第二章　消费者选择与需求理论

消费者需求理论

从需求复原偏潜在偏好

满足一定条件的理性偏好可以用效用函数来表示，在一定约束条件下，可以生成某个连续可微的需求函数x(p,w)，且这个需求函数也是零次齐次和满足瓦尔拉斯法则的，是效用最大化生成的，则它的替代矩阵S(p,w)在所有(p,w)上都是对称和负半定的。

反之，如果有一个需求函数具有连续可微、零次齐次等性质，能否找到理性化x(·)的偏好?

——YES！------可积性问题

消费者需求理论

从需求复原偏潜在偏好

理论上，可积性意味着：

1. 零次齐次性、满足瓦尔拉斯法则、拥有对称和负半定的替代矩阵，不仅是基于偏好的需求理论的必然结果，还是它的全部结果。也就是说，只要消费者的需求满足这些性质，就必定存在某个能生成这个需求的理性偏好关系。

2. 满足弱公理、零次齐次、瓦尔拉斯法则的需求，当且仅当能拥有对称的替代矩阵S(p,w)时，能够被偏好理性化。

可积性的问题给出了基于偏好的需求理论和建立在弱公理上的基于选择的需求理论之间的关系：理性偏好能生成具有对称替代矩阵的需求，但弱公理生成的需求未必满足。即满足弱公理的需求不一定能被偏好理性化。

——*除了弱公理、零次齐次和瓦尔拉斯法则外，理性偏好假设对需求性质额外施加的唯一限制就是替代矩阵的对称性。*

消费者需求理论

从需求复原偏潜在偏好

实践上，可积性意味着：

1. 在下面进行福利效应评价时，必须事先知道消费者的偏好，可积性问题给出了如何及什么情况下，可以从观测到的消费者需求行为**还原他的偏好信息**。

2. 当对需求进行实证分析时，通常希望估计形式上比较**简单的需求函数**（效用函数不止一个，需求函数的形式也不相同）。因此，可以列举各种各样的效用函数，然后推导各自的需求函数从而找到统计上易于处理的需求函数。而可积性提供了另外的方法，即先指定一个需求函数，然后检验这个需求函数是否**满足得到相应偏好的必要和充分条件**。这种方法不需要推导效用函数。

消费者需求理论

从需求复原偏潜在偏好

可积性问题：

从x(p,w)还原偏好可以通过两步完成：

1）从x(p,w)还原支出函数e(p,u)；

2）从支出函数还原偏好。

消费者需求理论

从需求复原偏潜在偏好

从支出函数还原偏好

假设e(p,u)是消费者的支出函数，则e(p,u)关于u是严格递增的，关于p是连续的、非递增的、一次齐次的和凹的。同时假定需求总是单值的，且e(p,u)是可微的。

e(p,u)→偏好关系?

需要对于每个效用水平u，找到一个至少与该效用水平一样好的集合 $V_u \subset \mathbb{R}^L$，使得价格为 $p \gg 0$ 时，e(p,u)是购买V_u中的一个消费束所必须的最小支出。

$$e(p,u) = \underset{x \geq 0}{\text{Min}} \quad p \cdot x$$
$$\text{s.t. } x \in V_u$$

消费者需求理论

从需求复原偏潜在偏好

从支出函数还原偏好

命题 3.H.1：假设$e(p,u)$**关于**u**是严格递增的，关于**p**是连续的、非递增的、一次齐次的、凹的和可微的。那么，对于每个效用水平**u**来说，**$e(p,u)$**是与下列至少一样好集合**（at-least-as-good-as set）

$$V_u=\{x\in\mathbb{R}_+^L : p\cdot x\geq e(p,u)\text{ 对于所有 } p\gg 0 \text{ 都成立}\}。$$

相伴的支出函数。也就是说，$e(p,u)=\text{Min}\{p\cdot x : x\in V_u\}$**对于所有**$p\gg 0$**都成立。**

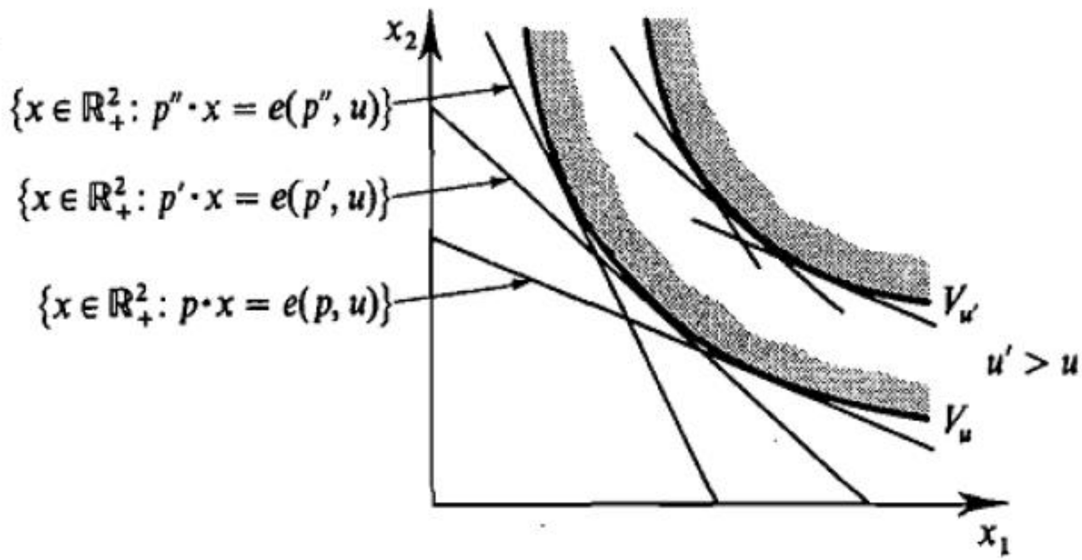
对于每个效用水平u都可以构建一个集合V_u。因为e(p,u)关于u是严格递增的，所以如果u>u’，则V_u严格包含$V_{u'}$。

