第四章
企业的生产决策

企业的生产决策

- 消费者的决策是经济的需求方面
- 生产者的决策是经济的供给方面
  - 生产者负责消费者所消费的商品和服务的生产过程
  - 一系列生产企业共同组成了经济的供给方面
    - 企业可以是公司或者法律认可的其他经济实体
    - 企业也可以是个人或家庭这种生产单位
  - 微观经济分析只关注企业的生产行为，将企业简化为把投入转化为产出的一个“黑箱”

生产集

- **同样考虑有L种商品的经济。**
- **一个生产向量y，或称为投入-产出向量、净活动向量或生产计划，描述的是一个生产过程中的L种商品的净产出：$\boldsymbol{y}=(\boldsymbol{y_1},\ldots,\boldsymbol{y_L})\in\boldsymbol{R^L}$**
  - 一般用正数表示产出，用*负数表示投入*。
  - 生产向量中的某些元素可能为零，这表示该生产过程没有使用到这些元素，它们既不是投入物也不是产出物。

生产集

- 假设L=5，y=(-5,2,-6,3,0)表示，企业使用5单位商品1和6单位商品3，生产出2单位商品2和3单位商品4。
- 在这个生产向量中，商品5既不是投入物也不是产出品。

生产是否也有限制和约束条件？

生产集

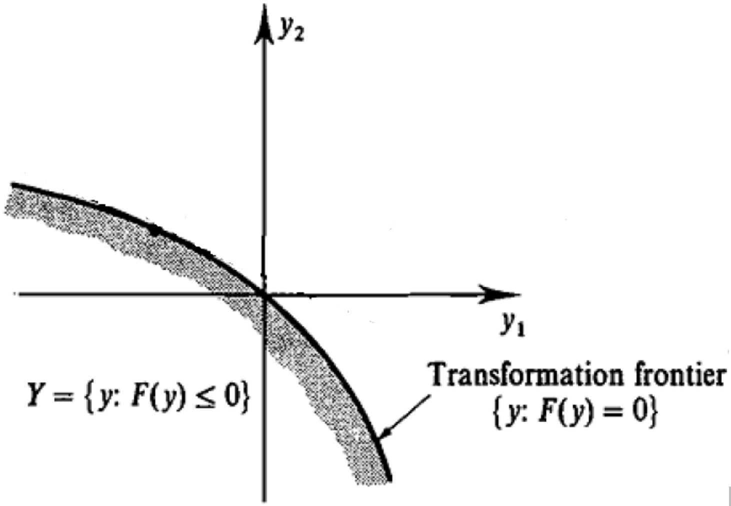
- **为了分析企业的行为，需要识别可行的生产向量**
  - ——技术上是否可行？
- **一个企业的所有可行的生产向量组成的集合称为该企业的生产集，记为 $Y \subset \mathbb{R}^L$。**
  - 任何 $y \in Y$ 是可行的；任何 $y \notin Y$ 不可行。
  - 可行集面临的第一个也是最重要的限制就是技术上的约束。除此之外，法律限制、合同约定也是生产集的决定因素。

生产集

- **使用函数F(·)来描述生产集Y：函数F(·)称为转换函数。**
  - 转换函数F(·)具有如下性质：

    $$Y=\{y\in\mathbb{R}^L:F(y)\leq 0\}$$

  - F(y)=0当且仅当y是Y的边界上的点。
- **Y的边界点组成的集合** $\{y\in\mathbb{R}^L:F(y)=0\}$ **称为转换边界。**



生产集

- **如果转换函数F(·)是可微的，而且如果生产向量 $\bar{y}$ 满足 $F(\bar{y})=0$，那么对于任何商品l和k，比值**

$$\mathrm{MRT}_{lk}(\bar{y})=\frac{\partial F(\bar{y})/\partial y_l}{\partial F(\bar{y})/\partial y_k}$$

