

Отчет по лабораторной работе №320  
**Дифракций Фраунгофера**

Выполнили студенты 420 группы  
Понур К.А., Сарафанов Ф.Г., Сидоров Д.А.

Нижний Новгород, 2018

# Содержание

<b>1</b>	<b>Теоретическая часть . . . . .</b>	<b>2</b>
1.1	Вывод уравнения интенсивностей при дифракции Франгофера на решетке .	3
<b>2</b>	<b>Заключение . . . . .</b>	<b>5</b>

# 1. Теоретическая часть

В данной работе изучается дифракция на следующих объектах: 1) на одной щели, 2) на двух щелях, 3) на решетке ищ нескольких щелей. Наблюдения и измерения производятся при помощи гониометра – оптического прибора, предназначенного для измерения углов с большой точностью.

При помощи гониометра изучают угловое распределение интенсивности дифрагированного света. Углы дифракции изменяются оптическим компенсатором (микроскопом с отсчетным микрометром).

При дифракции Фраунгофера на щели интенсивность излучения в плоскости  $xy$ , перпендикулярной щели, зависит от угла дифракции по закону

$$I_{\theta} = I_0 \frac{\sin^2 \frac{kb \sin \theta}{2}}{\left(\frac{kb \sin \theta}{2}\right)^2}, \quad (1)$$

где  $I_0$ - интенсивность в направлении  $\theta = 0$ ,  $I_{\theta}$ - интенсивность в направлении  $\theta$ ,  $b$ - ширина щели,  $k$ - волновое число.

При дифракции Фраунгофера от решетки с периодом  $d$  из  $N$  одинаковых щелей ширины  $b$  зависимость интенсивность  $I_{\theta}$  описывается формулой

$$I_{\theta} = I_0 \frac{\sin^2 \frac{kb \sin \theta}{2}}{\left(\frac{kb \sin \theta}{2}\right)^2} \cdot \frac{\sin^2 \frac{Nkd \sin \theta}{2}}{\sin^2 \frac{kd \sin \theta}{2}} \quad (2)$$

Рассмотрим влияние размеров источника света на вид дифракционной картины при дифракции на двух щелях. В данной работе источником света служит щель коллиматора. Обозначим ширину этой щели  $l$ , а её угловой размер  $\alpha$ . От каждой точки источника на объект дифракции падает плоская волна и создает в фокальной плоскости дифракционную картину. Крайние точки источника  $K$  и  $f$  создают картины, центры которых  $K'$  и  $f'$  смещены относительно друг друга на угловое расстояние  $\alpha$ .

Контрастность дифракционных картин характеризуется видимостью

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}, \quad (3)$$

где  $I_{max}$ - интенсивность в максимуме,  $I_{min}$ - интенсивность в ближайшем к нему минимуме.

Видимость дифракционной картины от двух щелей зависит от углового размера источника  $\alpha$ . Если яркость источника одинакова по всей ширине, то при увеличении  $\alpha$  первый минимум вилимости наступит, когда  $\alpha$  станет равно  $\theta_1$ - угловому расстоянию между

нелевым и первым максимумами. При малых углах

$$\sin \theta_1 \simeq \theta_1 = \frac{\lambda}{d}, \quad \alpha = \frac{l}{F} \quad (4)$$

здесь  $\lambda$ - длина световой волны источника,  $d$ - фокусное расстояние между щелями на экране,  $F$ - фокусное расстояние линзы коллиматора.

Условие первого минимума имеет вид

$$l = \theta_1 F = \frac{\lambda F}{d} \quad (5)$$

Формула (5) даёт возможность определить ширину источника света по найденному опытным путём расстоянию  $d$  между щелями, при котором наступает размытие дифракционной картины.

Таким был метод, использованный в 1920 г. Майкельсоном для измерения углового расстояния между компонентами двойной звезды Капеллы и диаметра звезды Бетельгейзе.

