第五章

局部均衡分析

完全竞争市场理论

- 竞争性的市场经济
- 完全竞争的市场经济
  - 在这样的经济中，每种相关的商品在市场中以公开价格进行交易，所有个体都是价格的接受者。

帕累托最优与竞争均衡

- **假设经济中包含：I个消费者（i=1,…,I）；J个企业（j=1,…,J）；和L种商品（l=1,…,L）。**
  - 消费者i关于他的消费集$X_i \subset \mathbb{R}^L$中的消费束 $x_i=(x_{1i},\dots,x_{Li})$ 的偏好可以用效用函数$u_i(\cdot)$来表示
  - 每种商品l=1,…,L的初始总量，即商品l的总禀赋，可以用$\omega_l \geq 0$表示，其中l=1,…,L。
  - 企业可以使用某种商品生产出另外的商品，每个企业的生产可能集用生产集$Y_j \subset \mathbb{R}^L$表示。Y_j的每个元素都是一个生产向量$y_j=(y_{1j},\dots,y_{Lj})\in \mathbb{R}^L$。因此，如果$(y_1,\dots,y_J)\in \mathbb{R}^{LJ}$是J个企业的生产向量，那么经济中商品l的（净）数量为 $\omega_l+\sum_j y_{lj}$。

帕累托最优与竞争均衡

- 可行的经济配置
  - 一个**经济配置** $(x_1,\ldots,x_I,y_1,\ldots,y_J)$ 对每个消费者指定了一个消费向量 $x_i \in X_i$ ，对每个企业指定了一个生产向量 $y_j \in Y_j$
  - 对于这个配置，如果

$$\sum_{i=1}^{I} x_{li} \le \omega_l + \sum_{j=1}^{J} y_{lj} \text{ 对于 } l=1,\ldots,L \text{ 都成立}$$

  - 那么就说该配置是**可行**的
    - 也就是说，在某个经济配置中，如果每种商品的总消费量不大于该商品的初始禀赋和生产量之和，那么该配置是可行的。

帕累托最优与竞争均衡

帕累托最优

- 经济学通常关心的是：某个经济系统能否产生“最优的”经济结果。
- 任何最优的经济配置都有一个核心要求：具有**帕累托最优**（或称为帕累托有效率）性质。

帕累托最优与竞争均衡

帕累托最优

定义 10.B.2：对于可行配置 $(x_1,\dots,x_I,y_1,\dots,y_J)$ 来说，如果不存在其它的可行配置 $(x_1',\dots,x_I',y_1',\dots,y_J')$ 使得：

对于所有 $i=1,\dots,I$ 都有 $u_i(x_i')\geq u_i(x_i)$，并且对于某个 i 有 $u_i(x_i')>u_i(x_i)$；

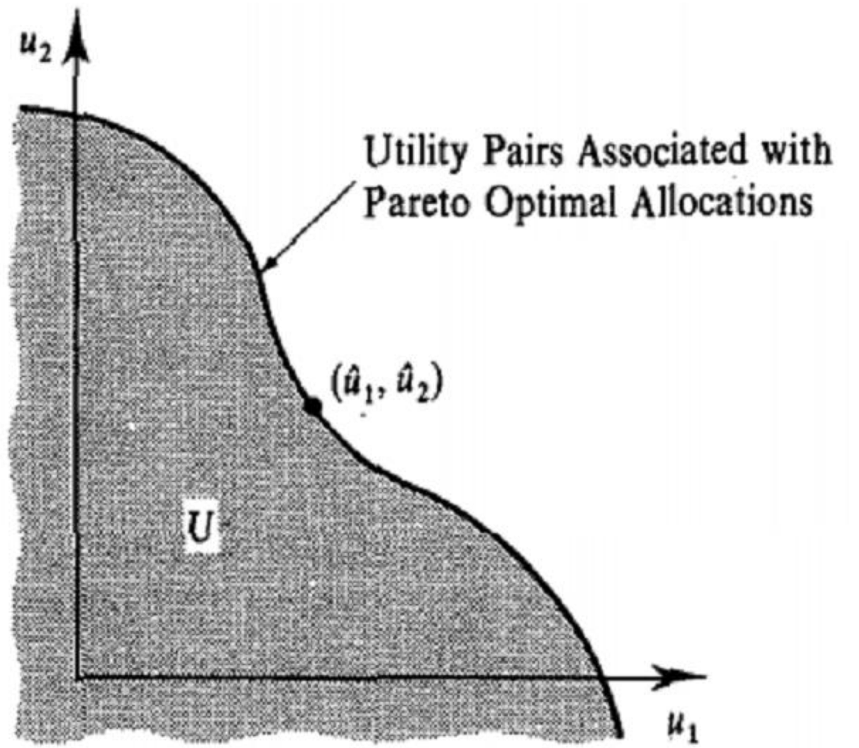
那么我们说 $(x_1,\dots,x_I,y_1,\dots,y_J)$ 是帕累托最优的或称帕累托有效率的。

