完全信息动态博弈

扩展式表述
子博弈精炼Nash均衡

静态博弈和动态博弈

- 静态博弈(同时行动的博弈)
  - 局中人选择策略时不知道其他局中人的选择
  - 比如囚徒困境和暗标拍卖
  - 局中人需要预测对手的行为
- 动态博弈(序贯行动博弈)
  - 局中人按照一个特定的顺序行动
  - 比如下棋、打牌或谈判
- 局中人在做决策时需要有“**远见**”

静态博弈（同时行动博弈）

➢ **标准式(或策略式)表述：**

局中人

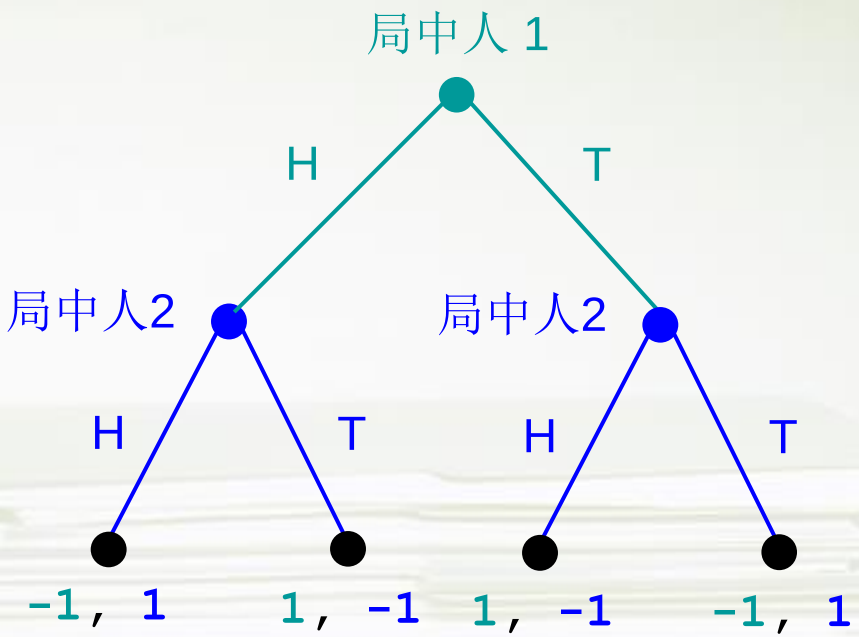
策略

支付函数

囚徒1 \ 囚徒2	抵赖	坦白
抵赖	-1 , -1	-9 , 0
坦白	0 , -9	-6 , -6

动态博弈(序贯博弈)

- 扩展式表述



扩展式表述
Extensive-Form Representation

- 局中人集合：i=1…n
- 行动的顺序
- 策略集与信息集
- 支付函数
- 偏好

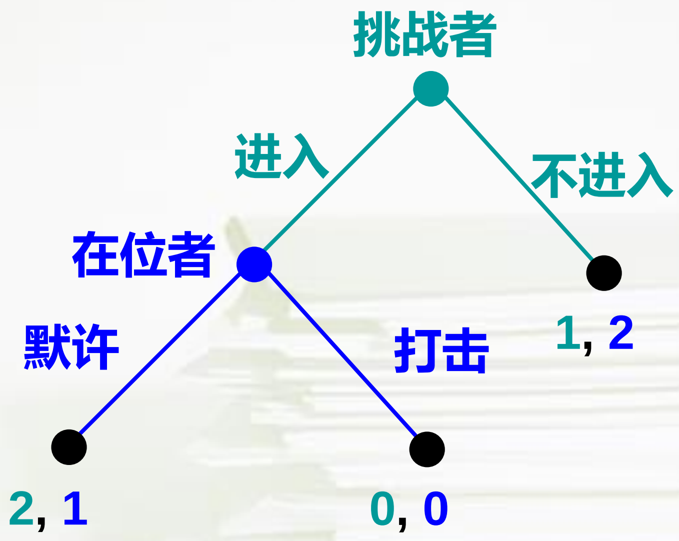
博弈树

市场上现有的**在位者**面临**挑战者**进入的可能性

进入者可以选择 **进入**或者**不进入**

如果**挑战者"进入"**，**在位者**可以选择**默许**或者**打击**

支付函数是共同知识

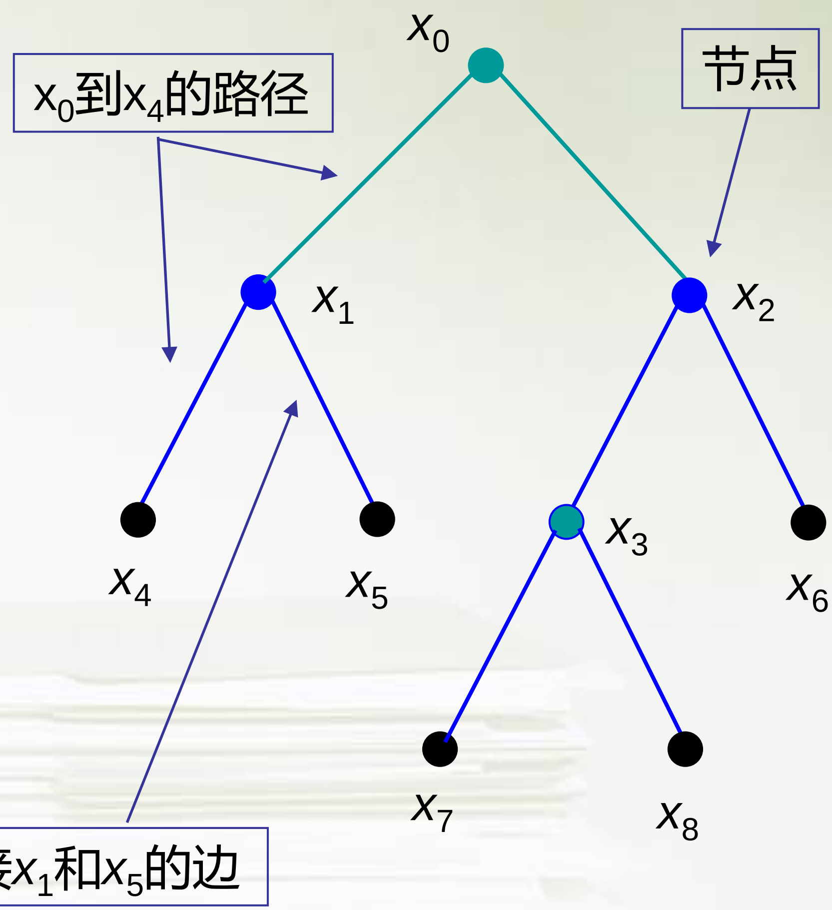


第1个数字是挑战者的支付

第2个数字是在位者的支付

博弈树

- 博弈树由节点和边的集合构成，满足
  - 每一条边连接两个节点(这两个节点被称为“相邻的”节点)
  - 对任意的一对节点，都有一条唯一的路径相连



博弈树

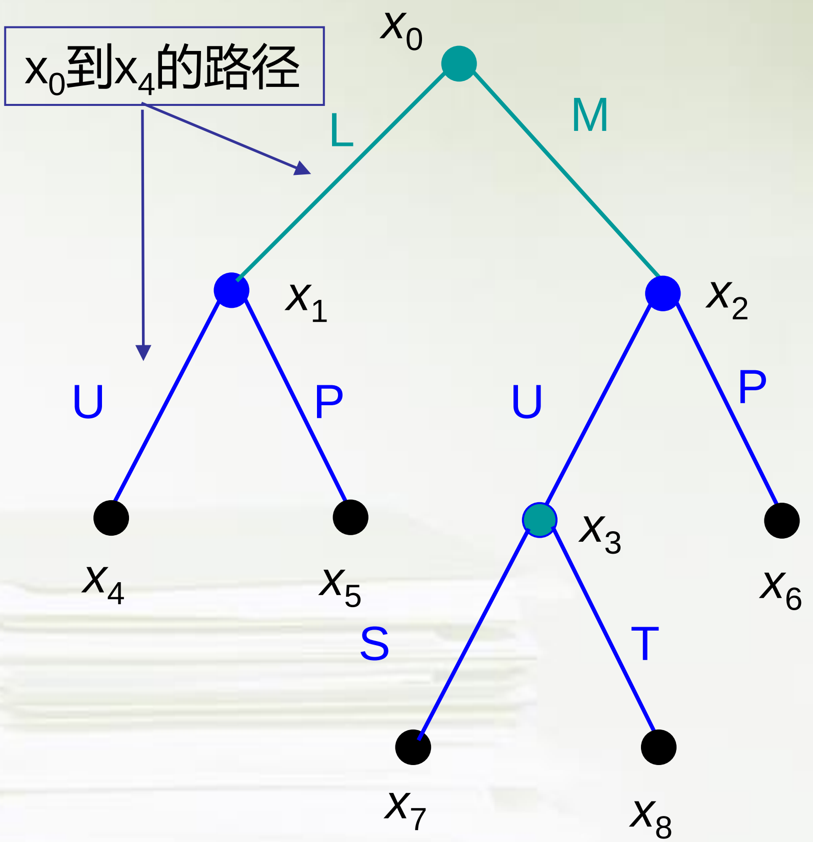
- **路径**是不同节点$y_1, y_2, y_3, ..., y_{n-1}, y_n$的序列，其中$y_i$和$y_{i+1}$是相邻的，对任意的i=1, 2, ..., n-1. 称这条路径是从y_1到y_n的路径