### 1.1. Вывод уравнения интенсивностей при дифракции Франгофера на решетке

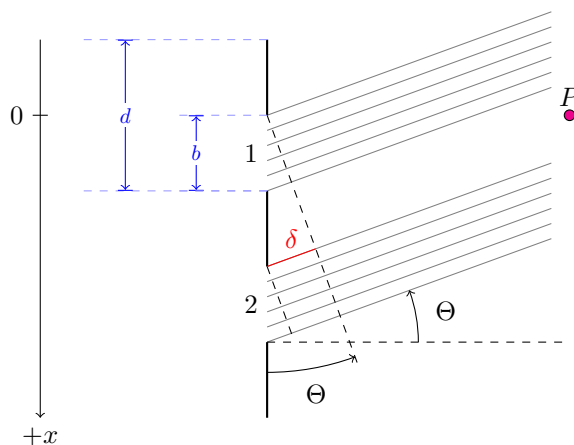


Рис. 1: Caption here

Сначала выведем дифракцию на первой щели, пользуясь принципом Гюйгенса-Френеля.

Пусть на щель падает свет амплитудой  $E_0$ , длиной волны  $\lambda$ . Щель разобьем на бесконечно малые излучатели шириной  $dx$  и с амплитудой излучаемой волны  $\frac{E_0}{b} dx$ .

Набег фазы для каждого такого излучателя относительно излучателя с координатой  $x = 0$  будет  $k\Delta = k \cdot x \sin \Theta$ :

$$d\widehat{E}(x) = \frac{\widehat{E}_0}{b} \cdot \exp(i \cdot kx \sin \Theta) dx \quad (6)$$

Проинтегрируем по всей щели:

$$\widehat{E}_1 = \widehat{E}_0 \int_0^b \frac{1}{i \cdot kb \sin \Theta} \exp(i \cdot kx \sin \Theta) d[i \cdot kx \sin \Theta] = \quad (7)$$

$$= \widehat{E}_0 \frac{\exp(i \cdot kb \sin \Theta) - 1}{i \cdot kb \sin \Theta} = \widehat{E}_0 \exp\left(i \cdot \frac{kb \sin \Theta}{2}\right) \frac{\exp\left(i \cdot \frac{kb \sin \Theta}{2}\right) - \exp\left(-i \cdot \frac{kb \sin \Theta}{2}\right)}{i \cdot kb \sin \Theta} = \quad (8)$$

$$= \widehat{E}_0 \exp\left(i \cdot \frac{kb \sin \Theta}{2}\right) \operatorname{sinc}\left(\frac{kb \sin \Theta}{2}\right) \quad (9)$$

«Спрячем» экспоненту в комплексную амплитуду. Это не повлияет на решение, так как для всех щелей набег фазы в этой экспоненте будет одинаков.

$$\widehat{E}_1 = \widehat{E}_a \operatorname{sinc}\left(\frac{kb \sin \Theta}{2}\right) \quad (10)$$

Теперь рассмотрим сложение волн, пришедших от всех щелей в дифракционной решетке. Нетрудно показать, что набег фазы будет зависеть от номера щели и угла  $\Theta$ :

$$\widehat{E}_m = \widehat{E}_1 \exp(i \cdot k(m-1)d \sin \Theta), \quad (11)$$

где  $m$  – номер щели.

Тогда можем записать сумму волн:

$$\widehat{E}(\Theta) = \widehat{E}_1 (1 + \exp(i \cdot kd \sin \Theta) + \dots + \exp(i \cdot k(N-1)d \sin \Theta)) \quad (12)$$

Второй множитель здесь – решеточный множитель, который дает постоянный сдвиг фазы и множитель вида  $\sin Nx / \sin x$ . Нетрудно показать, что тогда

$$\widehat{E}(\Theta) \sim \widehat{E}_1 \operatorname{sinc}\left(\frac{kb \sin \Theta}{2}\right) \left[ \frac{\sin\left(\frac{Nkd \sin \Theta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{kd \sin \Theta}{2}\right)} \right] \quad (13)$$

И тогда окончательный результат:

$$I(\Theta) = I_0 \operatorname{sinc}^2\left(\frac{kb \sin \Theta}{2}\right) \left[ \frac{\sin\left(\frac{Nkd \sin \Theta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{kd \sin \Theta}{2}\right)} \right]^2 \quad (14)$$