- 如果某个配置是帕累托最优的，那么它就能做到有效率的使用社会的初始资源和可能的技术。
- 也就是说，已经不存在使得某些消费者状况更好但又不使其他消费者状况变差的方法。

帕累托最优与竞争均衡

- 帕累托最优
  - 考虑一个由两个消费者组成的经济能达到的效用水平。
    - 图中阴影部分可以称为**效用可能集**U：

$$U=\{(u_1,u_2)\in\mathbb{R}^2:存在一个可行配置(x_1,x_2,y_1,\ldots,y_J)使得u_i\le u_i(x_i)对于i=1,2成立\}$$



- 帕累托最优配置集，是由那些能产生位于效用可能集边界上的效用组合。在这样的点上，不可能找到使得某个消费者的状况变好又不使得其他消费者状况变坏的方法

帕累托最优与竞争均衡

- 帕累托最优
  - 帕累托最优这个标准不能保证这样的配置是公平的。
    - 例如，使得一个社会的所有资源和技术来使得某个消费者的状况尽可能的好，但只让所有其他消费者维持在生存效用水平上，这样的配置是帕累托最优的，但是站在分配的角度，它不是非常合意的配置。
    - 然而，*帕累托最优为检验配置的合意性提供了一个最低标准*，也就是说，一个合意的配置，在最低限度上，不能存在着资源浪费；存在着浪费现象的配置不可能是合意的配置。

帕累托最优与竞争均衡

- **竞争均衡**
  - 在完全竞争市场经济中，社会的初始禀赋和技术可能性（即企业）都由消费者所拥有。
    - 假设消费者i最初拥有商品l的数量为 ω_{li} ，其中$\sum_i \omega_{li} = \omega_l$。将消费者i的禀赋向量记为 $\omega_i = (\omega_{1i}, \ldots, \omega_{Li})$。
    - 假设消费者i在企业j中所占的股份为 θ_{ij}（其中$\sum_i \theta_{ij} = 1$），因此他有权索要企业j利润的份额为 θ_{ij} 。

帕累托最优与竞争均衡

- 竞争均衡
  - 在完全竞争的经济中，每种商品l都存在着市场，所有消费者和生产者都是价格的接受者。
    - 价格接受者假设意味着：如果相对于市场规模来说，消费者和生产者都很小，那么他们就会认为市场价格不会受到他们自己行为的影响。

帕累托最优与竞争均衡

竞争均衡

- 把商品1,...,L的市场价格向量记为$p=(p_1,\ldots,p_L)$。

定义 10.B.3: 配置$(x_1^*,\ldots,x_I^*,y_1^*,\ldots,y_J^*)$和价格向量$p^*\in\mathbb{R}^L$构成了一个竞争均衡或称瓦尔拉斯均衡，如果它们能满足下列条件：

（i）利润最大化：对于每个企业j，y_j^*是下列最大化问题的解

$$\underset{y_j\in Y_j}{\text{Max}}\ p^*\cdot y_j.$$

（ii）效用最大化：对于每个消费者i，x_i^*是下列最大化问题的解

$$\underset{x_i\in X_i}{\text{Max}}\ u_i(x_i)\qquad \text{s.t. } p^*\cdot x_i\le p^*\cdot\omega_i+\sum_{j=1}^{J}\theta_{ij}(p^*\cdot y_j^*).$$

（iii）市场出清：对于每种商品$l=1,\ldots,L$，

$$\sum_{i=1}^{I}x_{li}^*=\omega_l+\sum_{j=1}^{J}y_{lj}^*.$$

帕累托最优与竞争均衡

- 竞争均衡
  - 如果一个竞争经济处于均衡状态，那么它必定满足三组条件：利润最大化、效用最大化和市场出清。
    - 利润最大化和效用最大化条件反映了一个潜在的假设：经济中的个体总是尽其所能做到对自己最有利。
      - 给定每个企业j的投入物和产出品的均衡价格向量，他必定选择使其利润最大化的生产方案；
      - 对于每个消费者i来说，给定由均衡价格和他的财富施加的约束，他必定选择能使得他的效用最大化的消费束。同时，消费者的财富是价格的函数：价格决定了消费者初始禀赋的价值，同时，均衡价格影响企业的利润，从而影响消费者持有的企业股份的价值。

