一个消费者一个生产者的经济

- 引入生产因素
- 假设经济内存在两个价格接受者和两种商品
  - 这两个价格接受者一个是消费者，另外一个是生产者；
  - 两种商品分别为消费者的劳动（或闲暇）和生产者生产的消费品。

一个消费者一个生产者的经济

- **消费者对闲暇x_1和消费品x_2的偏好是连续、凸的且强单调的**
  - 闲暇的禀赋为$\bar{L}$单位（例如每天24小时）
  - 消费品的禀赋为0
- **企业使用劳动生产消费品，生产函数$f(z)$是递增且严格凹的，其中z是企业使用的劳动数量。因此，为了生产产品，企业必须雇佣消费者，相当于从消费者手里购买一些闲暇。假设企业将价格视为给定的，并追求利润最大化，那么企业的问题就是：**$\underset{z\ge 0}{\mathrm{Max}} \quad pf(z)-wz$.
  - p和w分别为消费品和劳动的价格，给定p和w，企业的最优劳动需求为$z(p,w)$，它的产量为$q(p,w)$，利润为$\pi(p,w)$

一个消费者一个生产者的经济

- 假设企业是由消费者所拥有的，那么在一个消费者、一个企业的经济中，这个消费者就是企业的唯一所有者，他占有所有的企业利润$\pi(p,w)$。
- 在价格接受者假设下，消费者通过劳动市场被自己所拥有的企业雇佣，可以将这里的消费者和企业者看成是代表性的消费者和代表性的生产者。

一个消费者一个生产者的经济

- **用$u(x_1, x_2)$代表消费者偏好的效用函数，给定价格(p,w)，消费者的问题为：**

$$\max_{(x_1,x_2)\in\mathbb{R}_+^2} u(x_1,x_2)$$

$$\text{s.t. } px_2 \le w(\bar{L}-x_1)+\pi(p,w).$$

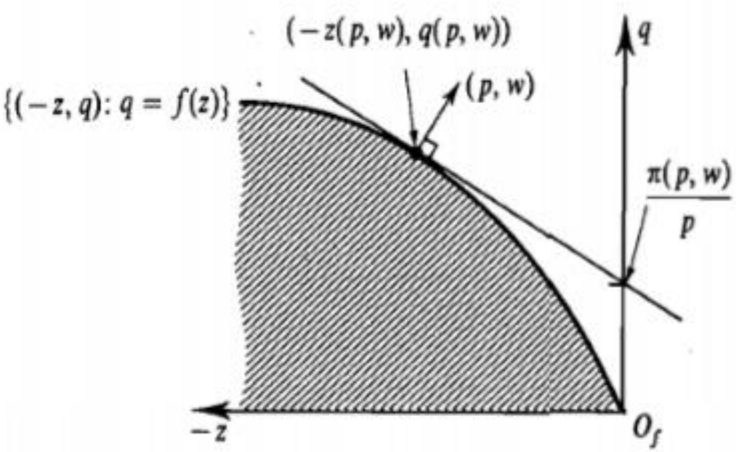
  - 预算约束反映了消费者购买力有两个来源：如果消费者提供了$(\bar{L}-x_1)$单位劳动，它用于购买消费品的总钱数，就等于他的劳动收入$\omega(\bar{L}-x_1)$加上他从企业得到的利润$\pi(p,w)$.
  - 消费者的最优需求可以记为$(x_1(p,w), x_2(p,w))$。

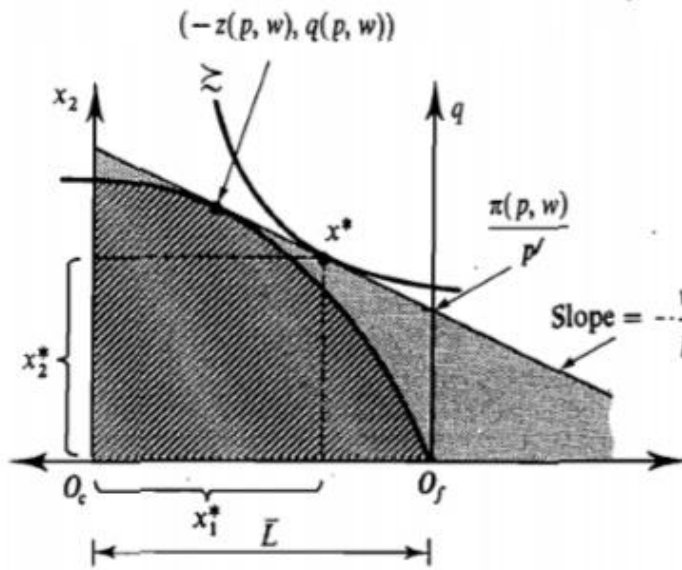
一个消费者一个生产者的经济

- 这个经济的瓦尔拉斯均衡涉及到使得消费品市场和劳动力市场都出清的价格向量$(\boldsymbol{p}^*, \boldsymbol{\omega}^*)$，使得：

