第一章 个人决策的制定

个人决策的制定

微观经济理论的特征

微观经济理论的显著特征是，通过建立模型，用**追求自身利益**的单个经济参与人之间的**相互作用**来解释经济活动。

因此，对微观经济理论的研究也是从个人决策制定开始的。

为什么我们会面临选择问题?

资源是有限的，经济学的核心问题就是在有限资源的情况下，如何实现最优的资源配置。

个人决策的制定

微观经济理论的特征

任何个人决策问题的起点都是一个**可能的备选物集合**。

这些备选物之间是**互斥**的，因此个人必须从这些备选物中进行选择。

如果用X抽象的表示这个备选物集，则X中的元素是可能的消费选择，比如{肯德基，必胜客，麻辣烫，肯德基+麻辣烫，……}。

建立个人选择行为模型有两种方法：一种是**偏好关系**，一种是**选择规则**。

个人决策的制定

偏好关系

这种方法将决策者的爱好作为个人的最基本特征，它用**偏好关系来描述爱好**。

首先假设决策者的偏好满足一定的理性公理，然后分析这些偏好对他的选择行为的影响结果。

偏好关系是更传统的个人选择行为模型，也是微观经济学理论中最常用的方法。

个人决策的制定

偏好关系

在基于偏好的方法中，决策者的目标可用偏好关系来描述，通常用 $\succsim$ 来表示这个**偏好关系**。

任何一对备选物 $x, y \in X$ 都可以进行比较，$x \succsim y$ 可读作“x至少和y一样好”。

因此，我们可以推导出X上的另外两种重要关系：

（1）**严格偏好关系** $x \succ y$ 可读作“x比y好”，其定义为：

$$x \succ y \Leftrightarrow x \succsim y \text{ 但 } y \succsim x \text{ 不成立}$$

（2）**无差异关系** $\sim$，可读作“x与y无差异”，其定义为 $x \succsim y$ 且 $y \succsim x$

个人决策的制定

偏好关系

在大部分经济学分析中，经济学家都假设个人偏好是**理性**的。这就决定了偏好关系满足**完备性假设**和**传递性假设**。

定义 1.B.1：若偏好关系 $\succsim$ 具有下列两个性质，则它是理性的：

（i）完备性（completeness）:对于所有 $x, y \in X$，都有 $x \succsim y$ 或 $y \succsim x$（或二者都成立）。

（ii）传递性（transitivity）：对于所有 $x, y, z \in X$，若 $x \succsim y$ 且 $y \succsim z$，则 $x \succsim z$。

完备性的假设限定了个人在两个可能的备选物上有明确的偏好。

传递性的假设则说明，决策者在决策时将备选物两两比较，形成一个比较链条，传递性意味着决策者在这个链条上的偏好**不可能是循环的**（除非他们是无差异的）。

个人决策的制定

偏好关系

完备性公理：如果备选物差别不大，或者不在我们的常识范围之内，那么对他们进行比较就非常的困难，因此我们想要发现自己的偏好，就要经过认真的思考。

完备性公理实际上认为这个发现偏好的过程已经完成了，我们做出的决策已经是经过认真思考的了。

传递性公理：不可能出现这样的偏好，*一食堂的糖醋排骨至少和二食堂的麻辣香锅一样好，二食堂的麻辣香锅至少和东区食堂的咖喱饭一样好，但是咖喱饭又比糖醋排骨好。*

如果决策者的备选物不在自己的常识范畴之内，其实传递性并不一定这么容易满足。

个人决策的制定

偏好关系

偏好关系是完备的和传递的假设，也蕴含着严格偏好关系 $\succ$ 和无差异关系 $\sim$ 的性质：

命题 1.B.1：如果 $\succsim$ 是理性的，则：

（i）$\succ$ 为非反身的（irreflexive）[$x \succ x$ 不成立]和传递的（若 $x \succ y$ 和 $y \succ z$，则 $x \succ z$）。

（ii）$\sim$ 是反身的（reflexive）[对于所有 x，$x \sim x$]、传递的（若 $x \sim y$ 和 $y \sim z$，则 $x \sim z$）和对称的（symmetric）[若 $x \sim y$，则 $y \sim x$]。

