局部均衡分析

- **比较静态分析**
  - 经济学分析通常关注：潜在市场条件发生变化时，竞争市场的结果将会发生什么样的变化。
    - 例如，有些商品市场非常相似，只在一些可以量化的因素上存在区别，那么它们的市场结果有什么不同。具体来说，比如若干城市大致类似，只在平均气温上存在差别，那么这些城市的冰淇淋价格会不会有所不同？也就是说，我们想知道气温变化对冰淇淋价格的影响。
    - 我们想知道市场条件变化如何改变某个特定市场的结果，这类问题的分析就称为比较静态分析。

局部均衡分析

比较静态分析

- 一般的，假设每个消费者的偏好都受外生参数向量$\alpha \in \mathbb{R}^M$的影响，因此，效用函数可以写成$\phi_i(x_i, \alpha)$。
- 类似的，每个企业的技术可能受到外生参数向量$\beta \in \mathbb{R}^S$的影响，因此，成本函数可以写成$c_j(q_j, \beta)$。
- 在某些环境下，政府对消费者和企业征税或给予补贴，可能使得消费者实际支付的价格或企业实际得到的价格，不等于市场价格p。
  - 令$\hat{p}_i(p,t)$和$\hat{p}_j(p,t)$分别表示在税收和补贴参数为$t \in \mathbb{R}^K$时，消费者i实际支付的价格和企业j得到的价格。例如，消费者i每购买一单位商品必须缴纳税收t_i，那么$\hat{p}_i(p,t) = p + t_i$

局部均衡分析

比较静态分析

- 对于给定的参数值(α,β,t)，I+J个均衡配置$(x_1^*,\ldots,x_I^*,q_1^*,\ldots,q_J^*)$和均衡价格p*是下列I+J+1个方程的解。

$$\phi_i'(x_i^*,\alpha)=\hat{p}_i(p^*,t) \qquad i=1,\ldots,I$$

$$c_j'(q_j^*,\beta)=\hat{p}_j(p^*,t) \qquad j=1,\ldots,J$$

$$\sum_{i=1}^{I} x_i^* = \sum_{j=1}^{J} q_j^*.$$

- 这I+J+1个方程将均衡配置和价格隐性的定义为外生参数(α,β,t)的函数。如果所有相关函数都是可微的，我们就可以使用隐函数定理来求所有这些参数值的微小变化带来的均衡配置和价格的边际变化。

局部均衡分析

- **比较静态分析：消费税**
  - 假设政府对商品l征收消费税，现在消费者每购买一单位商品l都要缴税 $t \geq 0$ 。通过比较静态分析，可以确定它对市场价格的影响。
  - 令x(p)和q(p)分别表示未征税时的总需求函数和总供给函数。并且仍旧使用前面定义的函数 $\phi_i(\cdot)$ 和 $c_j(\cdot)$，这些函数都不取决于任何外生参数，另外，对于所有的i都有 $\hat{p}_i(p,t) = p + t$；对于所有j都有 $\hat{p}_j(p,t) = p$ 。

局部均衡分析

- 比较静态分析：消费税
  - 从理论上，如果将这些表达式代入到均衡方程组，我们就可以直接使用隐函数定理推导出税收微小变化对价格的影响。
  - 特别的，可以发现，当税收为t，价格为p时的总需求正好为x(p+t)，这是因为缴税对于消费者来说，相当于价格上升了t，因此，当税收为t时的均衡市场价格必须满足：$x(p^*(t)+t)=q(p^*(t))$

局部均衡分析

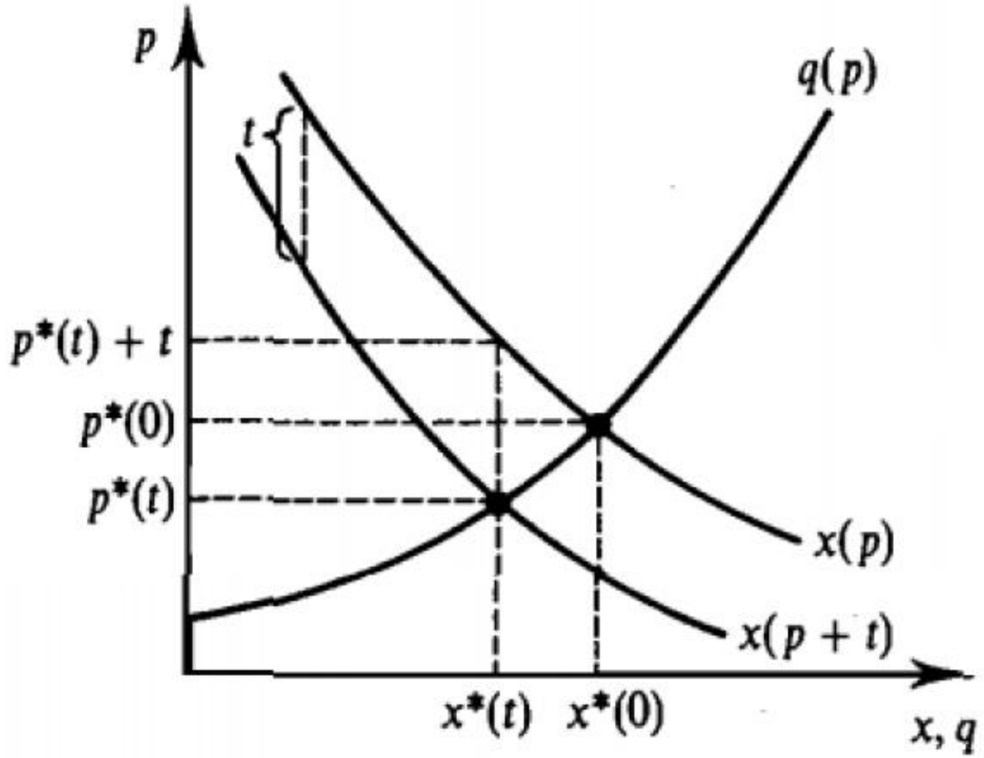
- **比较静态分析：消费税**
  - 为了确定税收微小增加对消费者支付的价格和企业得到的价格的影响。假设x(·)和q(·)在p=$p^*(t)$点是可微的，则：

$$x(p^*(t)+t)=q(p^*(t)) \quad \Rightarrow \quad p^{*\prime}(t)=-\frac{x'(p^*(t)+t)}{x'(p^*(t)+t)-q'(p^*(t))}$$