- 也可以使用边的序列定义路径

- **路径的*长度***是路径中包含的边的数量

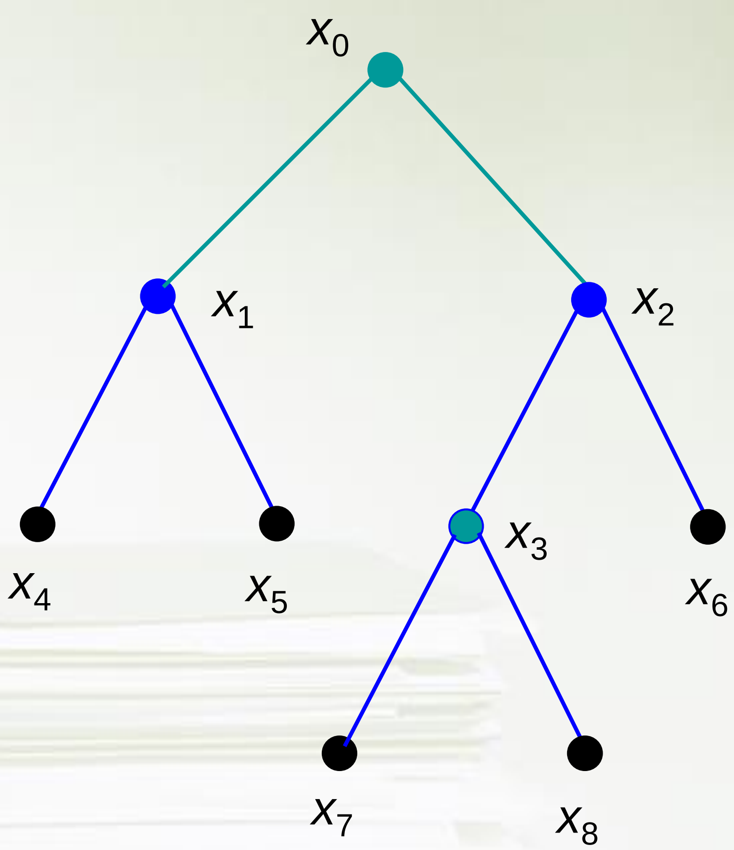
- 如: x_0, x_2, x_3, x_7 是长度为3的路径

  x_4, x_1, x_0, x_2, x_6 是长度为4的路径



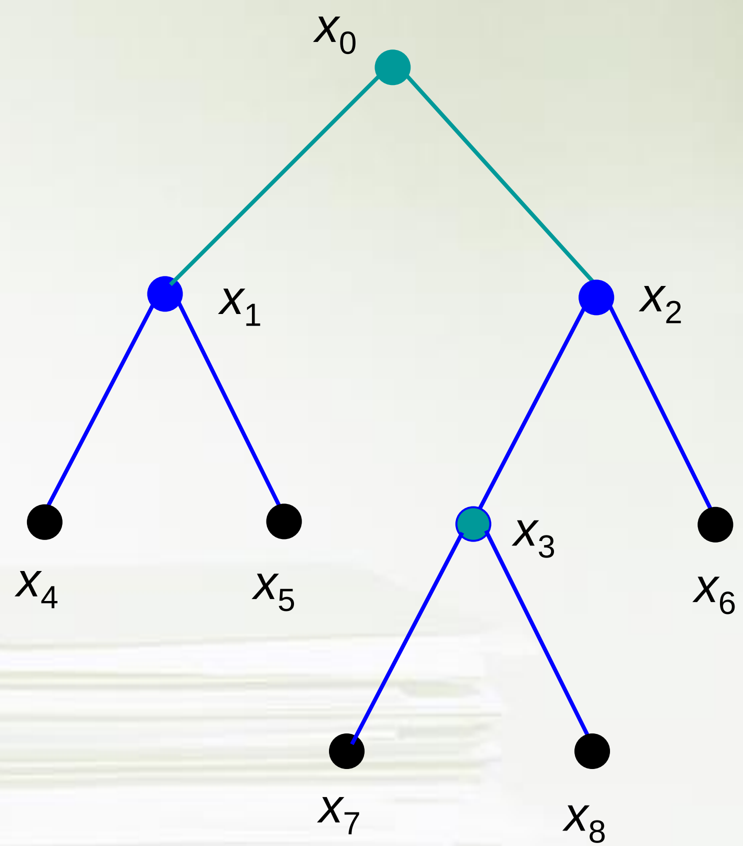
博弈树

- 博弈开始处的节点x_0称为**根节点**（root）
- 与x_0相邻的节点称为x_0的**后续节点**。在右图中，x_0的后续节点是x_1, x_2
- 对任意两个相邻节点，距离根节点路径较长的节点称为另一个节点的后续节点
- 如：x_7是x_3 的后续节点



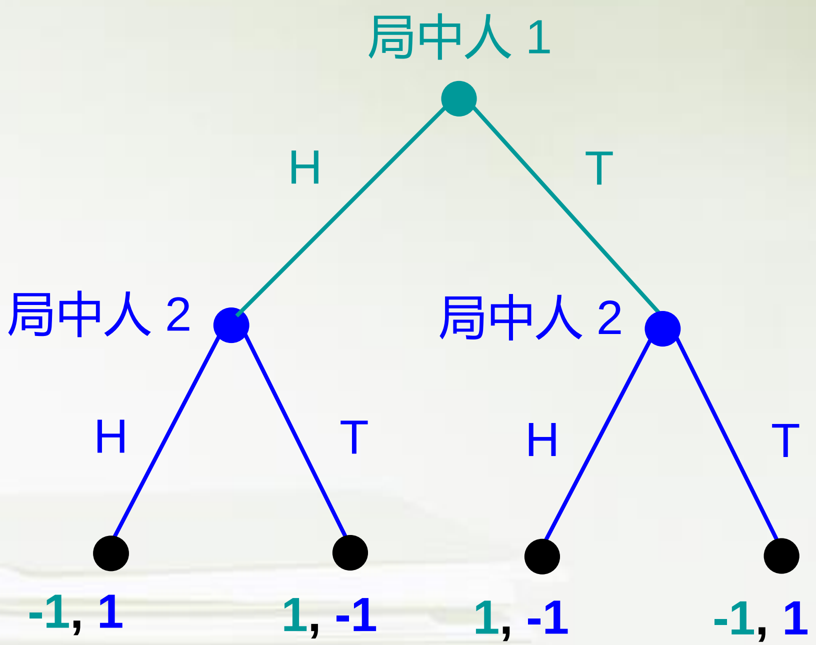
博弈树

- 如果节点*x*是*y*的后续节点，则称*y*是*x*的**前续节点**
- 在博弈树中,**除了根节点之外的任意节点都有唯一的前续节点**
- 没有后续节点的节点称为**终节点**,表示博弈在该点结束
- 如: x4, x5, x6, x7, x8都是终节点



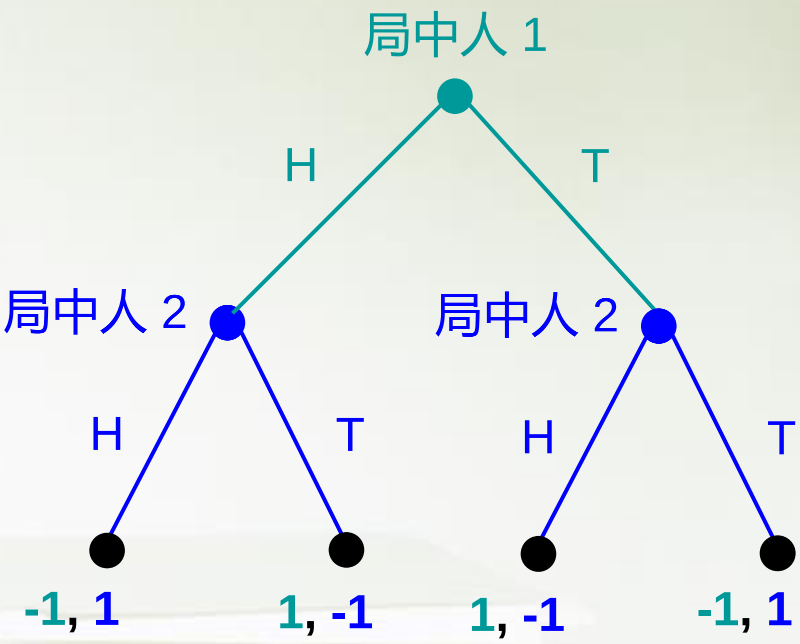
博弈树

- 除了终节点之外的任一节点都代表某个局中人
- 对于除了终节点之外的任一节点，连接该节点与其后续节点的边代表了该节点处做决策的局中人可以选择的策略



博弈树

- 从根节点到终节点的路径代表了一个完整的行动次序，同时决定了在终节点处的支付



完全且完美信息的动态博弈（Dynamic games of complete and perfect information）

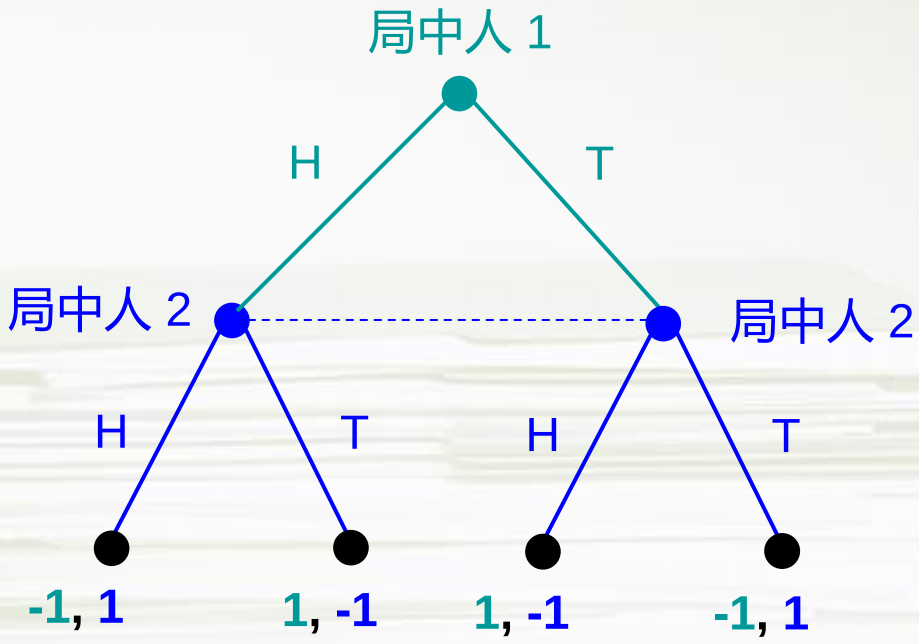
- 完美信息（Perfect information）
  - 在下一次行动前，所有先前的行动都可以被观察到
  - 当一个局中人做决策前，他知道谁做了什么