又因为每个V_u都是闭的、凸的和下有界的。于是，这些至少一样好的集合就定义了一个支出函数为e(p,u)的偏好关系。

消费者需求理论

从需求复原偏潜在偏好

从支出函数还原偏好



消费者需求理论

从需求复原偏潜在偏好

从需求还原支出函数　x(p,w)→e(p,u)

假设x(p,w)满足瓦尔拉斯法则、零次齐次性并且是单值的。假设两种商品的情形，根据零次齐次，可以令p_2=1。选择任意一个价格财富组合点$(p_1^0, 1, w^0)$，并且对消费束$x(p_1^0, 1, w^0)$指定一个效用值u^0。

还原支出函数$e(p_1, 1, u^0)$在所有价格p_1>0上的函数值。

由于补偿性需求是支出函数关于价格的导数，所以还原e(·)就等价于对一个以p_1为自变量、以e为因变量的微分方程求积分。

消费者需求理论

从需求复原偏潜在偏好

从需求还原支出函数　x(p,w)→e(p,u)

问题转化为求解带有初始条件的微分方程的解：

$$\frac{de(p_1)}{dp_1}=x_1(p_1,1,e(p_1))$$

其中，$e(p_1)=e(p_1,1,u^0)$，$x_1(p_1,w)=x_1(p_1,1,w)$，初始条件为$e(p_1^0)=w^0$

如果替代矩阵是负半定的，那么e(·)具有支出函数的所有性质：由于e(·)是微分方程的解，其关于p_1是连续的；由于$x_1(p_1,w)\geq 0$，所以e(·)关于p_1是非递减的，对方程进行微分，可得：

$$\frac{d^2e(p_1)}{dp_1^2}=\frac{\partial x_1(p_1,1,e(p_1))}{\partial p_1}+\frac{\partial x_1(p_1,1,e(p_1))}{\partial w}x_1(p_1,1,e(p_1))$$
$$=s_{11}(p_1,1,e(p_1))\leq 0$$

即e(·)关于p_1是凹的。

消费者需求理论

从需求复原偏潜在偏好

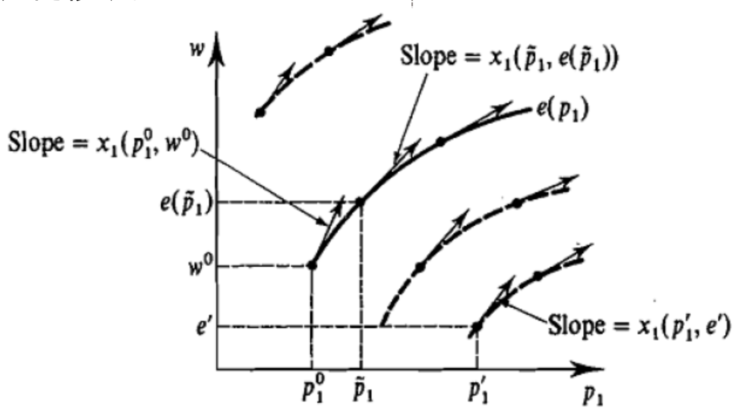
从需求还原支出函数　x(p,w)→e(p,u)

假设这个常微分方程对于任何的初始条件都存在解。

由于 $$\frac{de(p_1)}{dp_1}=x_1(p_1,1,e(p_1))$$

在每个价格水平p_1和支出水平e上，按照斜率 $x_1(p_1,e)$ 指定的方向移动。

对于初始条件(p_1^0,w^0)，$e(p_1)$的图形就是从初始点出发，沿着预定方向移动的曲线。



消费者需求理论

从需求复原偏潜在偏好

从需求还原支出函数　x(p,w)→e(p,u)

对于L种商品的一般情形，带有初始条件的常微分方程就变为带有初始条件的偏微分方程组：

$$\frac{\partial e(p)}{\partial p_1} = x_1(p, e(p))$$
$$\vdots$$
$$\frac{\partial e(p)}{\partial p_L} = x_L(p, e(p))$$

初始条件为：　$p = p^0, e(p^0) = w^0$

消费者需求理论

从需求复原偏潜在偏好

从需求还原支出函数　x(p,w)→e(p,u)

对于L>2的情况，偏微分方程组的解并不一定存在。

如果该偏微分方程组存在一个解e(p)，那么它的海赛矩阵 $D_p^2 e(p)$ 必定是对称的（二次连续可微函数的海赛矩阵是对称的），对偏微分方程微分，可以得到：

$$\begin{aligned} D_p^2 e(p) &= D_p x(p, e(p)) + D_w x(p, e(p)) x(p, e(p))^{\mathrm{T}} \\ &= S(p, e(p)). \end{aligned}$$

因此，解存在的一个必要条件就是斯勒茨基矩阵，即替代矩阵S(p,w)是对称的。
而如果市场需求是由偏好生成的，那么斯勒茨基矩阵必然是对称的，斯勒茨基矩阵的对称性，也是消费者的支出函数还原问题的充分条件。