（iii）若 $x \succ y \succsim z$，则 $x \succ z$。

类似比较性：当严格偏好关系和偏好关系在一个比较链条上时，严格偏好关系具有类似比较性。

个人决策的制定

偏好关系

个人的偏好也有可能由于种种原因不能满足传递性，其中一种原因是由**恰可识别阈值**问题而引起的。

个人决策的制定

偏好关系

个人的偏好也有可能由于种种原因不能满足传递性，其中一种原因是由**恰可识别阈值**问题而引起的。

个人决策的制定

偏好关系

个人的偏好也有可能由于种种原因不能满足传递性，其中一种原因是由**恰可识别阈值**问题而引起的。

个人决策的制定

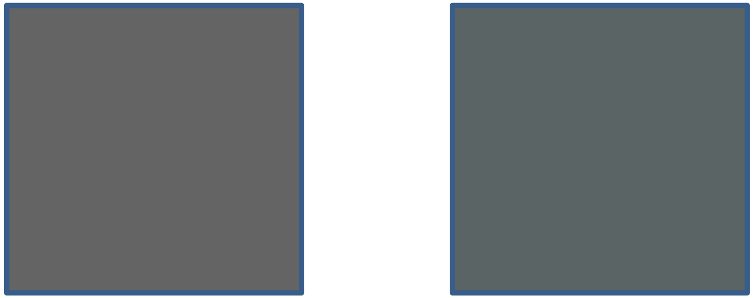
偏好关系

个人的偏好也有可能由于种种原因不能满足传递性，其中一种原因是由**恰可识别阈值**问题而引起的。

个人决策的制定

偏好关系

个人的偏好也有可能由于种种原因不能满足传递性，其中一种原因是由**恰可识别阈值**问题而引起的。



个人决策的制定

偏好关系

在我们进行两两比较的时候，无法区别两种颜色，因此会觉得他们是无差异的，即满足无差异关系。

当我不断的减弱红色的比例时，因为减弱的程度非常小，大家几乎无法分辨，因此两两比较的时候都觉得无差异，但当我们把最初的颜色（红色比例最大）和最后的颜色（红色比例最小）拿出来比较时，大家会明显发现两者的不同，从而产生偏好关系。

这种情况下，就违背了传递性的关系。

这种就是**恰可识别阈值**问题。

个人决策的制定

偏好关系

在另一种情况下，备选物的提出方式会影响决策者的选择，这时候引起的违背传递性的偏好关系被称为**框架问题**。

假设你打算购买一个充电宝（125元）和一个记事本（20元）。西区超市的人告诉你，东区的超市在搞促销，记事本只卖10元，便宜了10元（打5折），但是充电宝仍卖125元，但是你走到东区超市需要20分钟。

你会去东区超市购买吗?

个人决策的制定

偏好关系

如果问题变成这样：

假设你打算购买一个充电宝（125元）和一个记事本（20元）。西区超市的人告诉你，东区超市在搞促销，充电宝卖115元，便宜了10元，但是记事本仍是20元，但是你走到东区超市需要20分钟。

你会去这家分店购买吗？

调查显示，类似的问题中，在前者情形下，人们愿意去东区超市的比例高于后者的情形。

个人决策的制定

偏好关系

尽管在两种情况下，节省的钱数是一样的，都是10元，花费的代价也是一样的，都是步行20分钟，但是人们的反应还是会出现差异。实际上，这是由于人们有一个“心理账户”，会将能少花的钱与商品本身的价格进行比较。

由于缺货，必须到东区超市购买这两种商品，并且东区超市会给10元钱的折扣。

这种情况下，我们不会在意10元钱的折扣是在充电宝上还是记事本上，这二者是无差异的。

个人决策的制定

偏好关系

抽象为数学表示：

x=步行去东区超市，在记事本上得到10元折扣；

y=步行去东区超市，在充电宝上得到10元折扣；

z=在西区超市买充电宝和记事本。

根据调查的结果，在前面两个问题的情况下，决策者的选择意味着

$$x \succ z \text{ 且 } z \succ y$$

但是根据第三个问题，意味着

$$x \sim y$$

这显然违背了传递性。这就是框架问题。

个人决策的制定

偏好关系

还有一些不满足传递性的行为，则是由几个理性偏好关系相互作用的结果：

某个三口之家通过少数服从多数的投票机制进行决策，M、D、C分别表示妈妈、爸爸和孩子，他们面临的选择是周末晚上是看：电视剧（S），足球比赛（F）和熊出没（B）。

这三个人都是理性的，所以对于妈妈：$S \succ_M B \succ_M F$，对于爸爸则是：$F \succ_D S \succ_D B$，对于孩子：$B \succ_C F \succ_C S$

