cout << "After sorting" << endl;</pre>
     Show_Struct(number_of_ribs);
     cout << "Tree" << endl;</pre>
     Algo_Kraskala(number_of_ribs, amount_of_points);
```

```
The rib [4;7] = 3
The rib [6;10] = 3
The rib [1;4] = 4
The rib [5;8] = 4
The rib [8;11] = 4
The rib [10;11] = 4
The rib [3;6] = 5
The rib [7;9] = 5
The rib [7,9] = 5
The rib [5;9] = 6
The rib [3;5] = 7
The rib [6;8] = 7
The rib [7;10] = 7
Tree
The rib [1;2] = 1
The rib [1;3] = 2
The rib [2;7] = 2
The rib [4;6] = 2
The rib [2;5] = 3
The rib [4;7] = 3
The rib
           [1;4] = 4
The rib [5;8] = 4
The rib [3;6] = 5
The rib [5;9] = 6
The rib [3;5] = 7
The weight of the tree: 39
```

Метод Прима(номер на ребрах відповідає послідовності кроків):



Код програми:

```
#include <iostream>
 using namespace std;
⊡int main()
      int n, i, j, k;
      cout << "Enter the size of the matrix: ";</pre>
     cin >> n:
     int a[100][100];
     cout << "Enter the elements of the matrix: \n";</pre>
      for (i = 0; i < n; i++)
          for (j = 0; j < n; j++)
              cin >> a[i][j];
      cout << endl:
      int numb[100]{ 0 };
      int size = 1:
      int min_n, min_i, min_j;
      while (size < n)
          min_n = 1000;
         for (k = 0; k < size; k++)
             for (i = 0; i < n; i++)
                 if (a[numb[k]][i] < min_n && a[numb[k]][i] != 0)</pre>
                     min_n = a[numb[k]][i];
                     min_i = i;
                     min_j = numb[k];
         a[min_j][min_i] = 0;
         a[min_i][min_j] = 0;
         bool true_i = 0;
         for (i = 0; i < size; i++)
             if (min_i == numb[i])
                 true_i = 1;
         if (true_i == 0)
         {
             size++:
             numb[size - 1] = min_i;
             cout << "( " << min_j + 1 << ", " << min_i + 1 << " )" << ';';
```

Результат:

```
Enter the size of the matrix: 11
Enter the elements of the matrix:
0 1 2 4 0 0 0 0 0 0 0
1 0 5 0 0 0 2 0 0 0 0
2 0 0 0 7 5 0 0 0 0 0
4 0 0 0 0 2 3 0 0 0 0
0 3 7 0 0 0 0 4 6 0 0
0 0 5 2 0 0 0 7 0 3 0
0 2 0 3 0 0 0 0 5 7 0
0 0 0 0 4 7 0 0 0 0 4
0 0 0 0 6 0 5 0 0 0 1
0 0 0 0 0 3 7 0 0 0 4
0 0 0 0 0 0 4 1 4 0

( 1, 2 );( 1, 3 );( 2, 7 );( 7, 4 );( 4, 6 );( 6, 10 );( 10, 11 );( 11, 9 );( 11, 8 );( 8, 5 );
```

Завдання № 6 Розв'язати задачу комівояжера для повного 8-ми вершинного графа методом «іди у найближчий», матриця вагів якого має вигляд:

15	5)							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	90	3	2	1	2	2	3	2
	3	00	6	5	4	5	1	2
3	2	6	90	3	2	1	3	3
4	1	5	3	00	5	1	5	1
5	2	4	2	5	00	2	2	2
6	2	5	1	1	2	90	7	5
7	3	1	3	5	2	7	00	5
8	2	2	3	1	2	5	5	90

	2	14635	7	8
2	∞c	4	1	2
14635	4	∞c	2	2
7	1	2	∞c	5
8	2	2	5	∞c

	2	146357	8
2	œ	1	2
146357	1	œ	5
8	2	5	œ

	1456372	8
1463572	oc oc	5
8	5	œ

Найкоротший шлях: 1456372