$$x_2(p^*, w^*) = q(p^*, w^*)$$

$$z(p^*, w^*) = \bar{L} - x_1(p^*, w^*)$$

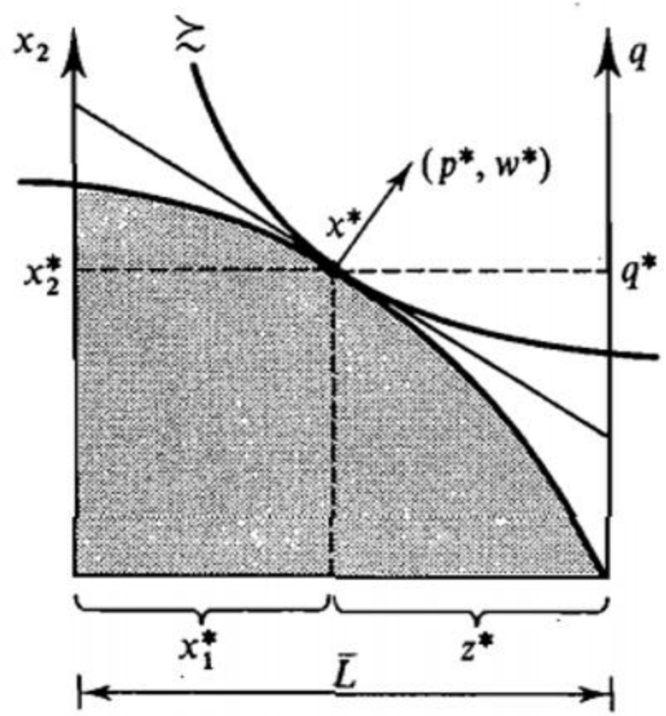




一个消费者一个生产者的经济

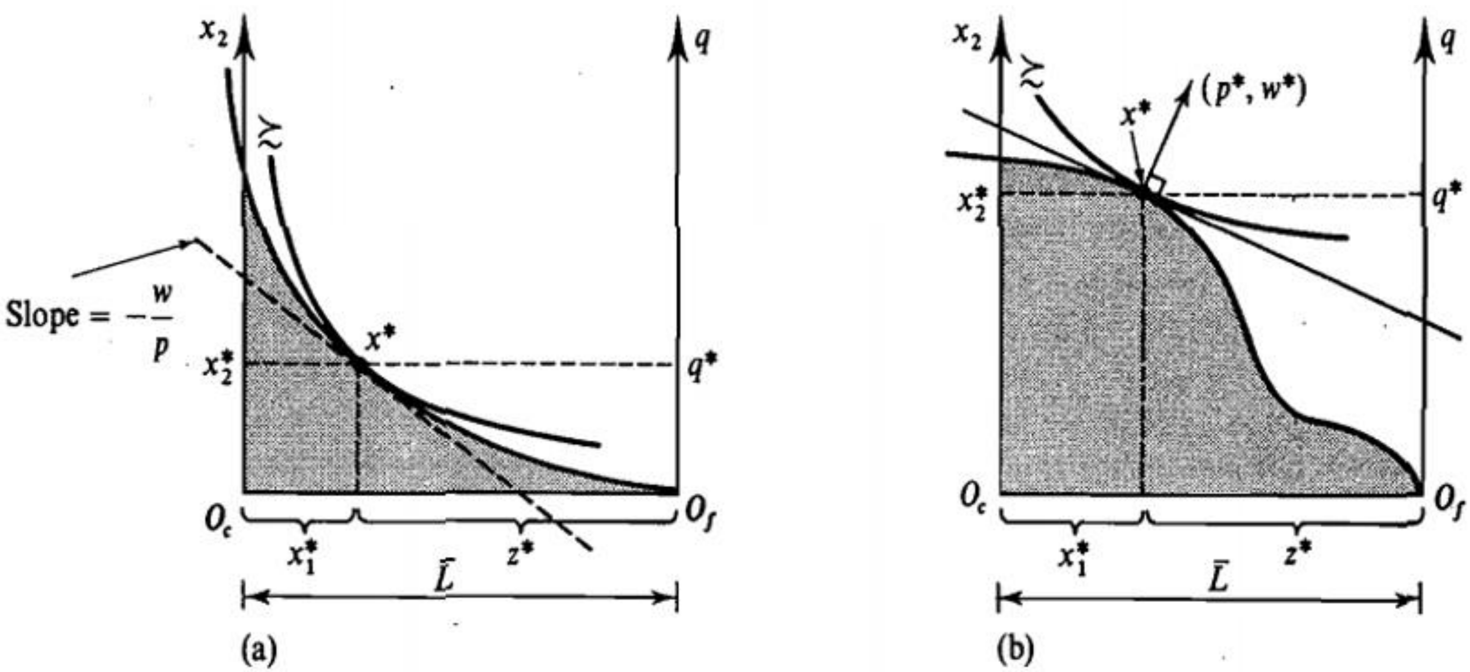
- 市场出清的情况
  - 某个消费品-闲暇组合是竞争均衡组合，当且仅当，它能使得消费者面对技术和禀赋约束下最大化自己的效用。
  - 瓦尔拉斯均衡配置等价于中央计划者以最大化消费者效用的方式运行经济而得到的配置。因此，任何瓦尔拉斯均衡都是帕累托最优的，并且任何帕累托最优配置都可以成为瓦尔拉斯均衡。

