

Отчет по лабораторной работе №320
Дифракций Фраунгофера

Выполнили студенты 420 группы
Понур К.А., Сарафанов Ф.Г., Сидоров Д.А.

Нижний Новгород, 2018

Содержание

| | | |
|----------|---|----------|
| 1 | Теоретическая часть | 2 |
| 1.1 | Вывод уравнения интенсивностей при дифракции Фраунгофера на решетке | 3 |
| 1.2 | Вывод условия первого минимума видимости | 5 |
| 2 | Результаты эксперимента | 6 |
| 2.1 | Качественные наблюдения | 6 |
| 2.1.1 | Условия эксперимента | 6 |
| 2.1.2 | Изменение b | 6 |
| 2.1.3 | Изменение d | 6 |
| 2.1.4 | Поворот дифракционной решётки | 6 |
| 2.1.5 | Изменение λ | 6 |
| 2.1.6 | Изменение длины щели источника | 6 |
| 2.1.7 | Изменение ширины щели источника | 7 |
| 2.1.8 | Порядок следования цветов | 7 |
| 2.2 | Дифракционные картины для разных решёток | 7 |
| 2.2.1 | Дифракция на одной щели | 7 |
| 2.2.2 | Дифракция на двух щелях | 8 |
| 2.2.3 | Дифракция на пятнадцати щелях | 9 |

1. Теоретическая часть

В данной работе изучается дифракция на одной щели, двух щелях и на решетке из нескольких щелей. Наблюдения и измерения производятся при помощи гониометра – оптического прибора для измерения углов с большой точностью.

При помощи гониометра изучают угловое распределение интенсивности дифрагированного света. Углы дифракции изменяются оптическим компенсатором (микроскопом с отчетным микрометром).

При дифракции Фраунгофера на щели интенсивность излучения в плоскости xy , перпендикулярной щели, зависит от угла дифракции по закону

$$I_{\theta} = I_0 \frac{\sin^2 \frac{kb \sin \theta}{2}}{\left(\frac{kb \sin \theta}{2}\right)^2}, \quad (1)$$

где I_0 - интенсивность в направлении $\theta = 0$, I_{θ} - интенсивность в направлении θ , b - ширина щели, k - волновое число.

При дифракции Фраунгофера от решетки с периодом d из N одинаковых щелей ширины b зависимость интенсивность I_{θ} описывается формулой

$$I_{\theta} = I_0 \frac{\sin^2 \frac{kb \sin \theta}{2}}{\left(\frac{kb \sin \theta}{2}\right)^2} \cdot \frac{\sin^2 \frac{Nkd \sin \theta}{2}}{\sin^2 \frac{kd \sin \theta}{2}} \quad (2)$$

Рассмотрим влияние размеров источника света на вид дифракционной картины при дифракции на двух щелях. В данной работе источником света служит щель коллиматора. Обозначим ширину этой щели l , а её угловой размер α . От каждой точки источника на объект дифракции падает плоская волна и создает в фокальной плоскости дифракционную картину. Крайние точки источника K и f создают картины, центры которых K' и f' смещены относительно друг друга на угловое расстояние α .

Контрастность дифракционных картин характеризуется видимостью

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}, \quad (3)$$

где I_{max} - интенсивность в максимуме, I_{min} - интенсивность в ближайшем к нему минимуме.

Видимость дифракционной картины от двух щелей зависит от углового размера источника α . Если яркость источника одинакова по всей ширине, то при увеличении α первый минимум видимости наступит, когда α станет равно θ_1 - угловому расстоянию между ну-

левым и первым максимумами. При малых углах

$$\sin \theta_1 \simeq \theta_1 = \frac{\lambda}{d}, \quad \alpha = \frac{l}{F} \quad (4)$$

здесь λ - длина световой волны источника, d - фокусное расстояние между щелями на экране, F - фокусное расстояние линзы коллиматора.