个人决策的制定

偏好关系

这三个人都是理性的，所以对于妈妈： $S \succ_M B \succ_M F$，对于爸爸则是：$F \succ_D S \succ_D B$ ，对于孩子：$B \succ_C F \succ_C S$ 。

现在，家庭就周末到底看什么进行投票，假设投票表决的分别是：

（1）足球（F）对熊出没（B）

（2）电视剧（S）对足球（F）

（3）熊出没（B）对电视剧（S）

这三组投票的结果将是：熊出没战胜足球；足球战胜电视剧；电视剧战胜熊出没。

因此，这个家庭的集体偏好为 $B \succ F \succ S \succ B$，显然不满足传递性。

个人决策的制定

偏好关系

人的爱好是会发生变化的，因此偏好的非传递性有时候也是由于决策者爱好发生变化而引起的。

某个潜在的手游玩家的偏好可能是：一天玩一个小时比不玩好，不玩比玩很久好。但是，一旦他每天玩一个小时，他的爱好可能在潜移默化中就发生了改变，即他希望增加玩游戏的时间。

抽象为数学问题：用x表示每天玩一个小时，z表示每天玩很久，而他的初始状态为y，即不玩。在这个状态下，他的偏好是：$x \succ y \succ z$，但他的状态一旦变成x之后，他的偏好很快变成：$z \succ x \succ y$。这显然也不满足偏好的传递性。

个人决策的制定

偏好关系

这种爱好的变迁通常被用来分析成瘾行为，同时也引出了决策制定中的承诺有关的问题。

由于理性决策者会预测到这样的爱好变化，因此他会坚持最初始的选择。

这种爱好的变迁模型，实际上也属于非理性决策。

个人决策的制定

偏好关系->效用函数

效用函数是用来描述偏好关系的，在经济学中，效用函数为偏好关系提供了一种很好的数学表示方式。

效用函数u(x)对于备选集X中的每一个元素（即我们的每一个选择）x都赋予一个数值，将X中的元素按照个人的偏好排列。

定义 1.B.2： 函数 $u: X \to \mathbb{R}$ 是个代表偏好关系 $\succsim$ 的效用函数，若对于所有 $x, y \in X$ ，都有

$$x \succsim y \Leftrightarrow u(x) \geq u(y).$$

能代表偏好关系的效用函数并不是唯一的。对于任何严格的增函数 $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ 来说， $v(x) = f(u(x))$ 都是一个新的效用函数，它与 $u(\cdot)$ 代表的偏好关系是相同的。

个人决策的制定

偏好关系->效用函数

对于效用函数来说，真正重要的是对备选物的排序，至于函数的绝对数值并不重要。效用函数中不随任何严格递增转换而改变的这种性质，称为**序数性质**。

效用函数中的**基数性质**则是指在这样的转换下不能保留的性质。与X中的备选物相伴的数值，以及不同备选物的效用的差值大小，都是基数性质。*然而这并不重要！*

因此，与效用函数相伴的**偏好关系是序数性质**的。

个人决策的制定

偏好关系->效用函数

是不是所有的偏好关系都能用效用函数表示呢？

——答案是否定的！

只有理性的偏好关系才能用效用函数来表示

个人决策的制定

偏好关系->效用函数

命题 1.B.2：只有理性的偏好关系$\succsim$才能用效用函数表示。

证明：为了证明这个命题，我们需要证明如果存在能表示偏好的效用函数，那么偏好必定是完备的和传递的。

完备性：因为u(·)是定义在X上的实值函数，所以必然有：对于任何的 $x, y \in X$，要么满足 $u(x) \geq u(y)$，要么满足 $u(y) \geq u(x)$。这就意味着要么 $x \succsim y$ 要么 $y \succsim x$，因此，偏好关系一定是完备的。

传递性：假设 $x \succsim y$ 且 $y \succsim z$，那么必然有效用函数 $u(x) \geq u(y)$ 且 $u(y) \geq u(z)$。因此，$u(x) \geq u(z)$。由于u(·)代表了偏好关系，这就意味着 $x \succsim z$。因此，x，y和z之间必然满足传递性。

个人决策的制定

偏好关系->效用函数

是不是所有的偏好关系都能用效用函数表示呢?