帕累托最优与竞争均衡

竞争均衡

- 市场出清条件则要求：在均衡价格上，条件(i)给出的合意的生产水平，与条件(ii)给出的合意消费水平是相容的。
  - 也就是说，每种商品的总供给量（该商品的总禀赋加上生产出来的该商品的数量）等于总需求量。
  - 如果在当前价格上，某种商品存在着超额供给或超额需求，那么经济不可能位于均衡点上。
  - 例如，在当前价格下，如果某种商品存在过度需求，那么有些未得到满足的消费者就会发现，如果他提供的购买价格稍微比当前价格高一点，那么他的状况会变好，因为卖方会先卖给他。类似的，如果某种商品存在着过度供给，卖方就会发现，如果他把价格降低的稍微比当前市场价格低一些，那么他的状况也会变好。

帕累托最优与竞争均衡

竞争均衡

- 如果配置$(x_1^*,\ldots,x_I^*,y_1^*,\ldots,y_J^*)$和价格向量$p^* \gg 0$构成了一个竞争均衡，那么配置$(x_1^*,\ldots,x_I^*,y_1^*,\ldots,y_J^*)$和价格向量$\alpha p^*$也构成了竞争均衡，其中实数$\alpha > 0$是任意的。
- 因此，可以将价格进行标准化，如：将一种商品的价格设定为1.

帕累托最优与竞争均衡

竞争均衡

引理 10.B.1：如果配置$(x_1,\ldots,x_I,y_1,\ldots,y_J)$**和价格向量**$p\gg 0$**对于所有商品**$l\neq k$**都满足市场出清条件（10.B.3），而且如果每个消费者的预算约束都以等式成立——即对于所有**i**都有**$p\cdot x_i=p\cdot\omega_i+\sum_i\theta_{ij}p\cdot y_j$**，那么商品**$k$**的市场也是出清的。**

- 也就是说，在识别竞争均衡时，只需要检验L-1个市场是否出清即可。
  - 如果每个消费者的预算约束都以等式形式成立，那么每个消费者的计划购买额，等于他的计划销售额加上他拥有企业股份的价值。因此整体经济的计划购买总额必定等于计划销售额。如果在L-1个市场上，计划购买总额都等于计划销售总额，那么在第L个市场，必定也满足。

局部均衡分析

- 马歇尔局部均衡分析
  - 马歇尔局部均衡分析假设一种商品的市场只占整体经济很小一部分。
    - 市场规模很小这个假设对市场均衡的分析做出了两个重要简化：
      - 首先，当某种商品的支出只占某个消费者总支出的很小比例，那么在任何额外一元钱财富中，只有很小一部分用于购买该商品，那么就可以预期，对于这种商品来说，**财富效应**很小。
      - 其次，由于这种商品的市场规模很小，该市场变化引起的**替代效应**也很小，也就是说几乎不会影响到其他商品的价格。由于其他商品价格固定不变，就可以将消费者在所有其他商品的支出视为一种复合商品，将这种复合商品可称之为计价物。

局部均衡分析

- **两商品拟线性模型**
  - 假设经济内只有两种商品：一是商品l；二是计价物。
  - 令x_i和m_i分别表示消费者i消费商品l和计价物的数量。
  - 每个消费者i=1,...,I的效用函数都是拟线性的：

$$u_i(m_i, x_i) = m_i + \phi_i(x_i)$$

    - 令每个消费者的消费集为$\mathbb{R} \times \mathbb{R}_+$，这里，假设计价物m的消费量可以为负数。
    - 假设$\phi_i(\cdot)$是有上界的、二次可微的，而且对于所有的x_i都有：

$$\phi_i'(x_i) > 0 \qquad \phi_i''(x_i) < 0 \qquad \phi_i(0) = 0$$

局部均衡分析

- **两商品拟线性模型**
  - 这里我们关注的是商品l的市场，而将所有其他商品形成的复合商品视为等价物（m代表花费在所有其他商品上的总钱数）。
  - 同时，在拟线性效用函数中，非计价物，即商品l的财富效应为0。
    - 为了简化分析，将计价物的价格标准化为1，并且令p表示商品l的价格。

局部均衡分析

- **两商品拟线性模型**
  - 在这个两商品经济中，每个企业j=1,...,J都能用计价物m生产商品l。企业j生产q_j单位商品l所需要的计价物m的数量，由成本函数$c_j(q_j)$给出。
  - 令z_j表示企业j使用计价物m作为投入的数量，则企业的生产集为：$Y_j=\{(-z_j,q_j):q_j\geq 0 \text{和} z_j\geq c_j(q_j)\}$
  - 假设$c_j(\cdot)$是二次可微的，而且对于所有的$q_j\geq 0$都有$c_j'(q_j)>$以及$c_j''(q_j)\geq 0$。

