第三章 消费者选择与需求理论

- ◎ 前面针对需求的分析都是针对单个消费者行为的。
- ◎ 而对于经济学中的大多数问题,消费者的总体行为更重要。

◎ 总需求是指经济中所有消费者产生的需求之和。

- ◎ 个人需求可以表示为商品价格和个人财富水平的函数
 - 总需求在什么情况下也能表示为商品价格和总财富水平的函数?

计量经济学家的总需求理论 由于计量学家得到的数据通常是总量形式,因此,他们希望解决的问题是: 总需求在多大程度上可以表示为仅仅是总体变量的函数。 这些总体变量可以是消费者的总财富等。

- ◎ 由理性偏好生成的个人需求必然满足显示性偏好弱公理
 - 总需求在什么情况下也能满足弱公理?

实证经济学家的总需求理论 实证经济学家希望从市场均衡模型中得出某些预测结论,而总需求证经济学家的总需求理论 求在市场均衡模型中起着核心作用,因此,他们关心的是个人需求理论的实证约束条件在多大程度上能够应用到总需求。

- ◎ 从个人需求可以推出消费者福利的衡量方法
 - 什么情况下,可以用总需求函数计算福利变化?

福利经济学家的总需求理论

福利经济学家希望得到总需求的规范性意义,也就是希望能利用 衡量福利变动的工具来评估经济环境变动的福利意义,因此,他 们希望总需求可以看作是由一个代表性消费者产生的。

- ◎ 个人需求可以表示为商品价格和个人财富水平的函数
 - 总需求在什么情况下也能表示为商品价格和总财富水平的函数?

计量经济学家的总需求理论 由于计量学家得到的数据通常是总量形式,因此,他们希望解决的问题是: 总需求在多大程度上可以表示为仅仅是总体变量的函数。 这些总体变量可以是消费者的总财富等。

® 假设社会一共有I个消费者,他们拥有理性的偏好关系 \gtrsim_i 和相应的瓦尔拉斯需求函数 $x_i(p,w_i)$ 。一般来说,给定价格 $p \in \mathbb{R}^L$ 和这些消费者的财富水平 $(w_1,...,w_L)$,我们可以将总需求写成:

$$x(p, w_1, ..., w_I) = \sum_{i=1}^{I} x_i(p, w_i)$$

- 因此,总需求不仅取决于商品价格,还取决于各个消费者的具体 财富水平。
- 同时,每个消费者拥有不同的需求函数,那么什么时候总需求才能写成更简单的形式 $x(p, \sum_i w_i)$? 此时,总需求仅仅取决于总财富 $\sum_i w_i$

- 如果总需求可以简化成那种形式,那么在总财富和消费者人数一定的情况下,无论财富分布是怎样的,总需求都应该维持不变。
 - 也就是说,对于满足 $\sum_{i}w_{i}=\sum_{i}w_{i}$ 的任何 $(w_{1},...,w_{I})$ 和 $(w'_{1},...,w'_{I})$ 来说,我们必有:

$$\sum_{i} x_i(p, w_i) = \sum_{i} x_i(p, w_i')$$

• 什么情况下,这一条件才能满足呢?

从某个初始的财富分布状况(w₁,...,w₁)出发,假定财富发生了微分变化(dw₁,...,dw₁)∈ℝ²,该变化满足∑ᵢdwᵢ=0。如果总需求可以写成总财富的函数,且假定每个人的需求函数都是可微的,那么必有:

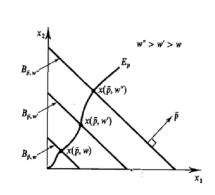
$$\sum_{i} \frac{\partial x_{li}(p, w_{i})}{\partial w_{i}} dw_{i} = 0$$

- 对于每一种商品|都成立。
- 也就是说,对于所有满足 $\sum_i dw_i = 0$ 的财富再分配都满足上述条件。
- 当且仅当不同的 dw_i 的系数是相同的,上述条件成立,即满足 $\frac{\partial x_{li}(p,w_i)}{\partial w_i} = \frac{\partial x_{li}(p,w_j)}{\partial w_j}$ 对于每个l和任何两个消费者i,j及财富分布都成立。