  - 因此，对于任何的t，都有$-1\le p^{*\prime}(t)<0$，因此，随着t的上升，企业得到的价格$p^*(t)$下降，消费者支付的价格$p^*(t)+t$弱增，总生产量（总需求量）弱降。

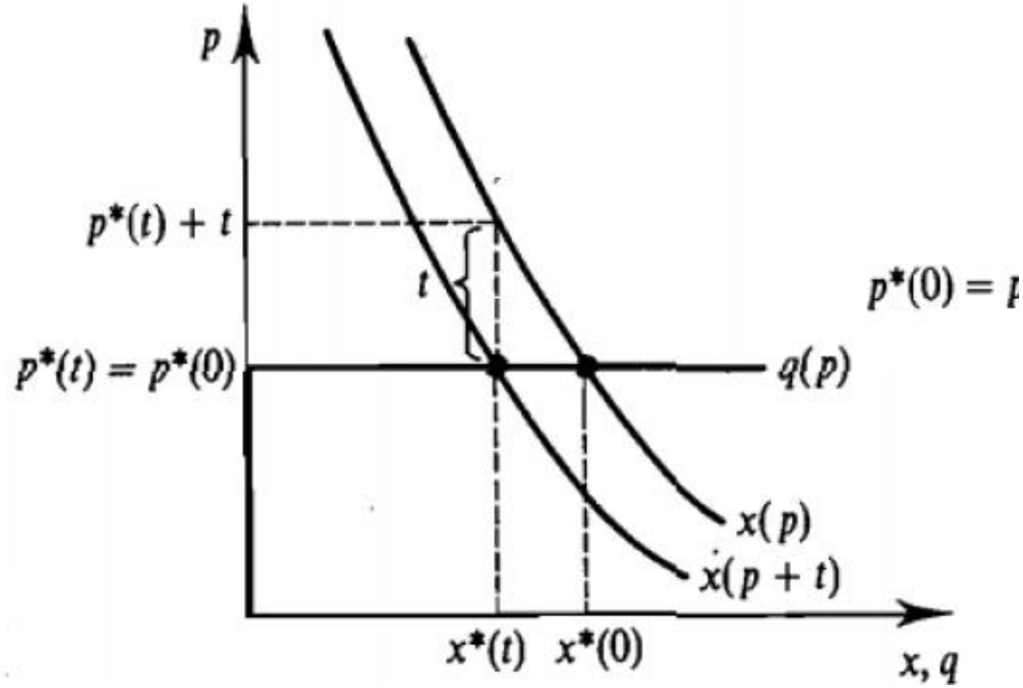
局部均衡分析

- **比较静态分析：消费税**
  - 用$x^*(t)$表示税收为t时的均衡消费水平。



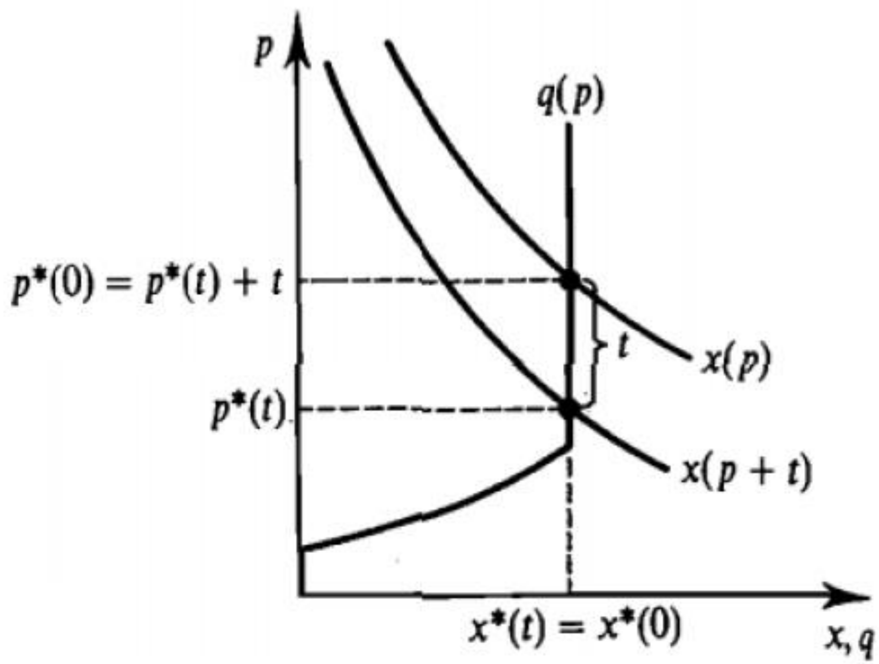
局部均衡分析

- 比较静态分析：消费税
  - 当$q'(p^*(t))$很大时，我们有$p^{*\prime}(t)\approx 0$，因此企业得到的价格几乎不受税收的影响，消费者承担了几乎全部的税收。



局部均衡分析

- **比较静态分析：消费税**
  - 相反的，当 $q'(p^*(t))$ 等于零时，我们有 $p^{*\prime}(t)=-1$，因此企业承担了全部的税收。