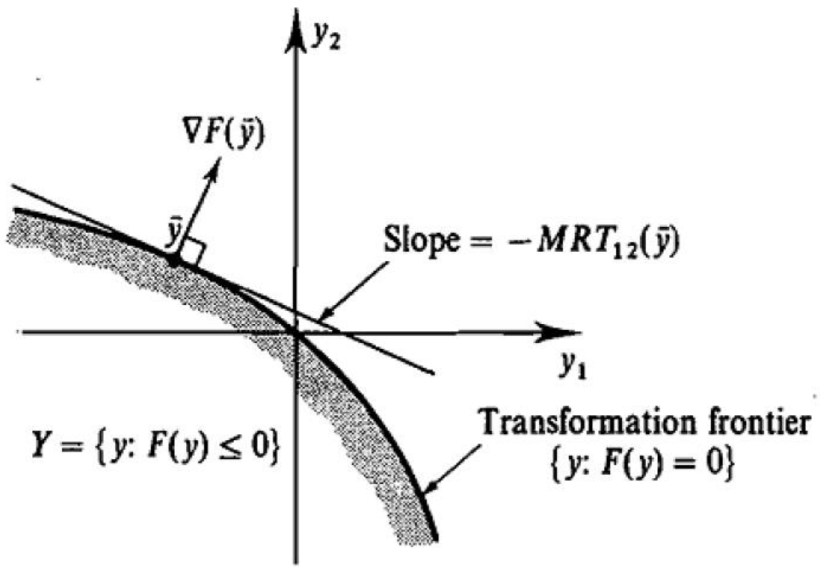
  - 称为商品l和k在 $\bar{y}$ 点的**边际转换率**（Marginal Rate of Transformation，MRT）。
  - 边际转换率衡量的是如果企业减少一边际单位的商品l的（净）产量，能增加多少单位的商品k的（净）产量。

生产集

- 从$F(\bar{y})=0$，可以得到：

$$\frac{\partial F(\bar{y})}{\partial y_k}dy_k+\frac{\partial F(\bar{y})}{\partial y_l}dy_l=0$$

  - 如果这两种商品分别为商品1和2，那么转换边界在$\bar{y}$点的斜率正好是$-MRT_{12}(\bar{y})$。



生产集

- **投入物和产出品是不同商品情形下的生产技术**
  - 在很多实际生产过程中，产出品集合和投入物集合是不同的，在这种情况下，可以用不同的符号表示投入集和产出集。
    - 如使用 $q=(q_1,\ldots,q_M)\geq 0$ 表示企业的M种产品的产出水平；$z=(z_1,\ldots,z_{L-M})\geq 0$ 表示企业的(L-M)种投入物的数量。
- 在这种情况下，投入物l的使用量z_l可以用非负数来衡量，生产过程中没有实际用到的物品也可视为投入物。

生产集

- **投入物和产出品是不同商品情形下的生产技术**
  - 最常见的生产模型是只有一种产出品的模型。在这种情形下，生产技术可用生产函数f(z)衡量，f(z)描述的是使用投入物$z=(z_1,\ldots,z_{L-1})\geq 0$能生产的产出品q的最大数量。
    - 例如，如果产出品为商品L，那么生产函数f(·)给出了生产集：

$$Y=\{(-z_1,\ldots,-z_{L-1},q):q-f(z_1,\ldots,z_{l-1})\leq 0\text{ 和 }(z_1,\ldots,z_{l-1})\geq 0\}$$

生产集

- 投入物和产出品是不同商品情形下的生产技术
  - 维持产量不变，可以将不同投入商品的数量进行调整，这里，可以定义商品l和k在$\bar{z}$点的**边际技术替代率（Marginal rate of technical substitution，MRTS）**：

$$MRTS_{lk}(\bar{z}) = \frac{\partial f(\bar{z}) / \partial z_l}{\partial f(\bar{z}) / \partial z_k}$$

    - 边际技术替代率的值衡量的是当投入物l减少一边际单位时，为了维持产量$\bar{q} = f(\bar{z})$不变，必须额外增加投入物k的使用数量。

生产集

- **投入物和产出品是不同商品情形下的生产技术**
  - 边际技术替代率
    - 边际技术替代率的概念类似于消费者的边际替代率
      - 消费者的边际替代率衡量的是使得效用不变情况下在不同商品之间的权衡取舍
      - 边际技术替代率衡量的是使得产量不变情况下在不同投入物之间的权衡取舍。
    - MRTS只是边际转换率MRT的特殊形式，在产出品为一种但投入物为多种的情况下，MRT就可以称为MRTS