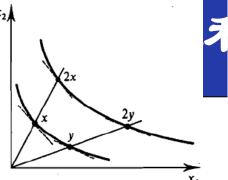
- 这一条件对于任何既定的价格向量p和任何商品I都成立, 并且无论考察的是哪个消费者以及他的财富水平如何,他 们在给定价格p下的财富效应必定是相同的。
 - 这种情形下,消费者之间的任何财富再分配产生的个人需求变化都将相互抵消,在图形上,这个条件就等价于所有消费者的财富扩张路径是平行的直线。

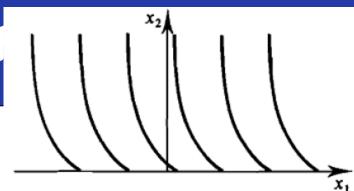
 *2 Wealth Expansion Path for Consumer;

Wealth Expansion Path for a Consumer $i \neq i$



总需求:





• 性质成立的条件

- 特殊情况一: 所有消费者的偏好有相同的位似偏好
- 特殊情况二: 消费者的偏好关于同一种商品是拟线性的

• 更一般的情况:

命题 4.B.1: 一组消费者在任何价格向量 p 上都具有平行的直线型的财富扩张路径,当且仅当这些消费者的偏好都能用高曼(Gorman)形式的间接效用函数表示,而且在该函数中 w_i 的系数对于每个消费者 i 都是相同的,即当且仅当:

$$v_i(p, w_i) = a_i(p) + b(p)w_i$$
.

• 性质成立的条件

- 当且仅当所有消费者的偏好都能用高曼形式的间接效用函数来表示,总需求可以写成总财富的函数形式。
- 此时,所有消费者的财富系数都等于b(p)。
- 高曼形式的间接效用函数实际上是对偏好做了一个很强的限制。

那么如果允许总需求取决于范围更广的一组总体变量,而不仅仅是总体财富水平或平均财富水平,还包括财富统计分布的一系列特征变量,比如社会上有多少富人、多少穷人。这种情况下,是不是存在相对较弱的限制条件?

- 取决于财富分布的、形式更一般的总需求要求的条件要比仅取决于总财富的要求条件更弱。
 - 当所有消费者的偏好相同,但偏好的形式可以是任意的一种(不一定是位似的),且仅在财富水平上存在差异的情况下,总需求仅取决于财富的统计分布。

- 强的限制条件要求,对于财富在消费者之间的任何分布,总需求总能写成总财富的函数。
 - 对于每个财富分布都要求做到这一点,这个要求是非常强的。
 - 在很多情况下,个人财富水平可能是由某个潜在过程产生的,而这个过程实际上限制了可能的个人财富集合(限制了财富的分布)。这种情况下,总需求更容易写为价格和总财富的函数。

- 有的情况下,个人财富是由个人持有的企业股份和他拥有的商品 存货数量产生的,这种情况下,个人的实际财富水平是当前价格 向量的函数。
- 同时,个人财富水平也可能取决于各种政府行为,这些政府行为 在消费者之间会进行财富再分配,因此就限制了可能的财富分布 状况的出现。

- 一个极端的情况。
 - 假设个人i的财富水平是由某个过程产生的,这个过程可以描述为产品价格p和社会总财富w的函数,可记为 $w_i(p,w)$ 。
 - 由于政府可能会根据个人的工资率和社会的总财富来确定其缴纳的税额, 因此个人财富与总财富相关。
 - 将对于所有的(p,w)都满足 $\sum_{i} w_{i}(p,w) = w$ 的一族函数 $(w_{1}(p,w),...,w_{I}(p,w))$ 称 为一个财富分配规则。
 - 当个人财富水平是由财富分配规则产生时,我们总可以将总需求写成函数 $x(p,w) = \sum_i x_i(p,w_i(p,w))$,从而总需求仅取决于价格和总财富水平。

- ◎ 由理性偏好生成的个人需求必然满足显示性偏好弱公理
 - 总需求在什么情况下也能满足弱公理?