——福利经济学基本定理



一个消费者一个生产者的经济

- **福利经济学基本定理**
  - 凸性假设对于福利经济学第二基本定理是不可缺少的，但福利经济学第一基本定理并不要求凸性假设。



生产模型

- **假设社会生产部门由J个企业组成，每个企业都直接使用由L种原始要素组成的向量$\boldsymbol{z_j = (z_{1j}, \cdots, z_{Lj}) \geq 0}$生产消费品$\boldsymbol{q_j}$。**
  - 原始要素是指所有投入要素，都不是企业生产出来的；
  - 假设企业j的生产函数$f_j(z_j)$是凹、严格递增以及可微的；
  - L种原始要素的禀赋为$(\bar{z}_1, \ldots, \bar{z}_L) \gg 0$，这些禀赋最初由消费者们拥有，其唯一的用途是作为生产要素，消费者并不希望消费它们。
  - 为了重点考察**生产要素市场**，假设J种消费品的价格的价格固定为$p = (p_1, \cdots, p_J)$，该假设对于小型开放经济是合适的，因为小型经济体对世界消费品市场种的贸易决策对于这些消费品的世界价格几乎没有影响。

生产模型

要素市场的均衡

- 确定均衡的要素价格 $w=(w_1,\ldots,w_L)$及要素禀赋在J个企业之间的配置
- 给定产品价格 $p=(p_1,\ldots,p_J)$和要素价格 $w=(w_1,\ldots,w_L)$，企业j的利润最大化生产方案是最优化问题的解：

$$\underset{z_j\geq 0}{\mathrm{Max}}\ p_j f_j(z_j)-w\cdot z_j\,.$$

- 用 $z(p,w)\subset\mathbb{R}^L_+$表示企业j在给定价格下最优的要素需求集。由于消费者不直接使用他们的要素禀赋，所以只要要素价格严格为正，总要素供给将为 $(\bar{z}_1,\ldots,\bar{z}_L)$。因此，给定固定不变的消费品价格向量p，要素市场的一个均衡就由要素价格向量$w^*=(w_1^*,\ldots,w_L^*)\gg 0$ 和要素配置$(z_1^*,\ldots,z_J^*)=((z_{11}^*,\ldots,z_{L1}^*),\ldots,(z_{1J}^*,\ldots,z_{LJ}^*))$ 组成。

生产模型

- **要素市场的均衡**
  - 均衡配置满足的条件：
    - 使每一个企业在价格(p,w^*)下得到自己想要的要素需求（利润最大化的条件）；
    - 使得所有的要素市场出清。

$$z_j^* \in z_j(p,w) \qquad \text{对于所有 } j=1,\ldots,J \text{ 成立}$$

$$\sum_j z_{lj}^* = \bar{z}_l \qquad \text{对于 } l=1,\ldots,L \text{ 成立。}$$

生产模型

要素市场的均衡

- 由于企业的生产函数是凹的，利润最大化的一阶条件为充要条件，因此均衡配置 $(z_1^*,\ldots,z_J^*)\in\mathbb{R}_+^{LJ}$ 和要素价格 $w^*=(w_1^*,\ldots,w_L^*)$ 的变量个数为 $L(J+1)$ 刚好满足 $L(J+1)$ 个方程

$$\underset{z_j\geq 0}{\text{Max}}\ \ p_j f_j(z_j)-w\cdot z_j.$$

$$p_j\frac{\partial f_j(z_j^*)}{\partial z_{lj}}=w_l^*\quad \text{对于 } j=1,\ldots,J \text{ 和 } l=1,\ldots,L \text{ 成立。}$$

$$\sum_j z_{lj}^*=\bar{z}_l\quad \text{对于 } l=1,\ldots,L \text{ 成立。}$$

- 此时的均衡产量水平为： $q_j^*=f_j(z_j^*)$，其中 $j=1,\ldots,J$

生产模型

要素市场的均衡

- 同样也可以使用企业的成本函数 $c_j(w,q_j)$ 来表示产量和要素价格的均衡条件。产量水平 $(q_1^*,\ldots,q_J^*)\gg 0$ 和要素价格 $w^*=(w_1^*,\ldots,w_L^*)\gg 0$ 够成一个均衡当且仅当满足下列条件：

$$p_j=\frac{\partial c_j(w^*,q_j^*)}{\partial q_j}\quad \text{对于 } j=1,\ldots,J \text{ 成立，}$$

$$\sum_j \frac{\partial c_j(w^*,q_j^*)}{\partial w_l}=\bar{z}_l\quad \text{对于 } l=1,\ldots,L \text{ 成立。}$$