消费者需求理论

从需求复原偏潜在偏好

从需求还原支出函数　$x(p,w) \rightarrow e(p,u)$

当且仅当斯勒茨基矩阵是对称的和负半定的，潜在支出函数可以被还原。

当L=2时，斯勒茨基矩阵必定是对称的，因此，当L=2时，总可以找到可以理性化任何满足弱公理、零次齐次和瓦尔拉斯三个性质的可微函数的偏好。

当L>2时，满足弱公理、零次齐次和瓦尔拉斯法则的需求函数的斯勒茨基矩阵未必是对称的，只有它的替代矩阵是对称时，才存在能理性化该需求函数的偏好。

消费者需求理论

福利分析

基于偏好的消费者需求理论分析，都是从消费者行为的角度进行的，属于**实证性**的经济学分析。

福利分析，是从**规范**的角度考察消费者理论，关注消费者的环境变化对消费者状况的影响。

尽管在消费者理论中很多实证性结论既可以从基于弱公理的选择规则又可以从理性偏好理论推出，但是对于福利分析来说，基于偏好的消费者需求才能估计出消费者的福利水平。

消费者需求理论

福利分析

给定一个具有理性的、连续的和局部非饱和偏好关系的消费者，假定消费者的支出函数和间接效用函数是可微的。

福利分析，可以分析价格变动、财富变动、政策变动等各种因素对消费者福利的影响。

在这里，主要关注价格变动的福利效应。即假设消费者的财富水平w固定不变，初始价格向量为p^0。当价格从p^0变为p^1时，评估这种价格的变动对消费者福利的影响。

--这种价格变化可以是任何原因引起的。

消费者需求理论

福利分析

假设消费者的偏好是已知的，该偏好可以从他可观测到的瓦尔拉斯需求函数x(p,w)信息推导出来。

那么就可以确定价格变动对消费者福利的影响，即他的状况是变好了还是变坏了：

如果v(p,w)是从偏好关系上推导出的任一间接效用函数，当且仅当

$$v(p^1,w)-v(p^0,w)<0$$

时，消费者状况变差了。

消费者需求理论

福利分析

尽管从偏好关系推导出的间接效用函数可以用来这种比较，但也有一种特殊的效用函数，*使用货币单位来衡量福利的变化*，这类函数称为**用货币度量的间接效用函数**或**货币制间接效用函数**。

该函数是*用支出函数构造*出来的，假设从任一间接效用函数v(·,·)开始，选择任一价格向量$\bar{p} \gg 0$，考虑函数$e(\bar{p}, v(p,w))$，该支出函数刚好给出了价格为$\bar{p}$ 时，为达到效用水平v(p,w)所必需的财富水平。

该函数关于v(p,w)是严格递增的，因此，如果将$e(\bar{p}, v(p,w))$ 看作是变量v(p,w)的函数，那么$e(\bar{p}, v(p,w))$ 本身也是偏好关系的间接效用函数。

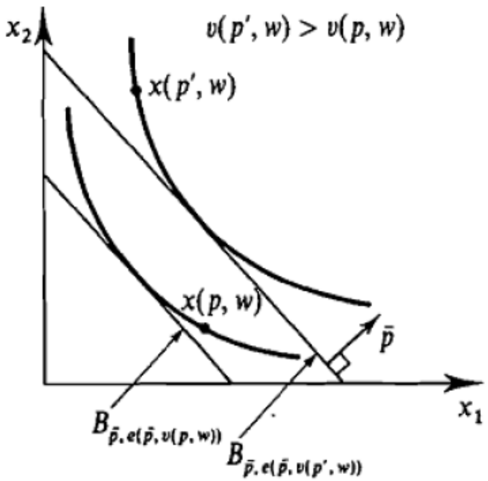
消费者需求理论

福利分析

那么就可以用支出函数来表示福利的变化：

$$e(\bar{p}, v(p^1, w)) - e(\bar{p}, v(p^0, w))$$

也就是用货币度量福利变化的衡量方法。



消费者需求理论

福利分析

按照这种方式，可以对任何向量$\bar{p} \gg 0$构建一个用货币度量的间接效用函数。从初始价格向量p^0到新价格向量p^1，可以推导出福利变动的两个经典的衡量方法：**等价性变化**（Equivalent Variation, EV）和**补偿性变化**（Compensating Variation, CV）.

令$u^0 = v(p^0, w)$，$u^1 = v(p^1, w)$，可以得到$e(p^0, u^0) = e(p^1, u^1) = w$，定义：

$$EV(p^0, p^1, w) = e(p^0, u^1) - e(p^0, u^0) = e(p^0, u^1) - w$$

$$CV(p^0, p^1, w) = e(p^1, u^1) - e(p^1, u^0) = w - e(p^1, u^0).$$

消费者需求理论

福利分析

等价性变化 $EV(p^0,p^1,w)=e(p^0,u^1)-e(p^0,u^0)=e(p^0,u^1)-w$

等价性变化可以看作有一笔钱，消费者在**接受这笔钱**还是**接受价格变化**之间无差异。也就是说，从福利影响的角度看，等价性变化等价于*商品价格变化的消费者的财富的变化*。这里的 $e(p^0,u^1)$是消费者恰好达到效用水平u^1的财富水平，u^1又是价格在p^0发生变化时产生的效用水平，因此，EV定义的 $e(p^0,u^1)-w$是导致消费者在价格为p^0时为了得到效用水平u^1所必需的财富净变化，我们也可以使用间接效用函数v(·,·)将其表示为：