完全且完美信息的动态博弈

- 不完美信息（Imperfect information）
  - 一个局中人做决策前，不能确切地知道谁做了什么
  - 如：局中人2在局中人1行动之后采取行动，但是局中人2不知道局中人1采取了什么样的行动，局中人2需要在此情况下做决策

不完全信息：解释

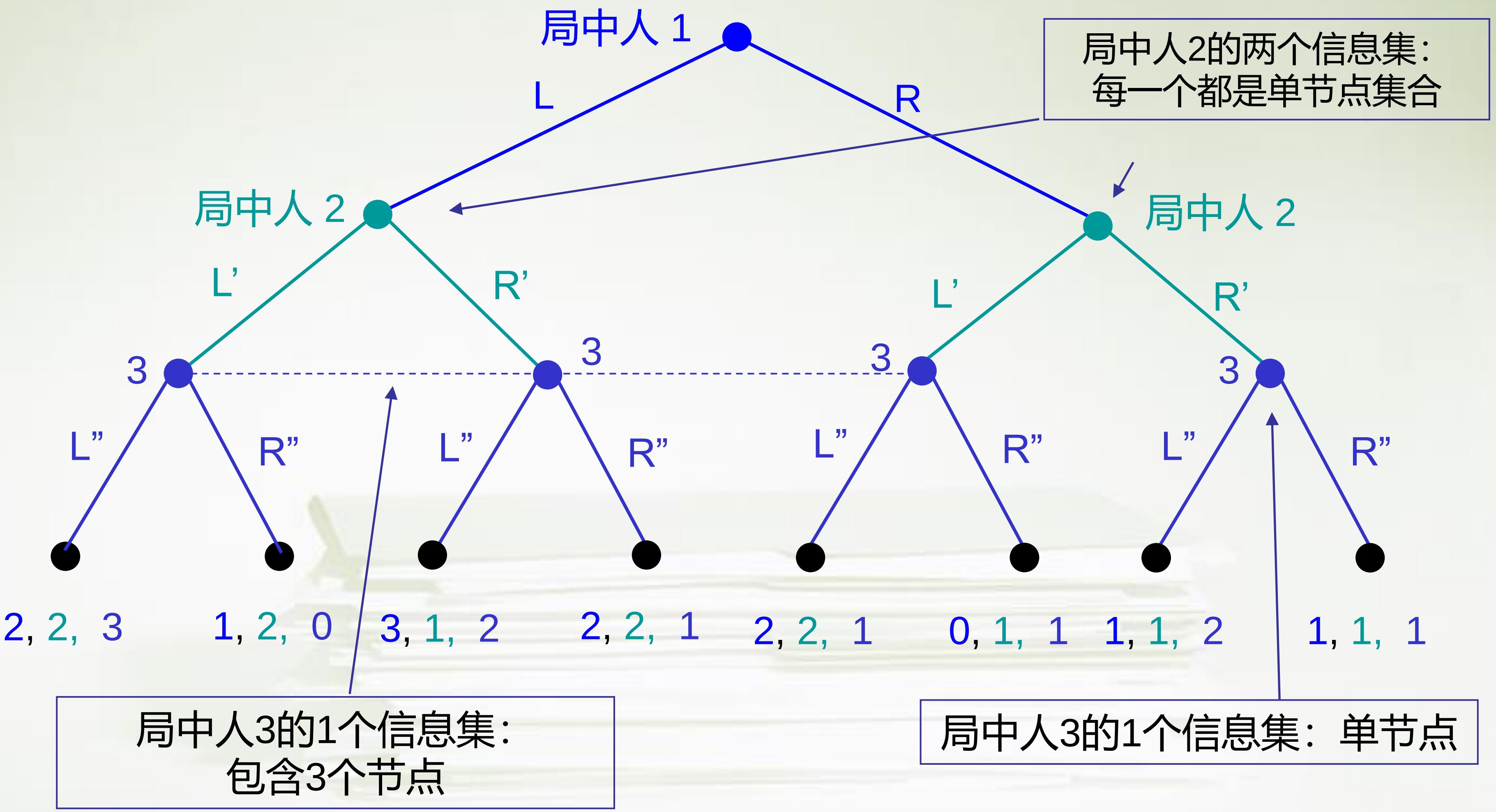
		局中人2	
		正面	反面
局中人 1	正面	-1 ， 1	1 ， -1
	反面	1 ， -1	-1 ， 1



信息集（Information set）

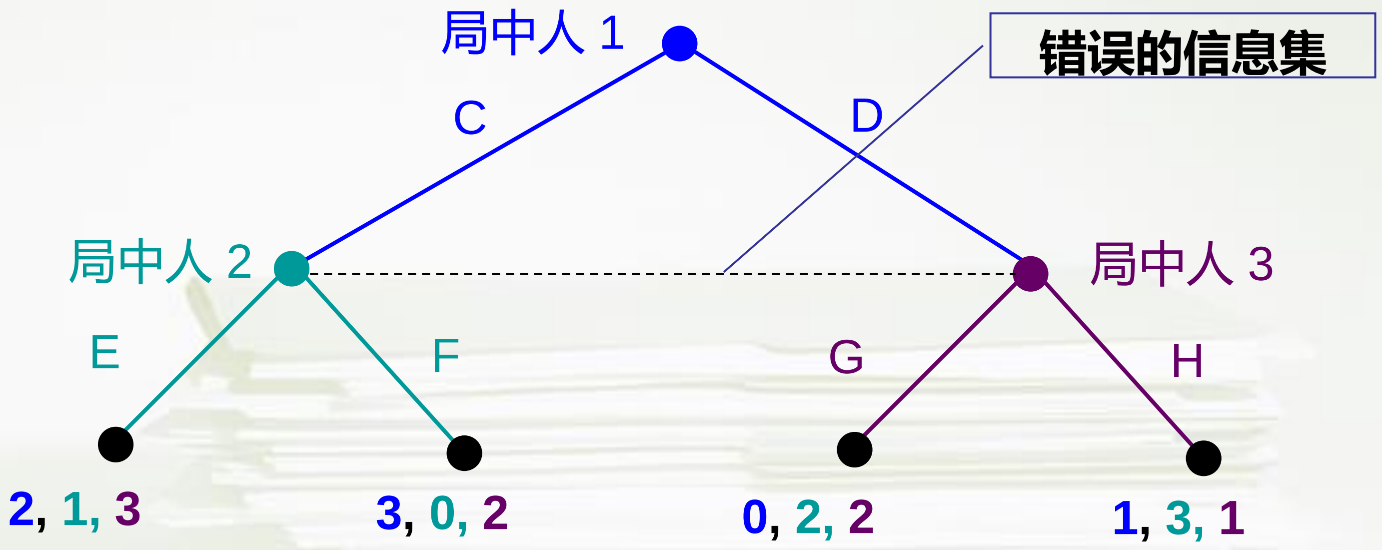
- 一个局中人**信息集**是满足如下条件的节点的集合：
  - 在这个集合中的每一个节点上，都是该局中人采取行动
  - 博弈进行到这个集合中的某一个节点上时，采取行动的局中人不知道自己在集合中的哪一个节点上
- **一个信息集中的所有节点都属于同一个局中人的决策节点**
- **局中人在信息集的每一个节点上都有相同的可行策略集合**
- 信息集中的节点在博弈树上用虚线相连

信息集：解释


局中人 1
L
R
局中人2的两个信息集：
每一个都是单节点集合
局中人 2
局中人 2
L’
R’
L’
R’
3
3
3
3
L”
R”
L”
R”
L”
R”
L”
R”
2, 2, 3
1, 2, 0
3, 1, 2
2, 2, 1
2, 2, 1
0, 1, 1
1, 1, 2
1, 1, 1
局中人3的1个信息集：
包含3个节点
局中人3的1个信息集：单节点

