

## MATLAB 作业 1 参考答案

1、在你的机器上安装 MATLAB 语言环境，并键入 demo 命令，由给出的菜单系统和对话框原型演示程序，领略 MATLAB 语言在求解数学问题方面的能力与方法。

【求解】略。

2、启动 MATLAB 环境，并给出语句 tic, A=rand(500); B=inv(A); norm(A\*B-eye(500)),toc, 试运行该语句，观察得出的结果，并利用 help 命令对你不熟悉的语句进行帮助信息查询，逐条给出上述程序段与结果的解释。

【求解】在 MATLAB 环境中感触如下语句，则可以看出，求  $500 \times 500$  解随机矩阵的逆，并求出得出的逆矩阵与原矩阵的乘积，得出和单位矩阵的差，得出范数。

一般来说，这样得出的逆矩阵精度可以达到  $10^{-12}$ 。

```
>> tic, A=rand(500); B=inv(A); norm(A*B-eye(500)), toc
```

```
ans =
```

```
2.2840e-11
```

时间已过 0.187194 秒。

3、试用符号元素工具箱支持的方式表达多项式  $f(x) = x^5 + 3x^4 + 4x^3 + 2x^2 + 3x + 6$ ,

并令  $x = \frac{s-1}{s+1}$ ，将  $f(x)$  替换成  $s$  的函数。

【求解】可以先定义出  $f$  函数，则由 subs() 函数将  $x$  替换成  $s$  的函数

```
>> syms s x; f=x^5+3*x^4+4*x^3+2*x^2+3*x+6; F=subs(f,x,(s-1)/(s+1))
```

```
F =
```

```
(3*(s - 1))/(s + 1) + (2*(s - 1)^2)/(s + 1)^2 + (4*(s - 1)^3)/(s + 1)^3 + (3*(s - 1)^4)/(s + 1)^4 + (s - 1)^5/(s + 1)^5 + 6
```

4、用 MATLAB 语句输入矩阵 A 和 B

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 4 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1+4j & 2+3j & 3+2j & 4+1j \\ 4+1j & 3+2j & 2+3j & 1+4j \\ 2+3j & 3+2j & 4+1j & 1+4j \\ 3+2j & 2+3j & 4+1j & 1+4j \end{bmatrix}$$

前面给出的是  $4 \times 4$  矩阵，如果给出  $A(5; 6) = 5$  命令将得出什么结果？

【求解】用课程介绍的方法可以直接输入这两个矩阵

```
>> A=[1 2 3 4; 4 3 2 1; 2 3 4 1; 3 2 4 1]
```

A =

1	2	3	4
4	3	2	1
2	3	4	1
3	2	4	1

若给出 A(5,6)=5 命令，虽然这时的行和列数均大于 B 矩阵当前的维数，但仍然可以执行该语句，得出

```
>> A(5,6)=5
```

A =

1	2	3	4	0	0
4	3	2	1	0	0
2	3	4	1	0	0
3	2	4	1	0	0
0	0	0	0	0	5

复数矩阵也可以用直观的语句输入

```
>> B=[1+4i 2+3i 3+2i 4+1i; 4+1i 3+2i 2+3i 1+4i; 2+3i 3+2i 4+1i 1+4i; 3+2i 2+3i 4+1i 1+4i]
```

B =

1.0000 + 4.0000i	2.0000 + 3.0000i	3.0000 + 2.0000i	4.0000 + 1.0000i
4.0000 + 1.0000i	3.0000 + 2.0000i	2.0000 + 3.0000i	1.0000 + 4.0000i
2.0000 + 3.0000i	3.0000 + 2.0000i	4.0000 + 1.0000i	1.0000 + 4.0000i
3.0000 + 2.0000i	2.0000 + 3.0000i	4.0000 + 1.0000i	1.0000 + 4.0000i

5、假设已知矩阵 A，试给出相应的 MATLAB 命令，将其全部偶数行提取出来，赋给 B 矩阵，用 A=magic(8) 命令生成 A 矩阵，用上述的命令检验一下结果是不是正确。

【求解】魔方矩阵可以采用 magic() 生成，子矩阵也可以提取出来

```
>> A=magic(8), B=A(2:2:end,:)
```

A =

64	2	3	61	60	6	7	57
9	55	54	12	13	51	50	16
17	47	46	20	21	43	42	24
40	26	27	37	36	30	31	33
32	34	35	29	28	38	39	25
41	23	22	44	45	19	18	48
49	15	14	52	53	11	10	56
8	58	59	5	4	62	63	1