实证经济学家的总需求理论 实证经济学家希望从市场均衡模型中得出某些预测结论,而总需 求在市场均衡模型中起着核心作用,因此,他们关心的是个人需 求理论的实证约束条件在多大程度上能够应用到总需求。

• 个人需求的实证性性质多大程度上能够被总需求函数所保留?

$$x(p, w_1, ..., w_I) = \sum_i x_i(p, w_i)$$

- 总需求函数保留了三个性质:连续性、零次齐次、瓦尔拉斯法则。
 - 个人瓦尔拉斯需求函数最重要的性质是满足弱公理,那么什么条件下,总需求也满足弱公理?

• 假设存在一个财富分配规则(w₁(p,w),...,w₁(p,w)), 它决定了既 定价格向量和总财富水平下的个人财富。则总需求为:

$$x(p, w) = \sum_{i} x_i(p, w_i(p, w))$$

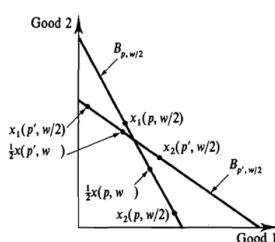
- 总需求函数取决于总财富。
- 那么总需求函数x(·,·)怎样才能满足弱公理?
 - 为了简化分析,考察一种简单的财富分配规则,即消费者的相对财富固定不变,和价格向量无关。给定消费者财富份额 $\alpha_i \ge 0$, $\sum_i \alpha_i = 1$,因此 $w_i(p,w) = \alpha_i w$ 对于总财富的每个财富水平都成立,那么:

$$x(p, w) = \sum_{i} x_{i}(p, \alpha_{i}w)$$

• 弱公理的定义

定义 4.C.1: 总需求函数 x(p, w) 满足弱公理,若 $p \cdot x(p', w') \le w$ 和 $x(p, w) \ne x(p', w')$ 意味着 $p' \cdot x(p, w) > w'$ 对于任何 (p, w) 和 (p', w') 都成立。

- 假设有两种商品和两个消费者。财富平均分配,因此 w₁=w₂=w/2, 其中w为总财富。有两个价格向量p和p′,以及相应的价格为p和p′ 时对应的两个消费者对两种商品的个人需求。
 Good 2人
 - 找出两个消费者需求的平均数,可以发现 $\frac{1}{2}p \cdot x(p',w) < w/2$ 和 $\frac{1}{2}p' \cdot x(p,w) < w/2$
 - 两侧都乘以2, 可以发现违背了弱公理



• 总需求不满足弱公理

- 原因——财富效应
- 对于个人需求x(p,w)满足弱公理,当且仅当对于价格变动它满足补偿性需求法则,也就是说,当且仅当对于任何(p,w)和任何补偿性的价格变化p',我们有

$$(p'-p)\cdot[x(p',w')-x(p,w)] \le 0$$

其中严格不等式在x(p,w)≠x(p',w') 时成立。

• 总需求不满足弱公理

- 原因——财富效应
- 如果我们考虑的价格财富组合变化,恰好对于每个消费者i来说都 是补偿性价格变化,也就是说如果对于每个消费者i都有:

$$\alpha_i w' = p' \cdot x_i(p, \alpha_i w)$$

• 那么由于个人需求满足弱公理, 我们可以得到, 对于所有消费者i:

$$(p'-p)\cdot[x_i(p',\alpha_iw')-x_i(p,\alpha_iw)]\leq 0$$

- 将上式对i加总就可以得到 $(p'-p)\cdot[x(p',w')-x(p,w)]\leq 0$
- 因此,对于每个消费者的任何补偿性价格财富组合变化来说,总需求必定满足弱公理。

• 总需求不满足弱公理

- 原因——财富效应
- 但是反之,如果某个价格财富组合变化在总体上是补偿性的,但 是对于每个消费者来说却未必是补偿性的。
 - 对于某些i甚至所有i来说,我们可能有α_iw'≠p'·x_i(p,α_iw)
 - 在这种情况下, $(p'-p)\cdot[x_i(p',\alpha_iw')-x_i(p,\alpha_iw)]\leq 0$ 对于某些i不成立,从而使得总量不等式 $(p'-p)\cdot[x(p',w')-x(p,w)]\leq 0$ 可能不成立