- 第一个为每个企业的利润最大化的条件；
- 第二个为市场出清条件：根据谢波特引理 $z_{lj}^*=\partial c_j(w,q_j^*)/\partial w_l$

生产模型

- 要素市场的均衡
  - 如果有一个中央计划者需要负责协调社会的要素配置，来实现社会生产活动总收入的最大化，从而能使得消费量最大化，实现福利的最大化。他面临的最大化问题：

$$\underset{(z_1,\ldots z_J)\geq 0}{\text{Max}} \sum_j p_j f_j(z_j)$$
$$\text{s.t.} \sum_j z_j = \bar{z}.$$

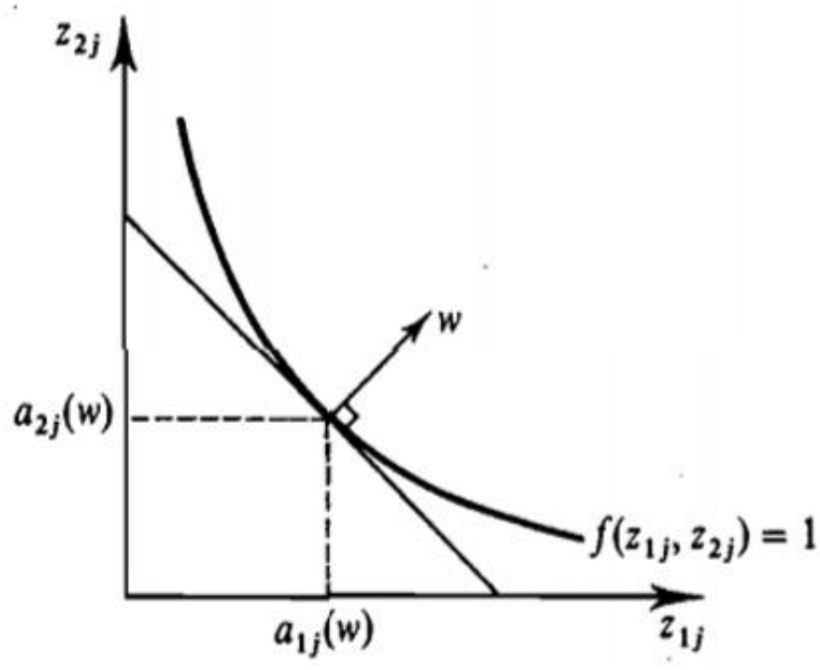
  - 由于单独企业追求利润最大化的行为与他们追求联合利润最大化的行为是相容的，所以前面得到的均衡要素配置$(z_1^*,\ldots,z_J^*)$一定也是该最大化问题的解。
  - 均衡要素配置的福利最大化的性质——第一福利定理

2×2生产模型

- **2×2生产模型**
  - 令*J=L=2*，也就是我们的经济是只有两种产品，并且只有两种原始的生产要素，假设两个产品的生产函数$f_1(z_{11},z_{21})$和$f_2(z_{12},z_{22})$都是一次齐次的，即规模报酬不变————2×2生产模型。
  - 在实践中，通常将要素1视为劳动，将要素2视为资本。
  - 定义要素价格向量$w=(w_1,w_2)$，用 $c_j(w)$ 表示生产一单位商品*j*的最小成本，用 $a_j(w)=(a_{1j}(w),a_{2j}(w))$ 表示能达到这个最小成本的要素组合，根据谢波特引理，有 $\nabla c_j(w)=(a_{1j}(w),a_{2j}(w))$