B =

9	55	54	12	13	51	50	16
---	----	----	----	----	----	----	----

40	26	27	37	36	30	31	33
41	23	22	44	45	19	18	48
8	58	59	5	4	62	63	1

6、用MATLAB 语言实现下面的分段函数  $y = f(x) = \begin{cases} h, & x > D \\ h/Dx, & |x| \leq D \\ -h, & x < -D \end{cases}$ 。

【求解】两种方法，其一，巧用比较表达式解决

```
>> y=h*(x>D) + h/D*x.*(abs(x)<=D) -h*(x<-D);
```

另外一种方法，用循环语句和条件转移语句

```
>> for i=1:length(x)
    if x(i)>D, y(i)=h;
        elseif abs(x(i))<=D, y(i)= h/D*x(i);
        else, y(i)=-h; end
end
```

其中，前者语句结构简单，但适用范围更广，允许使用矩阵型  $x$ ，后者只能使用向量型的  $x$ ，但不能处理矩阵问题。

7、用数值方法可以求出  $S = \sum_{i=0}^{63} 2^i = 1+2+4+8+\cdots+2^{62}+2^{63}$ ，试不采用循环的

形式求出和式的数值解。由于数值方法采用double 形式进行计算的，难以保证有效位数字，所以结果不一定精确。试采用符号运算的方法求该和式的精确值。

【求解】用符号运算的方式可以采用下面语句

```
>> sum(sym(2).^[1:63])
```

```
ans =
```

```
18446744073709551614
```

由于结果有 19 位数值，所以用 double 型不能精确表示结果，该数据类型最多表示 16 位有效数字。其实用符号运算方式可以任意保留有效数字，例如可以求 200 项的和或 1000 项的和可以由下面语句立即得出。

```
>> sum(sym(2).^[1:200])
```

```
ans =
```

```
3213876088517980551083924184682325205044405987565585670602750
```

```
>> sum(sym(2).^[1:1000])
```

```
ans =
```

```
214301721437253464189685009812000362112280962341106721488750077674070
```

```
210224987224498639675763139171625518934583510629365037429057138462808
```

719691551493971496078691355496484619708421492101247422837559083643060  
929499671638825347975351183310878921541258291423929553730843353208596  
63305248773674411336138750

8、编写一个矩阵相加函数 `mat_add()`，使其具体的调用格式为 `A=mat_add(A1 ,A2 ,A3 ,...)`，要求该函数能接受任意多个矩阵进行加法运算。  
(注：`varargin` 变量的应用)

【求解】可以编写下面的函数，用 `varargin` 变量来表示可变输入变量

```
function A=mat_add(varargin)
A=0;
for i=1:length(varargin), A=A+varargin{i}; end
如果想得到合适的错误显示，则可以试用 try, catch 结构。
function A=mat_add(varargin)
try
A=0;
for i=1:length(varargin), A=A+varargin{i}; end
catch, error(lasterr); end
```

9 已知Fibonacci 数列由式  $a_k = a_{k-1} + a_{k-2}$ ,  $k = 3, 4, \dots$  可以生成，其中初值为

$a_1 = a_2 = 1$ ，试编写出生成某项Fibonacci 数值的MATLAB 函数，要求

①函数格式为 `y=fib(k)`，给出 `k` 即能求出第 `k` 项  $a_k$  并赋给 `y` 向量；

②编写适当语句，对输入输出变量进行检验，确保函数能正确调用；

③利用递归调用的方式编写此函数。

(注：递归的调用方式速度较慢，比循环语句慢很多，所以不是特别需要，解这样问题没有必要用递归调用的方式。)

【求解】假设 `fib(n)` 可以求出Fibonacci 数列的第 `n` 项，所以对 `n >= 3` 则可以用 `k=fib(n-1)+fib(n-2)` 可以求出数列的 `n+1` 项，这可以使用递归调用的功能，而递归调用的出口为1。综上，可以编写出M-函数。

```
function y=fib(n)
if round(n)==n & n>=1
    if n>=3
        y=fib(n-1)+fib(n-2);
    else, y=1; end
else
    error('n must be positive integer.')
end
```