$$v(p^0,w+EV)=u^1$$

消费者需求理论

福利分析

补偿性变化 $CV(p^0, p^1, w) = e(p^1, u^1) - e(p^1, u^0) = w - e(p^1, u^0).$

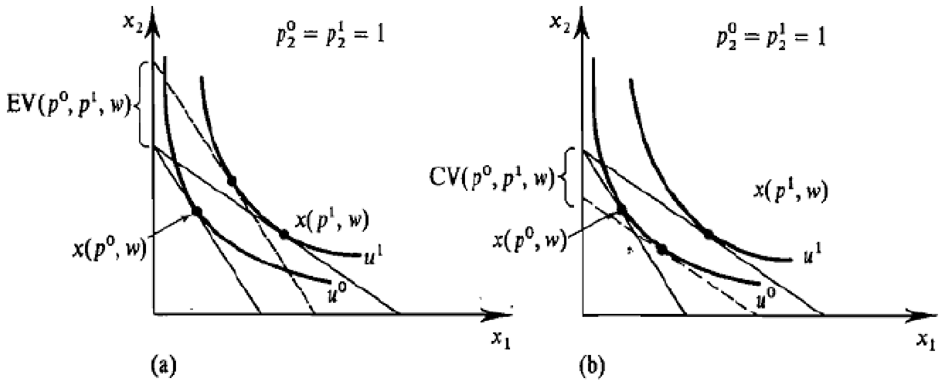
补偿性变化衡量的是，当商品价格变化时，为了让消费者**回到原来的效用水平**u^0，必须补偿给他的净收入。可以将这笔钱看作是为了**让消费者接受价格变化**，他恰好愿意接受的补偿钱数。也可以用间接效用函数表示为：

$$v(p^1, w - CV) = u^0$$

消费者需求理论

福利分析

等价性变化与补偿性变化



由于EV和CV对应的都是用货币度量的间接效用函数值的变化，这两种方法都能正确的比较p^0时的消费者福利和p^1时的消费者福利，也就是说，它们的**评价是等价**的，消费者在p^1时状况变好的话，EV和CV都为正。但是，一般情况下，EV和CV的值是不相等的，因为EV使用的价格向量是p^0，而CV使用的价格向量是p^1.

消费者需求理论

福利分析

等价性变化与补偿性变化

等价性变化和补偿性变化也可以用希克斯需求曲线表示。

假设只有商品1的价格发生了变化，因此有：$p_1^0 \neq p_1^1$ 以及 $p_l^0 = p_l^1 = \overline{p}_l$ (all $l \neq 1$).
又因为 $w = e(p^0, u^0) = e(p^1, u^1)$ 和 $h_1(p,u) = \partial e(p,u) / \partial p_1$，EV就可以写成：

$$\begin{aligned} EV(p^0, p^1, w) &= e(p^0, u^1) - w \\ &= e(p^0, u^1) - e(p^1, u^1) \\ &= \int_{p_1^1}^{p_1^0} h_1(p_1, \overline{p}_{-1}, u^1) dp_1 \end{aligned}$$

其中 $\overline{p}_{-1} = (\overline{p}_2, \ldots, \overline{p}_L)$ 。因此，使用等价性变化EV衡量的消费者福利变化，可用与效用水平u¹相伴的商品1的希克斯需求曲线左侧夹在 p_1^0和 p_1^1之间的面积来表示（如果价格下降，EV等于这个面积，如果价格上升，EV等于此面积的相反数）

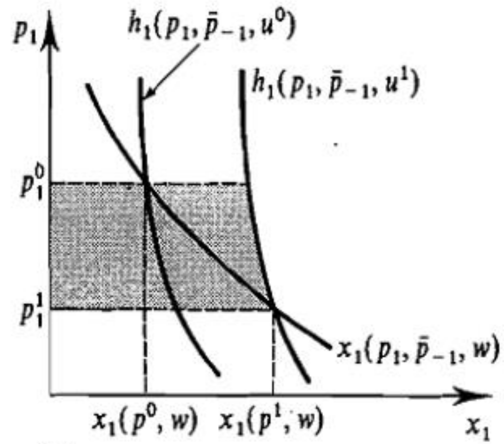
消费者需求理论

福利分析

等价性变化与补偿性变化

$$EV(p^0, p^1, w) = e(p^0, u^1) - w$$
$$= e(p^0, u^1) - e(p^1, u^1)$$
$$= \int_{p_1^1}^{p_1^0} h_1(p_1, \overline{p}_{-1}, u^1) dp_1$$

等价性变化



(a)

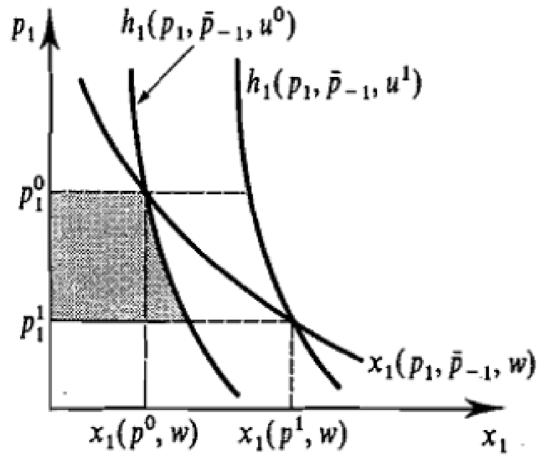
消费者需求理论

福利分析

等价性变化与补偿性变化

$$CV(p^0,p^1,w) = e(p^1,u^1) - e(p^1,u^0) = w - e(p^1,u^0) = e(p^0,u^0) - e(p^1,u^0)$$

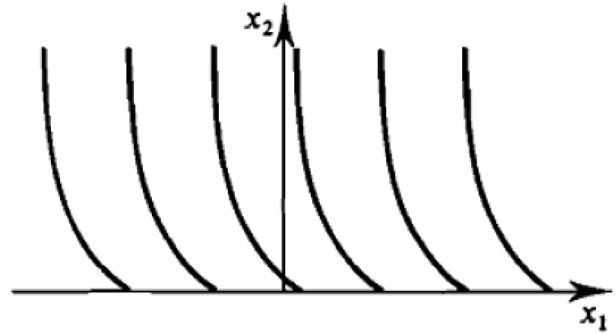
补偿性变化可以类似的写成 $CV(p^0,p^1,w) = \int_{p_1^1}^{p_1^0} h_1(p_1,\bar{p}_{-1},u^0)dp_1$