## 2. Заключение

Таблица 1:  $b = 0.52$  мм,  $N = 1$ , по минимумам

N	$\Theta^\circ$	$\Theta'$	$\Theta''$	$\Delta\Theta^\circ$	$\Delta\Theta'$	$\Delta\Theta''$	$\Delta\Theta, ''$	погрешность, ''
-3	275	43	31	0	0	0	0	0
-2	275	39	11	0	4	20	260	33
-1	275	35	8	0	4	3	243	30
1	275	26	52	0	9	-44	496	62
2	275	22	22	0	4	30	270	34
3	275	18	23	0	4	-1	239	30

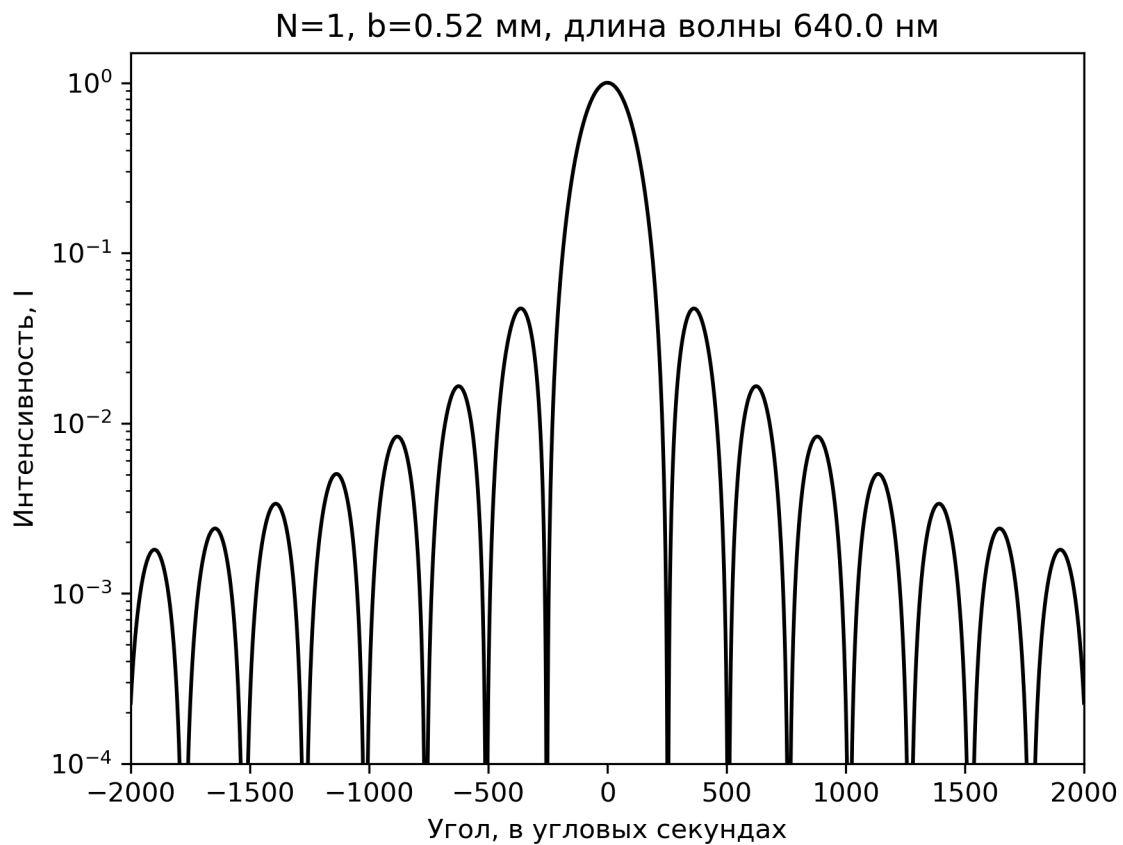


Рис. 2: Теоретический вид распределения интенсивности, дифракция на одной щели

Таблица 2:  $b = 0.52$  мм,  $d = 1.5$  мм,  $N = 2$ , по минимумам

N	$\Theta^\circ$	$\Theta'$	$\Theta''$	$\Delta\Theta^\circ$	$\Delta\Theta'$	$\Delta\Theta''$	$\Delta\Theta, ''$	погрешность, ''
-6	275	38	26	0	0	0	0	0
-5	275	37	8	0	1	18	78	10
-4	275	36	17	0	1	-9	51	6
-3	275	35	38	0	1	-21	39	5
-2	275	33	56	0	2	-18	102	13
-1	275	32	45	0	1	11	71	9
1	275	31	1	0	1	44	104	13
2	275	29	41	0	2	-40	80	10
3	275	28	14	0	1	27	87	11
4	275	27	30	0	1	-16	44	5
5	275	26	38	0	1	-8	52	7
6	275	25	15	0	1	23	83	10