例如， $n = 10$  可以求出相应的项为

```
>> fib(10)
```

```
ans =
```

```
55
```

现在需要比较一下递归实现的速度和循环实现的速度

```
>> tic, fib(20), toc
```

```
ans =
```

```
6765
```

时间已过 0.001757 秒。

```
>> tic, a=[1 1]; for i=3:30, a(i)=a(i-1)+a(i-2); end, a(30), toc
```

```
ans =
```

```
832040
```

时间已过 0.001654 秒。

应该指出，递归的调用方式速度较慢，比循环语句慢很多，所以不是特别需要，解这样问题没有必要用递归调用的方式。

10、下面给出了一个迭代模型

$$\begin{cases} x_{k+1} = 1 + y_k - 1.4x_k^2 \\ y_{k+1} = 0.3x_k \end{cases}$$

写出求解该模型的M-函数（M-脚本文件），如果取迭代初值为  $x_0 = 0, y_0 = 0$ ，

那么请进行30000 次迭代求出一组x 和y 向量，然后在所有的  $x_k$  和  $y_k$  坐标处

点亮一个点( 注意不要连线)，最后绘制出所需的图形。（提示这样绘制出的图形又称为Henon 引力线图，它将迭代出来的随机点吸引到一起，最后得出貌似连贯的引力线图。）

**【求解】**用循环形式解决此问题，可以得出所示的 Henon 引力线图。

```
>> x=0; y=0;
```

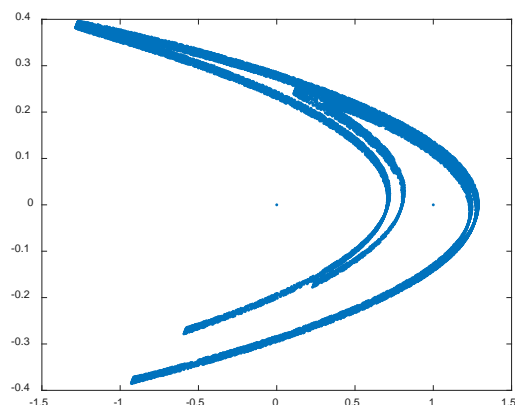
```
for i=1:29999
```

```
x(i+1)=1+y(i)-1.4*x(i)^2;
```

```
y(i+1)=0.3*x(i);
```

```
end
```

```
plot(x,y,'.')
```

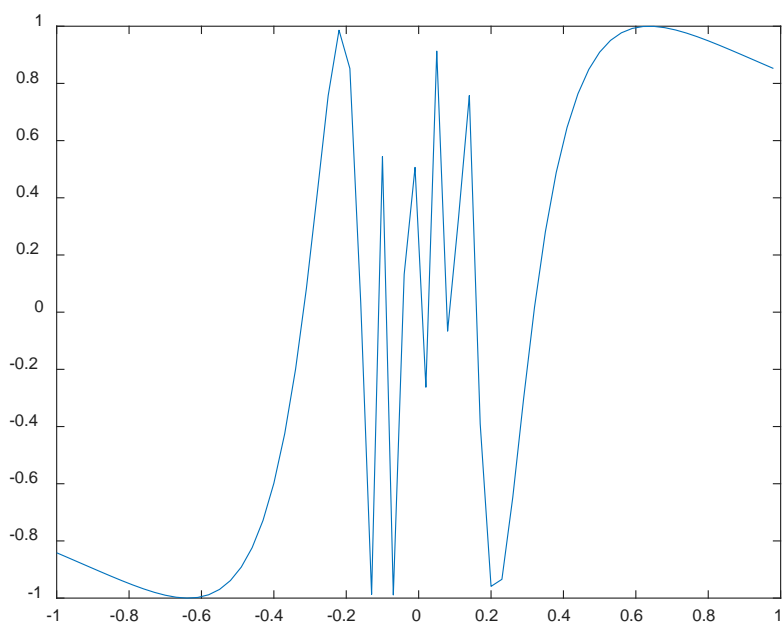


上述的算法由于动态定义  $x$  和  $y$ ，所以每循环一步需要重新定维，这样做是很消耗时间的，所以为加快速度，可以考虑预先定义这两个变量，如给出  $x=\text{zeros}(1,30000)$ 。

11、选择合适的步距绘制出下面的图形  $\sin(\frac{1}{t})$ ，其中  $t \in (-1,1)$ 。(注：合适的步距包括等距与不等距)