```
⊡#include <iostream>
#include <iomanip>
 using namespace std;
bool check(int key, int* mas, int kol) {
     for (int j = 0; j < kol; j++)
    if (mas[j] == key)
        return false;</pre>
      return true;
}
 int main() {
      int kol:
      do
      {
          cout << "Enter the number of cities(2-10) --> ";
          cin >> kol;
      } while (kol < 2 || kol > 10);
     int** arr = new int* [kol];
for (int i = 0; i < kol; i++)</pre>
          arr[i] = new int[kol];
      int rasst;
      for (int i = 0; i < kol; i++) {
          for (int j = i; j < kol; j++) {
    if (i == j)
               {
                    arr[i][i] = 0:
                    continue;
                    cout << "Enter the distance from the city " << i << " to the city " << j << " --> ";
               cin >> rasst;
} while (rasst < 1);</pre>
               arr[i][j] = arr[j][i] = rasst;
```

```
system("cls");
cout << endl << "Adjacency matrix : ";</pre>
for (int i = 0; i < kol; i++) {
   cout << endl;</pre>
   for (int j = 0; j < kol; j++)
      cout << setw(5) << arr[i][j];</pre>
int* route = new int[kol];
cout << endl;</pre>
char ans;
int start;
do {
   for (int i = 0; i < kol; i++)
      route[i] = -1;
   {
      cout << "Enter your starting city--> ";
      cin >> start;
   } while (start < 0 || start > kol - 1);
   route[0] = start;
   int now = start;
   int path = 0;
   cout << "\nRoute:" << endl;</pre>
   for (int i = 1; i < kol; i++) {
       int min = INT_MAX, min_town;
       for (int j = 0; j < kol; j++) {
   if (check(j, route, kol) && arr[now][j] < min && arr[now][j] > 0) {
             min = arr[now][j];
              min_town = j;
          }
       }
       path += min;
       route[i] = min_town;
```

```
path += arr[start][now];
cout << setw(2) << now << " -> " << setw(2) << start << " (distance " << arr[start][now] << ", way " << path << ")" << endl;
cout << endl << "Would you like to continue your search for paths? (+, If yes) --> ";
cin >> ans;
} while (ans == '+');

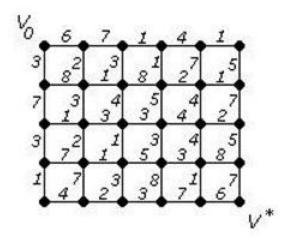
delete[] route;
for (int i = 0; i < kol; i++)
    delete[] arr[i];
delete[] arr;
system("pause");
return 0;</pre>
```

Результат:

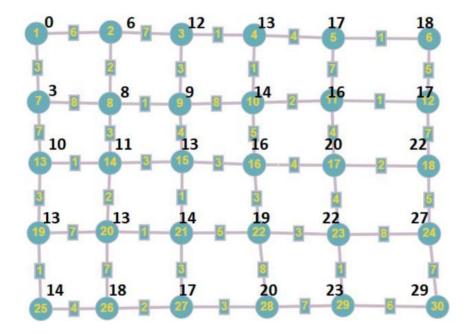
```
2
         0
              6
              0
                   0
                         0
                              2
                                         2 5
              2
                              0
    3
                         2
                                   0
         2
                   1
                         2
Enter your starting city--> 0
Route:
           (distance 1, way 1)
           (distance 1, way 2)
           (distance 1, way 3)
           (distance 2, way
           (distance 2, way
           (distance 1, way 8)
           (distance 2, way 10)
   -> 0
           (distance 2, way 12)
otal distance traveled: 12
```

Завдання № 7

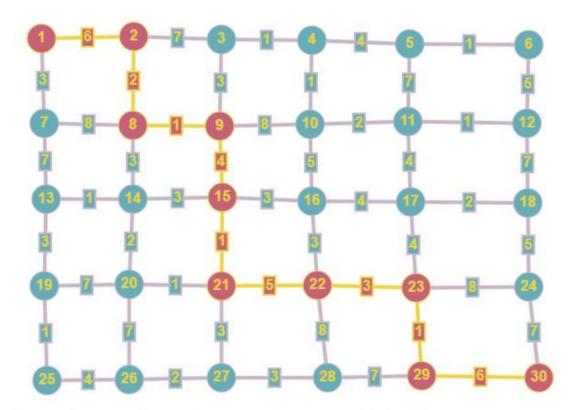
За допомогою алгоритму Дейкстри знайти найкоротший шлях у графі між парою вершин V0 і V * .



За допомогою алгоритму Дейкстри знайдемо найкортший шлях від V_0 до кожної вершини графа (мінімальний шлях відображений біля вершин):



Тепер покажемо найменшу відстань від вершини 1 до вершини 30:



Отже, найкоротша відстань від вершини 1 до вершини 30 рівна 29.

