

Отчет по лабораторной работе №320
Дифракций Фраунгофера

Выполнили студенты 420 группы
Понур К.А., Сарафанов Ф.Г., Сидоров Д.А.

Нижний Новгород, 2018

Содержание

1	Теоретическая часть	2
1.1	Вывод уравнения интенсивностей при дифракции Франгофера на решетке .	3
2	Результаты эксперимента	5
2.1	Качественные наблюдения	5
2.1.1	Условия эксперимента	5
2.1.2	Изменение b	5
2.1.3	Изменение d	5
2.1.4	Поворот дифракционной решётки	5
2.1.5	Изменение λ	5
2.1.6	Изменение длины щели источника	5
2.1.7	Изменение ширины щели источника	5
2.1.8	Порядок следования цветов	5
2.2	Дифракционные картины для разных решёток	6
2.2.1	Дифракция на одной щели	6
2.2.2	Дифракция на двух щелях	7
2.2.3	Дифракция на пятнадцати щелях	8

1. Теоретическая часть

В данной работе изучается дифракция на следующих объектах: 1) на одной щели, 2) на двух щелях, 3) на решетке ищ нескольких щелей. Наблюдения и измерения производятся при помощи гониометра – оптического прибора, предназначенного для измерения углов с большой точностью.

При помощи гониометра изучают угловое распределение интенсивности дифрагированного света. Углы дифракции изменяются оптическим компенсатором (микроскопом с отсчетным микрометром).

При дифракции Фраунгофера на щели интенсивность излучения в плоскости xy , перпендикулярной щели, зависит от угла дифракции по закону

$$I_{\theta} = I_0 \frac{\sin^2 \frac{kb \sin \theta}{2}}{\left(\frac{kb \sin \theta}{2}\right)^2}, \quad (1)$$

где I_0 - интенсивность в направлении $\theta = 0$, I_{θ} - интенсивность в направлении θ , b - ширина щели, k - волновое число.

При дифракции Фраунгофера от решетки с периодом d из N одинаковых щелей ширины b зависимость интенсивность I_{θ} описывается формулой

$$I_{\theta} = I_0 \frac{\sin^2 \frac{kb \sin \theta}{2}}{\left(\frac{kb \sin \theta}{2}\right)^2} \cdot \frac{\sin^2 \frac{Nkd \sin \theta}{2}}{\sin^2 \frac{kd \sin \theta}{2}} \quad (2)$$

Рассмотрим влияние размеров источника света на вид дифракционной картины при дифракции на двух щелях. В данной работе источником света служит щель коллиматора. Обозначим ширину этой щели l , а её угловой размер α . От каждой точки источника на объект дифракции падает плоская волна и создает в фокальной плоскости дифракционную картину. Крайние точки источника K и f создают картины, центры которых K' и f' смещены относительно друг друга на угловое расстояние α .

Контрастность дифракционных картин характеризуется видимостью

$$V = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}, \quad (3)$$

где I_{max} - интенсивность в максимуме, I_{min} - интенсивность в ближайшем к нему минимуме.

Видимость дифракционной картины от двух щелей зависит от углового размера источника α . Если яркость источника одинакова по всей ширине, то при увеличении α первый минимум видимости наступит, когда α станет равно θ_1 - угловому расстоянию между

нелевым и первым максимумами. При малых углах

$$\sin \theta_1 \simeq \theta_1 = \frac{\lambda}{d}, \quad \alpha = \frac{l}{F} \quad (4)$$

здесь λ - длина световой волны источника, d - фокусное расстояние между щелями на экране, F - фокусное расстояние линзы коллиматора.

Условие первого минимума имеет вид

$$l = \theta_1 F = \frac{\lambda F}{d} \quad (5)$$

Формула (5) даёт возможность определить ширину источника света по найденному опытным путём расстоянию d между щелями, при котором наступает размытие дифракционной картины.

Таким был метод, использованный в 1920 г. Майкельсоном для измерения углового расстояния между компонентами двойной звезды Капеллы и диаметра звезды Бетельгейзе.