——答案是否定的!

只有理性的偏好关系才能用效用函数来表示

是不是所有理性的偏好关系都能用效用函数表示呢?

——答案也是否定的!

X是可数的或有限的集合

个人决策的制定

偏好关系->效用函数

备选物集合X是可数集，则理性偏好可以用效用函数表示

备选物集合X是有限集合，则理性偏好可以用效用函数表示

——换言之，

如果备选物集合不可数（不是可数集的无限集），则理性偏好不一定能被效用函数表示

个人决策的制定

偏好关系->效用函数

可数集：与自然数集合等势的任意集合为可数的，即能与自然数集合之间存在一个一一映射。

如$\{1, 4, 9, \ldots, n^2, \ldots\}$为可数集

可数集的充要条件就是可以排列成$\{a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots\}$的形式

自然数集合是无限集，因此，可数集也可以是无限集

不可数集：不是可数集的无限集称为不可数集

如全体实数构成的集合是不可数的，有理数是可数的

不可数集一定是无限集，但是无限集不一定是不可数集

个人决策的制定

偏好关系->效用函数

字典序偏好

例 3.C.1：字典序偏好关系。为简单起见，假设 $X=\mathbb{R}_+^2$。将 $x \succsim y$ 定义为：要么“$x_1 > y_1$”或要么“$x_1 = y_1$ 和 $x_2 \geq y_2$”。这样的偏好关系称为**字典序的偏好关系**（lexicographic

这个名字源于字典中字的排列方式：像英文字典一样，英文单词第一个字母在单词排序上具有最高优先权，在决定偏好顺序时商品1也具有最高优先权。当两个商品束中的商品1数量相等时，商品2的数量决定了消费者的偏好。

这个偏好是理性的，满足完备性和传递性，但是由于备选集不可数，没有效用函数可以与此偏好对应。

个人决策的制定

偏好关系->效用函数

字典序偏好不存在效用函数的证明：反证法

主要思想：有理数和实数不等势，不能建立起一一对应的映射关系

对于字典序偏好，$(x,2)\geq(x,1)$，若效用函数存在，则有$u(x,2)>u(x,1)$

由于有理数为稠密的，所以一定能找到一个有理数$q(x)$，使其满足：

$$u(x,2)>q(x)>u(x,1)$$

对于任意的$x'>x$，有$q(x')>u(x',1)>u(x,2)>q(x)$

因此，存在一个实数集和有理数集的一一对应的映射关系，而实数集和有理数集不等势，推出矛盾

个人决策的制定

选择规则

决策制定理论的第二种构建方法中，选择行为本身被视为决策理论最根本的目标。

选择行为可以用选择结构来描述，一个选择结构 $(\mathscr{B}, C(\cdot))$ 包含两个要素：

（1） $\mathscr{B}$ 是一个集族，它是由备选集X的非空子集组成的。也就是说，$\mathscr{B}$ 中的每个元素都是一个集合 $B \subset X$。通常，我们也将元素 $B \in \mathscr{B}$ 称为**预算集**。$\mathscr{B}$ 中的预算集可以理解为备选物的穷举式列举，即在制度因素、物质因素或能想到的其他约束下，决策者面临的所有可能的备选物。然而，*预算集未必需要包含所有可能的X的子集*。

个人决策的制定

选择规则

选择行为可以用选择结构来描述，一个选择结构 $(\mathscr{B}, C(\cdot))$ 包含两个要素：

（2）C(·)是一个选择规则，本质上也是一个对应关系：对于每个预算集 $B \in \mathscr{B}$，它都相应赋予备选物的一个非空集合 $C(B) \subset B$，当C(B)只含有一个元素（备选物）时，这个元素就是个人在B中的选择。

然而，集合C(B)中可能包含两个及其以上的元素，在这种情形下，C(B)中的元素是B中那些**可能被决策者选择的备选物**；也就是说，这些元素是B中的可接受的备选物。在这种情况下，我们可以将C(B)想象成包含下列几个备选物的集合：如果消费者一次又一次面对从集合B中选择时，我们可以实际观察到他会选择哪些备选物。