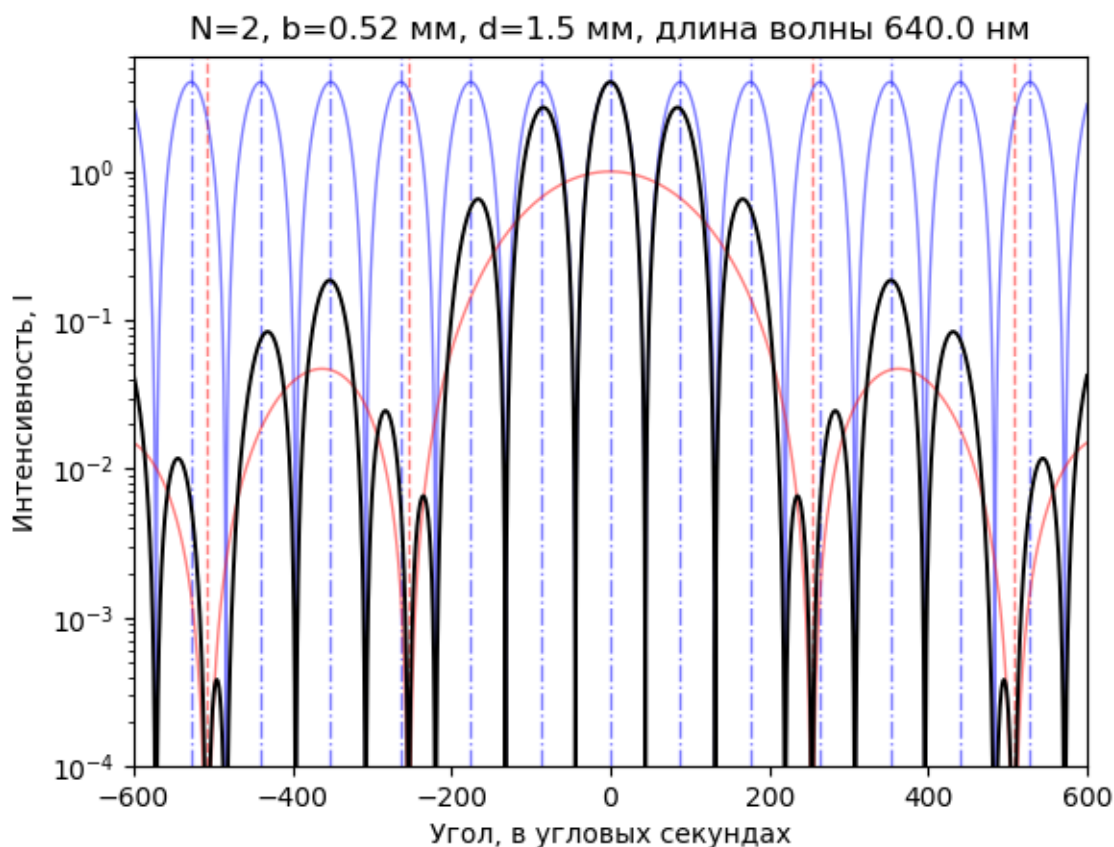


Рис. 3: Теоретический вид распределения интенсивности, дифракция на двух щелях

Таблица 3:  $b = 1$  мм,  $d = 2$  мм,  $N = 15$ , по максимумам

N	$\Theta^\circ$	$\Theta'$	$\Theta''$	$\Delta\Theta^\circ$	$\Delta\Theta'$	$\Delta\Theta''$	$\Delta\Theta, ''$	погрешность, ''
-1	275	32	52	0	0	0	0	0
0	275	32	0	0	0	52	52	7
1	275	30	54	0	2	-54	66	8