局部均衡分析

- **两商品拟线性模型**
  - 为了简化分析，假设不存在商品l的初始禀赋，即商品l的数量一开始为0，因此商品l的所有消费量都必须由企业生产出来。
  - 同时假设消费者i拥有的计价物的初始禀赋为$\omega_{mi}>0$，令$\omega_m=\sum_i \omega_{mi}$。

局部均衡分析

- **两商品拟线性模型**
  - 识别两商品拟线性模型的竞争均衡：
    - 首先考虑利润最大化和效用最大化的条件
      - 给定商品l的价格p^*，企业j的均衡产量水平q_j^*必定是下列问题的解

$$\underset{q_j \geq 0}{\text{Max}} \quad p^* q_j - c_j(q_j)$$

      - 这个问题的充要一阶条件为：$p^* \leq c_j'(q_j^*)$
      - 另一方面，消费者i的均衡消费向量(m_i^*, x_i^*)必定是下列问题的解

$$\underset{m_i \in \mathbb{R}, x_i \in \mathbb{R}_+}{\text{Max}} \quad m_i + \phi_i(x_i) \qquad \text{s.t.} \quad m_i + p^* x_i \leq \omega_{mi} + \sum_{j=1}^{J} \theta_{ij}(p^* q_j^* - c_j(q_j^*)).$$

      - 在这个问题的任何解中，预算约束都以等式成立，因此可以将m_i的表达式代入目标函数。

局部均衡分析

$$\underset{m_i \in \mathbb{R}, x_i \in \mathbb{R}_+}{\mathrm{Max}} \quad m_i + \phi_i(x_i)$$

- **两商品拟线性模型**
  - 识别两商品拟线性模型的竞争均衡：
    - 首先考虑利润最大化和效用最大化的条件
      - 效用最大化问题就转化为

$$\underset{x_i \geq 0}{\mathrm{Max}} \quad \phi_i(x_i) - p^* x_i + \left[\omega_{mi} + \sum_{j=1}^{J} \theta_{ij} (p^* q_j^* - c_j(q_j^*)) \right]$$

      - 这个问题的充要一阶条件为：$\phi_i'(x_i^*) \leq p^*$

局部均衡分析

- **两商品拟线性模型**
  - 识别两商品拟线性模型的竞争均衡：
    - 是否为市场出清？通常通过比较商品的消费量和生产量是否相等，来判断该配置是否为均衡的。
      - 消费者i对计价物的均衡消费量为：

$$m_i^* = \left[\omega_{mi} + \sum_j \theta_{ij} (p^* q_j^* - c_j(q_j^*))\right] - p^* x_i^*$$

      - 企业j对计价物的均衡投入量为：

$$z_j^* = c_j(q_j^*)$$

局部均衡分析

- 两商品拟线性模型
  - 识别两商品拟线性模型的竞争均衡：
    - 由于只有两种商品，因此只需要检验某一种商品是否出清即可。因此，我们只需要检验商品l是否出清即可。
    - 如果配置 $(x_1^*,\dots,x_I^*,q_1^*,\dots,q_J^*)$ 和价格p*构成了一个竞争均衡，当且仅当

$$p^* \le c_j'(q_j^*)，其中等式在 q_j^* > 0 时成立，\quad j=1,\dots,J.$$

$$\phi_i'(x_i^*) \le p^*，其中等式在 x_i^* > 0 时成立，\quad i=1,\dots,I.$$

$$\sum_{i=1}^{I} x_i^* = \sum_{j=1}^{J} q_j^*.$$

局部均衡分析

两商品拟线性模型

- 识别两商品拟线性模型的竞争均衡：
  - 在任何内部解上，条件1说明企业j额外多卖出一单位商品l带来的边际收入p*，恰好等于生产这单位产品的边际成本 $c_j'(q_j^*)$。
  - 条件2说明消费者i额外多消费一单位商品l带来的边际效用$\phi_i'(x_i^*)$恰好等于他购买这单位产品所花费的边际成本p*。
  - 条件3是市场出清等式。
  - 这I+J+1个条件联合决定了I+J+1个均衡值：$(x_1^*,\ldots,x_I^*,q_1^*,\ldots,q_J^*)$ 和p*。
  - 并且只要$\text{Max}_i\ \phi_i'(0) > \text{Min}_j\ c_j'(0)$，在竞争均衡时，商品l的总消费量和总产量必定严格为正。