个人决策的制定

选择规则

假设 $X=\{x,y,z\}$，$\mathscr{B}=\{\{x,y\},\{x,y,z\}\}$，一种可能的选择结构是 $(\mathscr{B},C_1(\cdot))$ 其中选择规则 $C_1(\cdot)$ 是：$C_1(\{x,y\})=\{x\}$ 且 $C_1(\{x,y,z\})=\{x\}$ 。在这种情况下，可以看到，决策者无论面临怎样的预算，他都会选择x。

另外一种可能的选择结构是 $(\mathscr{B},C_2(\cdot))$，其中选择规则 $C_2(\cdot)$ 是：$C_2(\{x,y\})=\{x\}$ 且 $C_2(\{x,y,z\})=\{x,y\}$，在这种情况下，可以看到，当决策者面临的预算为{x,y}时，他会选择x；但是当他面临的预算为{x,y,z}时，他会选择x或者y。

个人决策的制定

选择规则

当使用选择结构模拟个人行为时，有时候会对个人的选择行为施加一些“合理的”限制。其中一个重要的假设是显示偏好弱公理。这个假设反应了期望个人的可观测到的选择满足一定程度的一致性。

如果某个人在面对x与y之间的选择时，他选择了x，那么我们就会对他下面的选择感到惊讶：*在面对x与y以及第三个备选物z之间的选择时，他选择了y*。

在面对备选物{x,y}时，决策者选择x的这种行为，表明了他有选x而不选y的倾向，所以我们才期望这种倾向也能在当他面临备选物{x,y,z}时的选择中反映出来。

个人决策的制定

x是其中一个元素，未必是唯一的元素，x被显示至少与y一样好，因此当x，y均为备选而y被选出时，x一定会被选出

选择规则

显示偏好弱公理：

定义 1.C.1：若选择结构 $(\mathscr{B}, C(\cdot))$ 具有下列性质：

若对于满足 $x, y \in B$ 的 $B \in \mathscr{B}$ 我们有 $x \in C(B)$，则对于满足 $x, y \in B'$ 和 $y \in C(B')$ 的任何 $B' \in \mathscr{B}$ 我们也必有 $x \in C(B')$。

那么，我们说该选择结构 $(\mathscr{B}, C(\cdot))$ 满足显示偏好弱公理（weak axiom of revealed preference）。

也就是说，弱公理表明，当决策者在y也可选的情况下曾经选择过x，那么不存在下列这样的预算集：该预算集包含了x和y，但是决策者选择了y而未选择x。

选择行为满足弱公理的假设描述了一致性的思想：若 $C(\{x, y\}) = \{x\}$，则弱公理说明我们不可能有 $C(\{x, y, z\}) = \{y\}$

个人决策的制定

选择规则

弱公理还有另外一种更简单的表示方法，就是观测决策者在C(·)中的选择行为，然后据此定义显示偏好关系$\succsim^*$：

定义 1.C.2：给定一个选择结构$(\mathscr{B}, C(\cdot))$，显示偏好关系$\succsim^*$的定义为

$$x \succsim^* y \Leftrightarrow \text{存在某个 } B \in \mathscr{B} \text{ 使得 } x, y \in B \text{ 且 } x \in C(B)\text{。}$$

这里的显示偏好关系$x \succsim^* y$可以读作“x被显示至少与y一样好”。显示偏好关系不必是完备的或者传递的。具体来说，任何一对备选物x和y只有在满足下列条件时，才是可比较的：对于$B \in \mathscr{B}$，我们有$x, y \in B$以及$x \in C(B)$或者$y \in C(B)$，或者是$x, y \in C(B)$。

严格的显示偏好“x被显示比y更受偏好”，若存在某个$B \in \mathscr{B}$使得$x, y \in B$，且满足$x \in C(B)$和$y \notin C(B)$，即若x和y都可行，但决策者选择x而不选y

若x被显示至少与y一样好 则y不可能被显示比x更受偏好

个人决策的制定

选择规则

假设 $X=\{x,y,z\}$，$\mathscr{B}=\{\{x,y\},\{x,y,z\}\}$，一种可能的选择结构是 $(\mathscr{B},C_1(\cdot))$ 其中选择规则 $C_1(\cdot)$ 是：$C_1(\{x,y\})=\{x\}$ 且 $C_1(\{x,y,z\})=\{x\}$。在这种情况下，可以看到，决策者无论面临怎样的预算，他都会选择x。