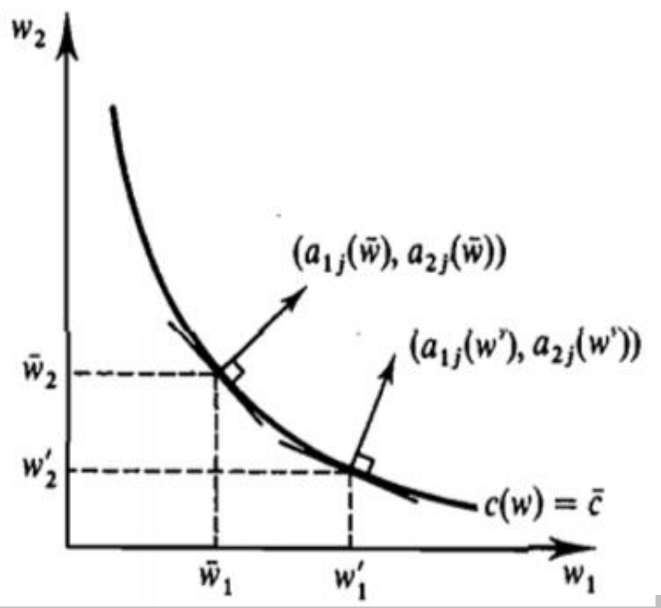
2×2生产模型

- **2×2生产模型**
  - 根据企业j的单位等产量线 $\{(z_{1j},z_{2j})\in\mathbb{R}^2_+ : f(z_{1j},z_{2j})=1\}$ 和等成本线，可以得到成本最小的投入组合$(a_{1j}(w),a_{2j}(w))$。



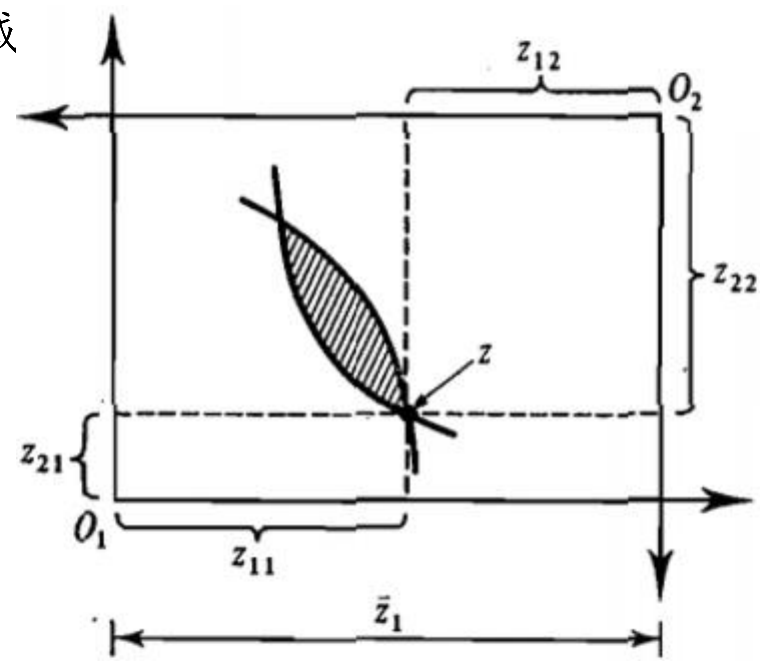
2×2生产模型

- **2×2生产模型**
  - 在投入要素价格坐标系中，可做出生产单位产品的向下倾斜的等成本线$\{(w_1,w_2):c_j(w_1,w_2)=\bar{c}\}$，随着第一种要素价格的上升，为了维持生产一单位商品j的最小成本不变，第二种要素的价格必须下降。
  - 集合$\{(w_1,w_2):c_j(w_1,w_2)\geq\bar{c}\}$是凸集，因为成本函数是凹的。
  - 在$\bar{w}=(\bar{w}_1,\bar{w}_2)$的梯度向量$\nabla c_j(w)$刚好为要素组合$(a_{1j}(\bar{w}),a_{2j}(\bar{w}))$，当第一种要素价格更高、第二种要素价格更低的时候，两种要素投入的比率$a_{1j}(w)/a_{2j}(w)$会下降。



2×2生产模型

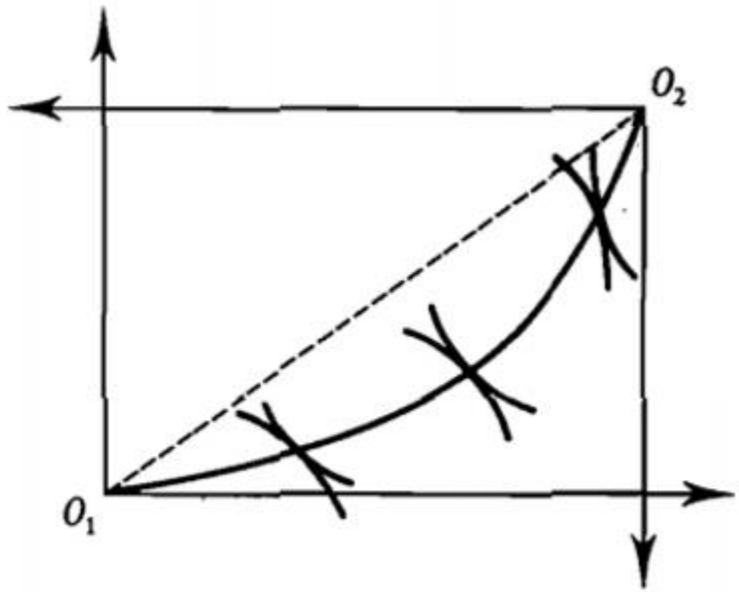
- 有效率的要素配置
  - 用埃奇沃斯盒也可以表示要素禀赋在两个企业之间的可能配置。
  - 在埃奇沃斯盒中也可以给出两个企业的等产量线。
  - z是一个无效率的投入配置，阴影区域内的任何配置带来的两种产品的产量都比配置z的产量高。