局部均衡下的基本福利定理

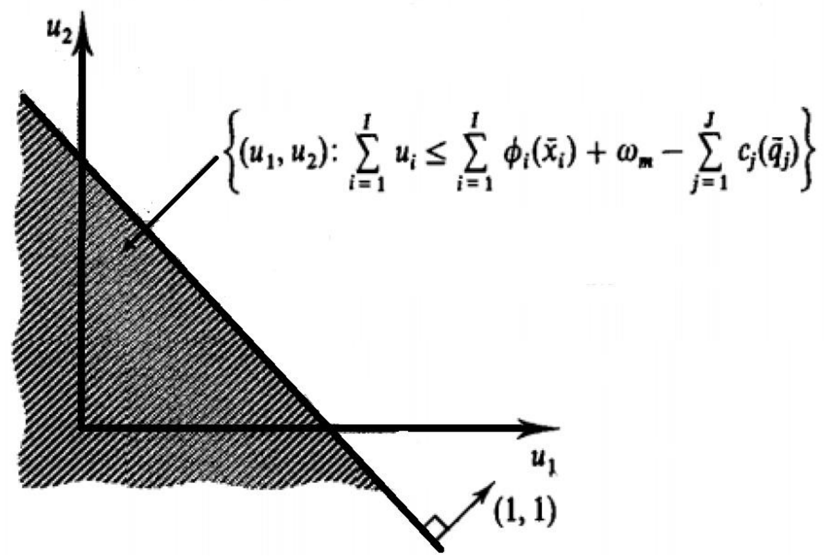
- **帕累托最优配置与竞争均衡的关系**
  - 在拟线性的情况下，帕累托最优配置的识别
    - 如果消费者的偏好是拟线性的，则整体经济的效用可能集的边界是线性的，而且这个边界上的所有点与特定的消费配置联系在一起，这些消费配置仅在计价物数量上存在区别。

局部均衡下的基本福利定理

- 帕累托最优配置与竞争均衡的关系
  - 假设将商品l的消费水平和产量水平固定在$(\overline{x}_1,\ldots,\overline{x}_I,\overline{q}_1,\ldots,\overline{q}_J)$
    - 有了这些固定的产量水平，能用于在消费者之间分配的计价物的总量为$\omega_m - \sum_j c_j(\overline{q}_j)$
    - 在消费者的效用函数为拟线性的情况下，通过消费者之间的计价物的转移即可实现消费者之间效用的转移
      - 这种转移是“一对一的”，即从消费者甲身上转移一单位计价物给消费者乙，则前者的效用减少一单位，后者的效用增加一单位（拟线性情况下，非计价物商品的财富效应为零）。

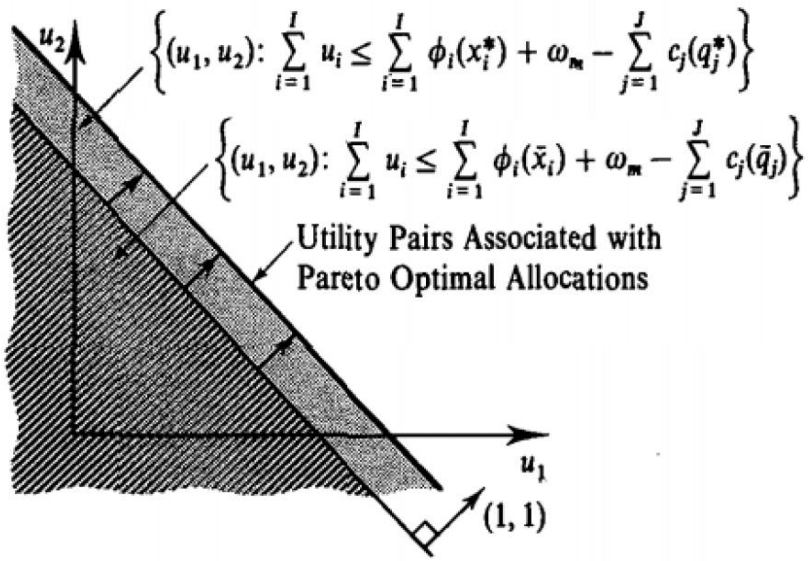
局部均衡下的基本福利定理

- 帕累托最优配置与竞争均衡的关系
  - 因此，通过合理分配计价物，I个消费者可达到的效用集为：$$\left\{(u_1,\ldots,u_I):\sum_{i=1}^{I}u_i\le\sum_{i=1}^{I}\phi_i(\overline{x}_i)+\omega_m-\sum_{j=1}^{J}c_j(\overline{q}_j)\right\}$$
    - 该集合的边界为一个超平面，且法向量为(1,...,1)
    - 当I=2时，该集合为斜线区域



局部均衡下的基本福利定理

- 帕累托最优配置与竞争均衡的关系
  - 如果改变商品l的消费水平和产量水平，那么这个集合的边界必定平行移动。
    - 通过改变消费水平和产量水平，每个帕累托最优配置必定能将这个边界向右上角扩展的尽可能远。
    - 商品l的这些最优消费和最优产量 $(x_1^*,\ldots,x_I^*,q_1^*,\ldots,q_J^*)$ 如果是唯一的，那么不同的帕累托最优配置之间的唯一区别，就在于分配给消费者的计价物数量不同。



局部均衡下的基本福利定理

- **帕累托最优配置与竞争均衡的关系**
  - 商品l的最优消费量和最优产量水平可以通过求解最优化问题得到：

$$\underset{\substack{(x_1,\ldots,x_I)\geq 0\\(q_1,\ldots,q_J)\geq 0}}{\mathrm{Max}} \sum_{i=1}^{I}\phi_i(x_i)-\sum_{j=1}^{J}c_j(q_j)+\omega_m$$

$$\text{s.t.}\ \sum_{i=1}^{I}x_i-\sum_{j=1}^{J}q_j=0.$$

    - 其中，目标函数中的 $\sum_i\phi_i(x_i)-\sum_j c_j(q_i)$ 的值称为马歇尔总剩余，或简称为总剩余。
      - 总剩余可以被看作：社会通过消费商品l而得到的总效用减去总生产成本（用计价物衡量）。
      - 商品l的最优消费量和产量水平使得这个总剩余最大。

局部均衡下的基本

$$\underset{\substack{(x_1,\dots,x_I)\geq 0\\(q_1,\dots,q_J)\geq 0}}{\text{Max}} \quad \sum_{i=1}^{I}\phi_i(x_i)-\sum_{j=1}^{J}c_j(q_j)+\omega_m$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{i=1}^{I}x_i-\sum_{j=1}^{J}q_j=0.$$

- **帕累托最优配置与竞争均衡的关系**
  - 在凸性假设下，一阶条件是最优解的必要且充分条件。
    - 令 μ 表示最大化问题中约束条件的乘子，那么I+J个最优值