(b)

消费者需求理论

福利分析



等价性变化与补偿性变化

当商品1为正常商品时，可以看到 $EV(p^0, p^1, w) > CV(p^0, p^1, w)$

如果商品1是劣等品，则 $EV(p^0, p^1, w) < CV(p^0, p^1, w)$

如果偏好关于某个商品 $l \neq 1$ 是拟线性时，商品1没有财富效应，这时候CV和EV这两种度量就是相同的，这是由于 $h_1(p_1, \bar{p}_{-1}, u^0) = x_1(p_1, \bar{p}_{-1}, w) = h_1(p_1, \bar{p}_{-1}, u^1)$
即在不存在财富效应的情况下，CV和EV的共同值，也等于商品1的市场需求曲线（即瓦尔拉斯需求曲线）左侧加在 p_1^0 与 p_1^1 之间的面积，这个共同值称为**马歇尔消费者剩余**的变化。

消费者需求理论

福利分析

商品税的福利分析

考虑由于政府对某种商品征收商品税，从而使得价格向量从p^0上升为p^1的情形。假设政府对商品1征税，消费者每购买一单位商品1就需要缴纳t元的税费，这种税就使得商品1的实际价格变为 $p_1^1 = p_1^0 + t$，所有其他商品的价格维持在原来的水平上。

此时，政府筹集的税收总收入为 $T = tx_1(p^1, w)$

政府也可以不针对商品征税，而是直接对消费者的财富征收定额税。这种情况下不会改变商品的价格。如果政府通过这两种征税方法获得的税收收入相同，那么消费者在哪种税制下状况会更差?

消费者需求理论

福利分析

商品税的福利分析

要分析消费者在哪种税制下状况更差，等价于分析两种情况下消费者福利的损失哪个更大。

如果商品税的等价变化 $EV(p^0, p^1, w)$ 小于在定额税下的损失-T，那么征收商品税会使消费者的状况变得更差。用支出函数来表达就是：如果满足

$$w - T > e(p^0, u^1)$$

即在消费者缴纳定额税后所剩的财富，大于他在价格为p^0时为达到效用水平u^1（征商品税时他得到的效用）所必须的财富水平。那么与征收定额税相比，征收商品税会使消费者的状况变得更差。而两者之间的差额：$(-T) - EV(p^0, p^1, w) = w - T - e(p^0, u^1)$ 称为**商品税造成的净损失**。它衡量的是与征收等量的定额税相比，征收商品税给消费者带来的额外的福利损失。

消费者需求理论

福利分析

商品税的福利分析

这一净损失也可以用效用水平为u^1时的希克斯需求曲线来表示。

在已知 $T = tx_1(p^1, w) = th_1(p^1, u^1)$ 的情况下（政府的税收收入在两种情况下相同）：

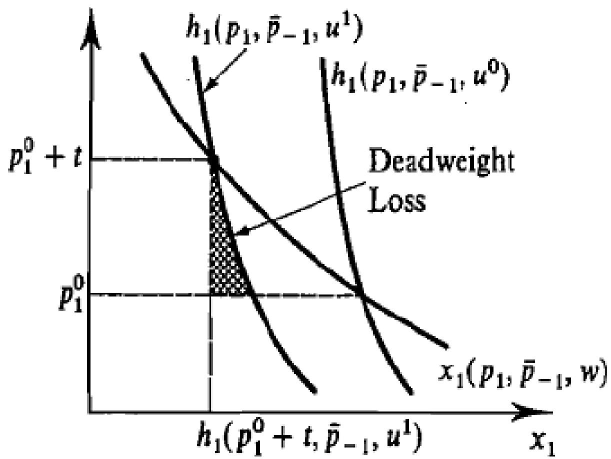
$$
\begin{aligned}
(-T) - EV(p^0, p^1, w) &= e(p^1, u^1) - e(p^0, u^1) - T \\
&= \int_{p_1^0}^{p_1^0+t} h_1(p_1, \bar{p}_{-1}, u^1)dp_1 - th_1(p_1^0 + t, \bar{p}_{-1}, u^1) \\
&= \int_{p_1^0}^{p_1^0+t} [h_1(p_1, \bar{p}_{-1}, u^1) - h_1(p_1^0 + t, \bar{p}_{-1}, u^1)]dp_1.
\end{aligned}
$$