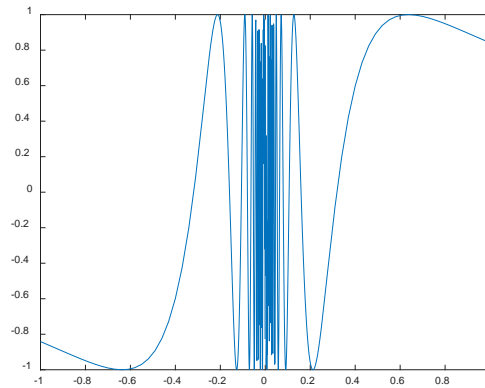
【求解】用普通的绘图形式，选择等间距，得出所示的曲线，其中  $x = 0$  左右显得粗糙。

```
>> t=-1:0.03:1; y=sin(1./t); plot(t,y)
```



选择不等间距方法，可以得出曲线。

```
>> t=[-1:0.03: -0.25, -0.248:0.001:0.248, 0.25:.03:1]; y=sin(1./t); plot(t,y)
```

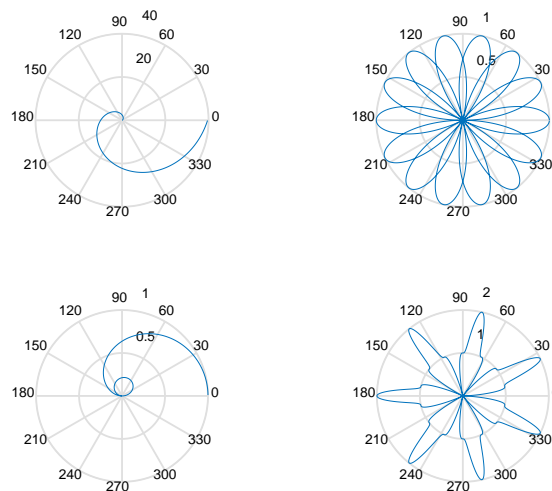


12、对合适的  $\theta$  范围选取分别绘制出下列极坐标图形（注：要求把图形窗口分为4块，每块绘一个图）

①  $\rho = 1.0013\theta^2$  , ②  $\rho = \cos(7\theta/2)$  , ③  $\rho = \sin(\theta)/\theta$  , ④  $\rho = 1 - \cos^3(7\theta)$

【求解】绘制极坐标曲线的方法很简单，用 `polar()` 即可以绘制出极坐标图。注意绘制图形时的点运算：

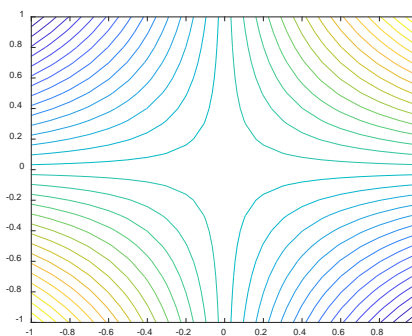
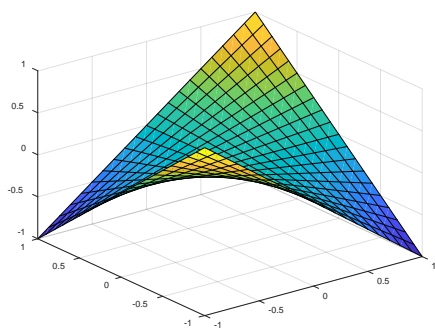
```
>> t=0:0.01:2*pi; subplot(221), polar(t,1.0013*t.^2),% (a)
subplot(222), t1=0:0.01:4*pi; polar(t1,cos(7*t1/2)) % (b)
subplot(223), polar(t,sin(t)./t) % (c)
subplot(224), polar(t,1-(cos(7*t)).^3)
```



13、请分别绘制出  $xy$  和  $\sin(xy)$  的三维图和等高线。

【求解】(a) 给出下面命令即可得出的图形。

```
>> [x,y]=meshgrid(-1:.1:1);
surf(x,y,x.*y), figure; contour(x,y,x.*y,30)
```



(b) 给出下面命令即可得出的图形。

```
>> [x,y]=meshgrid(-pi:1:pi);  
surf(x,y,sin(x.*y)), figure; contour(x,y,sin(x.*y),30)
```