$(x_1^*,\dots,x_I^*,q_1^*,\dots,q_J^*)$ 和乘子 μ 满足I+J+1个方程：

$$\mu\leq c_j'(q_j^*)\text{，其中等式在 }q_j^*>0\text{ 时成立，}\quad j=1,\dots,J.$$

$$\phi_i'(x_i^*)\leq\mu\text{，其中等式在 }x_i^*>0\text{ 时成立，}\quad i=1,\dots,I.$$

$$\sum_{i=1}^{I}x_i^*=\sum_{j=1}^{J}q_j^*.$$

局部均衡下的基本福利定理

- 帕累托最优配置与竞争均衡的关系
  - 这里的I+J+1个方程在形式上与竞争均衡的条件相同。
    - 这里的μ相当于求解竞争均衡时的p*。
    - 这说明，对于拟线性的情况，**任何竞争均衡是帕累托最优的**。
      - 如果令$\mu = p^*$，那么在任何竞争均衡配置中，商品l的消费数量和产量水平$(x_1^*, \ldots, x_I^*, q_1^*, \ldots, q_J^*)$满足帕累托最优的三个条件。
      - 这就是两商品拟线性经济的**福利经济学第一基本定理**。

局部均衡下的基本福利定理

- 帕累托最优配置与竞争均衡的关系

命题 10.D.1：（福利经济学第一基本定理）如果价格 p^* 和配置 $(x_1^*,\ldots,x_I^*,q_1^*,\ldots,q_J^*)$ 构成了一个竞争均衡，那么 $(x_1^*,\ldots,x_I^*,q_1^*,\ldots,q_J^*)$ 这个配置是帕累托最优的。

- 福利经济学第一基本定理给出了，什么样的条件下，市场均衡必定是帕累托最优的。
  - 假设市场是完全的、自由竞争的：即每种相关的商品都存在相应的市场；所有市场参与者都是价格的接受者。
  - 亚当·斯密——“看不见的手”

局部均衡下的基本福利定理

- 帕累托最优配置与竞争均衡的关系
  - p与μ的对应关系说明：商品l的竞争价格正好等于帕累托最优问题中资源约束的影子价格。
    - 一种商品的**竞争均衡价格正好反映了它的边际社会价值**。
      - 在竞争均衡中，每个企业在价格等于边际成本处经营，这种行为使得它的边际生产成本等于社会边际价值。
      - 每个消费者的消费决策是他的边际效用等于商品价格，这种行为使得消费商品带来的边际收益恰好等于边际成本。
      - 均衡市场价格和最优影子价格的这种对应关系在竞争经济中普遍成立。

局部均衡下的基本福利定理

- ## 帕累托最优配置与竞争均衡的关系
  - 福利经济学第一基本定理的逆命题，可以称为福利经济学第二基本定理。
    - 由于商品l的均衡价格p^*、商品l的均衡消费和产量水平、企业的利润都不受消费者的财富变动的影响，那么，如果从一个消费者身上转移一单位计价物给另外一个消费者，则会使前者的计价物均衡消费量减少一单位，后者的增加一单位。除此之外，这种转移不会造成任何其他的变化。
    - 因此，如果适当的在消费者之间转移计价商品，由此导致的竞争均衡配置就可以产生效用可能集的边界上的任何效用向量。

局部均衡下的基本福利定理

- 帕累托最优配置与竞争均衡的关系
  - 福利经济学第二定理是说，在这样的两商品拟线性经济中，如果中央政府想实现特定的帕累托最优配置，那么它总可以实现这个结果：
    - 首先，在消费者之间适当的转移计价物商品；
    - 然后，“让市场运行”

命题 10.D.2：（福利经济学第二基本定理）对于任何帕累托最优效用水平$(u_1^*,\ldots,u_I^*)$**，存在计价物商品在消费者之间的转移**$(T_1,\ldots,T_I)$**（其中，**$\sum_i T_i = 0$**），使得禀赋**$(\omega_{m1}+T_1,\ldots,\omega_{mI}+T_I)$**实现的竞争均衡，恰好能产生效用**$(u_1^*,\ldots,u_I^*)$**。**

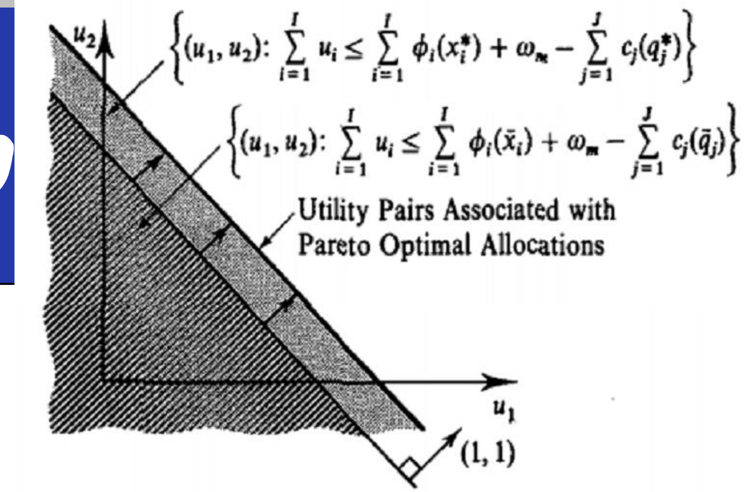
局部均衡模型中的福利分析

- **经济学通常希望衡量市场条件变化带来的社会福利水平的变化。**
  - 市场条件变化可以是：技术进步、政府实施新的税法、或市场某个缺陷的消除等。
  - 在局部均衡模型中，福利分析得以大大简化。

局部均衡模型中的福利分析

- ## 福利的评价
  - 假设社会对福利的评价蕴含在社会福利函数 $W(u_1,\ldots,u_I)$ 中，这个函数对每个效用向量 $(u_1,\ldots,u_I)$ 指定了一个社会福利值。
    - 假设某个中央政府想通过转移计价物商品的方法来实现社会福利的最大化。
    - 在个人效用函数为拟线性的情况下，福利分析可以大大简化，因为在这种情形下，如果某个中央政府在消费者之间进行财富再分配，那么无论社会有什么样的福利函数，**社会福利的变动都可用马歇尔总剩余的变动进行衡量**。