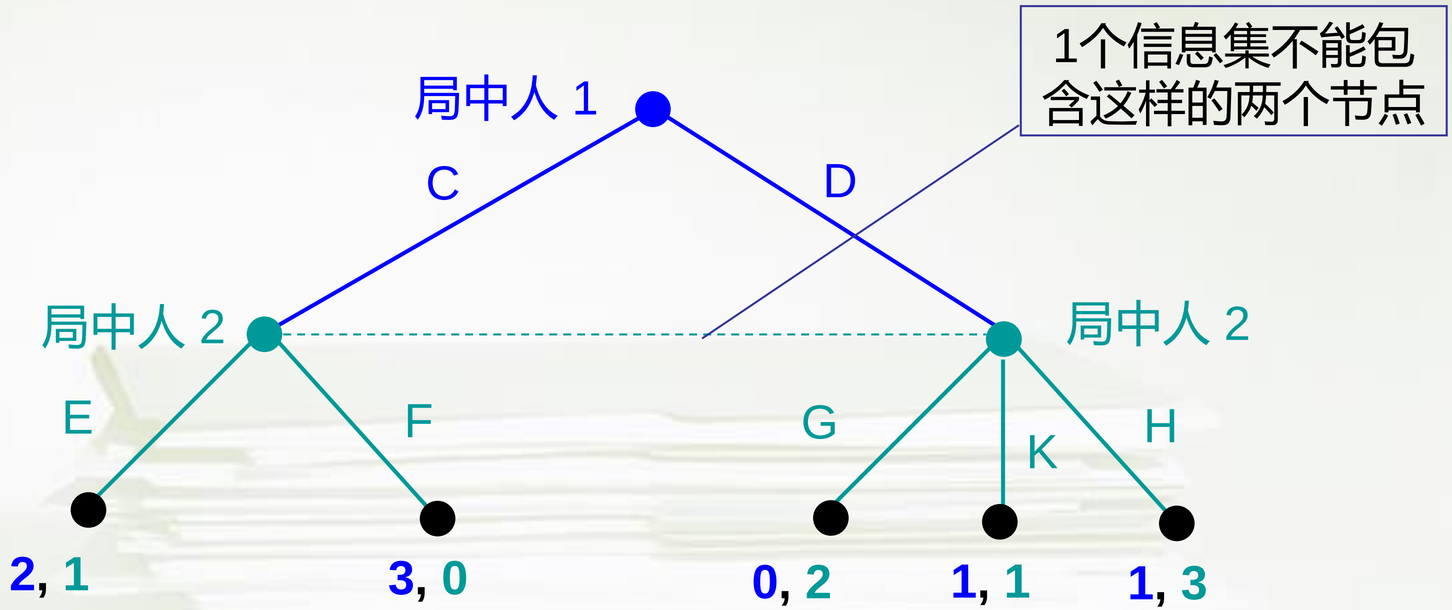
信息集：解释

- 信息集中所有的节点都属于同一个局中人的决策节点



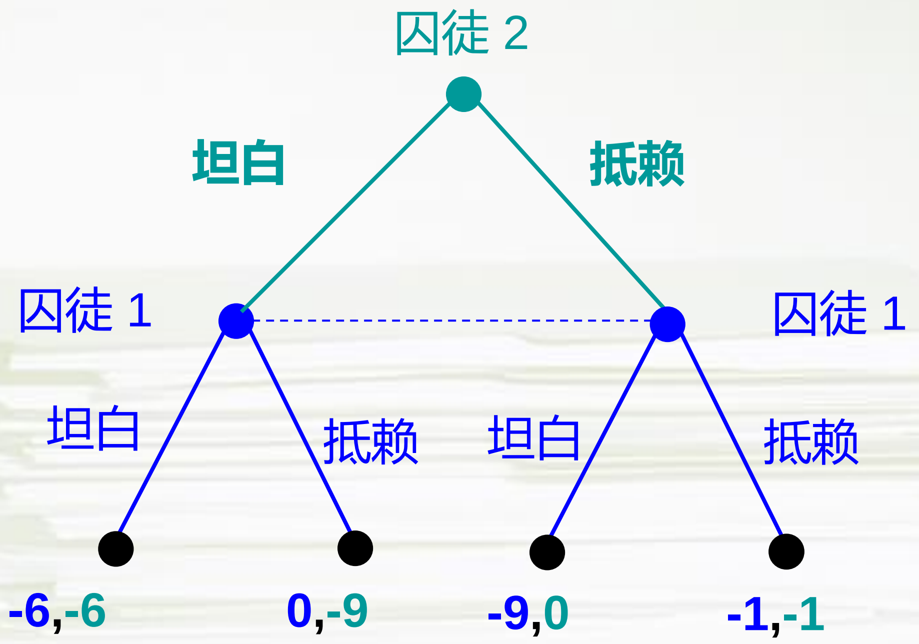
信息集：解释

- 局中人在信息集的每一个节点上都有相同的可行策略集合



博弈树表述静态博弈:图解

- 囚徒困境 (第一个数字是局中人1的支付，第二个数字是局中人2的支付)



完美信息、不完美信息和不完全信息

- **一个动态博弈**的博弈树中所有信息集都是单节点的，该博弈称为完美信息博弈.
- **一个动态博弈**的博弈树中部分信息集包含多于一个决策节点，该博弈称为不完美信息博弈.
- **不完全信息**意味着
  - 至少一个局中人对某个其他局中人的支付函数不确定
  - 支付不再是共同知识

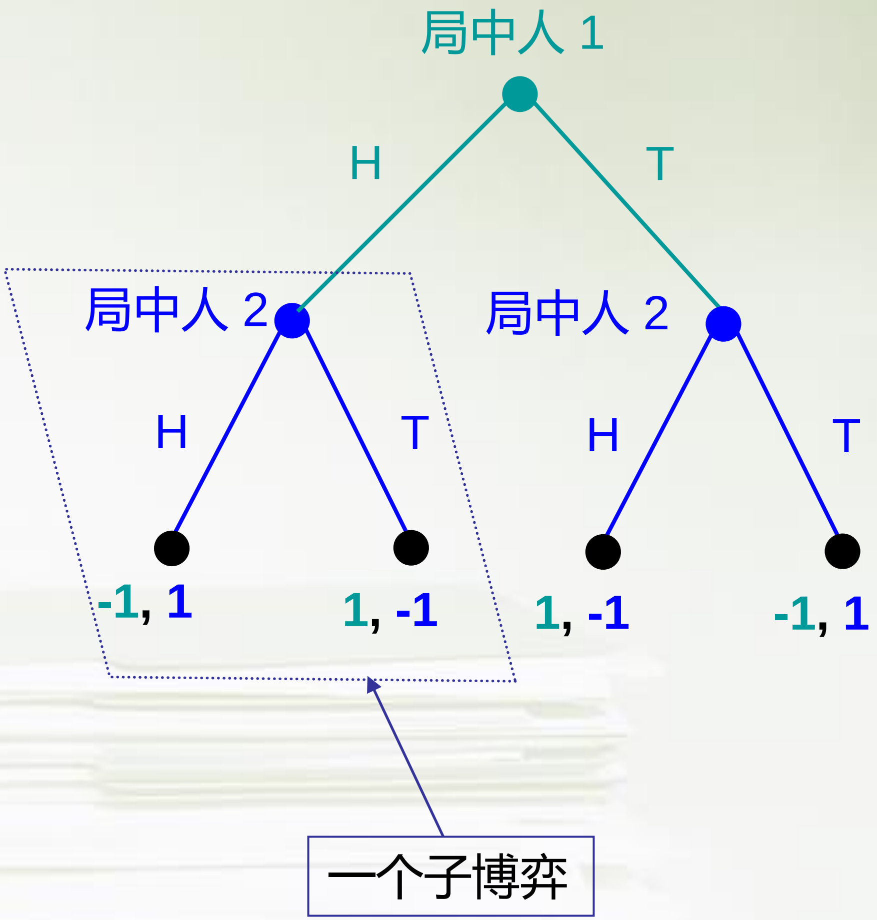
子博弈

动态博弈树的子博弈：

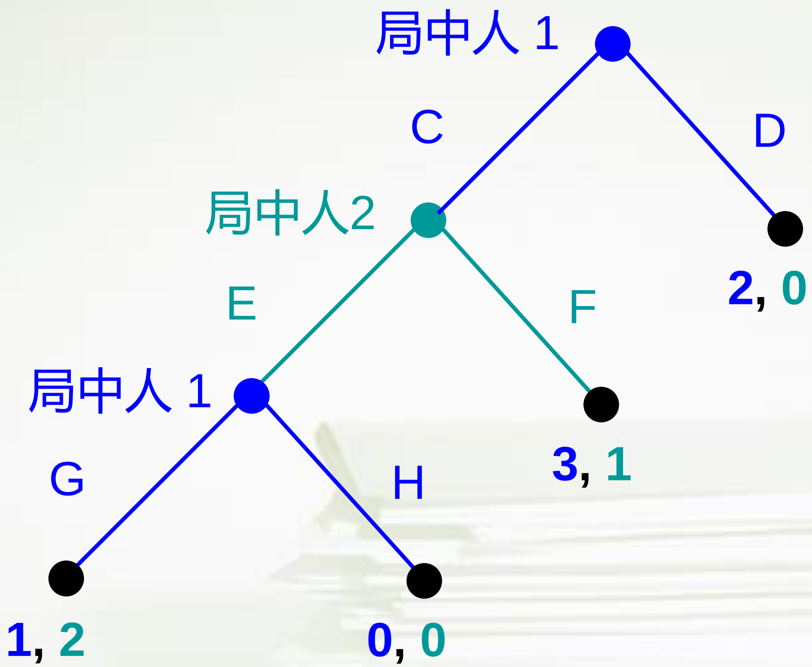
- 开始于一个单节点的信息集(只包含一个决策节点)
- 包括此单节点信息集后所有的节点和边
- 不会分割任何信息集，即如果一个信息集中的某一个决策节点属于一个子博弈，那么该信息集中所有的节点都属于这个子博弈