2×2生产模型

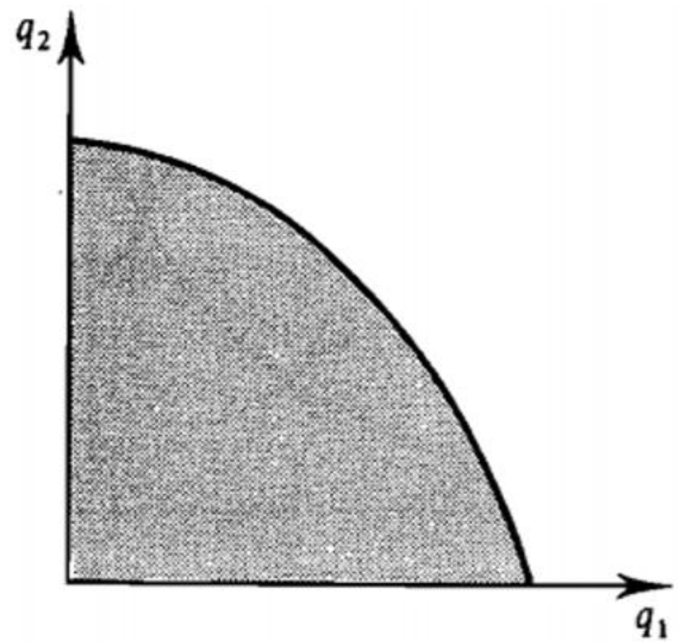
- **有效率的要素配置**
  - 同样也可以表示出要素配置的帕累托集，即给定总要素禀赋，已经没办法找到使得两种产品产量都更高的配置，也就是说，在帕累托最优处，想要多生产一种产品就必须要降低另外一种产品的产量。
  - 帕累托集必定全部位于埃奇沃斯盒的上方或者下方，或者与对角线重合，但不可能与对角线相交。

  ————规模报酬不变



2×2生产模型

- **生产可能集**
  - 生产可能集给出了使用经济中所有要素能生产出的非负产量(q_1, q_2)集，这个集合边界上的产量组合来自于帕累托集中的要素配置。



2×2生产模型

- 要素密集度
  - 在商品1和商品2的生产中，如果在生产要素的所有价格$w=(w_1,w_2)$上都有：

$$\frac{a_{11}(w)}{a_{21}(w)} > \frac{a_{12}(w)}{a_{22}(w)}$$

  - 那么相对于商品2来说，商品1是要素1密集型的。
  - 也就是说相对于商品2来说，商品1对要素1的需求更大。

2×2生产模型

均衡要素价格

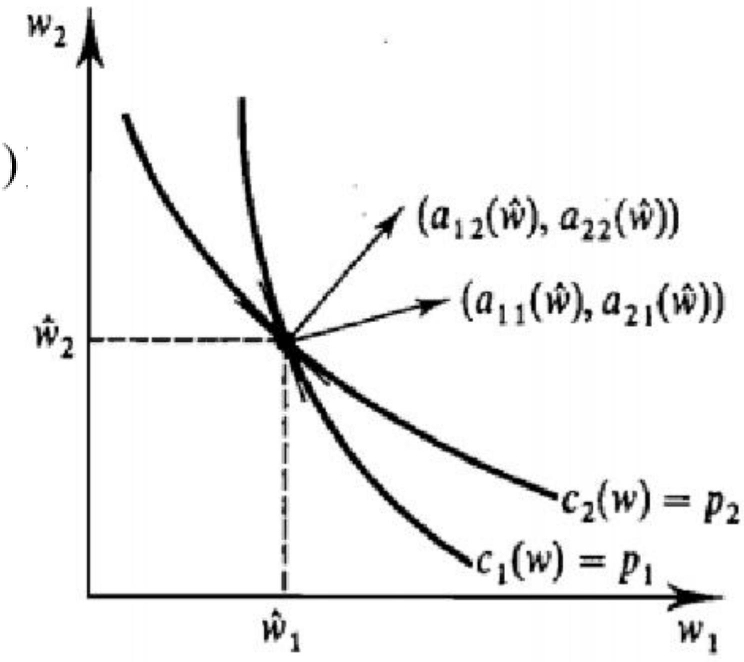
- 为了确定均衡要素价格，假设有一个内部均衡点，两种商品的产量水平都严格为正。
- 在规模报酬不变的假设下，要素价格为内部均衡要素价格的必要条件是满足：$c_1(w_1,w_2)=p_1$ 和 $c_2(w_1,w_2)=p_2$
- 即在任何内部均衡上，商品价格都必定等于单位成本。