局部均衡模型中的



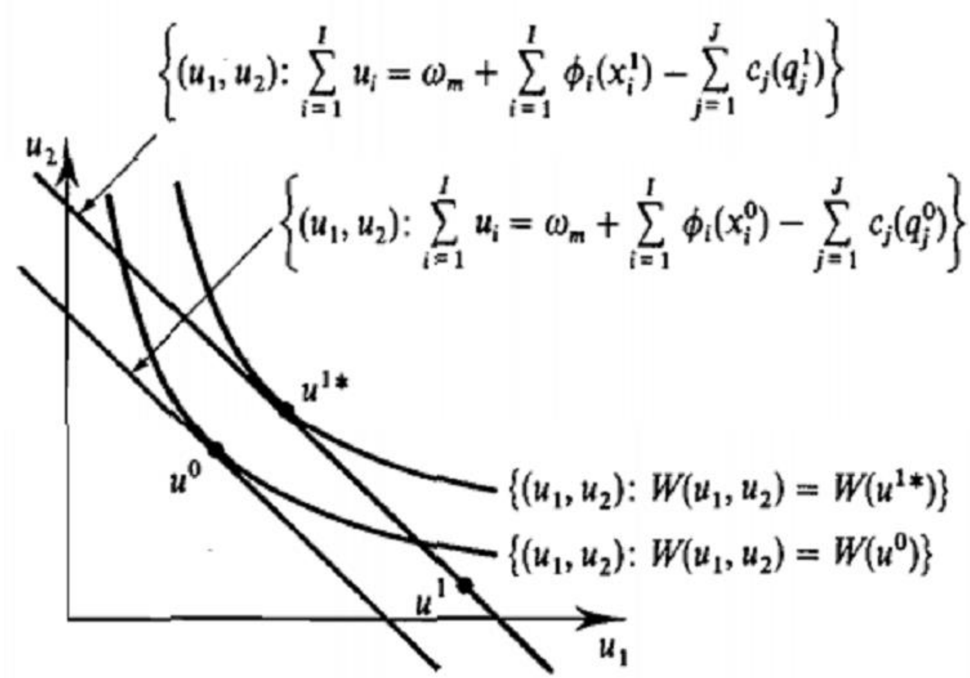
- **福利的评价**
  - 给定商品l的消费量和产量水平，中央政府可以通过计价物的再分配而实现效用向量$(u_1,\ldots,u_I)$
    - 如果中央政府想通过计价物再分配来实现社会福利最大化，那么最终福利最大值也会随着效用可能集的增大而增大。
    - 商品l的消费和产量水平的变动会导致福利的增加，当且仅当它增加了马歇尔总剩余：

$$S(x_1,\ldots,x_I,q_1,\ldots,q_J)=\sum_{i=1}^{I}\phi_i(x_i)-\sum_{j=1}^{J}c_j(q_j).$$

局部均衡模型中的福利分析

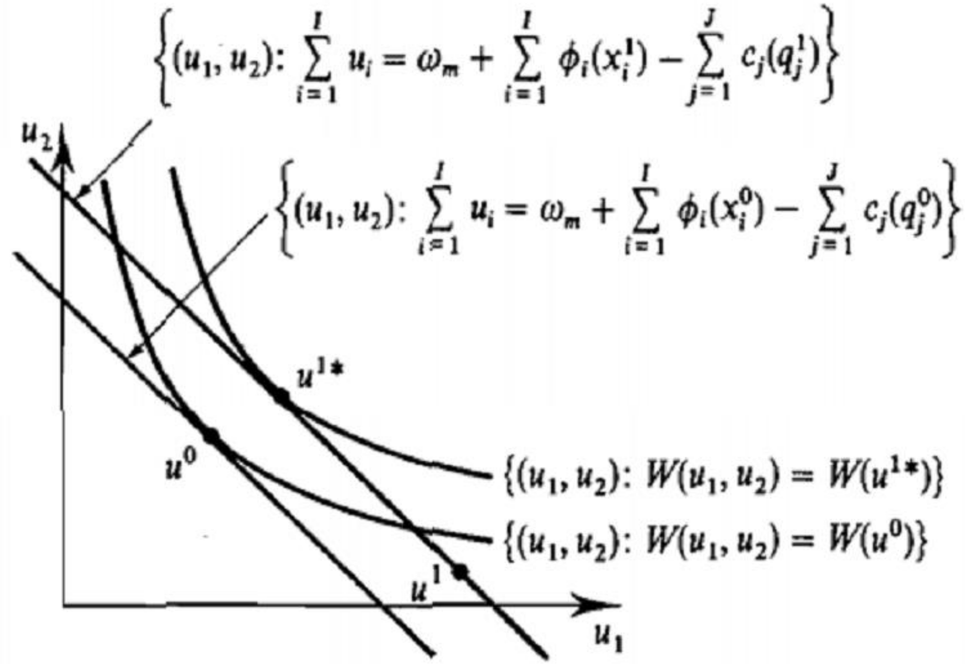
福利的评价

- 对应商品l的消费和产量水平为$(x_1^0,\ldots,x_I^0,q_1^0,\ldots,q_J^0)$时，初始效用向量为$u^0=(u_1^0,u_2^0)$，在这个点上，财富分配已达到最优。
- 对应商品l的消费和产量水平为$(x_1^1,\ldots,x_I^1,q_1^I,\ldots,q_J^1)$时，效用向量$u^1=(u_1^1,u_2^1)$



局部均衡模型中的福利分析

- 福利的评价
  - 通过计价物再分配实现社会福利最大时的效用水平为效用向量 $u^{1*}=(u_1^{1*},u_2^{1*})$。
    - 因此，如果不进行计价物转移，福利有可能降低，但是如果我们对计价物进行最优转移，总剩余会增加，社会福利也会增加。