局部均衡分析

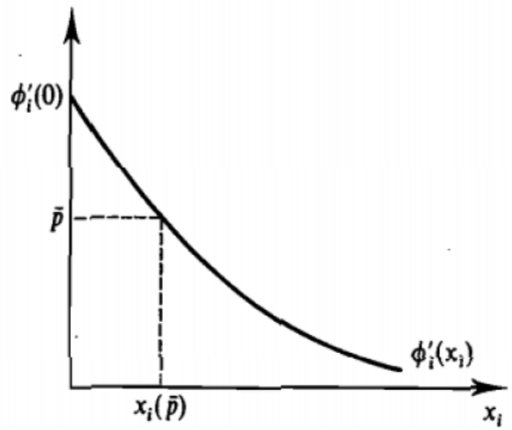
- **两商品拟线性模型**
  - 识别两商品拟线性模型的竞争均衡：
    - 这三个条件有着重要的性质：它们不以任何方式涉及禀赋或者消费者在企业中的股份。
    - 也就是说：**均衡配置和价格独立于禀赋和产权份额的分配**。
      - 其原因是由于我们假设消费者的偏好是拟线性的。

局部均衡分析

- 两商品拟线性模型
  - 马歇尔图表示的竞争均衡
    - 在马歇尔图中，均衡价格对应着总需求曲线和总供给曲线的交点。
      - 从条件2可以推导出商品l的总需求函数
      - 由于$\phi_i''(\cdot)<0$ 且 $\phi_i(\cdot)$是有界的，所以 $\phi_i'(\cdot)$ 关于x_i严格递减，而且$\phi_i'(\cdot)$遍取集$(0,\phi_i'(0)]$ 中的每个值。因此，对于每个可能的价格水平p>0，我们可以解出满足条件的唯一x_i，我们将其记为 $x_i(p)$ 。
      - 如果$p \geq \phi_i'(0)$，那么$x_i(p)=0$ 。

局部均衡分析

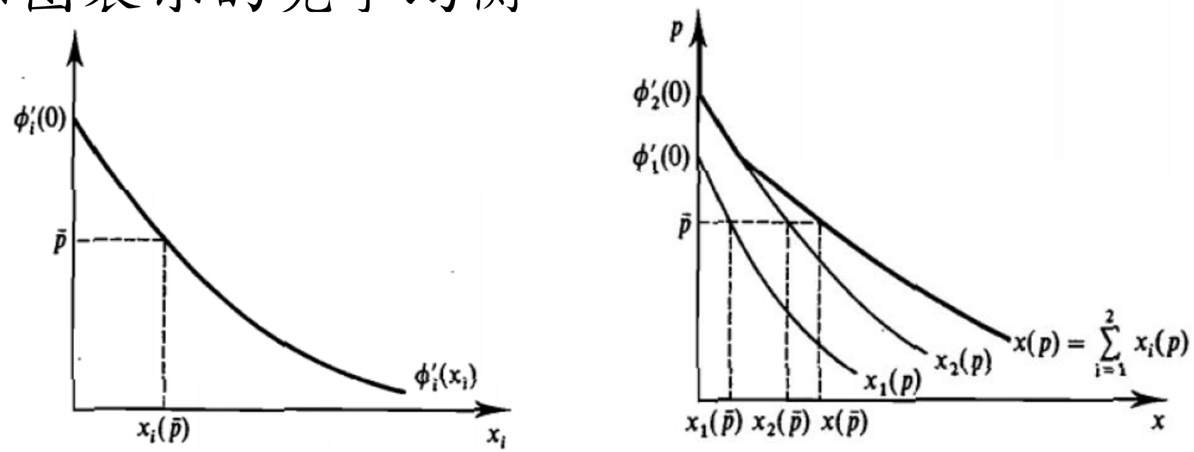
- **两商品拟线性模型**
  - 马歇尔图表示的竞争均衡



- 函数$x_i(p)$是消费者i对商品l的瓦尔拉斯需求函数。
  - 由于消费者的效用函数是拟线性的，所以瓦尔拉斯需求函数$x_i(p)$不取决于消费者的财富。
  - $x_i(p)$在所有p>0的价格水平上都是连续且非增的；$x_i(p)$在所有$p<\phi_i'(0)$的价格水平上严格递减。

局部均衡分析

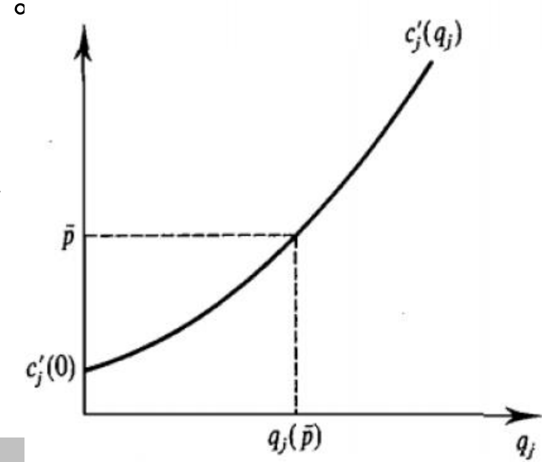
- 两商品拟线性模型
  - 马歇尔图表示的竞争均衡



- 于是可以进而推出商品l的总需求函数为$x(p)=\sum_i x_i(p)$。
  - 总需求函数x(p)在所有p>0的价格水平上都是连续和非减的，在所有$p<\text{Max}_i\ \phi_i'(0)$的价格水平上是严格递减的。
    - 总需求函数是个人需求函数在水平方向上的加总