1.1. Вывод уравнения интенсивностей при дифракции Франгофера на решетке

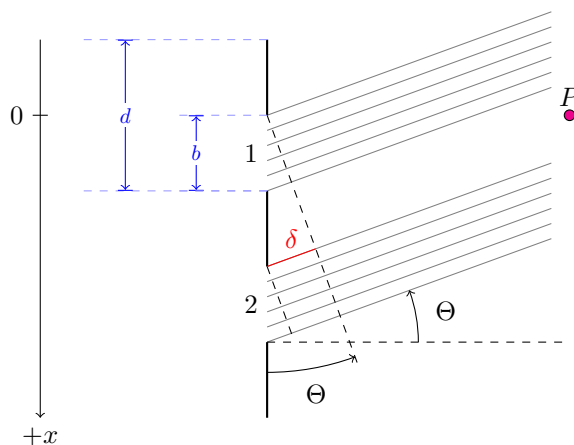


Рис. 1: Caption here

Сначала выведем дифракцию на первой щели, пользуясь принципом Гюйгенса-Френеля.

Пусть на щель падает свет амплитудой E_0 , длиной волны λ . Щель разобьем на бесконечно малые излучатели шириной dx и с амплитудой излучаемой волны $\frac{E_0}{b} dx$.

Набег фазы для каждого такого излучателя относительно излучателя с координатой $x = 0$ будет $k\Delta = k \cdot x \sin \Theta$:

$$d\widehat{E}(x) = \frac{\widehat{E}_0}{b} \cdot \exp(i \cdot kx \sin \Theta) dx \quad (6)$$

Проинтегрируем по всей щели:

$$\widehat{E}_1 = \widehat{E}_0 \int_0^b \frac{1}{i \cdot kb \sin \Theta} \exp(i \cdot kx \sin \Theta) d[i \cdot kx \sin \Theta] = \quad (7)$$

$$= \widehat{E}_0 \frac{\exp(i \cdot kb \sin \Theta) - 1}{i \cdot kb \sin \Theta} = \widehat{E}_0 \exp\left(i \cdot \frac{kb \sin \Theta}{2}\right) \frac{\exp\left(i \cdot \frac{kb \sin \Theta}{2}\right) - \exp\left(-i \cdot \frac{kb \sin \Theta}{2}\right)}{i \cdot kb \sin \Theta} = \quad (8)$$

$$= \widehat{E}_0 \exp\left(i \cdot \frac{kb \sin \Theta}{2}\right) \operatorname{sinc}\left(\frac{kb \sin \Theta}{2}\right) \quad (9)$$

«Спрячем» экспоненту в комплексную амплитуду. Это не повлияет на решение, так как для всех щелей набег фазы в этой экспоненте будет одинаков.

$$\widehat{E}_1 = \widehat{E}_a \operatorname{sinc}\left(\frac{kb \sin \Theta}{2}\right) \quad (10)$$

Теперь рассмотрим сложение волн, пришедших от всех щелей в дифракционной решетке. Нетрудно показать, что набег фазы будет зависеть от номера щели и угла Θ :

$$\widehat{E}_m = \widehat{E}_1 \exp(i \cdot k(m-1)d \sin \Theta), \quad (11)$$

где m – номер щели.

Тогда можем записать сумму волн:

$$\widehat{E}(\Theta) = \widehat{E}_1 (1 + \exp(i \cdot kd \sin \Theta) + \dots + \exp(i \cdot k(N-1)d \sin \Theta)) \quad (12)$$

Второй множитель здесь – решеточный множитель, который дает постоянный сдвиг фазы и множитель вида $\sin Nx / \sin x$. Нетрудно показать, что тогда

$$\widehat{E}(\Theta) \sim \widehat{E}_1 \operatorname{sinc}\left(\frac{kb \sin \Theta}{2}\right) \left[\frac{\sin\left(\frac{Nkd \sin \Theta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{kd \sin \Theta}{2}\right)} \right] \quad (13)$$

И тогда окончательный результат:

$$I(\Theta) = I_0 \operatorname{sinc}^2\left(\frac{kb \sin \Theta}{2}\right) \left[\frac{\sin\left(\frac{Nkd \sin \Theta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{kd \sin \Theta}{2}\right)} \right]^2 \quad (14)$$

2. Результаты эксперимента

2.1. Качественные наблюдения

2.1.1 Условия эксперимента

Изначально свет идет от лампочки накаливания, размер спиральки которой 3 мм.