- 只要计价物的再分配使得社会福利最大，福利的变动就可以用马歇尔总剩余变动来衡量。

局部均衡模型中的福利分析

- 马歇尔剩余
  - 在很多情形下，马歇尔剩余可用商品l总需求曲线和总供给曲线之间的面积来表示。
    - 首先，把商品l的总消费记为$x=\sum_i x_i$，假设对于任何总消费水平x，商品l的个人消费都已经达到最优。也就是说，对于每个消费者i都有 $\phi_i'(x_i)=P(x)$。
    - 其次，把商品l的总产量记为 q= $\sum_j q_j$，假设对于任何总产量水平q，每个企业的生产行为都是最优的。也就是说，对于每个企业j都有 $c_j'(q_j)=C'(q)$。

局部均衡模型中的福利分析

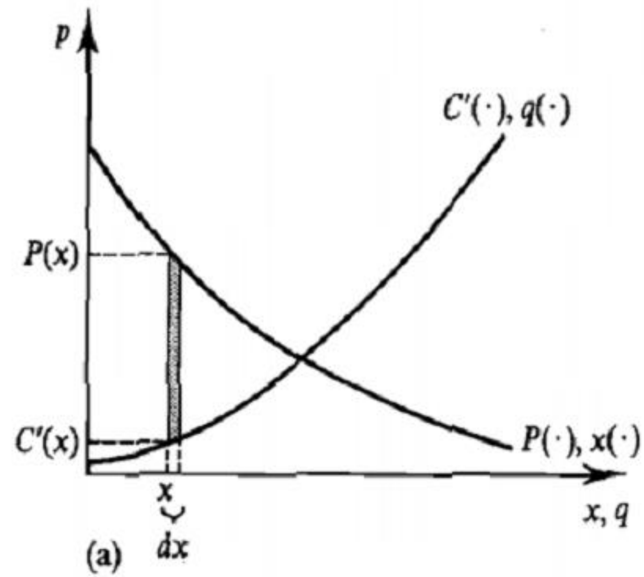
- **马歇尔剩余**
  - 考虑商品l消费和产量水平的微分变化 $(dx_1,\dots,dx_I,dq_1,\dots,dq_J)$ 这个变化满足 $\sum_i dx_i=\sum_j dq_j$ 。记 $dx=\sum_i dx_i$，马歇尔总剩余的变化为：

$$dS=\sum_{i=1}^{I}\phi_i'(x_i)dx_i-\sum_{j=1}^{J}c_j'(q_j)dq_j$$

  - 由于对于所有的i都有 $\phi_i'(x_i)=P(x)$，并且对于所有的企业j都有 $c_j'(q_j)=C'(q)$，因此 $dS=P(x)\sum_{i=1}^{I}dx_i-C'(q)\sum_{j=1}^{J}dq_j$
  - 由于x=q，且 $\sum_j dq_j=\sum_i dx_i=dx$，可得：$dS=[P(x)-C'(x)]dx$

局部均衡模型中的福利分析

- 马歇尔剩余
  - 马歇尔剩余的微分变化：$dS=[P(x)-C'(x)]dx$
    - 如果经济一开始处在总消费水平x上，那么总消费量x的变化对社会福利的边际影响，等于这个消费量变化带给消费者的边际收益 $P(x)dx$ 减去这些额外产品的边际成本 $C'(x)dx$
      - 这里的边际收益和边际成本都以计价物衡量。

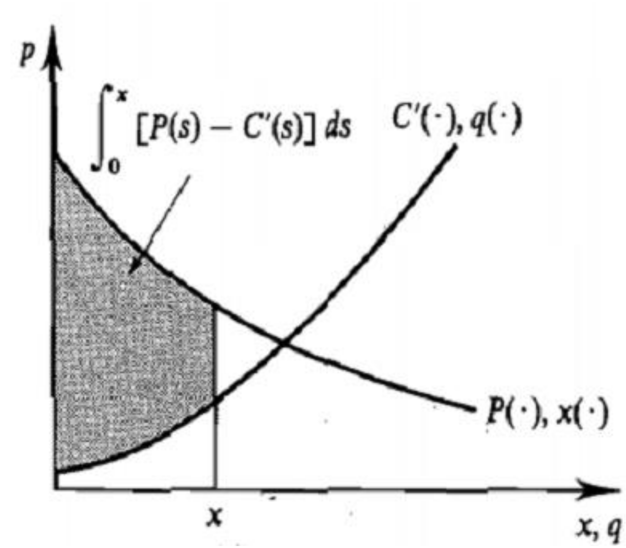


局部均衡模型中的福利分析

- 马歇尔剩余
  - 马歇尔剩余的微分变化：$dS=[P(x)-C'(x)]dx$
    - 为了得到总消费水平为x时的马歇尔总剩余，我们可以对此微分变化进行积分，并将这个总剩余记为S(x)

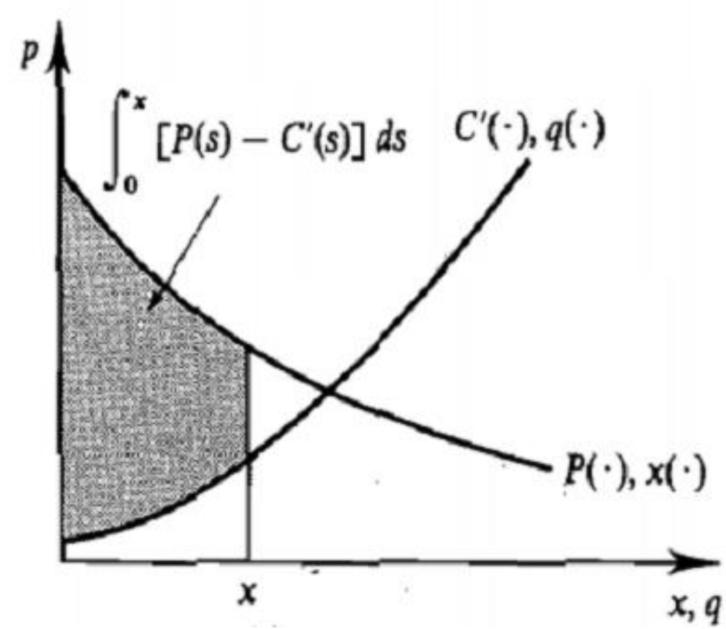
$$S(x)=S_0+\int_0^x [P(s)-C'(s)]ds$$

- 其中，S_0是个积分常数，等于商品l的消费量或产量为0时的总剩余。
- 积分刚好等于商品l的数量为x时总需求与总供给曲线之间的面积。



局部均衡模型中的福利分析

- 马歇尔剩余
  - 当总消费水平x^*满足 $P(x^*)=C'(x^*)$ 时，马歇尔总剩余的价值达到最大，而这个x^*刚好是竞争均衡的总消费水平。
  - 这与福利经济学第一基本定理的结论是一致的：竞争配置是帕累托最优的。