```
using namespace std;
const int N = 30;
const int INF = 20000;
-void main()
  setlocale(LC_ALL, "ukr");
  int start;
  int graph[N][N] = {
   {0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 5, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0,
                              0, 0, 0, 0,
                                  0, 0},
   {3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 8, 0, 0, 0, 0, 7, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0,
                             0,
                              0, 0, 0, 0,
   {0, 0, 0, 0, 0, 0, 7, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0},
   {0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 3, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 3, 0, 0, 0, 0, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0},
   {0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 4, 0, 0, 0, 0, 3, 0, 3, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0},
   {0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 5, 0, 0, 0, 0, 3, 0, 4, 0, 0, 0, 0, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0},
   {0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 4, 0, 0, 0, 4, 0, 2, 0, 0, 0, 0, 4, 0, 0, 0, 0, 0, 0},
   {0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 7, 0, 0, 0, 0, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 5, 0, 0, 0, 0, 0},
   {0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 3, 0, 0, 0, 0, 0, 7, 0, 0, 0,
                             0, 1, 0, 0, 0, 0, 0},
   (0,
    0,
                              0, 2,
                                0,
```

#include <iostream>

```
{0, 0,
     0, 0, 0, 0,
            0,
             0, 0, 0, 0,
                    0,
                     0,
                       0, 0, 0, 0, 0, 0,
                                 0, 3,
                                    0, 0, 0, 0, 2,
                                            0, 3, 0, 0},