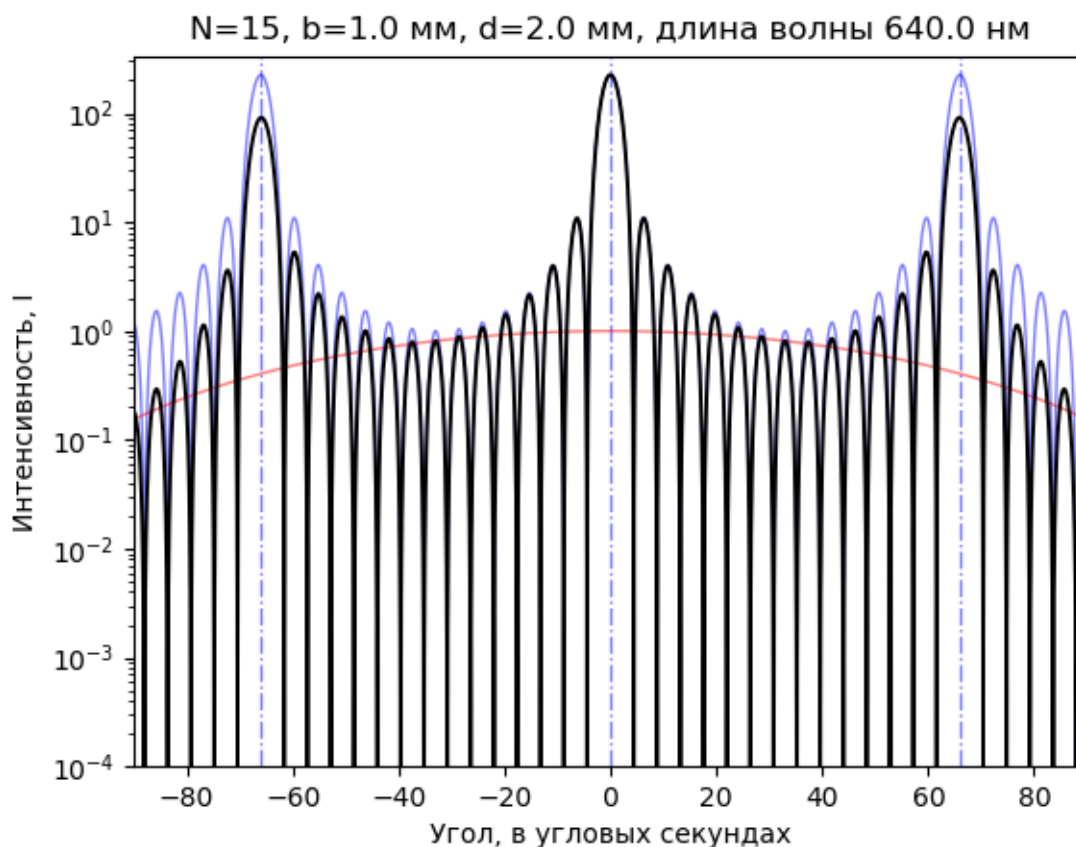


Рис. 4: Теоретический вид распределения интенсивности, дифракция на пятнадцати щелях

Изначально свет идет от лампочки накаливания, размер спиральки которой 3 мм.

Таблица 4: Показания микрометра щели источника и ширина щели для разных дифракционных картин: З–щель закрыта, Ч–чёткая дифракционная картина, Р–размытая дифракционная картина

З, $z, \text{мм} \cdot 10^{-2}$	Ч, $z, \text{мм} \cdot 10^{-2}$	Р, $z, \text{мм} \cdot 10^{-2}$	Ч, $\Delta x, \text{мм} \cdot 10^{-2}$	Р, $\Delta x, \text{мм} \cdot 10^{-2}$
7	10	17	3	10

Изменение картинки с изменением ширины щели решетки – с уменьшением  $b$  картинка расширяется, увеличивается расстояние между максимумами



Изменение картинка с изменением периода решетки – с уменьшением  $d$  картинка расширяется (видно больше полос в 1 синке) увеличивается расстояние между максимумами

Изменение картинка с изменением угла, под которым расположена дифф. решетка – с увеличением угла картинка расширяется

Для красного ширина центрального максимума шире, чем для зеленого

Распределение цветов при дифракции в белом свете: ЖЗК

Дифракционная картина при изменении длины щели источника не изменяется.