生产集

- 投入物和产出品是不同商品情形下的生产技术
  - 边际技术替代率
    - 柯布-道格拉斯生产函数
      - 在只有两种投入物的情况下，柯布-道格拉斯的生产函数形式为$f(z_1,z_2)=z_1^{\alpha}z_2^{\beta}$，其中$\alpha\geq 0$且$\beta\geq 0$
      - 那么在$z=z(z_1,z_2)$点，这两种投入物之间的边际技术替代率$MRTS_{12}(z)=\alpha z_2/\beta z_1$。

生产集

- 生产集的性质
  - 生产集的常见性质取决于相关假设，而假设取决于具体的生产环境。
  - 性质一：Y是非空的。
    - 这个性质说明了企业有可行的生产计划，否则，如果Y为空集，那么这个企业的行为就没必要进行研究了。

生产集

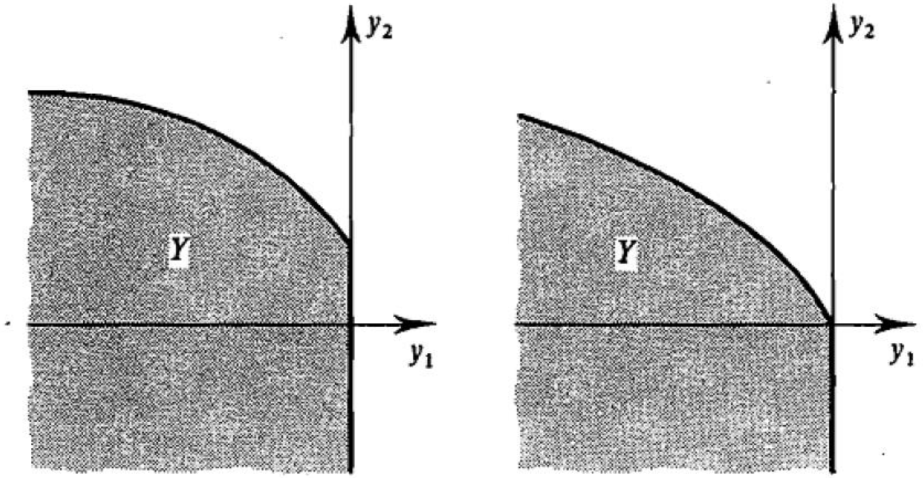
- 生产集的性质
  - **性质二：Y是闭的。**
    - 这个性质说明集合Y包含了它的边界。因此，技术上可行的投入-产出向量序列的极限是可行的，即：

$$y^n \to y \text{ 且 } y^n \in Y \text{ 意味着 } y \in Y$$

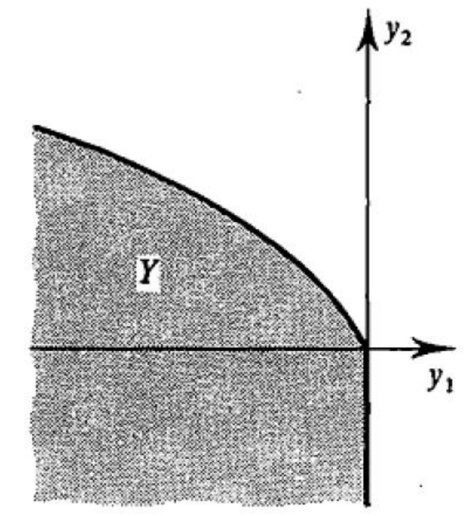
    - 这个性质简化了我们的分析

生产集

- 生产集的性质
  - **性质三：没有免费的午餐。**
    - 假设 $y \in Y$ 且 $y \geq 0$，因此向量y不使用任何投入物。
    - 没有免费的午餐就要求这个生产向量不能生产任何的产出品。
    - 也就是说，如果$y \in Y$ 且 $y \geq 0$，那么这个假设就意味着y=0.