• 总需求不满足弱公理

- 弱公理是个人需求的基本性质,但总需求不一定满足。那么,对个人偏好施加怎样的限制条件,才能得到满足弱公理的总需求?
 - 如果需求法则在非补偿性的个人需求的价格变化成立,即假设给定初始价格财富组合(p,w_i),考虑一个非补偿性的价格变化p',即让w'=w_i,如果在这种情况下,个人需求法则的不等式依然成立,那么总需求也满足需求法则的总量不等式。

• 非补偿性需求法则

定义 4.C.2: 个人需求函数 $x_i(p, w_i)$ 满足非补偿性的需求法则 (uncompensated law of demand, ULD) 性质,如果对于任何 p , p' 和 w_i ,我们有

$$(p'-p)\cdot[x_i(p',w_i)-x_i(p,w_i)] \le 0$$
 (4.C.3)

其中严格不等式在 $x_i(p', w_i) \neq x_i(p, w_i)$ 时成立。

类似的定义适用于总需求函数x(p,w)。

- 如果个人需求 $x_i(p,w_i)$ 满足ULD的性质,那么 $D_p x_i(p,w_i)$ 是负半定的;也就是说,对于所有的dp都有 $dp\cdot D_p x_i(p,w_i)dp \leq 0$
- 逆命题同样也成立,即如果 $D_p x_i(p,w_i)$ 对于所有的p都是负定的,那 $\Delta x_i(p,w_i)$ 满足ULD的性质

类似的性质对于总需求函数X(p,W)也成立

• 非补偿性需求法则

- 非补偿性需求法则的最大优点是:它适用于总需求。
- 对于财富分布 $w_i = \alpha_i w$ 的情况,将个人ULD满足的不等式加起来就可以得到总需求ULD满足的不等式。

命题 4.C.1: 如果每个消费者的瓦尔拉斯需求函数 $x_i(p,w_i)$ 满足非补偿性需求法则(ULD)性质,那么总需求 $x(p,w)=\sum_i x_i(p,\alpha_iw_i)$ 也满足。因此,总需求 x(p,w) 满足弱公理。

• 考虑任何的(p,w), (p',w), 且 $x(p,w) \neq x(p',w)$, 则必定对于某个i, 有 $x_i(p,\alpha_iw_i) \neq x_i(p',\alpha_iw_i)$, 将个人需求满足的ULD不等式对i加总, 可得 $(p'-p)\cdot[x(p,w)-x(p',w)]<0$

• 非补偿性需求法则

命题 4.C.1: 如果每个消费者的瓦尔拉斯需求函数 $x_i(p,w_i)$ 满足非补偿性需求法则(ULD)性质,那么总需求 $x(p,w)=\sum_i x_i(p,\alpha_iw_i)$ 也满足。因此,总需求 x(p,w) 满足弱公理。

- 然后验证满足弱公理
 - 假设p·x(p',w')≤w,定义p'=(w/w')p',根据零次齐次性,可以得到
 x(p'',w)=x(p',w')
 - 从 (p"-p)·[x(p",w)-x(p,w)]<0 , p·x(p",w)≤w和瓦尔拉斯法则可知
 p"·x(p,w)>w
 - 即p'·x(p,w)>w', 满足弱公理

• 非补偿性需求法则

- ULD与偏好关系
 - ULD作为一个消费者个人行为的公理,它并不被偏好最大化所蕴含, 必须施加其他的条件。

命题 4.C.2: 如果 \succeq_i 是位似的,那么 $x_i(p,w_i)$ 满足非补偿性需求法则(ULD)性质。

命题 4.C.3: 假设 \succeq_i 是定义在消费集 $X=\mathbb{R}_+^I$ 上的个人偏好关系,而且 \succeq_i 可用二次连续可微的凹函数 $u_i(\cdot)$ 表示。如果

$$-\frac{x_i \cdot D^2 u_i(x_i) x_i}{x_i \cdot \nabla u_i(x_i)} < 4 \quad$$
对于所有的 x_i 成立,