Условие первого минимума имеет вид

$$l = \theta_1 F = \frac{\lambda F}{d} \quad (5)$$

Формула (5) даёт возможность определить ширину источника света по найденному опытным путём расстоянию d между щелями, при котором наступает размытие дифракционной картины.

Таким был метод, использованный в 1920 г. Майкельсоном для измерения углового расстояния между компонентами двойной звезды Капеллы и диаметра звезды Бетельгейзе.

1.1. Вывод уравнения интенсивностей при дифракции Фраунгофера на решетке

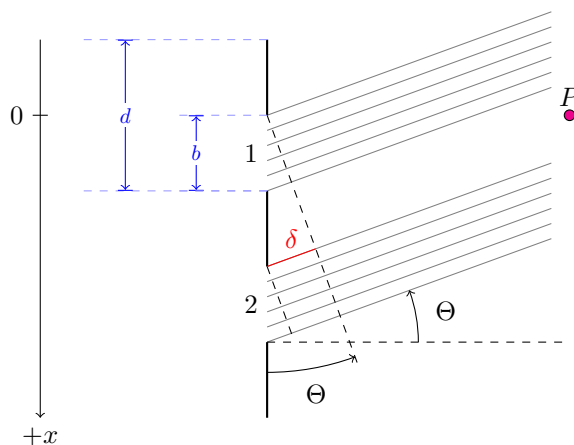


Рис. 1: Caption here

Сначала выведем дифракцию на первой щели, пользуясь принципом Гюйгенса-Френеля.

Пусть на щель падает свет амплитудой E_0 , длиной волны λ . Щель разобьем на бесконечно малые излучатели шириной dx и с амплитудой излучаемой волны $\frac{E_0}{b} dx$.

Набег фазы для каждого такого излучателя относительно излучателя с координатой $x = 0$ будет $k\Delta = k \cdot x \sin \Theta$:

$$d\widehat{E}(x) = \frac{\widehat{E}_0}{b} \cdot \exp(i \cdot kx \sin \Theta) dx \quad (6)$$

Проинтегрируем по всей щели:

$$\widehat{E}_1 = \widehat{E}_0 \int_0^b \frac{1}{i \cdot kb \sin \Theta} \exp(i \cdot kx \sin \Theta) d[i \cdot kx \sin \Theta] = \quad (7)$$

$$= \widehat{E}_0 \frac{\exp(i \cdot kb \sin \Theta) - 1}{i \cdot kb \sin \Theta} = \widehat{E}_0 \exp\left(i \cdot \frac{kb \sin \Theta}{2}\right) \frac{\exp\left(i \cdot \frac{kb \sin \Theta}{2}\right) - \exp\left(-i \cdot \frac{kb \sin \Theta}{2}\right)}{i \cdot kb \sin \Theta} = \quad (8)$$

$$= \widehat{E}_0 \exp\left(i \cdot \frac{kb \sin \Theta}{2}\right) \operatorname{sinc}\left(\frac{kb \sin \Theta}{2}\right) \quad (9)$$

«Спрячем» экспоненту в комплексную амплитуду. Это не повлияет на решение, так как для всех щелей набег фазы в этой экспоненте будет одинаков.

$$\widehat{E}_1 = \widehat{E}_a \operatorname{sinc}\left(\frac{kb \sin \Theta}{2}\right) \quad (10)$$

Теперь рассмотрим сложение волн, пришедших от всех щелей в дифракционной решетке. Нетрудно показать, что набег фазы будет зависеть от номера щели и угла Θ :

$$\widehat{E}_m = \widehat{E}_1 \exp(i \cdot k(m-1)d \sin \Theta), \quad (11)$$

где m – номер щели.