  do
{
  cout << "Початкова вершина: ";
  cin >> start:
} while (start < 1 || start > N);
int Dist[N];
int count, index, i, u, m;
bool visited[N];
for (i = 0; i < N; i++)
  Dist[i] = INF;
  visited[i] = false;
Dist[start - 1] = 0;
for (count = 0; count < N; count++)
  int min = INF;
  for (i = 0; i < N; i++)
    if (!visited[i] && Dist[i] <= min)</pre>
      min = Dist[i];
      index = i;
  u = index;
  visited[u] = true;
  for (i = 0; i < N; i++)
```

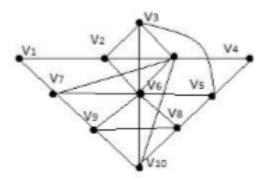
```
for (i = 0; i < N; i++)
    if (!visited[i] && (graph[u][i] && Dist[u] != INF) && Dist[u] + graph[u][i] < Dist[i])
    {
        Dist[i] = Dist[u] + graph[u][i];
        }
    }
    cout << "Відстань від заданої вершини до всіх вершин графа: " << endl;
    for (i = 0; i < N; i++)
    {
        if (Dist[i] != INF)
        {
            cout << m << " -> " << i + 1 << " = " << Dist[i] << endl;
        }
    }
    system("pause");
}
```

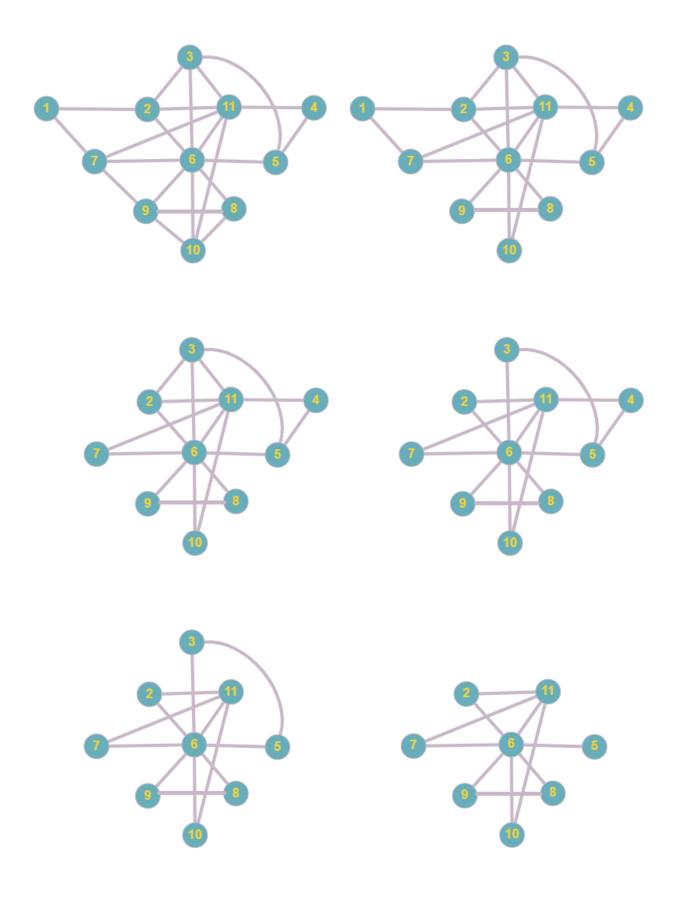
Результат

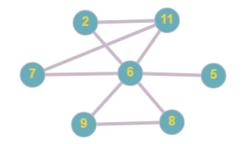
```
Початкова вершина: 4323
Початкова вершина: 33
Початкова вершина: -1
Початкова вершина: 1
Відстань від заданої вершини до всіх вершин графа:
1 -> 1 = 0
1 -> 2 = 6
1 -> 3 = 12
1 -> 4 = 13
1 -> 5 = 17
1 -> 6 = 18
1 -> 7 = 3
1 -> 8 = 8
1 -> 9 = 9
1 -> 10 = 14
1 -> 11 = 16
1 -> 12 = 17
1 -> 13 = 10
1 -> 14 = 11
1 -> 15 = 13
1 -> 16 = 16
1 -> 17 = 20
1 -> 18 = 22
1 -> 19 = 13
1 -> 20 = 13
1 -> 20 = 13
1 -> 20 = 13
1 -> 20 = 13
1 -> 21 = 14
1 -> 22 = 19
1 -> 23 = 22
1 -> 24 = 27
1 -> 25 = 14
1 -> 26 = 18
1 -> 27 = 17
1 -> 28 = 20
1 -> 29 = 23
1 -> 30 = 29
Для продолжения нажмите любую клавишу . . .
```

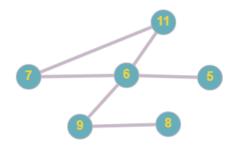
Завдання № 8

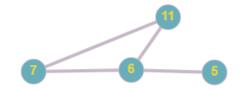
Знайти ейлеровий цикл в ейлеровому графі двома методами: а) Флері;

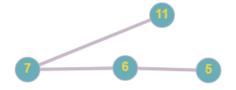




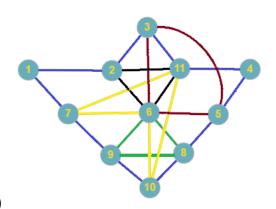












б)