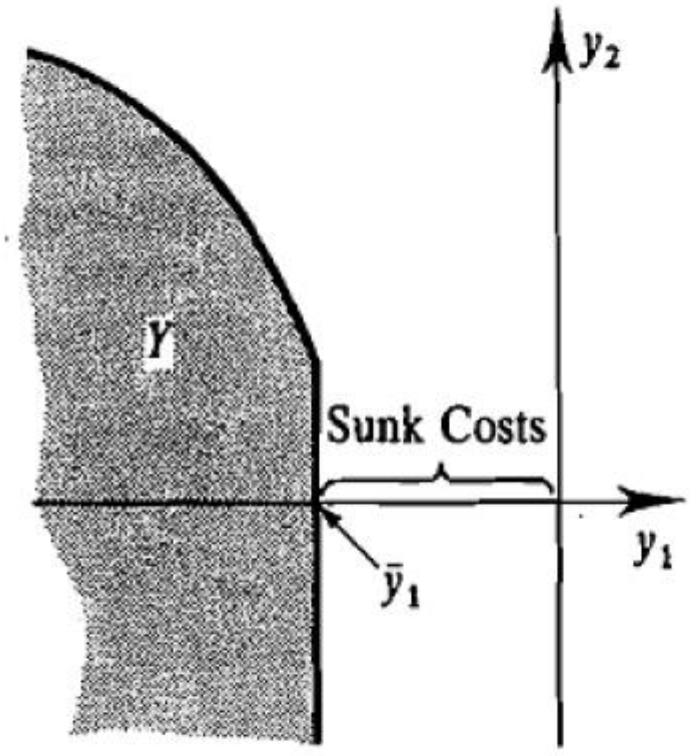
生产集



- 生产集的性质
  - 性质四：允许不生产。
    - 这个性质是说 $0 \in Y$，也就是说允许企业完全停止营业。
    - 当企业可以获得某个技术可能性集合，但还没有实际运行，那么不生产就被允许的；但是如果企业已经做出了某个生产决策，或者企业已与其他人签订了需求某些投入物的合同，不生产就是不被允许的。在这种情形下，就说这些成本沉没了，或者说这些成本是**沉没成本**。

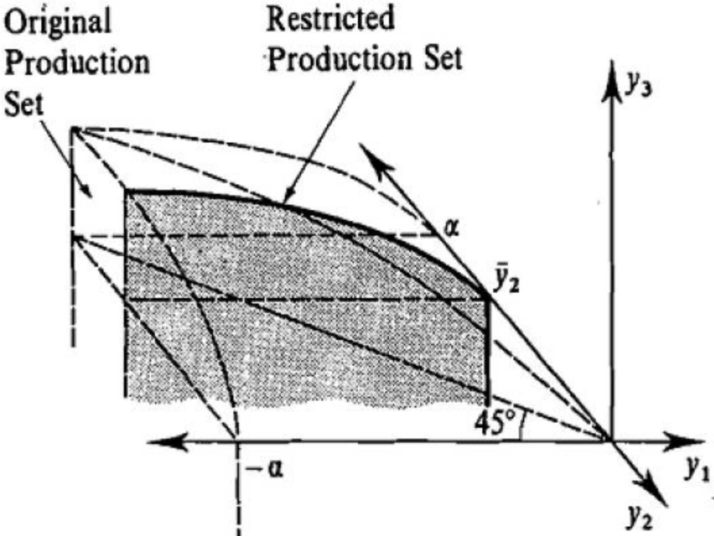
生产集

- 生产集的性质
  - 性质四：允许不生产。
    - 当企业已经承诺使用$-\bar{y}_1$单位商品1，原因可能是因为他已经签订了购买那么多商品1的合同，那么就出现了暂时的生产可能性。这个集合是一个**受限制的生产集**，它反映了企业从原来的生产集Y中进行选择时，留给它的选择余地



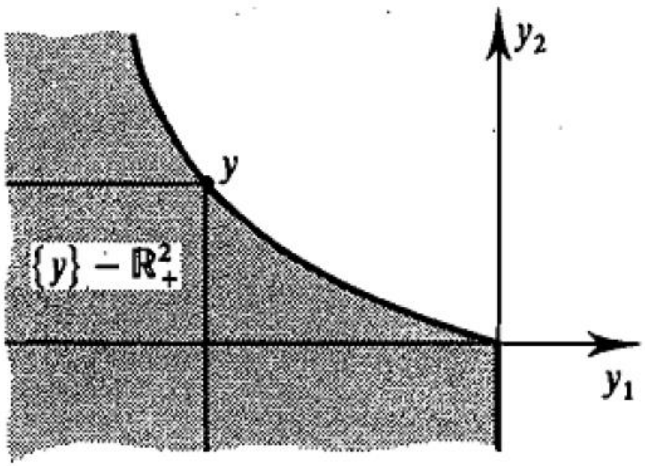
生产集

- 生产集的性质
  - **性质四：允许不生产。**
    - 假设L=3，对于一种产出品（商品3）和两种投入物（商品1和2）的情形。
      - 当第二种投入物（商品2）的数量已经不可撤销的约定为 $\bar{y}_2 < 0$ 时产生的约束集。



