MATLAB 作业 6 参考答案

1、用图解的方式找到下面两个方程构成的联立方程的近似解。（注：在图上可用局部放大的方法精确读出交点值）

$$x^2 + y^2 = 3xy^2, \quad x^3 - x^2 = y^2 - y$$

【求解】这两个方程应该用隐式方程绘制函数ezplot() 来绘制，交点即方程的解。

```
>> ezplot('x^2+y^2-3*x*y^2');
hold on
ezplot('x^3-x^2=y^2-y')
```

可用局部放大的方法求出更精确的值。从图上可以精确读出两个交点，

(0:4012;¡0:8916)，(1:5894; 0:8185)。试将这两个点分别代入原始方程进行验证。

2、在图形绘制语句中，若函数值为不定式NaN ，则相应的部分不绘制出来，试利用该规律绘制 $z = \sin(xy)$ 的表面图，并剪切下 $x^2 + y^2 \le 0.5^2$ 的部分。

【求解】给出下面命令可以得出矩形区域的函数值，再找出x2 + y2 <=0.5^2 区域的坐标，将其函数值设置成NaN，最终得出所示的曲面。

```
>> [x,y]=meshgrid(-1:.1:1); z=sin(x.*y);
ii=find(x.^2+y.^2<=0.5^2); z(ii)=NaN; surf(x,y,z)
```

3、试用图解法求解下面的一元和二元方程，并验证得出的结果。

1) $f(x) = e^{-(x+1)^2+\pi/2}\sin(5x+2)$, 2) $f(x, y) = (x^2 + y^2 + xy)e^{-x^2-y^2-xy}$

【求解】①中给出的一元方程可以用曲线表示出来，这些曲线和y = 0 线的交点即为方程的

解，可以用图形局部放大的方法读出这些交点的x 值，。在本图中，xi 均为方程的解，若放大x 轴区域，则可能得出更多的解。

```
>> ezplot('exp(-(x+1)^2+pi/2)*sin(5*x+2)')
```

②中的二元方程可以由下面的命令用图形的方式显示出来。

```
>> ezsurf('(x^2+y^2+x*y)*exp(-x^2-y^2-x*y)')
```

用下面的语句可以得出等高线。为了比较起见，还绘制出其他值下的等高线。等高线值为0 的两条斜线为方程的解。

```
>> [x,y]=meshgrid(-3:0.1:3);
z=(0.1*x.^2+0.1*y.^2+x.*y).*exp(-x.^2-y.^2-x.*y);
[C,h]=contour(x,y,z,[-0.1:0.05:0.1]);
```

4、用数值求解函数求解习题 3 中方程的根，并对得出的结果进行检验。

【求解】求解方程求解问题可以采用fsolve() 和solve() 函数直接求解，这里采用这两个函数分别求取这两个方程的根。

① 可以用下面方法求出一元函数的根，经检验结果较精确。

```
>> syms x; x1=solve('exp(-(x+1)^2+pi/2)*sin(5*x+2)')
x1 =
```

```
    -2/5
>> subs('exp(-(x+1)^2+pi/2)*sin(5*x+2)',x,x1)
ans =
      0
>> f=inline('exp(-(x+1).^2+pi/2).*sin(5*x+2)','x');
x2=fsolve(f,0)
x2 =
    0.22831852178755
>> subs('exp(-(x+1)^2+pi/2)*sin(5*x+2)',x,x2)
ans =
    4.750949292642762e-008
>> x3=fsolve(f,-1) % 选择不同的初值可以得出其他的解
x3 =
    -1.02831853071796
>> subs('exp(-(x+1)^2+pi/2)*sin(5*x+2)',x,x3)
ans =
    -5.886413288211306e-016
```

采用解析解函数solve() 能求出精确的解，但只能求出其一个根，如果采用fsolve()函数
则可以让用户自己选择初值，选择不同的初值可能得出不同的结果。在实际应用时这样的方
法也有其问题，若x 大于1，则函数值本身就很小，很容易满足数值解的收敛条件，例如选择$x0 = 4$，则由数值解的程序能得出方程解为$x0$，事实上这样的解不是数学意义下的方程解，但确实能使得该函数的值趋于0。

```
>> x4=fsolve(f,4) % 选择大的初值得出的解不是严格意义下方程的根
x4 =
>> subs('exp(-(x+1)^2+pi/2)*sin(5*x+2)',x,x4)
ans =
    -5.913350831018913e-013
```

② 可以用下面的语句求解该函数，则可以得出方程的解，代入原方程则可以得出误差，可见误差为0，这样说明得出的解确实满足原方程。

```
>> syms x; y1=solve('(x^2+y^2+x*y)*exp(-x^2-y^2-x*y)=0','y')
y1 =
(-1/2+1/2*i*3^(1/2))*x
(-1/2-1/2*i*3^(1/2))*x
>> y2=simple(subs('(x^2+y^2+x*y)*exp(-x^2-y^2-x*y)','y',y1))
y2 =
    0
    0
```

5、试求解下面的无约束最优化问题。

$$\min_x 100(x_2-x_1^2)^2+(1-x_1)^2+90(x_4-x_3^2)+(1-x_3^2)^2+$$
$$10.1[(x_2-1)^2+(x_4-1)^2]+19.8(x_2-1)(x_4-1)$$

【求解】无约束最优化问题可以由下面的语句直接求解，并得出所需结果。

```
>> f=inline(['100*(x(2)-x(1)^2)^2+(1-x(1))^2+',...
'90*(x(4)-x(3)^2)+(1-x(3)^2)^2+',...
'10.1*((x(2)-1)^2+(x(4)-1)^2)+',...
'19.8*(x(2)-1)*(x(4)-1)'],'x');
x=fminunc(f,ones(7,1))
x =
    10.5464
   111.2315
     6.7823
  -111.5042
     1.0000
     1.0000
     1.0000
```