2.1.2 Изменение b

С изменением ширины щели решетки – уменьшением b картинка расширяется, увеличивается расстояние между максимумами

2.1.3 Изменение d

С изменением периода решетки – с уменьшением d картинка расширяется (видно больше полос в 1 синке), увеличивается расстояние между максимумами

2.1.4 Поворот дифракционной решётки

С увеличением угла, под которым расположена дифракционная решетка картина расширяется

2.1.5 Изменение λ

Для красного ширина центрального максимума шире, чем для зеленого

2.1.6 Изменение длины щели источника

Дифракционная картина при изменении длины щели источника не изменяется.

2.1.7 Изменение ширины щели источника

Таблица 1: Показания микрометра щели источника и ширина щели для разных дифракционных картин: З–щель закрыта, Ч–чёткая дифракционная картина, Р–размытая дифракционная картина

З, z , мм·10 ⁻²	Ч, z , мм·10 ⁻²	Р, z , мм·10 ⁻²	Ч, Δx , мм·10 ⁻²	Р, Δx , мм·10 ⁻²
7	10	17	3	10

2.1.8 Порядок следования цветов

Распределение цветов при дифракции в белом свете: ЖЗК

2.2. Дифракционные картины для разных решёток

2.2.1 Дифракция на одной щели

Таблица 2: $b = 0.52$ мм, $N = 1$, по минимумам

N	Θ°	Θ'	Θ''	$\Delta\Theta^\circ$	$\Delta\Theta'$	$\Delta\Theta''$	$\Delta\Theta, ''$	погрешность, ''
-3	275	43	31	0	0	0	0	0
-2	275	39	11	0	4	20	260	33
-1	275	35	8	0	4	3	243	30
1	275	26	52	0	9	-44	496	62
2	275	22	22	0	4	30	270	34
3	275	18	23	0	4	-1	239	30