另外一种可能的选择结构是 $(\mathscr{B},C_2(\cdot))$，其中选择规则 $C_2(\cdot)$ 是：$C_2(\{x,y\})=\{x\}$ 且 $C_2(\{x,y,z\})=\{x,y\}$，在这种情况下，可以看到，当决策者面临的预算为{x,y}时，他会选择x；但是当他面临的预算为{x,y,z}时，他会选择x或者y。

这两个选择结构满足弱公理吗？

个人决策的制定

选择规则

假设 $X=\{x,y,z\}$，$\mathscr{B}=\{\{x,y\},\{x,y,z\}\}$，一种可能的选择结构是 $(\mathscr{B},C_1(\cdot))$ 其中选择规则 $C_1(\cdot)$是：$C_1(\{x,y\})=\{x\}$ 且 $C_1(\{x,y,z\})=\{x\}$。在这种情况下，可以看到，决策者无论面临怎样的预算，他都会选择x。

在这个选择结构下，我们有 $x\succsim^* y$ 和 $x\succsim^* z$ ，但我们无法推测y和z之间的显示偏好关系。这个结构满足弱公理，这是因为决策者从来都不选择y和z。

个人决策的制定

选择规则

另外一种可能的选择结构是 $(\mathscr{B}, C_2(\cdot))$，其中选择规则 $C_2(\cdot)$ 是：$C_2(\{x, y\}) = \{x\}$ 且 $C_2(\{x, y, z\}) = \{x, y\}$，在这种情况下，可以看到，当决策者面临的预算为{x,y}时，他会选择x；但是当他面临的预算为{x,y,z}时，他会选择x或者y。

因为 $C_2(\{x, y\}) = \{x\}$，x被显示比y更受偏好，但是 $C_2(\{x, y, z\}) = \{x, y\}$，所以我们可以得到：$x \succsim^* z$ 和 $y \succsim^* z$，并且 $y \succsim^* x$ 和 $x \succsim^* y$。因此，这一选择结构违背了弱公理。

x是唯一元素，被显示优于y，所以在面对x，y，z时不可能y也被选出。

注意：y被选出在公理中是条件不是结果！

例2中C({x,y,z})={x,y}，如果满足弱公理，可以推出y也属于C({x,y})，和题目中的条件是矛盾的

个人决策的制定

偏好关系与选择规则

两个基本问题：

1. **如果某个决策者有理性偏好关系$\succsim$，那么他在$\mathscr{B}$中的预算集做出的决策，是否必然能满足弱公理的选择结构？**

2. **如果某个人在预算集族$\mathscr{B}$上的选择行为可以用满足弱公理的选择结构$(\mathscr{B}, C(\cdot))$描述，那么必然存在能与这些选择相符的理性偏好关系吗？**

个人决策的制定

偏好关系与选择规则

1. **如果某个决策者有理性偏好关系$\succsim$，那么他在$\mathscr{B}$中的预算集做出的决策，是否必然能满足弱公理的选择结构？** Yes!

假设某个人在X上有理性偏好关系。若他面对的是备选物的一个非空子集 $B \subset X$，则他的偏好最大化行为是在这个集合中选择任何一个元素（备选物），使得：

$$C^*(B,\succsim) = \{x \in B : x \succsim y \text{ 对于每个 } y \in B \text{ 都成立}\}$$

集合 $C^*(B,\succsim)$的元素是决策者在B中最偏爱的备选物。在理论上，对于某个B可能存在 $C^*(B,\succsim) = \varnothing$；但如果X是有限的，或者适当的条件下，$C^*(B,\succsim)$是非空的。

如果对于所有的 $B \in \mathscr{B}$，$C^*(B,\succsim)$ 都是非空的，就可以说理性偏好关系 $\succsim$ 生成了选择结构 $(\mathscr{B}, C^*(\cdot,\succsim))$

个人决策的制定

偏好关系与选择规则

命题 1.D.1：假设 $\succsim$ 是个理性偏好关系，则由 $\succsim$ 生成的选择结构 $(\mathscr{B}, C^*(\cdot,\succsim))$ 满足弱公理。