那么 $x_i(p, w_i)$ 满足非补偿性需求法则(ULD)性质。

• 非补偿性需求法则

- 如果总需求满足非补偿性需求法则(ULD)的性质,那么个人需求 未必满足ULD的性质。
- ULD性质可能仅仅是总需求自身满足的性质。

命题 4.C.4: 假设所有消费者的定义在 \mathbb{R}^{I}_{+} 上的偏好 \gtrsim 都是相同的[个人需求函数以 $\tilde{x}(p,w)$ 表示],个人财富在区间 $[0,\overline{w}]$ 上是均匀分布的[严格来说,这要求存在消费者的连续统]。那么,总需求函数(严格地说,平均需求函数)

$$x(p) = \int_0^{\overline{w}} \tilde{x}(p, w) dw$$

满足非补偿性需求法则(ULD)性质。

- ◎ 从个人需求可以推出消费者福利的衡量方法
 - 什么情况下,可以用总需求函数计算有意义的福利变化?

福利经济学家的总需求理论

福利经济学家希望得到总需求的规范性意义,也就是希望能利用衡量福利变动的工具来评估经济环境变动的福利意义,因此,他们希望总需求可以看作是由一个代表性消费者产生的。

- 在针对消费者的福利分析中,我们使用个人需求函数和个人福利衡量方法衡量了个人的福利。
- 那么能否用总需求函数和类似个人的福利衡量方法来衡量 总福利?
 - 等价于:能否将需求函数看成是由一个虚构的代表性的消费者产生的,从而使该消费者的偏好可用作总社会福利的衡量指标。

- 从分配规则(w₁(p,w),...,w₁(p,w))开始分析,对于每个财富水平, 该规则将相应的财富分配给各个人。
 - 假设:对于所有的(p,w)有 $\sum_{i}w_{i}(p,w)=w$,而且每个 $w_{i}(\cdot,\cdot)$ 都是连续的和一次齐次的。
 - 在这种情形下,总需求具有常见的市场需求函数的形式

$$x(p,w) = \sum_{i} x_i(p, w_i(p, w))$$

总需求函数x(p,w)是连续的、零次齐次的、并且满足瓦尔拉斯法则的。并且总需求函数取决于财富分配规则。

• 代表性消费者的含义

定义 4.D.1: 存在一个实证的代表性的消费者 (a positive representative consumer), 如果存在 \mathbb{R}^L_+ 上的偏好关系 \succsim ,使得总需求函数 x(p,w) 正好是由该偏好关系产生的瓦尔拉斯需求函数。也就是说,当 $x \neq x(p,w)$ 和 $p \cdot x \leq w$ 时,有 $x(p,w) \succ x$ 。

- 实证的代表性消费者可以想象成为一个虚构的个人
 - 这个人面对社会预算集 $\{x \in \mathbb{R}^{L}_{+}: p \cdot x \leq w\}$ 时,他的效用最大化问题将产生整个经济体的总需求函数。
 - 如果希望能像分析消费者个人福利一样分析总福利,那么就必须要求 实证的代表性的消费者存在。
 - 但是这是必要条件,并不是充分条件,还需要对这个虚构的个人需求 函数赋予福利的含义。

- 代表性消费者的含义
 - 还需要定义规范的代表性的消费者!
 - 社会福利函数:社会福利函数为任何一组个人效用提供了加总的社会效用指标。

定义 4.D.2: [柏格森-萨缪尔森(Bergson-Samuelson)]社会福利函数是一个函数 $W:\mathbb{R}^I\to\mathbb{R}$,该函数对经济体中的I 个消费者的每个可能效用向量 $(u_1,...,u_I)\in\mathbb{R}^I$ 指定了一个效用值。

- 社会福利函数W(u₁,...,u_I) 背后的思想是:它准确描述了为了产生可能的 社会结果排序,社会应该如何比较这些个人效用。
- 假设社会福利函数是递增的、凹的函数,并且在某些情况下是可微的。

• 代表性消费者的含义

- 假设存在一个仁慈的中央政府,对于任何给定的价格p和总财富水平,他都能实施财富再分配来实现社会福利最大化。
 - 也就是说,对于任何(p,w),财富分配 $(w_1(p,w),...,w_I(p,w))$ 是一个社会福利最大化问题的解:

$$\begin{aligned} \underset{w_1,...,w_I}{\text{Max}} \quad & W(v_1(p, w_1), ..., v_I(p, w_I)) \\ \text{s.t.} & \sum_{i=1}^{I} w_i \leq w \end{aligned}$$