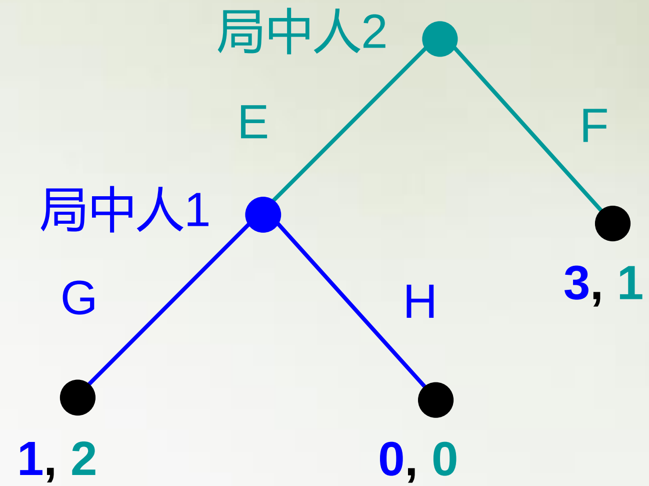
子博弈

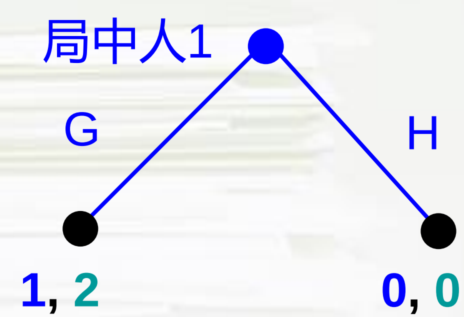
- 一个博弈树的子博弈开始于一个非终节点的决策节点，并包括该决策节点所有的后续节点和边