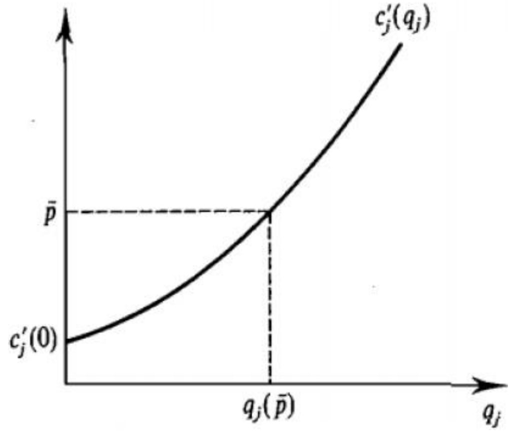
局部均衡分析

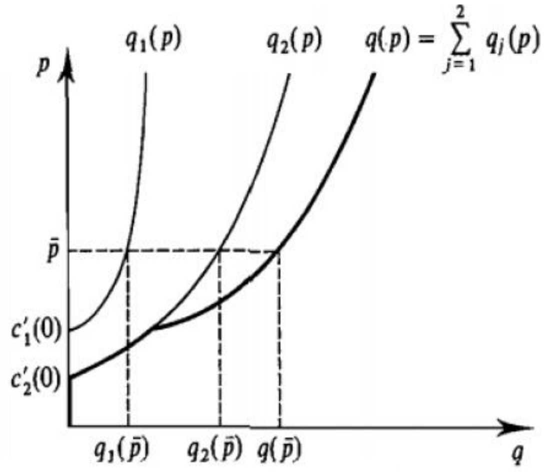
- 两商品拟线性模型
  - 马歇尔图表示的竞争均衡
    - 总供给函数可以从条件1推导出来。
      - 首先假设每个$c_j(\cdot)$为严格凸，而且当$q_j \to \infty$时$c_j'(q_j) \to \infty$。
      - 对于任何p>0，可以令$q_j(p)$表示满足条件的唯一的q_j。
      - 对于所有$p \le c_j'(0)$的价格水平，有$q_j(p)=0$。
        - 右图为价格p>0时，企业j的商品l的供给函数。
        - 函数在所有p>0的价格水平上都是连续且非减的，在所有$p > c_j'(0)$的水平上是严格递增的。



局部均衡分析

- 两商品拟线性模型
  - 马歇尔图表示的竞争均衡





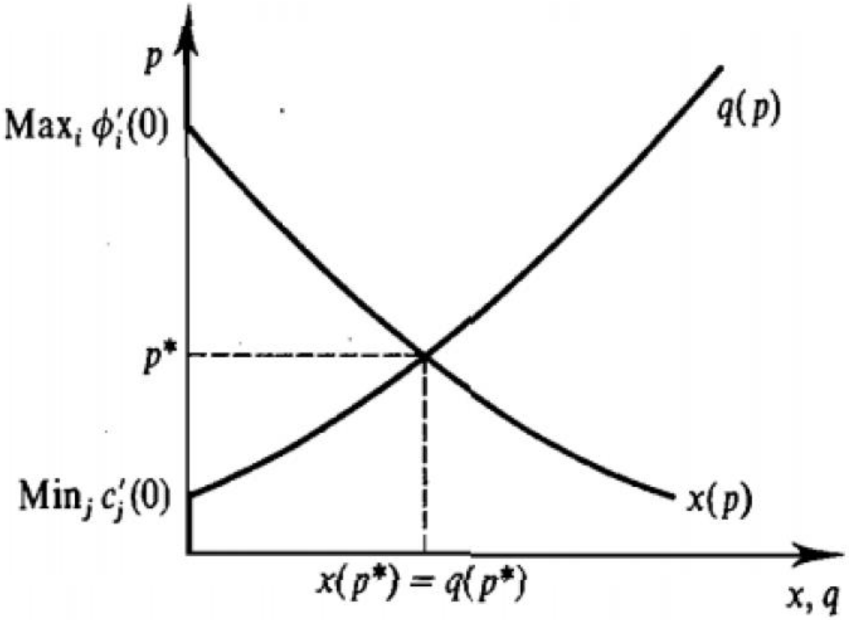
  - 于是商品l的总供给函数或称行业供给函数为 $q(p)=\sum_j q_j(p)$
    - 函数q(p)在所有p>0的价格水平上是连续且非减的，在所有 $p>\mathrm{Min}_j c_j'(0)$ 的价格水平上是严格递增的。J=2时的总供给函数：所有单个企业的供给函数沿着水平方向的加总。