由于$h_1(p,u)$关于p_1是非递增的，这个净损失就是非负的，如果$h_1(p,u)$关于p_1严格递减，则它是严格正的。

福利分析

商品税的福利分析

对于L=2的情况，净损失为三角形区域，这个区域有时也成为净损失三角形。



消费者需求理论

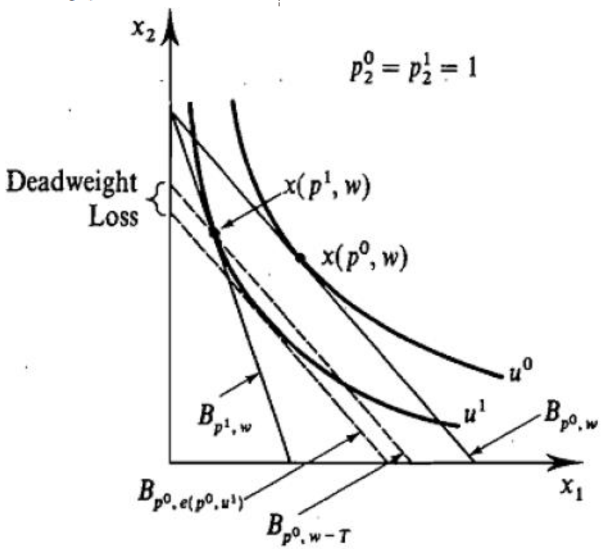
福利分析

商品税的福利分析

这一净损失也可以在商品空间里表示。假设将商品2的价格标准化为1，由于：

$$(p_1^0+t)x_1(p^1,w)+p_2^0x_2(p^1,w)=w$$

消费束x(p¹,w)不仅位于与预算集 $B_{p^1,w}$ 相伴的预算线上，而且位于与预算集 $B_{p^0,w-T}$ 相伴的预算线上。与此相对照，价格为p⁰时产生u¹效用水平的预算集为 $B_{p^0,e(p^0,u^1)}$ 。净损失就等于与预算集 $B_{p^0,w-T}$ 相伴的预算线与预算集 $B_{p^0,e(p^0,u^1)}$ 相伴的预算线之间的距离。



消费者需求理论

福利分析

商品税的福利分析

净损失三角形也同样可以使用希克斯需求曲线 $h_1(p,u^0)$ 来表示（补偿性价格变化）

假设征税后政府为了让消费者的福利维持在征税前的福利水平u⁰，给予消费者必要的补偿，那么在这种情况下政府会盈余还是赤字?

如果征税收入 $th_1(p^1,u^0)$ 小于$-CV(p^0,p^1,w)$，即 $th_1(p^1,u^0)<e(p^1,u^0)-w$，那么政府将会出现赤字：

$$
\begin{aligned}
&-CV(p^0,p^1,w)-th_1(p^1,u^0)\\
&=e(p^1,u^0)-e(p^0,u^0)-th_1(p^1,u^0)\\
&=\int_{p_1^0}^{p_1^0+t}h_1(p_1,\overline{p}_{-1},u^0)dp_1-th_1(p_1^0+t,\overline{p}_{-1},u^0)\\
&=\int_{p_1^0}^{p_1^0+t}[h_1(p_1,\overline{p}_{-1},u^0)-h_1(p_1^0+t,\overline{p}_{-1},u^0)]dp_1.
\end{aligned}
$$

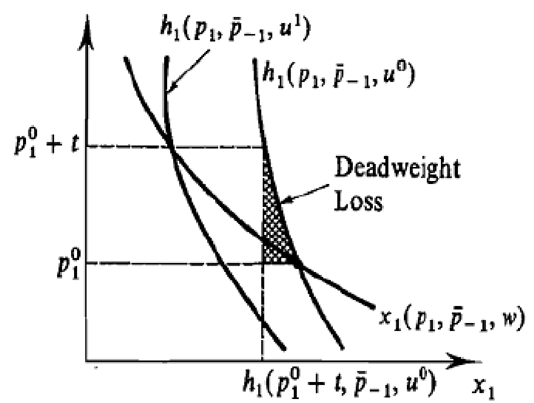
消费者需求理论

福利分析

商品税的福利分析

净损失三角形也同样可以使用希克斯需求曲线 $h_1(p, u^0)$ 来表示（补偿性价格变化）

只要 $h_1(p, u)$ 关于p_1是严格递减的，那么这个式子也严格为正。这个净损失相当于三角形区域的面积

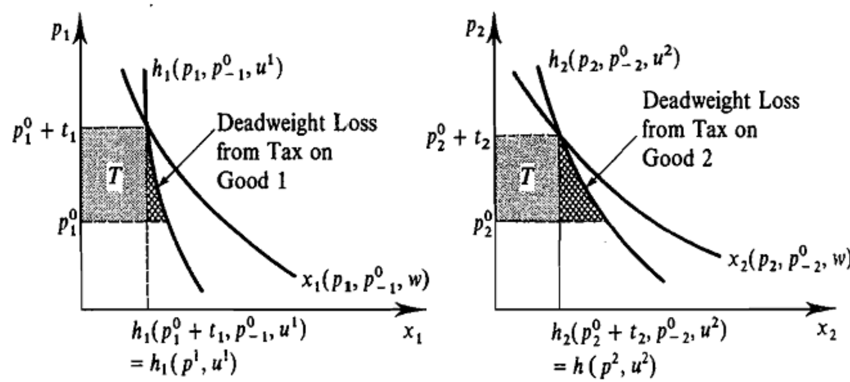


消费者需求理论

福利分析

福利分析不仅可以比较在新的价格水平下，消费者福利的变化，同时也能比较两种不同商品的价格变化带来的损失大小。

比如，对于征收商品税的问题，假设L=2，政府既可以对商品1征税，也可以对商品2征税，我们假定政府针对这两种商品征税最后获得的总税收收入相同，通过比较两种征税方法带来的消费者福利变化的大小，或者说是净损失的大小，就可以确定最后将采取的征税方式。



消费者需求理论

福利分析

只要已知消费者的**支出函数**，就可以准确的衡量价格变化的福利影响；而且可以用EV和CV两种货币衡量的方式对**福利**进行衡量。

根据可积性问题的分析可知，可以从可观测的瓦尔拉斯需求函数还原消费者的偏好和支出函数。但是，*如果没有足够的信息来还原消费者的支出函数，如何来分析价格变动的福利效应？*

福利分析

部分信息情形下的福利分析

在某些情况下，由于消费者的瓦尔拉斯需求函数的信息有限，无法推导出支出函数。假设仅有两个价格向量p^0和p^1，以及消费者的初始消费束 $x^0 = x(p^0, w)$ 的信息，就是部分信息情形下的福利分析问题。

在什么情况下，消费者福利才会随着价格变动而提高?