证明：假设对于某个 $B\in\mathscr{B}$ 我们有 $x,y\in B$ 和 $x\in C^*(B,\succsim)$。根据选择结构的定义，这就意味着 $x\succsim y$，

为了验证弱公理是否成立，假设对于某个 $B'\in\mathscr{B}$ 且 $x,y\in B'$，有 $y\in C^*(B',\succsim)$，这就意味着对于所有的 $z\in B'$，都有 $y\succsim z$。但我们已有 $x\succsim y$，有传递性可知，对于所有的 $z\in B'$，都有 $x\succsim z$，因此 $x\in C^*(B',\succsim)$，这正是弱公理所要求的一致性。

若行为是由理性偏好生成的，则它满足弱公理蕴含的一致性。

个人决策的制定

偏好关系与选择规则

2. 如果某个人在预算集族$\mathscr{B}$上的选择行为可以用满足弱公理的选择结构$(\mathscr{B}, C(\cdot))$描述，那么必然存在能与这些选择相符的理性偏好关系吗?

定义：给定一个选择结构$(\mathscr{B}, C(\cdot))$，如果对于所有的$B \in \mathscr{B}$都有：

$$C(B) = C^*(B, \succsim)$$

就说理性偏好关系$\succsim$将$\mathscr{B}$上的$C(\cdot)$理性化了。也就是说偏好关系解释了选择结构$(\mathscr{B}, C(\cdot))$。

一般来说，对于给定的选择结构$(\mathscr{B}, C(\cdot))$可能存在多个理性化的偏好关系。

个人决策的制定

偏好关系与选择规则

第一个命题意味着，某个关系若为理性化的偏好关系，则它必须满足弱公理。也就是说：对于任何的$\succsim$，$C^*(\cdot,\succsim)$ 都满足弱公理。

所以反之，**只有满足弱公理的选择规则才有可能被理性化**。

与此同时，**满足弱公理的选择规则也不一定存在理性化的偏好关系**。

个人决策的制定

偏好关系与选择规则

例如：假设 $X=\{x,y,z\}$，$\mathscr{B}=\{\{x,y\},\{y,z\},\{x,z\}\}$，且 $C(\{x,y\})=\{x\}$，$C(\{y,z\})=\{y\}$ 和 $C(\{x,z\})=\{z\}$。

这个选择结构满足弱公理，然而，我们却不能理性化这个偏好。

为了理性化{x,y}和{y,z}下的选择，我们必然要有 $x \succ y$ 和 $y \succ z$。那么根据传递性，我们就将得到 $x \succ z$，但这和{x,z}下的选择行为矛盾。

因此这一选择结构不存在理性化的偏好关系。

个人决策的制定

偏好关系与选择规则

例如：假设 $X=\{x,y,z\}$，$\mathscr{B}=\{\{x,y\},\{y,z\},\{x,z\}\}$，且 $C(\{x,y\})=\{x\}$，$C(\{y,z\})=\{y\}$ 和 $C(\{x,z\})=\{z\}$ 。

如果 $\mathscr{B}$ 中的预算集越多，弱公理对选择行为的限制就会越大，决策者的选择相互矛盾的可能性就越大。

在这个例子中，如果集合 $\{x,y,z\}$ 是一个预算集，那么无论C({x,y,z})取什么，该选择结构都会违背弱公理。

个人决策的制定

偏好关系与选择规则

如果预算集族$\mathscr{B}$包含了X的足够多的子集，而同时选择规则$(\mathscr{B}, C(\cdot))$又能满足弱公理，则存在能理性化$\mathscr{B}$上的选择规则C(·)的理性偏好关系。

命题 1.D.2：若$(\mathscr{B}, C(\cdot))$是个满足下列条件的选择结构

（i）满足弱公理，

（ii）X的所有含有三个元素及三个元素以下的子集都在$\mathscr{B}$之中。

则存在能理性化$\mathscr{B}$上的选择规则$C(\cdot)$的理性偏好关系$\succsim$。也就是说，对于所有$B \in \mathscr{B}$，都有$C(B) = C^*(B, \succsim)$。而且，这样的理性偏好关系是唯一的。