Тогда можем записать сумму волн:

$$\widehat{E}(\Theta) = \widehat{E}_1 (1 + \exp(i \cdot kd \sin \Theta) + \dots + \exp(i \cdot k(N-1)d \sin \Theta)) \quad (12)$$

Второй множитель здесь – решеточный множитель, который дает постоянный сдвиг фазы и множитель вида $\sin Nx / \sin x$. Нетрудно показать, что тогда

$$\widehat{E}(\Theta) \sim \widehat{E}_1 \operatorname{sinc}\left(\frac{kb \sin \Theta}{2}\right) \left[\frac{\sin\left(\frac{Nkd \sin \Theta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{kd \sin \Theta}{2}\right)} \right] \quad (13)$$

И тогда окончательный результат:

$$I(\Theta) = I_0 \operatorname{sinc}^2\left(\frac{kb \sin \Theta}{2}\right) \left[\frac{\sin\left(\frac{Nkd \sin \Theta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{kd \sin \Theta}{2}\right)} \right]^2 \quad (14)$$

1.2. Вывод условия первого минимума видимости

Полосы на экране будут видны достаточно отчётливо, пока расстояние между полосами Δx будет меньше δx . δx связана с линейным размером источника l соотношением

$$\delta x = \frac{dl}{F} \quad (15)$$

Угловой размер источника:

$$\alpha = \frac{l}{F} \quad (16)$$

Угловая ширина полос:

$$\theta = \frac{\lambda}{d} \quad (17)$$

Тогда при $\alpha < \theta$ картина будет видна достаточно отчетливо. Отсюда получаем условие первого минимума видимости

$$l = \frac{\lambda F}{d} \quad (18)$$

2. Результаты эксперимента

2.1. Качественные наблюдения

2.1.1 Условия эксперимента

Изначально свет идет от лампочки накаливания, размер спиральки которой 3 мм.

2.1.2 Изменение b

С изменением ширины щели решетки – уменьшением b картинка расширяется, увеличивается расстояние между максимумами

2.1.3 Изменение d

Экспериментально было установлено, что с изменением периода решетки (уменьшением d) картинка расширяется, увеличивается расстояние между максимумами

Теоретически это нетрудно обосновать. Рассмотрим решёточный множитель в формуле (14). Функция имеет минимумы в точках

$$\sin \theta_m = \frac{\lambda m}{Nd}, \quad m = 1, 2 \dots \frac{Nd}{\lambda}. \quad (19)$$

Таким образом, при уменьшении d увеличивается расстояние между максимумами.

2.1.4 Поворот дифракционной решётки

С увеличением угла, под которым расположена дифракционная решетка картина расширяется

2.1.5 Изменение λ

Для красного ширина центрального максимума шире, чем для зеленого. Полушириной центрального максимума будем называть угловое расстояние от $\theta = 0$ до ближайшего минимума. Тогда

$$\theta_0 = \arcsin \frac{\lambda}{Nd} \quad (20)$$

То есть при увеличении длины волны картинка расширяется. Что мы и наблюдали в эксперименте.

2.1.6 Изменение длины щели источника

Дифракционная картина при изменении длины щели источника не изменяется.

2.1.7 Изменение ширины щели источника

Таблица 1: Показания микрометра щели источника и ширина щели для разных дифракционных картин: З–щель закрыта, Ч–чёткая дифракционная картина, Р–размытая дифракционная картина

| З, z , мм·10 ⁻² | Ч, z , мм·10 ⁻² | Р, z , мм·10 ⁻² | Ч, Δx , мм·10 ⁻² | Р, Δx , мм·10 ⁻² |
|------------------------------|------------------------------|------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 7 | 10 | 17 | 3 | 10 |