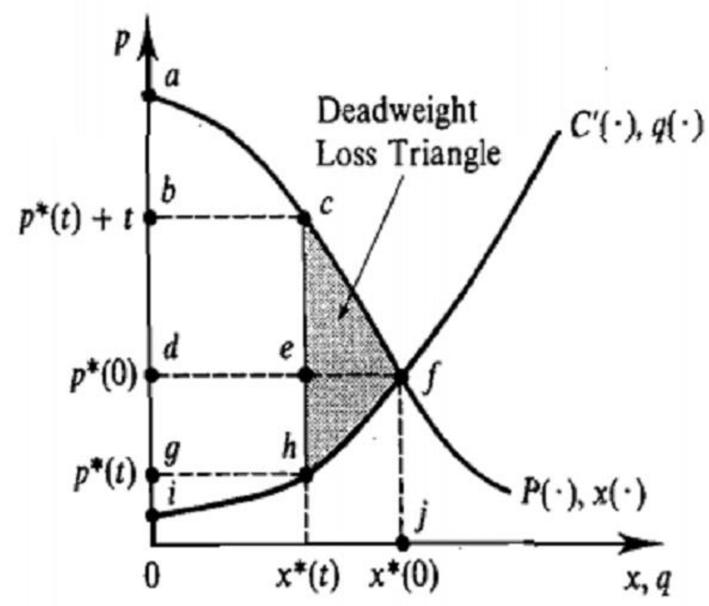


局部均衡模型中的福利分析

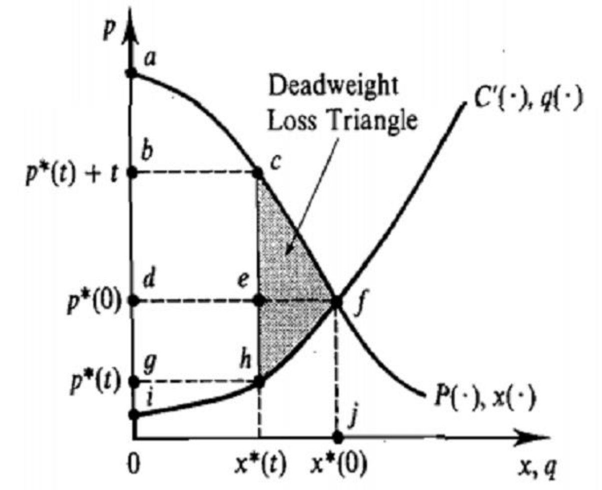
- **商品税的福利效应**
  - 当税率为t时，令 $(x_1^*(t),\ldots,x_I^*(t),q_1^*(t),\ldots,q_J^*(t))$ 表示商品l的均衡消费量和产量水平，令 $p^*(t)$ 表示商品l的均衡价格。
  - 对于所有的i都有 $\phi_i'(x_i^*(t))=p^*(t)+t$，对于所有的厂商j都满足 $c_j'(q_j^*(t))=p^*(t)$ 。
  - 令 $x^*(t)=\sum_i x_i^*(t)$ 和 $S^*(t)=S(x^*(t))$，则征税引起的马歇尔总剩余变动为：$S^*(t)-S^*(0)=\int_{x^*(0)}^{x^*(t)}[P(s)-C'(s)]ds$

局部均衡模型中的福利分析

- **商品税的福利效应**
  - 马歇尔总剩余变动为：$S^*(t)-S^*(0)=\int_{x^*(0)}^{x^*(t)}[P(s)-C'(s)]ds$
    - 由于 $x^*(t)<x^*(0)$，以及对于所有的 $x\le x^*(0)$ 有 $P(x)\ge C'(x)$，且x=x*(0)时 $P(x)=C'(x)$，因此，总剩余的变动为负。
    - 因此，社会福利在t=0时达到最大。
    - 社会福利因为t>0而导致的损失称为**扭曲税的净损失**。这个损失等于阴影区域的面积，称为**净损失三角形**。



局部均衡模型中的福



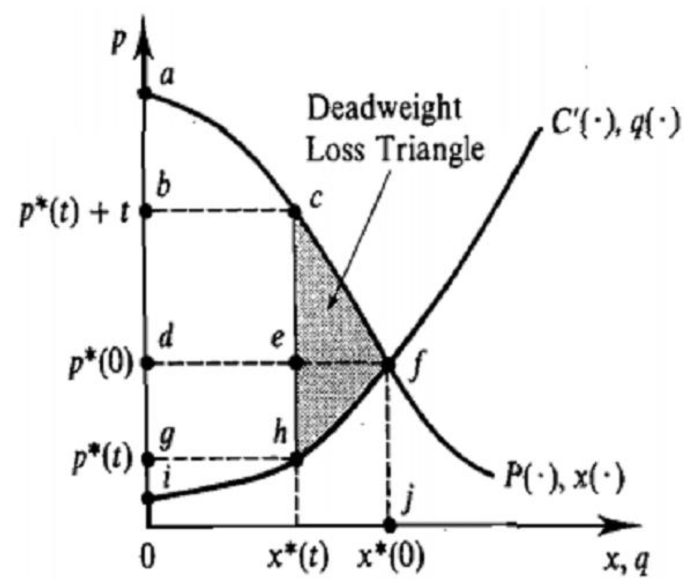
- 商品税的福利效应
  - 有时候会将总剩余分解为消费者剩余、生产者剩余和征税当局得到的剩余这三个部分。
    - 当消费者实际支付的价格为 $\hat{p}$ 从而总消费为 $x(\hat{p})$ 时的总消费者剩余，是指消费者因消费商品l得到的总消费者收益减去他们在商品l上的总支出： $CS(\hat{p})=\sum_{i=1}^{I}\phi_i(x_i(\hat{p}))-\hat{p}x(\hat{p}).$
    - 由于消费是最优分配，可得：