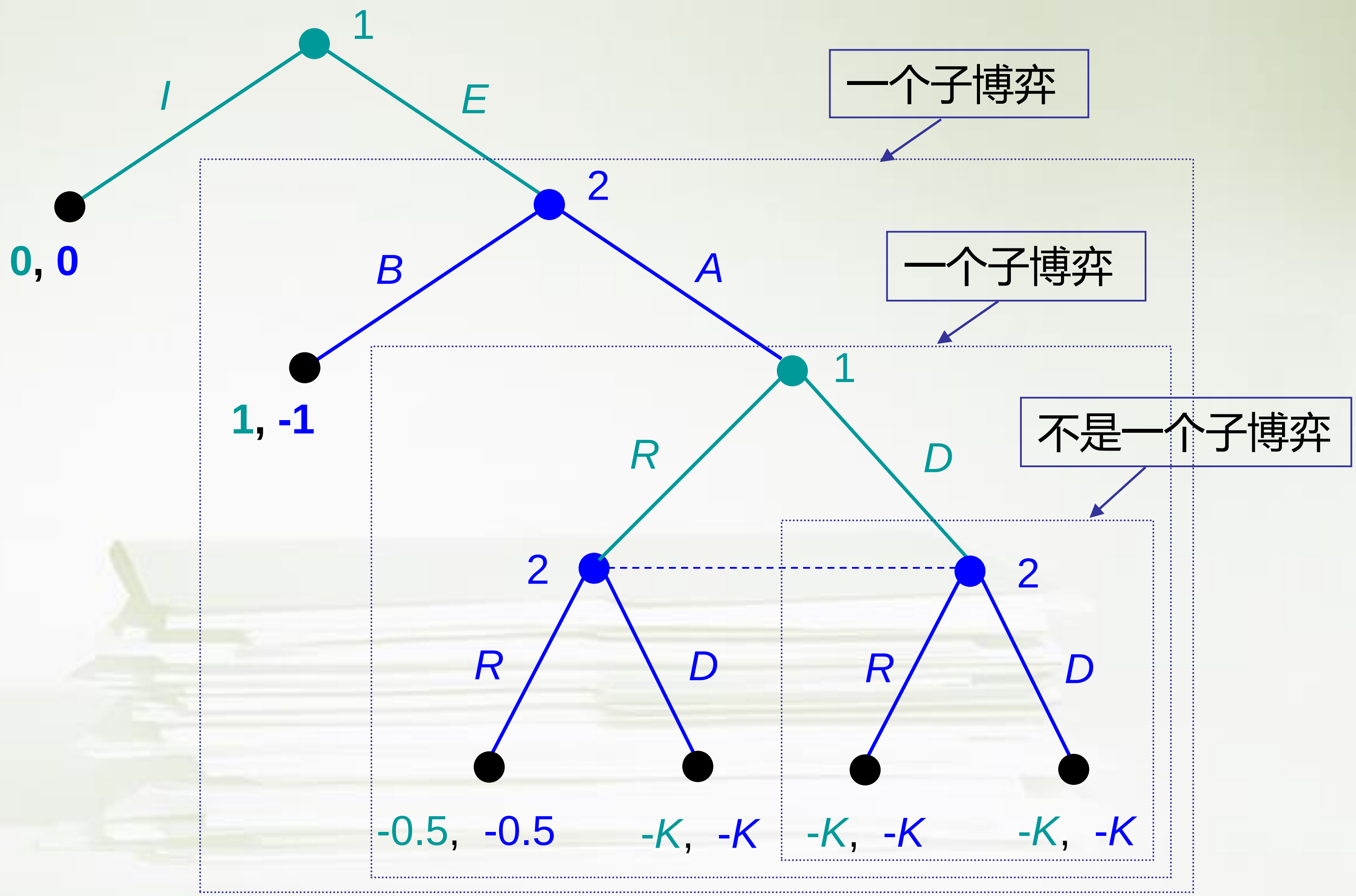
子博弈：例


局中人 1
C
D
局中人2
E
F
2, 0
局中人 1
G
H
3, 1
1, 2
0, 0


局中人2
E
F
局中人1
G
H
3, 1
1, 2
0, 0


局中人1
G
H
1, 2
0, 0

子博弈：图解

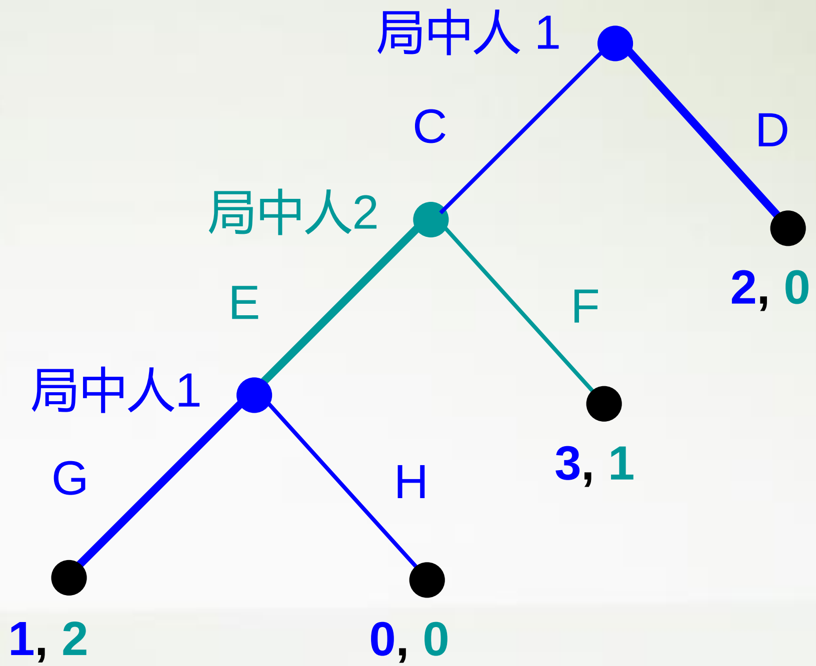


子博弈精炼Nash均衡

- 一个动态博弈的Nash均衡称为子博弈精炼Nash均衡，如果这个Nash均衡中的策略能够在该博弈的每一个子博弈上给出纳什均衡

- **子博弈精炼纳什均衡是一个纳什均衡**
- **要求局中人在每一个信息集上的决策都是最优的**

求解子博弈精炼纳什均衡：逆向归纳法

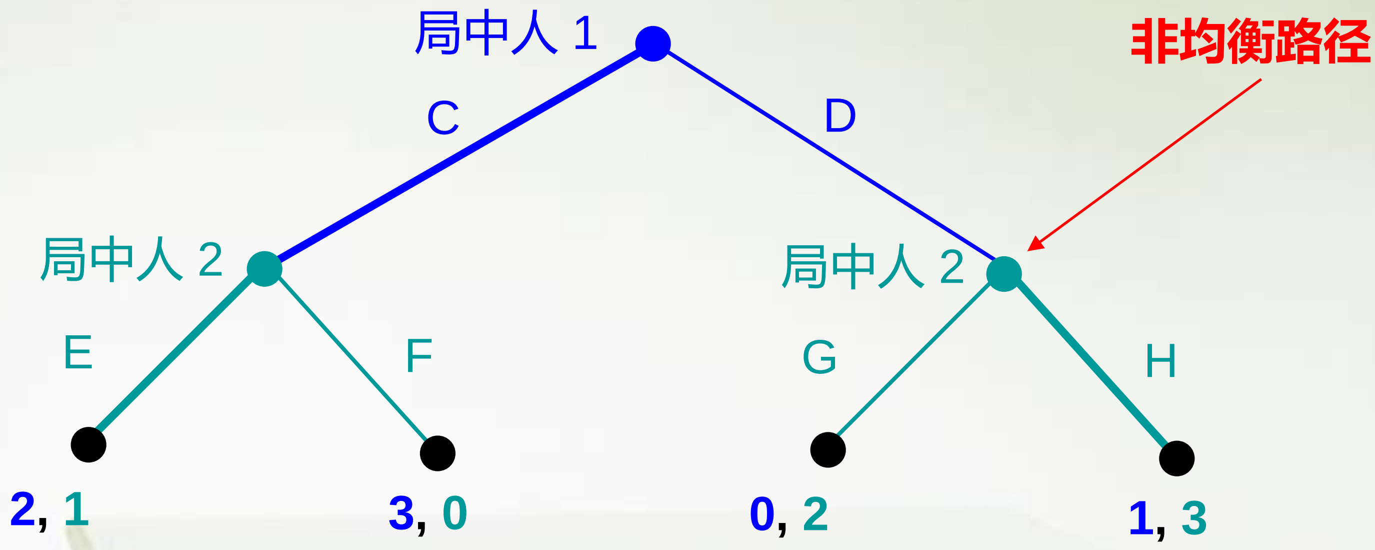


- 子博弈精炼纳什均衡(DG, E)
  - 局中人1选择D, 当局中人2选择E时选择G
  - 若局中人1选择C，局中人2选择E

完全信息动态博弈

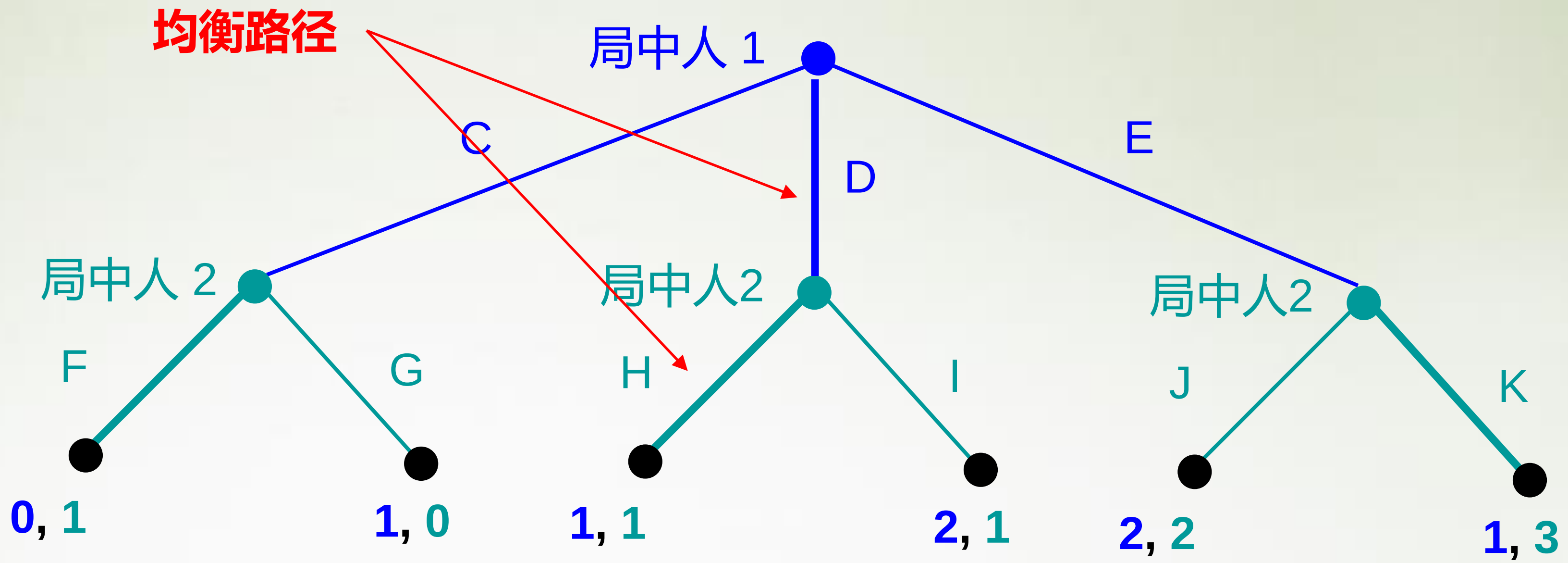
- 策略：是每个局中人的完整行动计划（在每一个决策节点上都要做出选择）
- 策略组合：所有局中人的策略的组合
- 子博弈精炼Nash均衡：所有局中人的策略组合，每个局中人在需要做决策的每个节点上都根据对手可能的最优策略，优化自己的策略

逆推法：图解



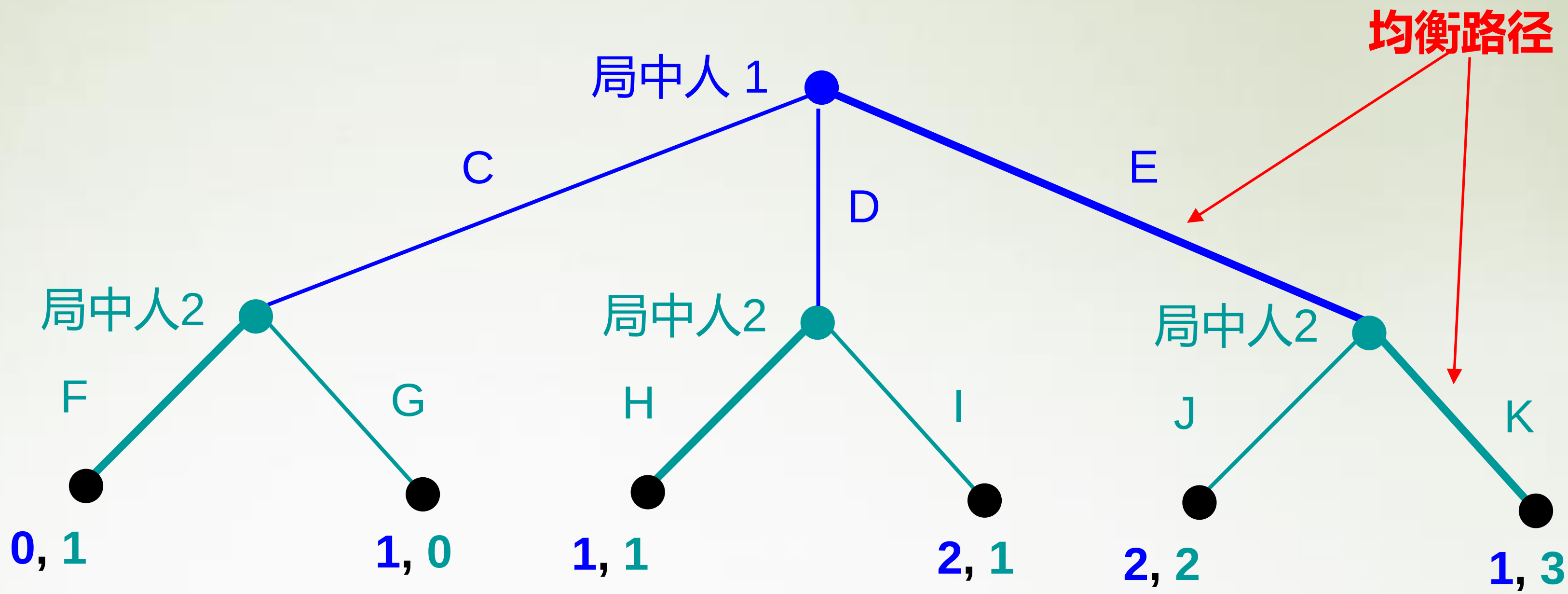
- 子博弈精炼纳什均衡(C, EH).
  - ✓局中人1选择 C;
  - ✓若局中人1选择C, 则局中人2选择E；若局中人1选择D, 则选择 H.

多重子博弈精炼纳什均衡：图解



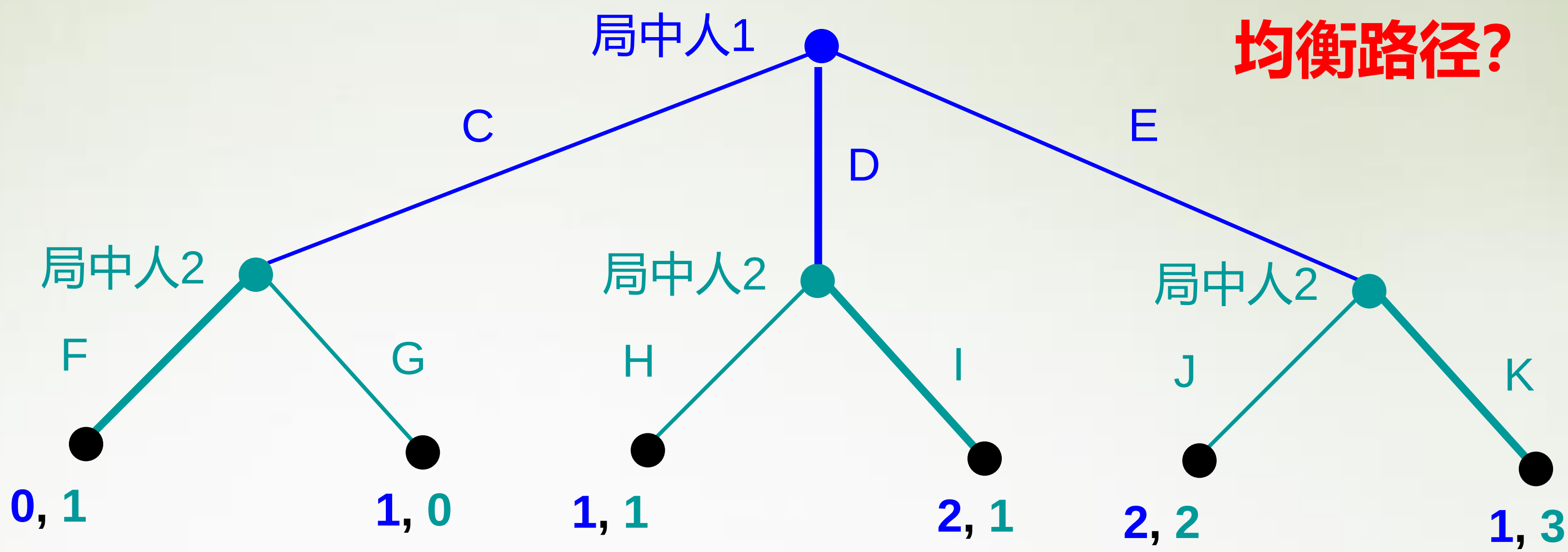
- 子博弈精炼纳什均衡 (D, FHK).
  - ✓ 局中人1选择D
  - ✓ 若局中人1选择C，局中人2选择F,若局中人1选择D，选择H,若局中人1选择E，选择K.