2.1.8 Порядок следования цветов

Распределение цветов при дифракции в белом свете: ЗЖК

2.2. Дифракционные картины для разных решёток

2.2.1 Дифракция на одной щели

Таблица 2: $b = 0.52$ мм, $N = 1$, по минимумам

| N | Θ° | Θ' | Θ'' | $\Delta\Theta^\circ$ | $\Delta\Theta'$ | $\Delta\Theta''$ | $\Delta\Theta$, " | погрешность, " |
|----|----------------|-----------|------------|----------------------|-----------------|------------------|--------------------|----------------|
| -3 | 275 | 43 | 31 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| -2 | 275 | 39 | 11 | 0 | 4 | 20 | 260 | 33 |
| -1 | 275 | 35 | 8 | 0 | 4 | 3 | 243 | 30 |
| 1 | 275 | 26 | 52 | 0 | 9 | -44 | 496 | 62 |
| 2 | 275 | 22 | 22 | 0 | 4 | 30 | 270 | 34 |
| 3 | 275 | 18 | 23 | 0 | 4 | -1 | 239 | 30 |

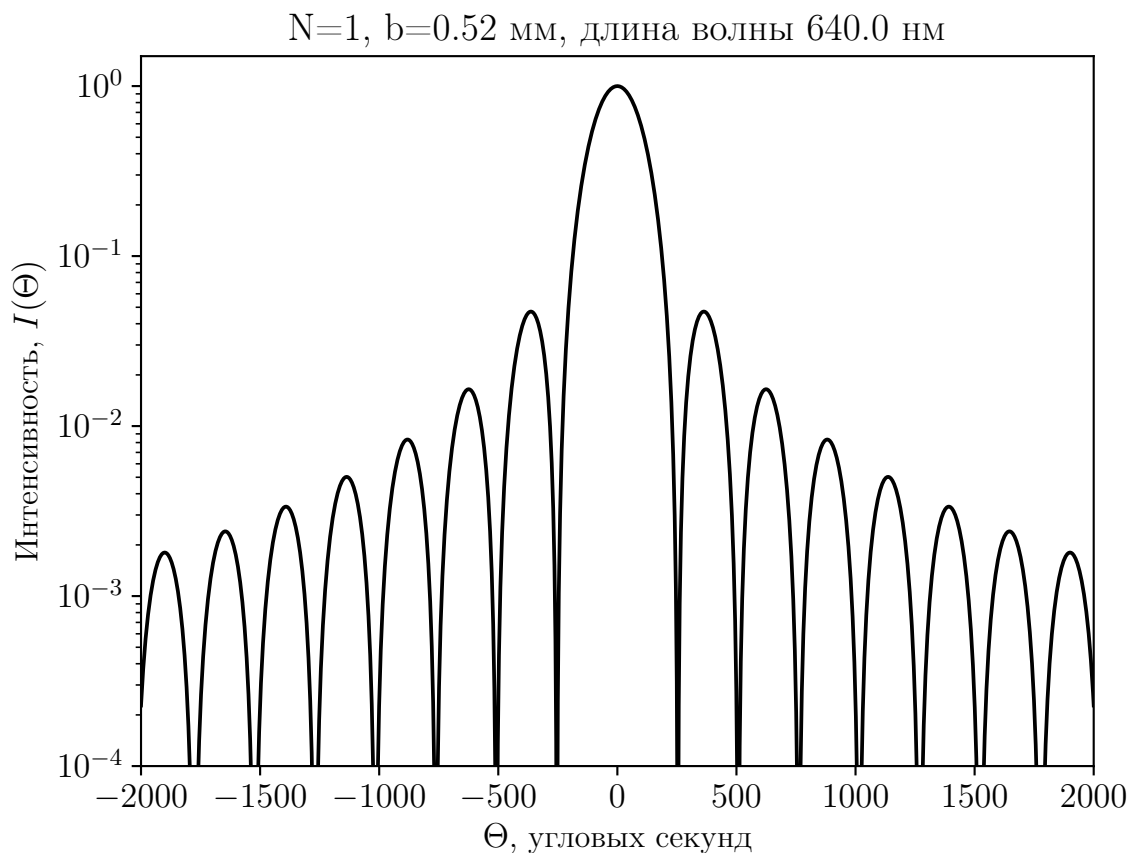


Рис. 2: Теоретический вид распределения интенсивности, дифракция на одной щели

2.2.2 Дифракция на двух щелях

Таблица 3: $b = 0.52$ мм, $d = 1.5$ мм, $N = 2$, по минимумам

| N | Θ° | Θ' | Θ'' | $\Delta\Theta^\circ$ | $\Delta\Theta'$ | $\Delta\Theta''$ | $\Delta\Theta, ''$ | погрешность, '' |
|----|----------------|-----------|------------|----------------------|-----------------|------------------|--------------------|-----------------|
| -6 | 275 | 38 | 26 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| -5 | 275 | 37 | 8 | 0 | 1 | 18 | 78 | 10 |
| -4 | 275 | 36 | 17 | 0 | 1 | -9 | 51 | 6 |
| -3 | 275 | 35 | 38 | 0 | 1 | -21 | 39 | 5 |
| -2 | 275 | 33 | 56 | 0 | 2 | -18 | 102 | 13 |
| -1 | 275 | 32 | 45 | 0 | 1 | 11 | 71 | 9 |
| 1 | 275 | 31 | 1 | 0 | 1 | 44 | 104 | 13 |
| 2 | 275 | 29 | 41 | 0 | 2 | -40 | 80 | 10 |
| 3 | 275 | 28 | 14 | 0 | 1 | 27 | 87 | 11 |
| 4 | 275 | 27 | 30 | 0 | 1 | -16 | 44 | 5 |
| 5 | 275 | 26 | 38 | 0 | 1 | -8 | 52 | 7 |
| 6 | 275 | 25 | 15 | 0 | 1 | 23 | 83 | 10 |