生产集

- 生产集的性质
  - **性质五：自由处置。**
    - 自由处置是指，企业额外追加投入不会造成产量降低，也就是说，如果$y \in Y$ 且$y' \leq y$，那么$y' \in Y$。
    - 也可将自由处置假设表示为，$Y - \mathbb{R}_+^L \subset Y$。
    - 企业能够以零成本处理或扔掉额外数量的投入物或产出品。

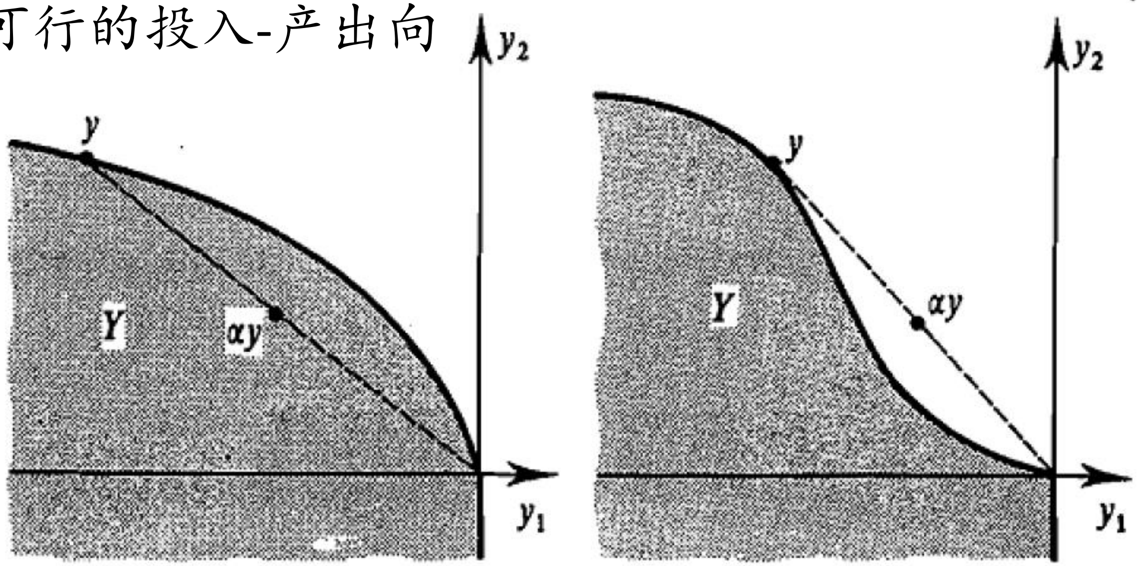


生产集

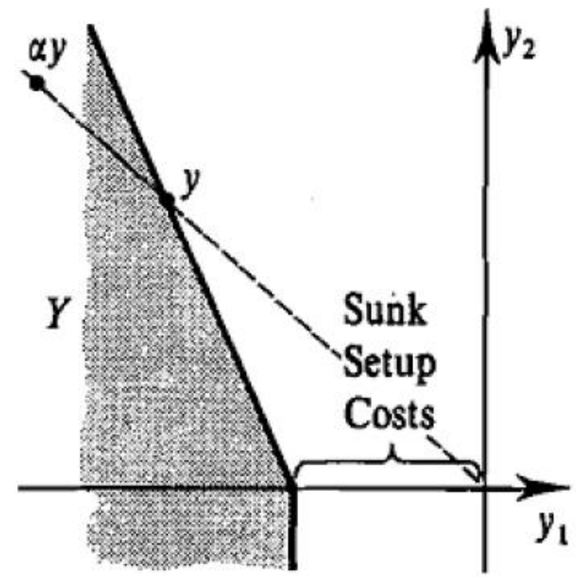
- 生产集的性质
  - **性质六：不可逆性/单向性。**
    - 假设$y \in Y$且$y \neq 0$。那么不可逆性是说$-y \notin Y$。
    - 也就是说，如果企业用一定数量投入物生产产出品，那么它不可能将产出品转化为原来数量的投入物。
      - 如果某种商品的属性包括它的时间，那么由先有投入后有产出，就可以知道不可逆性是合理的，因为时间是不可逆的。