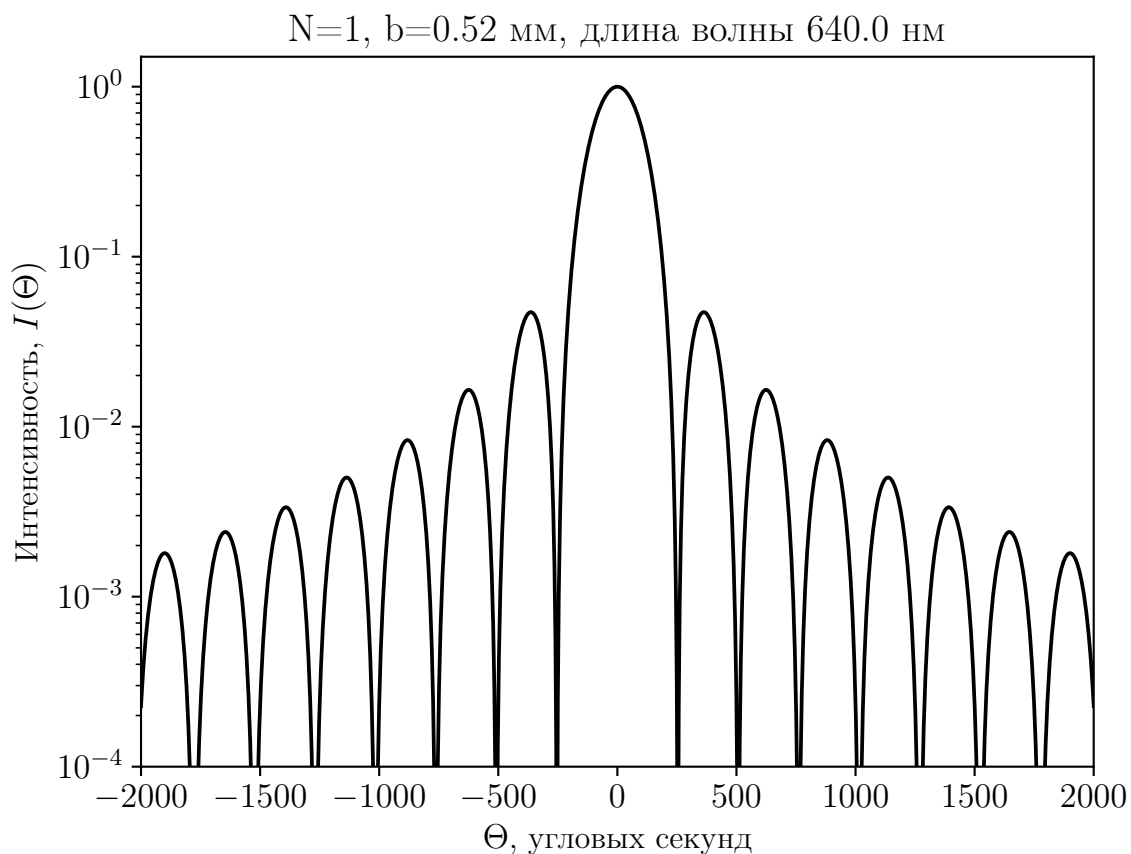


Рис. 2: Теоретический вид распределения интенсивности, дифракция на одной щели

2.2.2 Дифракция на двух щелях

Таблица 3: $b = 0.52$ мм, $d = 1.5$ мм, $N = 2$, по минимумам

N	Θ°	Θ'	Θ''	$\Delta\Theta^\circ$	$\Delta\Theta'$	$\Delta\Theta''$	$\Delta\Theta, ''$	погрешность, ''
-6	275	38	26	0	0	0	0	0
-5	275	37	8	0	1	18	78	10
-4	275	36	17	0	1	-9	51	6
-3	275	35	38	0	1	-21	39	5
-2	275	33	56	0	2	-18	102	13
-1	275	32	45	0	1	11	71	9
1	275	31	1	0	1	44	104	13
2	275	29	41	0	2	-40	80	10
3	275	28	14	0	1	27	87	11
4	275	27	30	0	1	-16	44	5
5	275	26	38	0	1	-8	52	7
6	275	25	15	0	1	23	83	10