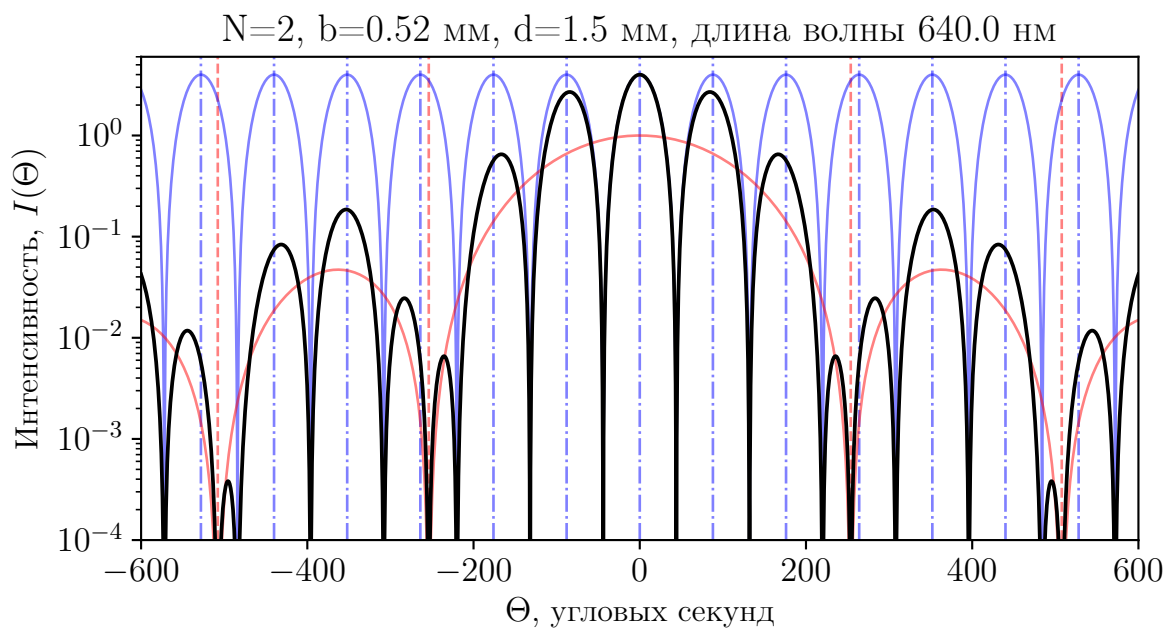


Рис. 3: Теоретический вид распределения интенсивности, дифракция на двух щелях

2.2.3 Дифракция на пятнадцати щелях

Таблица 4: $b = 1$ мм, $d = 2$ мм, $N = 15$, по максимумам

| N | Θ° | Θ' | Θ'' | $\Delta\Theta^\circ$ | $\Delta\Theta'$ | $\Delta\Theta''$ | $\Delta\Theta, ''$ | погрешность, '' |