生产集

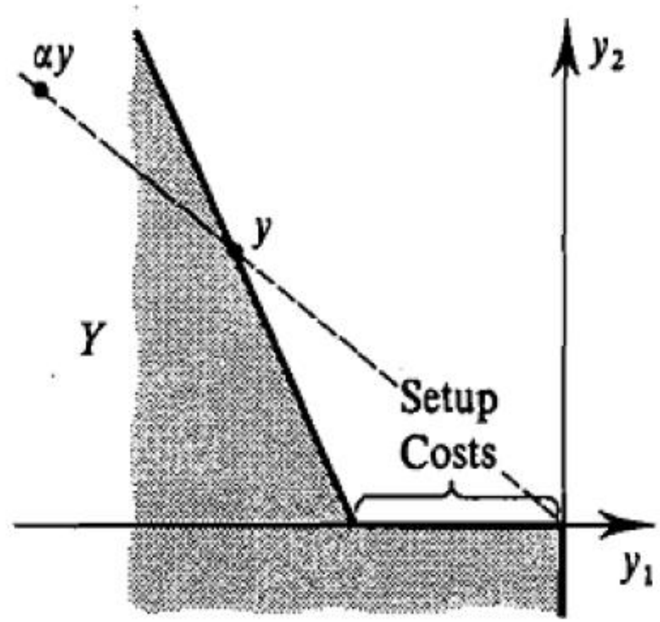
- 生产集的性质
  - **性质七：非增的规模报酬。**
    - 对于任何$y \in Y$，$\alpha y \in Y$对于任何实数$\alpha \in [0,1]$成立，那么就可以说生产集Y具有规模报酬非增的性质。
    - 也就是说，任何可行的投入-产出向量可以等比例的缩小。这一性质也意味着允许不生产



生产集

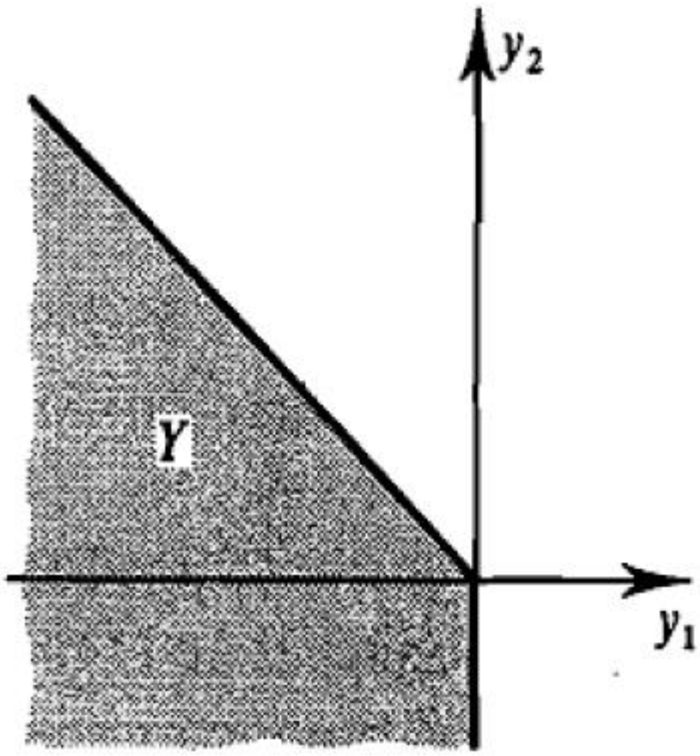


- 生产集的性质
  - **性质八：非减的规模报酬。**
    - 对于任何 $y\in Y$，$\alpha y\in Y$ 对于任何实数 $\alpha\geq 1$ 成立，那么就可以说生产集Y具有规模报酬非减的性质。
    - 这个性质与规模报酬非增正好相反。
      - 除了为进行生产需要投入固定的启动成本之外，和投入物（商品1）的数量成正比（线性关系）
      - 规模报酬非减性质与这个固定成本是否沉没无关