多重子博弈精炼纳什均衡



- 子博弈精炼纳什均衡(E, FHK).
  - ✓局中人1选择E;
  - ✓若局中人1选择C，局中人2选择F,若局中人1选择D，选择H,若局中人1选择E，选择K.

多重子博弈精炼纳什均衡



- 子博弈精炼纳什均衡(D, FIK).
  - ✓ 局中人1选择D;
  - ✓ 若局中人1选择C，局中人2选择F,若局中人1选择D，选择I，若局中人1选择E，选择K.

Stackelberg寡头竞争模型

- Stackelberg，1934
- Cournot模型，1838
- 子博弈精炼Nash均衡（Selten，1965）
- Leader & Follower
- 主从博弈
- **斯塔克博格模型：一种寡头垄断模型，其中一个厂商比另一个厂商先决定产量**

Stackelberg寡头竞争模型

- 一个同质的产品只由两家企业生产：企业1和企业2. 两家企业产品的产量分别用q_1 和 q_2 表示.
- 博弈的时间顺序如下：
  - ✓ 企业1首先选择$q_1 \geq 0$.
  - ✓ 企业2观测到q_1 然后选择自己的产量 $q_2 \geq 0$.
- 市场价格为$P(Q)=a-Q$, 其中 a 是常数且$Q=q_1+q_2$.
- 企业i 生产产量为q_i 的成本为 $C_i(q_i)=cq_i$.
- 支付函数如下：

$$u_1(q_1, q_2)=q_1(a-(q_1+q_2)-c)$$
$$u_2(q_1, q_2)=q_2(a-(q_1+q_2)-c)$$

Stackelberg寡头竞争模型

☺运用逆推法求解子博弈精炼纳什均衡：

- 首先求解企业2的最优选择，对于任意$q_1 \geq 0$ 得到企业2对于q_1的最优反应。即首先求解所有从企业2的决策节点开始的子博弈的最优解
- 然后求解企业1的最优选择，即求解从企业1的决策节点开始的子博弈的最优解

Stackelberg寡头竞争模型

☺ 求解企业2的最优选择:

对于任意的$q_1 \geq 0$，求企业2关于q_1的最优选择。

- Max $u_2(q_1, q_2)=q_2(a-(q_1+q_2)-c)$

  其中 $0 \leq q_2 \leq +\infty$

  一阶条件: $a - 2q_2 - q_1 - c = 0$

- 企业2的最优选择,

- $R_2(q_1) = (a - q_1 - c)/2$ 当 $q_1 \leq a- c$

  $= 0$ 当$q_1 > a- c$

Stackelberg寡头竞争模型

☺ 求解企业1的最优选择. **企业1可以预测到企业2的选择，即企业1知道企业2对于任意q_1的最优反应。**

因此企业1的最优化问题为

- Max $u_1(q_1, R_2(q_1))=q_1(a-(q_1+R_2(q_1))-c)$
  其中 $0 \le q_1 \le +\infty$
- 即: Max $u_1(q_1, R_2(q_1))=q_1(a-q_1-c)/2$
  其中 $0 \le q_1 \le +\infty$

FOC: $(a - 2q_1 - c)/2 = 0$

$q_1 = (a - c)/2$

Stackelberg寡头竞争模型

☺ **子博弈精炼纳什均衡**

- **($(a-c)/2$, $R_2(q_1)$), 其中**

  $$R_2(q_1) = (a - q_1 - c)/2 \quad 当\ q_1 \le a - c$$
  $$= 0 \quad 当\ q_1 > a - c$$

- 即企业1选择产量 $(a-c)/2$, 当企业1产量为q_1时企业2产量为 $R_2(q_1)$.
- **逆向归纳法得到的结果为 ($(a-c)/2$, $(a-c)/4$).**
- 企业1产量为$(a-c)/2$,企业2产量为$(a-c)/4$.

Stackelberg寡头竞争模型

- 企业1生产
  $q_1=(a-c)/2$ 及其利润
  $q_1(a-(q_1+q_2)-c)=(a-c)^2/8$

- 企业2生产
  $q_2=(a-c)/4$ 及其利润
  $q_2(a-(q_1+q_2)-c)=(a-c)^2/16$

企业1具有先动优势

- 总产量为$3(a-c)/4$.

Cournot双寡头模型

- 企业1生产
  $q_1=(a-c)/3$ 及其利润
  $q_1(a-(q_1+q_2)-c)=(a-c)^2/9$

- 企业2生产
  $q_2=(a-c)/3$ 及其利润
  $q_2(a-(q_1+q_2)-c)=(a-c)^2/9$

- 总产量为$2(a-c)/3$.

两种垄断形态的比较

- 古诺模型和斯塔克博格模型是寡头垄断行为的不同代表
  - ➢ 哪种模型更适宜一些，取决于不同产业的性质。
    - ✓ 对于一个由大致相似的厂商构成，没有哪个厂商具有较强的经营优势或领导地位的行业，古诺模型更适用。
    - ✓ 有些行业存在一个在创新或定价方面具有主导地位的大厂商，此时斯塔克博格模型更适用。

垄断市场

- 假设只有一家企业生产产品垄断市场，
  垄断企业的最优产量q_m满足：

  Max $\boldsymbol{q_m (a - q_m - c)}$

  其中$0 \leq \boldsymbol{q_m} \leq +\infty$

  FOC: $\boldsymbol{a - 2q_m - c = 0}$

  $\boldsymbol{q_m = (a - c)/2}$

  垄断企业生产

  $\boldsymbol{q_m = (a - c)/2}$ 及其利润

  $\boldsymbol{q_m (a - q_m - c) = (a - c)^2/4}$

三种垄断形态的比较

- 垄断（独占）市场：
  - 市场总供应量 $(a-c)/2$
  - 企业利润$(a-c)^2/4$
- 古诺双寡头垄断：
  - 市场总供应量$2(a-c)/3$
  - 企业总利润$2(a-c)^2/9$
- Stackelberg寡头竞争：
  - 市场总供应量$3(a-c)/4$
  - 企业总利润$3(a-c)^2/16$
- **市场供应量依次上升，企业总利润依次下降**

产业演化：
独占→寡头垄断→
→争当Leader→
Follower较容易被淘汰

启示

- 以上三种情形下，当市场出现Stackelberg寡头竞争（Leader和Follower并存）时，对消费者是最有利的
- 为什么互联网企业经常出现对手合并?

迅速变Stackelberg寡头竞争或古诺竞争为垄断（独占）

银行挤兑

- 1983年，刚获得耶鲁大学经济学博士不久，风华正茂的Douglas W. Diamond与Philip Dybvig共同建立了Diamond- Dvbvig模型，从博弈论均衡的角度论证了银行机构的脆弱性和银行挤兑发生的可能性，从而在经济学界一鸣惊人
- Diamond目前是芝加哥大学商学院金融学讲座教授，曾任美国金融学会主席
- 参考文献：

Diamond D.W., Dybvig P.H., Bank runs, deposit insurance, and liquidity[J]. The Journal of Political Economy, 1983: 401-419.

银行挤兑

- 两个投资人1和2，在同一家银行都有存款D.
- 银行将这些存款投资于一个长期项目. 若在项目到期前银行清算投资，能有$2r$ 的资金可以拿回，其中 $D > r > D/2$.
- 若银行的投资到期，则项目将会支付的资金总额为$2R$, 其中 $R>D$.(但是2R-2D有可能低于项目投资收益预期)
- 有两个日期允许投资人从银行提款.

银行挤兑：博弈的时间顺序

- 博弈的时间顺序如下
- 第一个日期 (在银行投资项目到期前)
  - 两个投资人同时行动:

    若同时取款，每人得到资金r(r<D)，博弈结束

    若只有一人取款，则他得到资金*D*, 另一人得到资金2*r*-*D*, 博弈结束

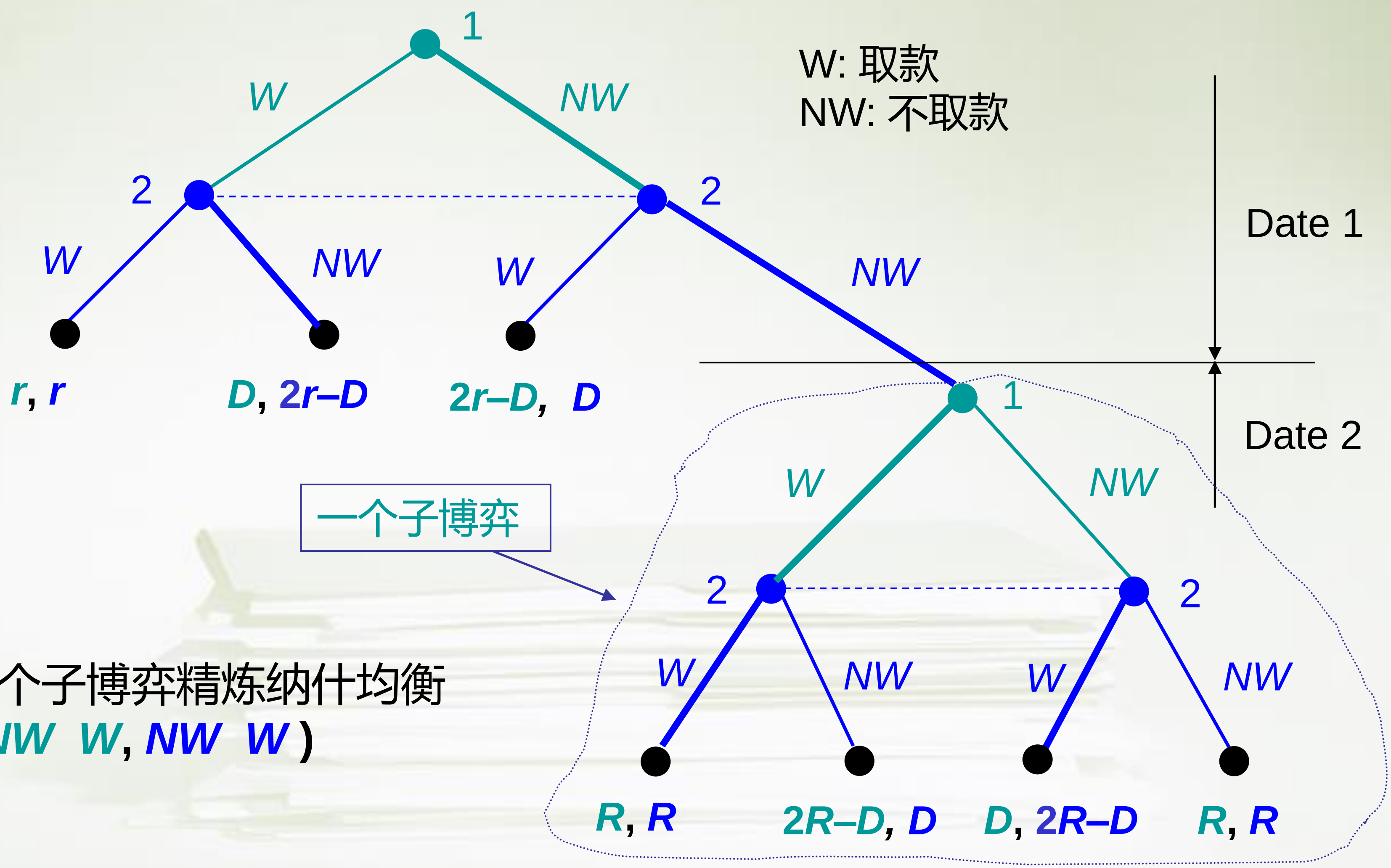
    若都不取款，则项目可以顺利完成，博弈持续到第二个日期.
- 第二个日期 (在银行投资项目到期后)
  - 两个投资人同时行动

    若同时取款，则每人得到资金R (R>D)，博弈结束

    若一人取款，则他得到资金2R-D, 另一人得到资金D，博弈结束

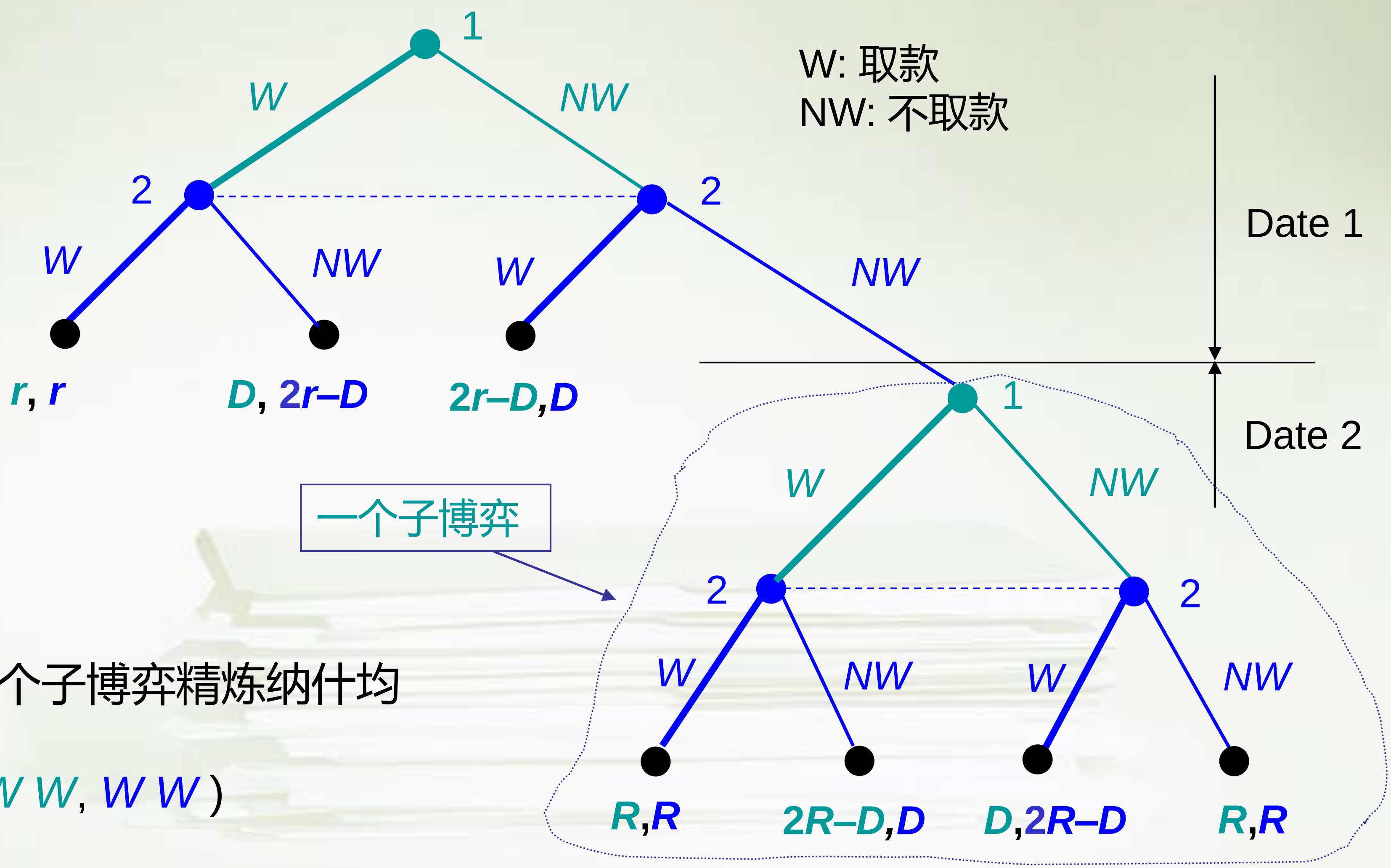
    若都不取款，则银行归还每个投资人资金R，博弈结束.

银行挤兑: 博弈树



一个子博弈精炼纳什均衡
(***NW W***, ***NW W***)

银行挤兑: 博弈树



一个子博弈精炼纳什均衡

(W W, W W)

银行挤兑

说明在金融市场上有可能存在多重均衡

挤兑随时有可能发生， 金融系统有脆弱性

当前互联网金融平台的挤兑风险更应关注

1999年3.12招商银行挤兑事件

- 1998年海南发展银行宣布关闭准备破产清算，时任中国人民银行海南分行行长的马蔚华被委任负责海南发展银行破产清算工作。（社会对中小商业银行的信任程度下降)
- 1999年，马蔚华被任命到招商银行当行长，在沈阳有谣言传说人民银行派人前去接管招行。(当时招商银行成立不到5年)
- 担心存款安全的储户开始大规模提款，与四大国有银行不同，招商银行作为一家股份制银行，更多地要依靠自身的市场信用。
- 在此期间，招商银行沈阳分行每天3-5亿元人民币的存款被提取。
- 招商银行两天之内紧急调拨了17亿元资金去沈阳满足提取，以示招行并不存在信誉危机。
- 沈阳市长慕绥新亲自给招行站台，人民银行沈阳分行也迅速行动提供支持。从同业拆借的资金在市政府的协调下纷纷到位，及时保证了资金支付，稳定了储户们的恐慌心理。

1999年3.12招商银行挤兑事件

- 1999年3月12日星期五下午三时，招商银行沈阳分行下属各分支机构的出纳主管都接到来自分行的通知：迅速来分行调取500万现款放入支行金库备用。资金进入营业室后又暂不入库保管，将麻袋里的现金全部码放在营业室内客户能够看到的显眼位置。
- 从**3月12日至3月21日**短短九天时间，招行沈阳分行受到疯狂冲击——每天各家分支机构每天营业厅大门一开，早早等在门前的人群就冲进来，迅速占据每个服务窗口办理取款（甚至是即将到期的定期存款），全市招行每天有3～5亿元人民币的存款被提取。
- 马蔚华：“不是担心提不到款吗，没关系，我把钱摞得高高的等你来提，随时来随时有钱，24小时不间断地营业。而且我们要求业务员要大大方方地，不要紧张。”
- 事实上，马蔚华失眠特别严重，恨不得半夜三更爬起来去询问情况。

银行最大的风险就是挤兑，这意味着公众对银行不信任，如果所有的客户都一齐涌来提现，再好的银行也会倒闭。

资料来源：雪球网https://xueqiu.com/6231881268/23776782

银行挤兑

2008年9月
香港东亚银行挤兑事件

银行挤兑

2014年3月，江苏射阳农村商业银行发生挤兑事件

银行挤兑

射阳挤兑危机的应对