个人决策的制定

偏好关系与选择规则

证明： 根据决策者在C(·)的选择，我们可以得到显示偏好关系 $\succsim^*$。

（1）首先证明显示偏好关系是理性的，即满足完备性和传递性。

根据假设(ii)，三个及三个以下元素的子集都包含在预算集族里面，即 $\{x,y\}\in\mathscr{B}$

由于x或者y必定是C{x,y}中的元素，所以必然有 $x\succsim^* y$ 或 $y\succsim^* x$，或者这两个都成立。因此，$\succsim^*$ 是**完备**的。

令 $x\succsim^* y$ 且 $y\succsim^* z$，x,y,z至少有一个是C({x,y,z})的元素，假设 $y\in C(\{x,y,z\})$，由于 $x\succsim^* y$，由弱公理可知 $x\in C(\{x,y,z\})$；如果假设 $z\in C(\{x,y,z\})$，由于 $y\succsim^* z$，由弱公理可知 $y\in C(\{x,y,z\})$，因此只有 $x\in C(\{x,y,z\})$，即 $x\succsim^* z$

由于显示偏好关系 $\succsim^*$ 既是完备的又是传递的，所以该显示偏好关系是理性的。

个人决策的制定

偏好关系与选择规则

证明： 根据决策者在C(·)的选择，我们可以得到显示偏好关系 $\succsim^*$。

（2）然后，需要证明对于所有的 $B\in\mathscr{B}$ 都有 $C(B)=C^*(B,\succsim^*)$。也就是说由C(·)推导出的显示性偏好关系 $\succsim^*$ 能反过来生成C(·)

首先，任意 $x\in C(B)$，则对于所有的 $y\in B$ 都有 $x\succsim^* y$，也就是 $x\in C^*(B,\succsim^*)$

因此可以得到 $C(B)\subset C^*(B,\succsim^*)$

第二步，任意 $x\in C^*(B,\succsim^*)$，则对于所有的 $y\in B$ 都有 $x\succsim^* y$，因此，对于每个 $y\in B$，必定存在某个集合 $B_y\in\mathscr{B}$ 使得 $x,y\in B_y$ 且 $x\in C(B_y)$，又因为C(B)不是空集，所以弱公理就意味着 $x\in C(B)$，因此，$C^*(B,\succsim^*)\subset C(B)$

所以两步的结果就意味着 $C(B)=C^*(B,\succsim^*)$，即显示性偏好关系能生成C(·)

个人决策的制定

偏好关系与选择规则

证明： 根据决策者在C(·)的选择，我们可以得到显示偏好关系 $\succsim^*$。

（3）最后，需要证明唯一性.

因为预算集族 $\mathscr{B}$ 包含了X的所有含有两个元素的子集，所以C(·)中的选择行为就完全决定了X上任何理性化偏好的成对偏好关系。

因此，这种偏好关系必定是唯一的。

个人决策的制定

偏好关系与选择规则

从上面的命题可以看出：在决策者的选择限定于*X的所有子集*的这种特殊情况下，基于满足弱公理的选择理论，等价于基于理性偏好的决策制定理论。

但是这种特殊情况对于经济学的实际问题来说太独特了。对于经济学所感兴趣的很多问题，例如消费者需求理论，消费者的*选定往往被限定在特殊类型的预算集中*。在这些情况下，弱公理对没有穷尽理性偏好的情况就没有意义了。

个人决策的制定

偏好关系与选择规则

我们将理性化的偏好定义为满足$C(B)=C^*(B,\succsim^*)$的选择结构。在有些微观经济学理论研究中，也给出了理性化偏好的另一种定义，在该定义下，只要求： $C(B)\subset C^*(B,\succsim^*)$

也就是说，若对于每个预算集$B\in\mathscr{B}$，$C(B)$都是理性偏好$\succsim$生成的最优选择集 $C^*(B,\succsim^*)$ 的子集，我们就说$\succsim$ 理性化了$\mathscr{B}$ 上的选择规则C(·)

这种定义允许决策者能够以特定方式解决他的无差异问题，而不是固执的坚持所谓无差异就是指**选择哪一个备选物都可以**；此外，从实证的角度看，在根据数据确定个人的选择是否与理性偏好最大化相一致时，我们通常会受到数据量的限制。因为在现实中得到的数据往往是决策者在某个预算集上的选择集，那么这些有限的数据可能无法解释决策者所有的偏好最大化的选择。