局部均衡分析

- 两商品拟线性模型
  - 马歇尔图表示的竞争均衡
    - 为了找到商品l的均衡价格，我们只需要找到使得总需求和总供给相等的价格p^*。
      - 也就是说，在这个价格水平上，有 $x(p^*)=q(p^*)$。
      - 当 $\mathrm{Max}_i\ \phi_i'(0)>\mathrm{Min}_j\ c_j'(0)$ 时，对于任何 $p\geq \mathrm{Max}_i\ \phi_i'(0)$ 都有$x(p)=0$ 以及 $q(p)>0$；
      - 类似的，在任何 $p\leq \mathrm{Min}_j\ c_j'(0)$ 都有$x(p)>0$ 以及$q(p)=0$。
      - 于是可知，均衡价格p^*存在，且 $p^*\in(\mathrm{Min}_j\ c_j'(0),\mathrm{Max}_i\ \phi_i'(0))$

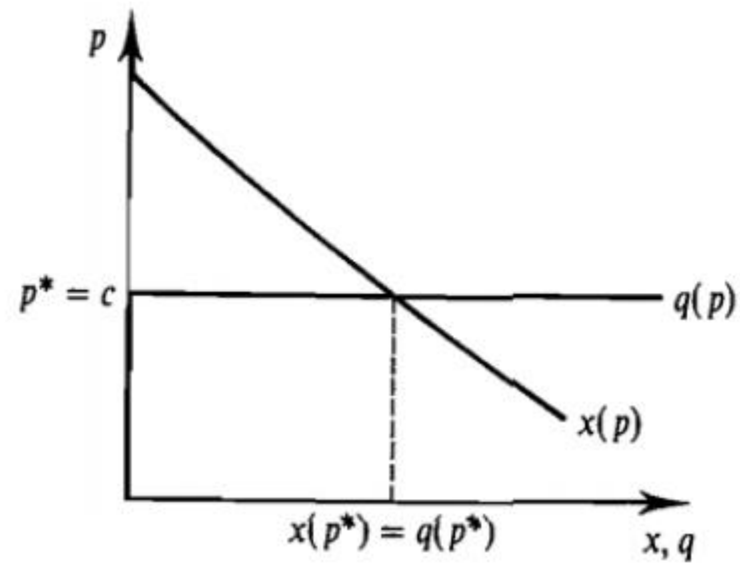
局部均衡分析

- 两商品拟线性模型
  - 马歇尔图表示的竞争均衡
    - 由于x(·)在所有$p < \mathrm{Max}_i\ \phi_i'(0)$价格水平上严格递减，同时q(·)在所有 $p > \mathrm{Min}_j\ c_j'(0)$ 价格水平上严格递增，所以这个均衡价格是唯一的。



局部均衡分析

- 两商品拟线性模型
  - 马歇尔图表示的竞争均衡
    - 如果$c_j(\cdot)$为凸但不是严格凸，比如$c_j(\cdot)$是线性的，那么$q_j(\cdot)$是一个凸值对应而不是一个函数，它可能只是在某个价格子集上是良好定义的。
    - 在规模报酬不变时，对于所有的j，如果$c_j(q_j) = cq_j$对于某个实数c>0成立，那么在这种情形下，均衡产量水平可能不是唯一确定的。