命题 3.I.1:假设消费者的偏好关系$\succsim$是局部非饱和的。若$(p^1 - p^0)\cdot x^0 < 0$，则消费者在价格财富组合(p^1, w)下的状况严格好于(p^0, w)下的状况。

消费者需求理论

福利分析

部分信息情形下的福利分析

命题 3.I.1:假设消费者的偏好关系$\succsim$是局部非饱和的。若$(p^1-p^0)\cdot x^0<0$，则消费者在价格财富组合(p^1,w)下的状况严格好于(p^0,w)下的状况。

根据瓦尔拉斯法则，有 $p^0\cdot x^0=w$，如果 $(p^1-p^0)\cdot x^0<0$，那么 $p^1\cdot x^0<w$，这样一来，消费者在p^1的价格下仍然能买得起x^0，而且x^0在预算集 $B_{p^1,w}$ 的内部。

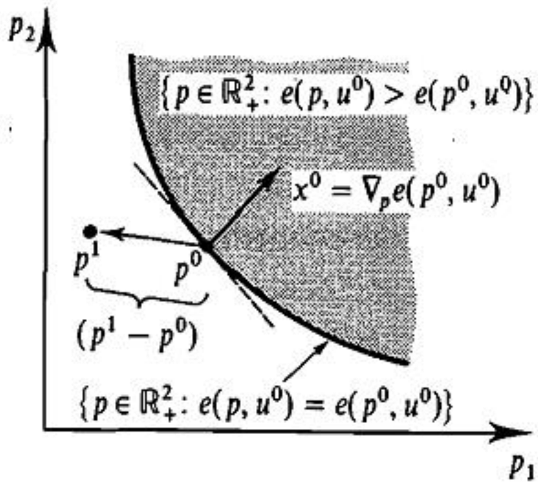
根据局部非饱和性可以，在预算集 $B_{p^1,w}$ 中必定存在一个消费束，使得与x^0相比，消费者严格偏好于这个消费束。

消费者需求理论

福利分析

部分信息情形下的福利分析

命题 3.I.1:假设消费者的偏好关系 $\succsim$ 是局部非饱和的。若 $(p^1 - p^0)\cdot x^0 < 0$，则消费者在价格财富组合 (p^1, w) 下的状况严格好于 (p^0, w) 下的状况。



价格空间：e(·,u)的凹性决定了价格集的形状

P^1位于集合$\{p \in \mathbb{R}^2_+ : e(p, u^0) \geq e(p^0, u^0)\}$之外，因此必有 $e(p^0, u^0) > e(p^1, u^0)$

消费者需求理论

福利分析

部分信息情形下的福利分析

对于 $(p^1 - p^0)\cdot x^0 > 0$ 的情形，福利变化的方向并不能明确给定。

命题 3.I.2：假设消费者的支出函数是可微的。那么如果 $(p^1 - p^0)\cdot x^0 > 0$，则存在一个足够小的 $\bar{\alpha} \in (0,1)$ 使得对于所有 $\alpha < \bar{\alpha}$ 我们有 $e((1-\alpha)p^0 + \alpha p^1,\ u^0) > w$，因此，消费者在价格财富组合 (p^0, w) 下的状况严格好于他在 $((1-\alpha)p^0 + \alpha p^1,\ w)$ 下的状况。

也就是说，如果价格变化足够小，那么就有 $e(p^0, u^0) < e(p^1, u^0)$

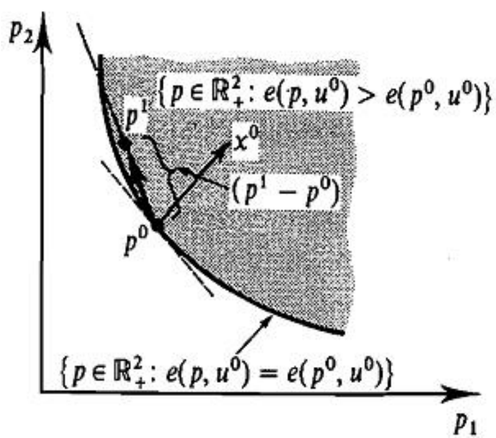
消费者需求理论

福利分析

部分信息情形下的福利分析

命题 3.1.2：假设消费者的支出函数是可微的。那么如果$(p^1-p^0)\cdot x^0>0$，则存在一个足够小的$\bar{\alpha}\in(0,1)$使得对于所有$\alpha<\bar{\alpha}$我们有$e((1-\alpha)p^0+\alpha p^1,\ u^0)>w$，因此，消费者在价格财富组合$(p^0,w)$下的状况严格好于他在$((1-\alpha)p^0+\alpha p^1,\ w)$下的状况。

如果$(p^1-p^0)\cdot x^0>0$，而且在沿着射线 p^1-p^0 的方向上，p^1离p^0足够近，那么价格向量p^1位于集合$\{p\in\mathbb{R}^2_+: e(p,u^0)>e(p^0,u^0)\}$之内。



消费者需求理论

福利分析

使用瓦尔拉斯需求曲线左侧的面积近似衡量福利

随着计算能力的提高，通过可积性，从观测到的需求行为可以还原消费者的支出函数，并进而还原消费者的偏好从而进行福利分析。但是，在应用经济分析中，最常见也是最经典的方法还是依靠**实际福利变动的近似逼近法**。

某一种商品价格变化导致的福利变化，可以用某个合适的希克斯需求曲线左侧的面积来计算。然而，希克斯需求是不能直接观测到的。因此，经济学家一般使用瓦尔拉斯需求曲线左侧的面积来衡量。