6、试用图解法求解下面的非线性规划问题，并用数值求解算法验证结果。

$$\min \quad (x_1^3 + x_2^2 - 4x_1 + 4)$$

$$s.t. \quad \begin{cases} x_1 - x_2 + 2 \ge 0 \\ -x_1^2 + x_2 - 1 \ge 0 \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0 \end{cases}$$

【求解】通过选择适当的区域(当然，这需要在较大范围内先观察一下最优点或可行区域，然后再较确切地选择合适的区域)，这样就可以可以绘制出所示的曲面表示，在曲面绘制中先选择整个矩形区域，然后将不满足约束条件的区域剪切掉。从得出的目标函数曲面看，$x = 0; y = 1$ 处为全局最小点。

```
>> [x1,x2]=meshgrid(0:0.02:1,1:0.02:2);
z=x1.^3+x2.^2+4*x1+4;
ii=find(x1-x2+2<0); z(ii)=NaN;
ii=find(-x1.^2+x2-1<0); z(ii)=NaN;
ii=find(x1<0); z(ii)=NaN; ii=find(x2<0); z(ii)=NaN;
surf(x1,x2,z)
```

下面的语句可以用数值方法求解

```
function [c,ce]=exc6f4(x)
ce=[];
c=[x(1)^2-x(2)+1];
>> f_opt=inline('x(1)^3+x(2)^2+4*x(1)+4','x');
A=[-1 1]; B=2; Aeq=[]; Beq=[]; xm=[0;0];
x=fmincon(f_opt,[0;1],A,B,Aeq,Beq,xm,[],'exc6f4');
```

7、试求解此线性规划问题：

$$\min \quad x_6 + x_7$$

$$s.t.\quad \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4 \\ -2x_1 + x_2 - x_3 - x_6 + x_7 = 1 \\ 3x_2 + x_3 + x_5 + x_7 = 9 \\ x_{1,2,\cdots,7} \geq 0 \end{cases}$$

【求解】用下面的语句可以求解出线性规划问题

```
>> f=[0,0,0,0,0,1,1];
Aeq=[1 1 1 1 0 0 0; -2 1 -1 0 0 -1 1; 0 3 1 0 1 0 1];
Beq=[4; 1; 9]; xm=[0;0;0;0;0;0;0]; A=[]; B=[];
x=linprog(f,A,B,Aeq,Beq,xm)
Optimization terminated successfully.
x =
0.39517811869632
2.32126957607183
0.53091333867908
0.75263896655277
1.50527793310533
0.00000000000020
0.00000000000008
```

8、试求解下面的二次型规划问题，并用图示的形式解释结果。

$$\min \quad 2x_1^2 - 4x_1x_2 + 4x_2^2 - 6x_1 - 3x_2$$

$$s.t \quad \begin{cases} x_1 + x_2 \leq 3 \\ 4x_1 + x_2 \leq 9 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

【求解】可以由目标函数写出二次型规划的H 和f 矩阵为

$$H = \begin{bmatrix} 4 & -4 \\ -4 & 8 \end{bmatrix}, f = [-6, -3]$$

这样由二次型规划求解函数可以直接解出该最优化问题的解。

```
>> H=[4 -4; -4 8]; f=[-6 -3];
Aeq=[]; Beq=[]; A=[1 1; 4 1]; B=[3;9]; xm=[0;0];
x=quadprog(H,f,A,B,Aeq,Beq,xm)
x =
1.95000000000000
1.05000000000000
```

9、试求解下面的非线性规划问题。

$$\min \quad e^{x_1}(4x_1^2+2x_2^2+4x_1x_2+2x_2+1)$$

$$s.t. \quad \begin{cases} x_1+x_2\le 0 \\ -x_1x_2+x_1+x_2\ge 1.5 \\ x_1x_2\ge -10 \\ -10\le x_1,x_2\le 10 \end{cases}$$

【求解】可以用下面的语句描述目标函数

```
function y=exc6fun6(x)
y=exp(x(1))*(4*x(1)^2+2*x(2)^2+4*x(1)*x(2)+2*x(2)+1);
```

也可以写出约束函数

```
function [c,ce]=exc6fun6a(x)
ce=[];
c=[x(1)+x(2); x(1)*x(2)-x(1)-x(2)+1.5; -10-x(1)*x(2)];
```

这时调用非线性最优化问题求解函数可以得出如下结果。

```
>> A=[]; B=[]; Aeq=[]; Beq=[]; xm=[-10; -10]; xM=[10; 10];
x0=(xm+xM)/2;
ff=optimset; ff.TolX=1e-10; ff.TolFun=1e-20;
x=fmincon('exc6fun6',x0,A,B,Aeq,Beq,xm,xM,'exc6fun6a',ff)
Maximum number of function evaluations exceeded;
increase OPTIONS.MaxFunEvals
x =
0.41947326053910
0.41947326053910
```

从得出的提示看，该结果并非原问题的解，所以考虑用得出的最优解代入作为初值再求解，

如此可以利用循环，则可以得出原问题的最优解。

```
>> i=1; x=x0;
while (1)
[x,a,b]=fmincon('exc6fun6',x,A,B,Aeq,Beq,xm,xM,'exc6fun6a',ff);
if b>0, break; end
i=i+1;
end
x,i % 循环次数为5
x =
1.18249727581645
-1.73976692398900
i =
5
```