2×2生产模型

- **均衡要素价格**
  - 内部均衡要素价格的必要条件：两个单位成本函数相交
  - 在商品1是要素1密集型的假设下，单位成本曲线交点处，企业2的曲线比企业1的曲线更加平坦

——谢波特引理 $\nabla c_j(w)=(a_{1j}(w),a_{2j}(w))$

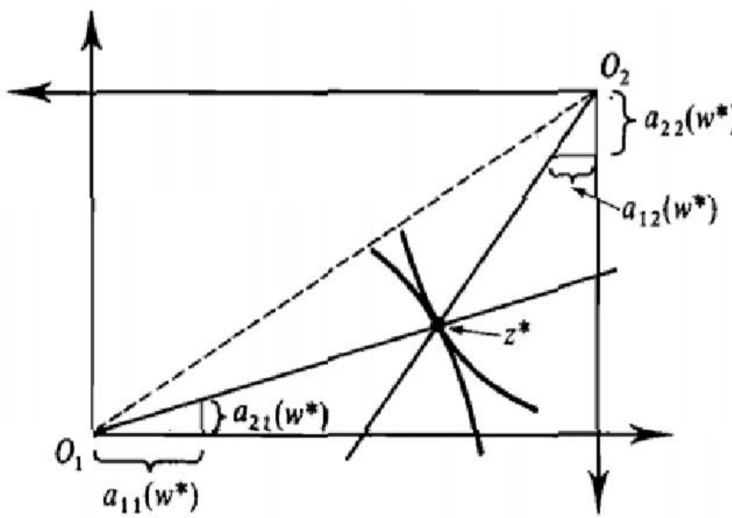
  - 并且由于在所有价格上都有 $\frac{a_{11}(w)}{a_{21}(w)}>\frac{a_{12}(w)}{a_{22}(w)}$，两条单位成本曲线最多只能相交一次，即在要素密集度假设下，最多有一个要素价格组合能够成为内部均衡要素价格组合



2×2生产模型

- **均衡产量水平**
  - 得到均衡要素价格w^*，就可以用埃奇沃斯盒确定均衡的要素配置
  - 在盒中确定唯一一点(z_1^*, z_2^*)，使得两个企业的要素密度为：

$$\frac{z_{11}^*}{z_{21}^*}=\frac{a_{11}(w^*)}{a_{21}(w^*)} \quad 和 \quad \frac{z_{12}^*}{z_{22}^*}=\frac{a_{12}(w^*)}{a_{22}(w^*)}$$

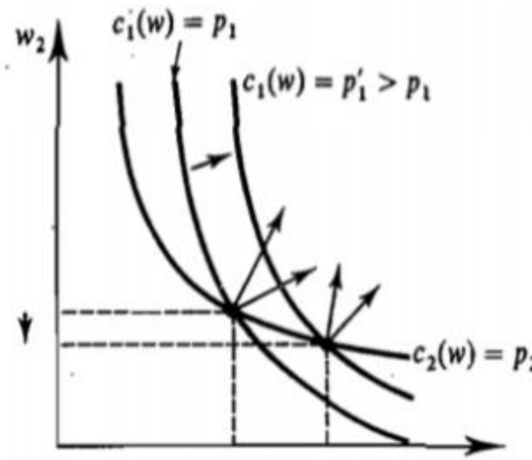


2×2生产模型

- **要素市场均衡**
  - 在2×2生产模型中，如果要素密度条件成立，在经济不是专业化生产一种产品的情况下（内部解），那么**均衡要素价格**仅取决于两企业的**生产技术**和**产品价格*p***。
  - 禀赋水平的影响仅决定了多大程度上这个经济会专业化生产一种产品。
  - **要素价格均等化定理：**说明了在什么条件下，非交易性生产要素的价格才能在非专业化国家间趋同，这些条件包括可交易的消费品、各个国家的生产技术相同和价格接受行为等。