```
#include <iostream>
#include <string.h>
#include <list>
using namespace std;
class Graph
{
        int V;
        list<int>* adj;
public:
        Graph(int ∨)
        {
                this->V = V;
                adj = new list<int>[V];
        }
        ~Graph() { delete[] adj; }
        void addEdge(int u, int v)
        {
                adj[u].push_back(v);
                adj[v].push_back(u);
        }
        void rmvEdge(int u, int v);
        void printEulerTour();
        void printEulerUtil(int s);
        int DFSCount(int v, bool visited[]);
        bool isValidNextEdge(int u, int v);
   ز ژ
   void Graph::printEulerTour()
          int u = 0;
          for (int i = 0; i < V; i++)</pre>
                if (adj[i].size() & 1)
                       u = i;
                       break;
                }
          printEulerUtil(u);
          cout << u + 1 << endl;
   }
   void Graph::printEulerUtil(int u)
          list<int>::iterator i;
for (i = adj[u].begin(); i != adj[u].end(); ++i)
                int v = *i;
                if (v != -1 && isValidNextEdge(u, v))
                       cout << u + 1 << "-";
rmvEdge(u, v);
                       printEulerUtil(v);
                }
          }
   }
   bool Graph::isValidNextEdge(int u, int v)
          int count = 0;
          list<int>::iterator i;
          for (i = adj[u].begin(); i != adj[u].end(); ++i)
    if (*i != -1)
                       count++;
          if (count == 1)
```

```
int count = 0;
        list<int>::iterator i;
        for (i = adj[u].begin(); i != adj[u].end(); ++i)
    if (*i != -1)
        if (count == 1)
              return true;
        bool* visited = new bool[V];
        memset(visited, false, V);
        int count1 = DFSCount(u, visited);
        rmvEdge(u, v);
        memset(visited, false, V);
        int count2 = DFSCount(u, visited);
        addEdge(u, v);
        return (count1 > count2) ? false : true;
  }
  void Graph::rmvEdge(int u, int v)
        list<int>::iterator iv = find(adj[u].begin(), adj[u].end(), v);
        list<int>::iterator iu = find(adj[v].begin(), adj[v].end(), u);
        *iu = -1;
  }
  int Graph::DFSCount(int v, bool visited[])
        vijicu[v] - ciuc,
        int count = 1;
        list<int>::iterator i;
        for (i = adj[\vee].begin(); i != adj[\vee].end(); ++i)
                if (*i != -1 && !visited[*i])
                        count += DFSCount(*i, visited);
        return count;
}
int main()
{
        Graph g1(17);
        g1.addEdge(0, 1);
        g1.addEdge(0, 6);
        g1.addEdge(1, 2);
        g1.addEdge(1, 5);
        g1.addEdge(1, 10);
g1.addEdge(1, 9);
        g1.addEdge(2, 5);
        g1.addEdge(2, 10);
        g1.addEdge(2, 4);
g1.addEdge(3, 10);
        g1.addEdge(3, 4);
        g1.addEdge(4, 5);
        g1.addEdge(4, 7);
        g1.addEdge(5, 10);
        g1.addEdge(5, 9);
        g1.addEdge(5, 7);
        g1.addEdge(5, 8);
        g1.addEdge(5, 6);
        g1.addEdge(6, 10);
        g1.addEdge(6, 8);
        g1.addEdge(7, 8);
        g1.addEdge(7, 9);
        g1.addEdge(8, 9);
        g1.addEdge(9, 10);
        g1.printEulerTour();
}
```

Результат

Завдання 9 Спростити формули (привести їх до скороченої ДНФ).

v	~	\ /	v	.,	. ,	.,	7
Л	y	V	^	y	V	y	_

x	у	Z	f
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

$$(\overline{x} y z) \lor (x \overline{y} \overline{z}) \lor (x y \overline{z}) \lor (x y z)$$