- 其中v_i(p,w)是消费者i的间接效用函数,而这个优化问题的最大值定义 了一个社会间接效用函数v(p,w)。
- 这个间接效用函数就为总需求函数 $x(p,w) = \sum_i x_i(p,w_i(p,w))$ 提供了一个实证的代表性消费者。

• 代表性消费者的含义

命题 4.D.1: 假设对于每个价格水平 p 和总财富水平 w ,财富分配 $(w_1(p,w),...,w_I(p,w))$ 是问题(4.D.1)的解。那么问题(4.D.1)的最优值函数是总需求函数 $x(p,w)=\sum_i x_i(p,w_i(p,w))$ 的实证的代表性的消费者的一个间接效用函数。

• 有了这一间接效用函数,我们就可以定义规范的代表性消费者了: 定义 4.D.3: 总需求 $x(p,w) = \sum_i x_i(p,w_i(p,w))$ 的实证的代表性的消费者 \gtrsim ,是相对于社会财富函数 $W(\cdot)$ 的规范的代表性的消费者 (normative representative consumer),如果对于每个(p,w),财富分配 $(w_1(p,w),...,w_I(p,w))$ 是问题 (4.D.1) 的解,因此,问题 (4.D.1) 的最优值函数是 \gtrsim 的间接效用函数。

• 代表性消费者的含义

- 如果存在规范的代表性消费者,这个消费者的偏好就具有福利的 含义,从而我们就可以利用前面的福利分析方法,用总需求x(p,w) 进行福利判断。
 - 但此时,我们是遵循社会福利函数最大化的财富分配规则的,该分配规则是财富的最优分配水平。

- 代表性消费者:实例1
 - 假设所有消费者的偏好都是位似的,而且都可以用一次齐次的效用函数表示。考虑社会福利函数 $W(u_1,...,u_I) = \sum_i \alpha_i \ln u_i$,其中 $\alpha_i > 0$; $\sum_i \alpha_i = 1$ 那么社会福利最大化的解,即最优财富分配函数,是与价格无关的规则: $w_i(p,w) = \alpha_i w$
 - 因此,在位似的情形下,总需求 $x(p,w) = \sum_i x_i(p,\alpha_i w)$ 可以看成是由这个社会福利函数产生的规范的代表性的消费者的需求。

- 代表性消费者:实例2
 - 假设所有消费者的偏好具有高曼型的间接效用函数ν_i(p,w_i)=α_i(p)+b(p)w_i 这里的b(p)不取决于i。这种函数包含一种特例,即消费者关于某种共同的计价物商品的偏好是拟线性的。
 - 这种情况下,总需求x(p,w)和财富分配无关。

- 代表性消费者:实例2
 - 考虑效用主义的福利函数 $\sum_i u_i$ 。这种情况下,任何财富分配规则 $(w_i(p,w),...,w_I(p,w))$ 是最优化问题的解,这个问题产生的间接效用函数为 $v(p,w)=\sum_i a_i(p)+b(p)w$ 。
 - 因此,当间接效用函数是高曼类型(财富系数b(p)相同),且社会 福利函数是效用主义的福利函数时,总需求总可以看成是由规范 的代表性的消费者产生的。

• 代表性消费者:实例2

- 当消费者拥有高曼类型的间接效用函数时,规范的代表性的消费 者理论可以进一步延伸。
 - 一般来说,代表性消费者的偏好取决于社会福利函数的形式,但是在高曼类型间接效用函数下并不是这样。即,如果消费者的间接效用函数具有高曼形式,且b(p)对于所有消费者都相同,那么代表性的消费者的偏好与我们使用哪种形式的社会福利函数无关。
 - 反过来,对于任何社会福利函数 $W(u_1,...,u_I)$ 来说, $v(p,w) = \sum_i a_i(p) + b(p)w$ 都可以作为规范的代表性的消费者的间接效用函数。