2×2生产模型

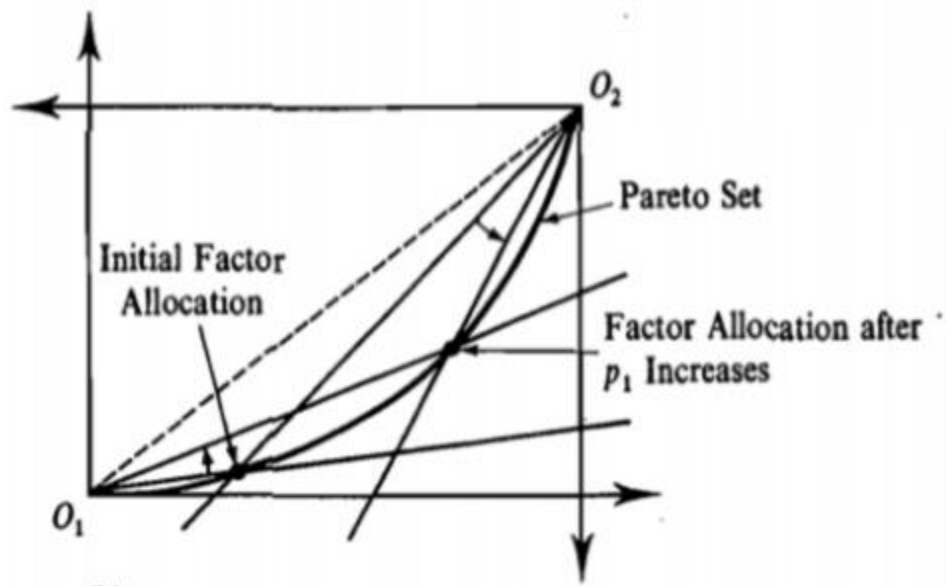
- **比较静态分析**
  - 某种产品的价格p_1的变化，如何影响均衡要素价格和均衡要素配置。
  - 商品1的价格上升使得企业1的单位成本曲线向右上移动，交点移动到要素1价格更高，要素2价格更低的水平上。



命题 15.D.1：[斯托珀-萨缪尔森定理（Stolper-Samuelson Theorem）在2×2生产模型中，假设要素密集度条件成立，如果产品j的价格p_j上升，那么产品j密集使用的那种要素的价格上升，而另外一种要素价格下降（假设价格变化前后都存在着内部均衡）。(十六)

2×2生产模型

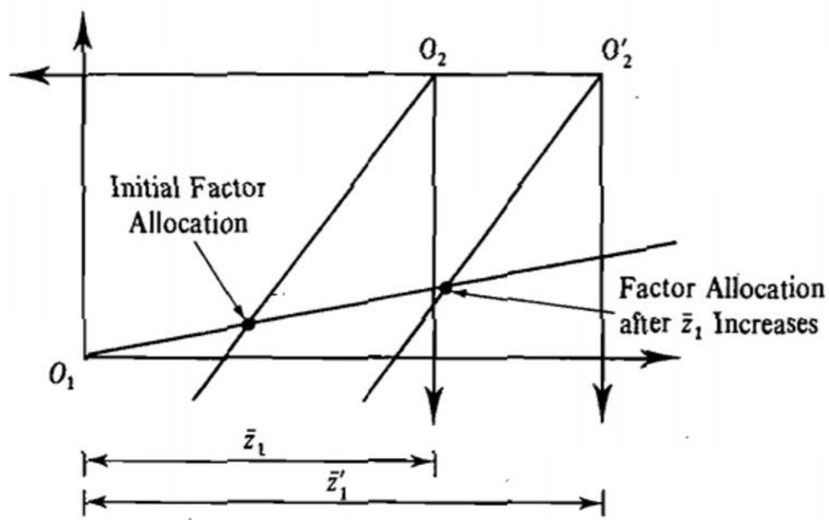
- **比较静态分析**
  - 随着p_1上升，两种要素的均衡价格之比w_1^*/w_2^*上升，因此，两个企业使用要素1的密集度都将下降。
  - 新的均衡配置上，商品1的产量上升了，商品2的产量下降了。



命题 15.D.2：[罗伯津斯基定理（Rybcszynski Theorem）]在 2×2 生产模型中，假设要素密集度条件成立，如果某种要素的禀赋增加，那么相对更密集使用这种要素产品的产量增加，另外一种产品的产量下降（假设此要素禀赋量变化前后都存在内部均衡）。

比较静态分析

- 假设要素1的总禀赋增加，对均衡要素价格和均衡配置的影响？
- 由于产品价格和生产技术没有发生变化，只要还是内部解（即不是专业化的经济），那么要素价格将维持不变，因此，要素密集度也未发生变化。改变的：埃奇沃斯盒的长度！



一般均衡理论与局部均衡理论

- **很多经济问题在本质上都是一般均衡问题**
  - 在分析经济增长、国际经济关系等问题时，如果仅分析少数几种商品而不考虑整体经济的反馈效应，得到的结论很难让人信服
  - 在局部均衡模型中，需要确定的内生变量为价格、利润、产量等，并且假设这些内生变量的变化对实现设定的需求曲线或成本曲线没有影响；
  - 在一般均衡模型中，个人财富被视为内生变量，但是在局部均衡理论中，它通常作为外生变量。
  - 在某些情况下，局部均衡理论可能会产生误导。