生产集

- 生产集的性质
  - 性质九：不变的规模报酬。
    - 这一性质结合了上面两个性质。
    - 对于任何 $y \in Y$，$\alpha y \in Y$ 对于任何实数 $\alpha \geq 0$ 成立，那么就可以说生产集Y具有规模报酬不变的性质。



生产集

生产集的性质

- 对于只有一种产出物的生产技术来说，生产集的性质很容易就可以转换成生产函数f(·)的性质。

- 假设产出物只有一种，与该产品生产技术相伴的生产函数为f(·)，令Y为这个技术的生产集。*当且仅当f(·)是一次齐次的，Y是规模报酬不变的*。

生产集

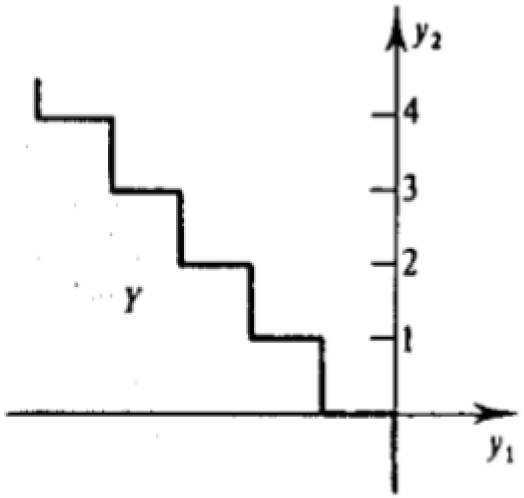
- 生产集的性质
  - **性质九：不变的规模报酬。**
    - 柯布-道格拉斯生产函数的规模报酬
      - 柯布-道格拉斯生产函数：$f(z_1, z_2) = z_1^{\alpha} z_2^{\beta}$

$$f(2z_1, 2z_2) = 2^{\alpha+\beta} z_1^{\alpha} z_2^{\beta} = 2^{\alpha+\beta} f(z_1, z_2)$$

      - 因此，当$\alpha+\beta=1$ 时，该生产函数是规模不变的；当 $\alpha+\beta<1$ 时，该生产函数是规模报酬递减的；当 $\alpha+\beta>1$时，该生产函数是规模报酬递增的。

生产集

- 生产集的性质
  - **性质十：可加性/自由进入。**
    - 假设$y \in Y$ 和 $y' \in Y$ 。可加性的性质要求$y + y' \in Y$。或者表示为：$Y + Y \subset Y$
    - 即，对于任何正整数k都有$ky \in Y$ 。
    - 图中的Y就是可加的，并且产量只能以整数形式出现，即商品不可分割。

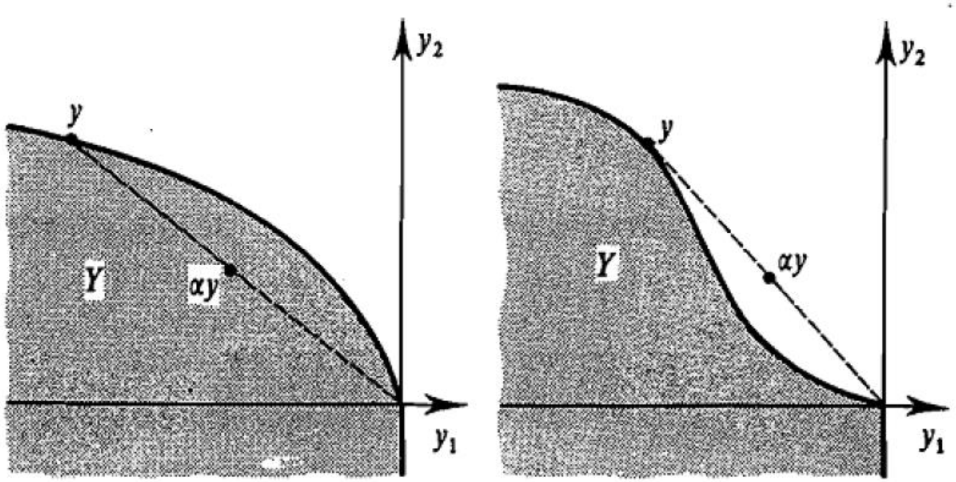


生产集

- 生产集的性质
  - 性质十：可加性/自由进入。
    - 可加性的经济学解释是：如果y和y'都是可行的，那么可以建立两个互相不干涉的工厂，这两个工厂分别执行生产计划y和y'。这样做得到的结果就是生产向量y+y'。
    - 可加性也与进入的思想有关。如果一个企业生产$y \in Y$，另外一个企业进入后生产$y' \in Y$，那么记得到了向量y+y'。因此，如果不受限制或说允许**自由进入**，那么**总生产集**必定满足可加性。