$$CS(\hat{p})=\int_0^{x(\hat{p})}P(s)ds-\hat{p}x(\hat{p})$$

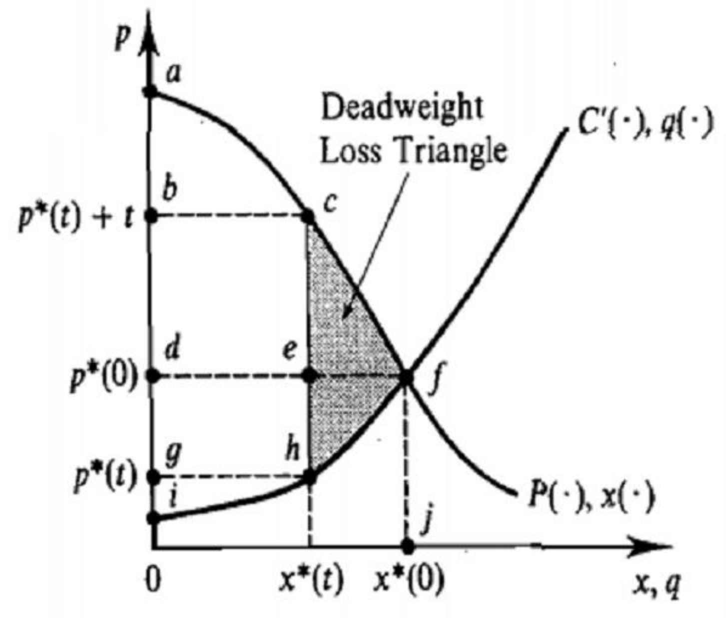
$$=\int_0^{x(\hat{p})}[P(s)-\hat{p}]ds.=\int_{\hat{p}}^{\infty}x(s)ds.$$

局部均衡模型中的福利分析

- 商品税的福利效应
  - 消费者总剩余 $CS(\hat{p}) = \int_{\hat{p}}^{\infty} x(s)ds.$
    - 税率为t时，消费者面对的实际价格为 $p^*(t)+t$，所以征税引起的消费者剩余的变动为：$CS(p^*(t)+t) - CS(p^*(0)) = -\int_{p^*(0)}^{p^*(t)+t} x(s)ds.$
    - 在图中，消费者剩余的减少可由区域dbcf的面积来表示



局部均衡模型中的



- 商品税的福利效应
  - 总生产者剩余
    - 当企业面对的实际价格为 $\hat{p}$ 时，总利润或称总生产者剩余为：

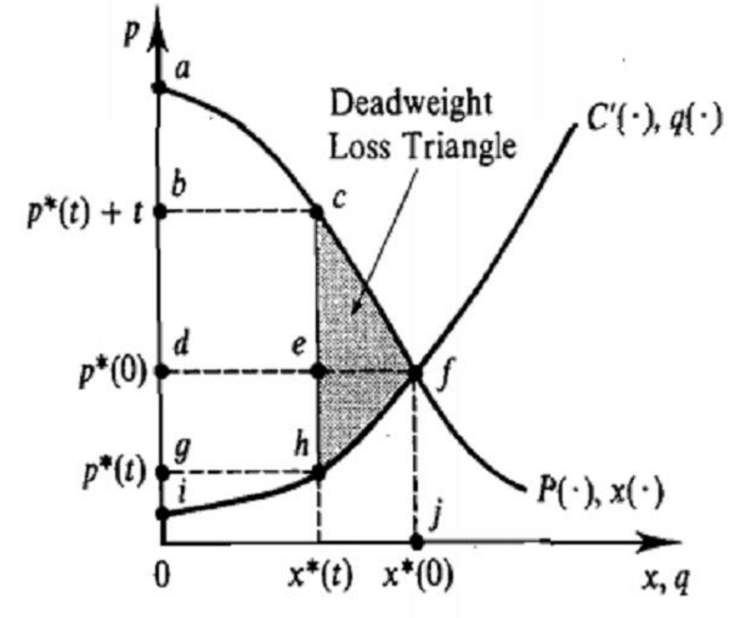
$$\Pi(\hat{p}) = \hat{p}q(\hat{p}) - \sum_{j=1}^{J} c_j(q_j(\hat{p})).$$

    - 由于产量是最优分配的，因此：

$$\Pi(\hat{p}) = \Pi_0 + \int_0^{q(\hat{p})} [\hat{p} - C'(s)]ds = \Pi_0 + \int_0^{\hat{p}} q(s)ds$$

    - 其中 Π_0是积分常数，它等于当q_j=0的利润。由于生产者不缴税，当税率为t时他们面对的价格为$p^*(t)$。因此，生产者剩余的变动为： $\Pi(p^*(t)) - \Pi(p^*(0)) = -\int_{p^*(t)}^{p^*(0)} q(s)ds$，对应图中区域gdfh。

局部均衡模型中的



- 商品税的福利效应
  - 税收收入
    - 税收收入为 $tx^*(t)$，对应图中区域gbch的面积表示。
  - 因此，征税造成的净福利损失，等于消费者剩余减少量加上生产者剩余减少量，然后减去税收收入。
    - 在图形上，表现为区域dbcf的面积加上区域gdfh的面积然后减去区域gbch的面积，这个结果为区域cfh的面积。
    - 也就是说，征税造成的净福利损失等于区域cfh的面积

局部均衡分析

- **对局部均衡分析的评论**
  - 理论上，帕累托最优的结果和竞争均衡的分析要求同时考虑整个经济中所有的消费者、生产者和所有商品的情况，然而局部均衡的分析方法提供给我们一种方便的工具。
    - 在实证的角度上，它能让我们确定某个市场均衡的结果；
    - 在规范的角度上，它允许我们使用马歇尔总剩余衡量福利。
  - 局部均衡分析的前提
    - 除了我们所研究的特定商品l外，所有其他商品的价格都是固定不变的；
    - 我们所研究的这种商品l不存在财富效应。