Глава 2. ТЕОРИЯ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

§11. Случайные величины

На практике элементарные случайные события являются либо числами, либо наборами чисел (случайными векторами). В §§ 11–13 мы изучим одномерные случайные величины, у которых $\Omega \subset \mathbb{R}^1$ *— числовое множество. Начиная с §13 изучим случайные векторы, у которых* $\Omega \subset \mathbb{R}^n$*, при* $n \geq 2$.

Чтобы дать общее определение случайной величины пусть сначала $(\Omega, \mathfrak{A}, \mathsf{P})$ *— произвольное вероятностное пространство.*

Определение 11.1. *Функция* $\xi : \Omega \to \mathbb{R}$ *называется случайной величиной на* σ*-алгебре событий* $\mathfrak{A}$*, если для любого числа* $x \in \mathbb{R}$ *прообраз луча* $\xi^{-1}((-\infty, x]) = \{\omega \in \Omega \,\big|\, \xi(\omega) \leq x\}$ *является событием из* σ*-алгебры* $\mathfrak{A}$.

Замечание 11.2. *1) Самая простая функция* $\xi : \Omega \to \mathbb{R}$ *— это постоянная функция, заданная для любого* $\omega \in \Omega$ *по формуле* $\xi(\omega) = c$*. Она принимает одно значение и является не случайной, а детерминированной. Она рассматривается в теории вероятностей как частный тривиальный случай.*

2) Первая нетривиальная случайная величина (с $\Omega \subset \mathbb{R}^1$*) задаётся с помощью тождественной функции* $\xi(\omega) = \omega$*. В этом случае событие* $\xi^{-1}((-\infty, x]) = \{\omega \in \Omega \,\big|\, \xi(\omega) \leq x\}$ *обозначают короче:* $\{\xi \leq x\}$.

3) Оказывается, что другие случайные величины ($\xi(\omega) \neq \omega$*) могут быть описаны через случайную величину* $\xi(\omega) = \omega$*. Это будет показано в § 13.*

Определение 11.3. *Функцией распределения случайной величины* ξ *называется функция* $F_\xi : \mathbb{R} \to [0, 1]$*, определённая по формуле*

$$F_\xi(x) = \mathsf{P}(\xi \leq x).$$

Очевидно, что $0 \leq F_\xi(x) \leq 1$.

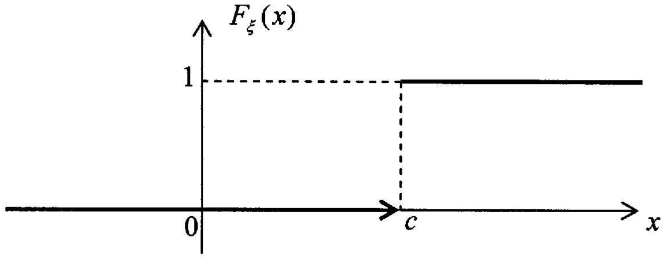

Рис. 9: Функция распределения детерминированной величины.