这种衡量福利变动的方法称为**面积变化**（Area Variation，AV）。

$$AV(p^0, p^1, w) = \int_{p_1^1}^{p_1^0} x_1(p_1, \bar{p}_{-1}, w)\,dp_1$$

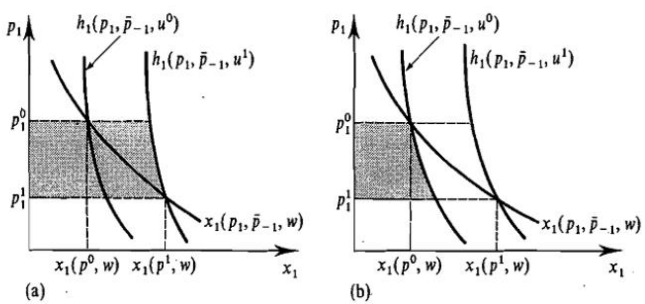
消费者需求理论

福利分析

使用瓦尔拉斯需求曲线左侧的面积近似衡量福利

如果该商品1不存在财富效应，那么对于所有的p，都有 $x_1(p,w)=h_1(p,u^0)=h_1(p,u^1)$，面积变化等于等价性变化和补偿性变化，这种情形下，面积变化AV给出了确切的福利变化数值，这种衡量称为**马歇尔消费者剩余**的变化。

当商品1是正常商品时，面积变化就夸大了补偿性变化，少报了等价性变化。而当商品1是劣质品时，面积变化少报了补偿性变化，夸大了等价性变化。



当评价由多种商品价格变化导致的福利变化，或者当比较两种不同价格变化时，面积变化AV也未必能正确衡量福利变化。

消费者需求理论

福利分析

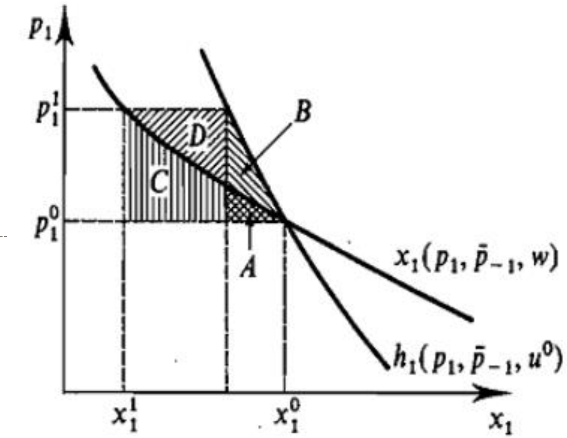
使用瓦尔拉斯需求曲线左侧的面积近似衡量福利

如果我们所研究的商品的*财富效应很小*，那么*近似误差就很小*，这种情况下，面积变化AV就几乎是正确的。

如果商品1只是很多商品中的一种，那么由于额外一单位财富将花费在所有种类的商品上，那么商品1的财富效应必定很小。因此，使用面积变化AV衡量方法来估计价格变化导致的消费者福利变化，就不会存在显著的误差。

消费者需求理论

福利分析



使用瓦尔拉斯需求曲线左侧的面积近似衡量福利

如果 $(p_1^1 - p_1^0)$ 很小，那么使用面积变化AV衡量福利变化的误差就很小，也就是说误差与实际福利变化相比很小。

考虑补偿性变化，随着 $(p_1^1 - p_1^0)$ 变小，面积B+D（面积变化AV与实际补偿性变化CV的差值）与实际补偿性变化相比，就会变小。

但对于商品税下的*净损失*来说，用瓦尔拉斯需求曲线左侧面积衡量的净损失为面积A+C，而实际净损失为A+B，这两部分差额的百分比未必随着价格变小而变小。

消费者需求理论

显示性偏好强公理

在消费者需求理论下，消费者的选择即使满足弱公理，也不一定能由理性的偏好关系生成。

在消费者需求的选择行为满足怎样的必要和充分的一致性条件时，意味着需求行为可以被偏好理性化呢?

——**显示偏好强公理**

显示性偏好强公理

显示偏好强公理是一种递归封闭的弱公理。

定义 3.J.1：市场需求函数 $x(p,w)$ **满足显示偏好强公理（SA），如果对于任何一列**

$$(p^1,w^1),\ \ldots,\ (p^N,w^N)$$

（其中对于所有 $n \le N-1$ **我们有** $x(p^{n+1},w^{n+1}) \neq x(p^n,w^n)$ **），那么当** $p^n \cdot x(p^{n+1},w^{n+1}) \le w^n$ **对于所有** $n \le N-1$ **成立时，我们有** $p^N \cdot x(p^1,w^1) > w^N$ 。

也就是说，如果 $x(p^1,w^1)$ 被直接或者间接显示偏好于 $x(p^N,w^N)$ ，那么 $x(p^N,w^N)$ 不可能被直接显示偏好于 $x(p^1,w^1)$，因此，消费者在价格财富组合 (p^N,w^N) 下买不起 $x(p^1,w^1)$ 。

理性偏好产生的需求满足弱公理，但弱公理产生的需求不一定能被偏好理性化。

消费者需求理论

显示性偏好强公理

显示偏好强公理是一种递归封闭的弱公理。

命题 3.J.1：若瓦尔拉斯需求函数 $x(p,w)$ 满足显示偏好强公理，则存在能理性化 $x(p,w)$ 的理性偏好关系 $\succsim$，也就是说该偏好关系能使得对于所有 (p,w)，任给一个 $y\in B_{p,w}$ 但 $y\neq x(p,w)$，我们都有 $x(p,w)\succ y$。

当L=2时，弱公理等价于强公理。因为当L=2且满足弱公理时，总能找到一个理性化的偏好关系。

当L>2时，强公理比弱公理的要求更强。建立在强公理之上的基于选择的需求理论，在本质上等价于基于偏好的需求理论。