生产集

- 生产集的性质
  - 性质十一：凸性
    - 生产集的凸性是微观经济学的一个基本假设。他要求生产集Y是凸的。
      - 也就是说，如果 $y, y' \in Y$ 和 $\alpha \in [0,1]$，那么 $\alpha y + (1-\alpha) y' \in Y$



生产集

- 生产集的性质
  - 性质十一：凸性
    - 凸性假设包含了可行生产向量的两个经济含义。
      - 1. 规模报酬非增：
        - 如果允许企业不生产，那么凸性意味着Y的规模报酬是非增的。
        - 对于任何的 $0 \in Y$，我们可以将 αy 写为 $\alpha y = \alpha y + (1-\alpha)0$。因此，$y \in Y$ 且 $0 \in Y$，凸性意味着 $\alpha y \in Y$。

生产集

- 生产集的性质
  - 性质十一：凸性
    - 凸性假设包含了生产可能性的两个思想。
      - 2. 失衡的投入组合的生产能力不会大于平衡的投入组合的生产能力（失衡的产出组合的成本不会小于平衡的产出组合的成本）
        - 如果生产计划y和y'的产量相同但使用不同的投入组合，那么若某个生产向量的每种投入的水平是生产向量y和y'的相应投入的平均数，那么该生产向量的产量不会小于y的产量，也不会小于y'的产量。

生产集

生产集的性质

性质十二：Y是个凸锥

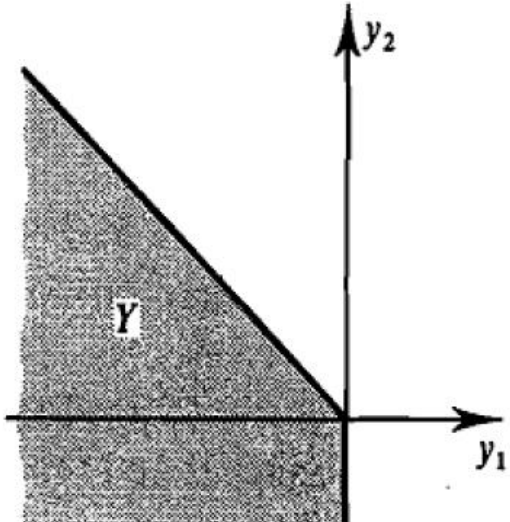
- 这个性质是凸性和规模报酬不变性质的结合。
  - 如果对于任何生产向量$y, y' \in Y$和任何常数$\alpha, \beta \ge 0$，我们都有$\alpha y + \beta y' \in Y$，那么Y是个凸锥。这个定义本身就蕴含了可加性。
  - *如果生产集Y是可加的和规模报酬非增的，当且仅当它是个凸锥*。

假设k为整数且 $k > \mathrm{Max}\{\alpha, \beta\}$ 则 $ky \in Y$ 且 $ky' \in Y$

由 $(\alpha / k) < 1$ 和 $\alpha y = (\alpha / k)ky$，根据规模报酬

非增可得 $\alpha y \in Y$，同理 $\beta y' \in Y$

根据可加性：$\alpha y + \beta y' \in Y$



生产集

- 生产集的性质
  - **性质十二：Y是个凸锥**
    - 如果可行的投入产出组合总可以等比例缩小，而且如果同时运行若干种技术而又能做到彼此不干扰，那么生产集就是凸的。
    - 生产集描述的是**生产技术**而不是**资源约束**！
      - 如果所有投入物都能得以明确的界定，那么复制生产总是可行的。
      - 也就是说，如果所有的投入物都变为原来的两倍，那么理论上产量能够变为原来的两倍。
        - 按照这种观点，规模报酬递减必定反映了某些潜在的神秘生产要素的稀缺性。