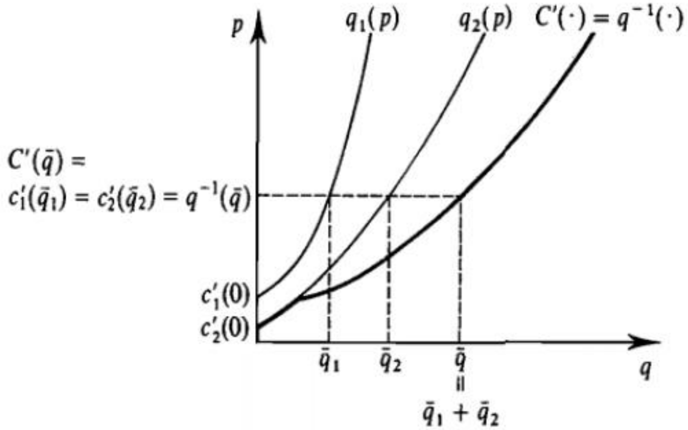


局部均衡分析

两商品拟线性模型

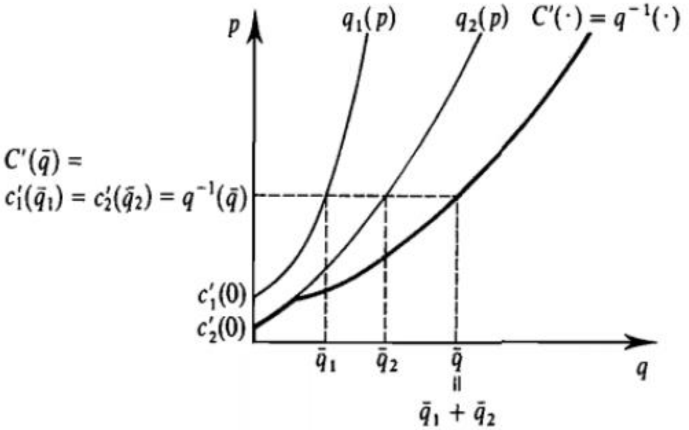
马歇尔图表示的竞争均衡

- 反总需求函数和反总供给函数也有着重要的意义。
  - 给定商品l的任何总产量水平，比如 $\bar{q}$ ，反总供给函数 $p=q^{-1}(\bar{q})$ 给出了带来这个总供给量 $\bar{q}$ 的价格水平。
  - 也就是说，当每个企业面对着价格 $p=q^{-1}(\bar{q})$ 而选择自己的最优产量水平时，总供给量正好是 $\bar{q}$ 。

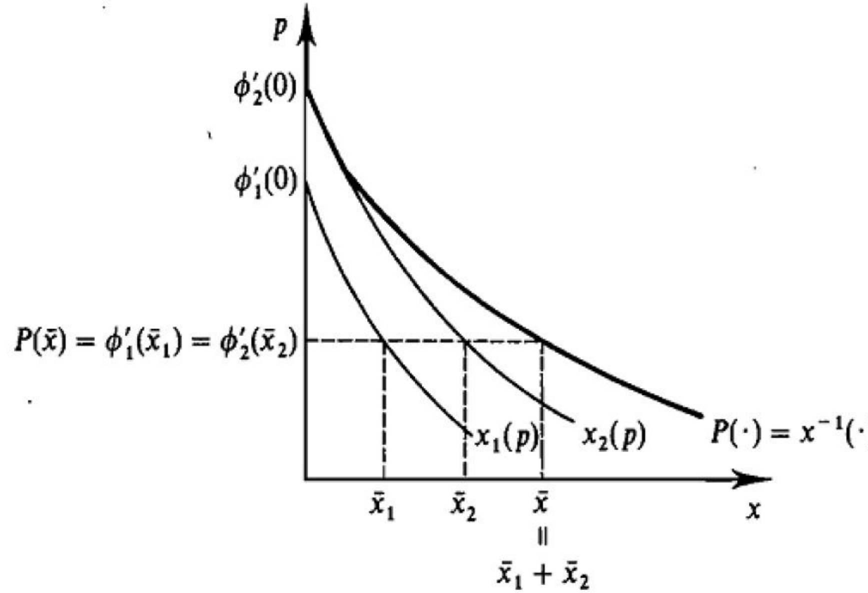


局部均衡分析

- **两商品拟线性模型**
  - 马歇尔图表示的竞争均衡
    - 反总需求函数和反总供给函数也有着重要的意义。
      - 企业在选择这些产量水平时，所有活跃企业都会将自己的边际成本设定为等于$q^{-1}(\bar{q})$。所以，在$\bar{q}$处，额外多生产一单位商品l的边际成本正好为$q^{-1}(\bar{q})$，而不管是哪个企业生产了它。
      - 因此，反总供给函数$q^{-1}(\cdot)$可以称为反供给函数，可以视为**行业的边际成本函数**，将其记为$C'(\cdot)=q^{-1}(\cdot)$



局部均衡



- 两商品拟线性模型
  - 马歇尔图表示的竞争均衡
    - 反总需求函数和反总供给函数也有着重要的意义。
      - 类似的，在任何给定的总需求水平$\bar{x}$ 上，反总需求函数$P(\bar{x}) = x^{-1}(\bar{x})$给出了能产生总需求$\bar{x}$的价格水平。
      - 也就是说，当每个消费者在这个价格水平上进行最优选择，总需求量恰好等于$\bar{x}$。在这些个人需求水平上，每个消费者的边际收益$\phi_i'(x_i)$都正好等于$P(\bar{x})$。
      - 因此，如果$\bar{x}$在l个消费者之间的分配是有效率的，那么我们可以将反需求函数在数量$\bar{x}$上的值$P(\bar{x})$，视为商品l的**边际社会收益**。

局部均衡分析

- **两商品拟线性模型**
  - 马歇尔图表示的竞争均衡
    - 因此，竞争均衡的产量水平可以看作：
    - **商品l的边际社会收益正好等于它的边际成本的产量水平。**
    - 这也表明，竞争均衡具有社会最优的性质。