|----|----------------|-----------|------------|----------------------|-----------------|------------------|--------------------|-----------------|
| -1 | 275 | 33 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 275 | 32 | 0 | 0 | 1 | 0 | 60 | 8 |
| 1 | 275 | 30 | 54 | 0 | 2 | -54 | 66 | 8 |

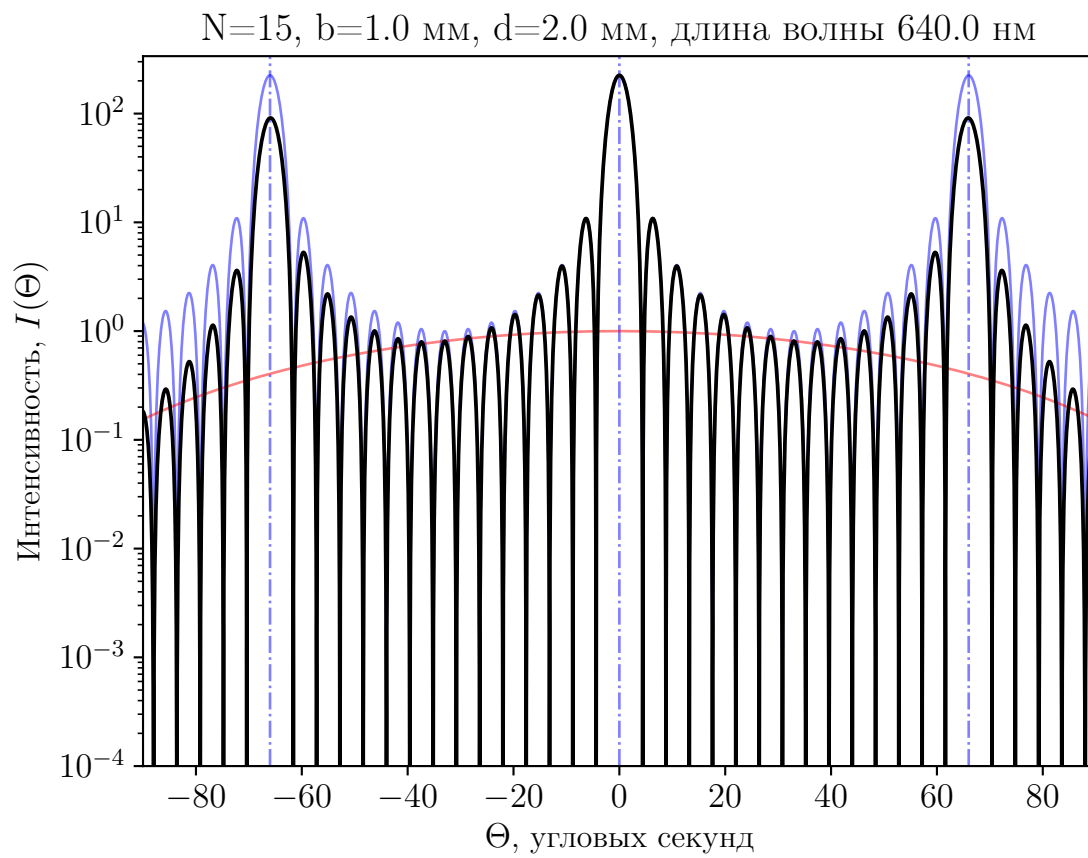


Рис. 4: Теоретический вид распределения интенсивности, дифракция на пятнадцати щелях