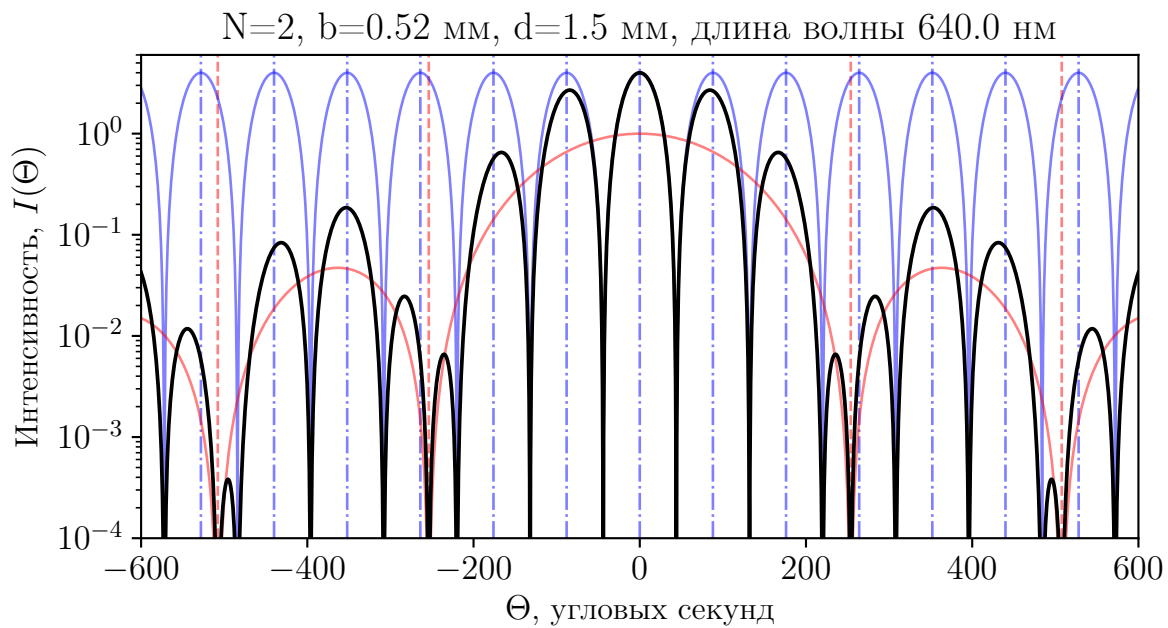


Рис. 3: Теоретический вид распределения интенсивности, дифракция на двух щелях

2.2.3 Дифракция на пятнадцати щелях

Таблица 4: $b = 1$ мм, $d = 2$ мм, $N = 15$, по максимумам

N	Θ°	Θ'	Θ''	$\Delta\Theta^\circ$	$\Delta\Theta'$	$\Delta\Theta''$	$\Delta\Theta, ''$	погрешность, ''
-1	275	33	0	0	0	0	0	0
0	275	32	0	0	1	0	60	8
1	275	30	54	0	2	-54	66	8

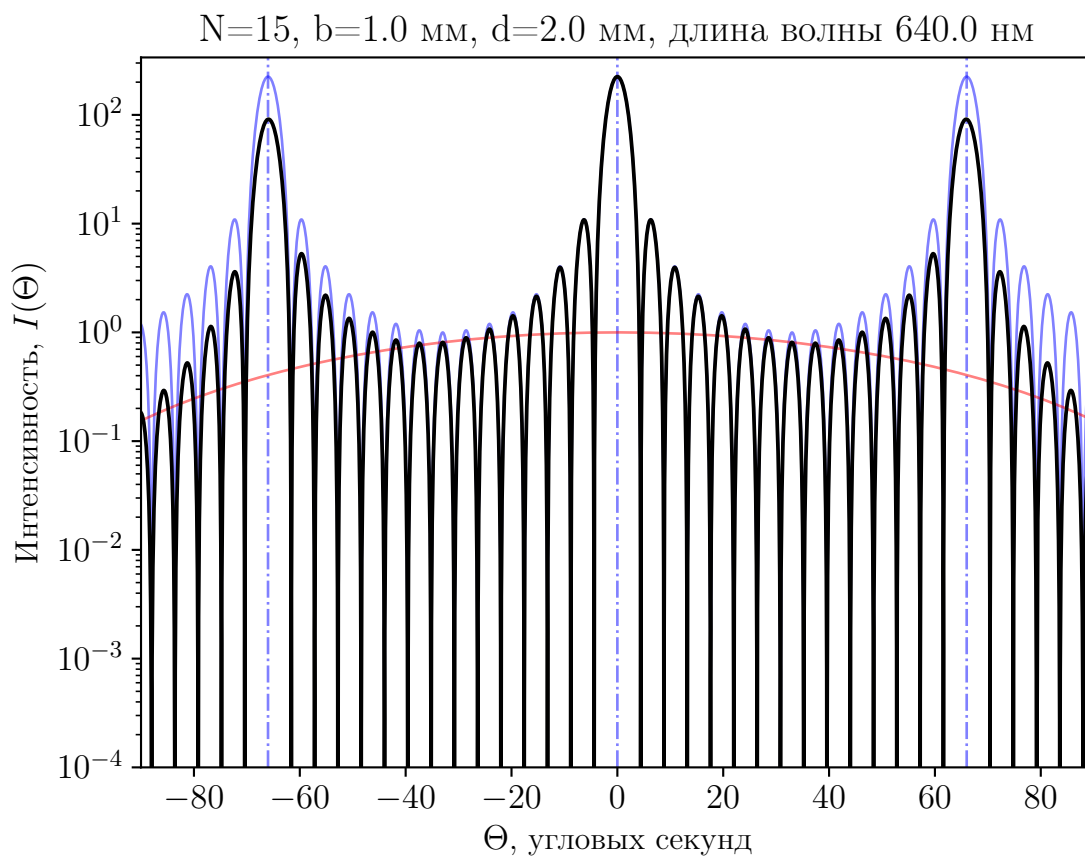


Рис. 4: Теоретический вид распределения интенсивности, дифракция на пятнадцати щелях