

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»

Кафедра теоретических основ электротехники

Типовой расчет №1 по курсу: «Теория электрических цепей»
Шифр студента №950502-12

Проверил: Батюков С. В.
Выполнил: ст. гр. 950502
Деркач А.В.

Минск 2020

1. Чертеж исходной схемы

Исходные данные приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Исходные данные

E_1 , B	E_3 , B	E_4 , B	J_2 , A	J_3 , A	R_1 , OM	R_2 , OM	R_3 , OM	R_4 , OM	R_5 , OM	R_6 , OM	R_7 , OM	R_8 , OM
700	500	900	2	6	110	470	640	120	280	150	140	690

Начертим схему согласно заданному варианту (рис. 1):

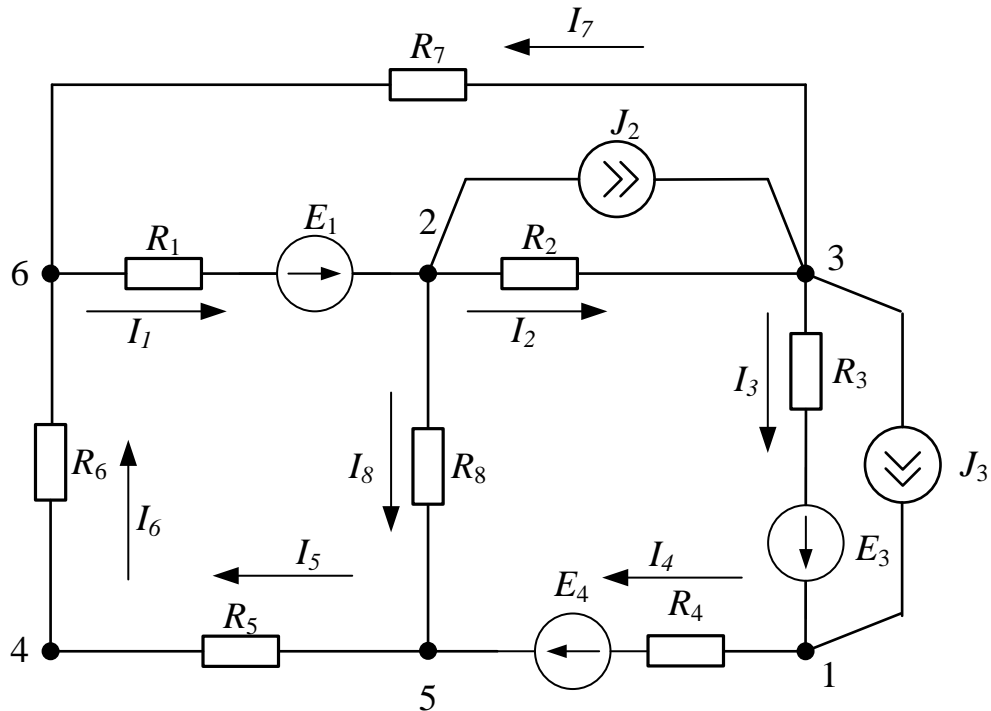


Рисунок 1 – Исходная схема

2. Преобразование схемы к двухконтурной

Заменим источник тока J_3 эквивалентным ему источником напряжения E_{03} .

$$E_{03} = J_3 \cdot R_3 = 3840 \text{ B}$$

Заменим источники напряжения E_3 , E_{03} и E_4 эквивалентным им источником тока J_{34} :

$$J_{34} = \frac{E_3 + E_4 + E_{03}}{R_3 + R_4} = 6,895 \text{ A}$$

Преобразуем треугольник $R_2-R_3-R_4-R_8$ в эквивалентную звезду (рис. 2):

$$R_{234} = \frac{R_2 \cdot (R_3 + R_4)}{R_2 + R_3 + R_4 + R_8} = 186,042 \text{ Ом}$$

$$R_{348} = \frac{R_8 \cdot (R_3 + R_4)}{R_2 + R_3 + R_4 + R_8} = 273,125 \text{ Ом}$$

$$R_{234} = \frac{R_2 \cdot R_8}{R_2 + R_3 + R_4 + R_8} = 168,906 \text{ Ом}$$

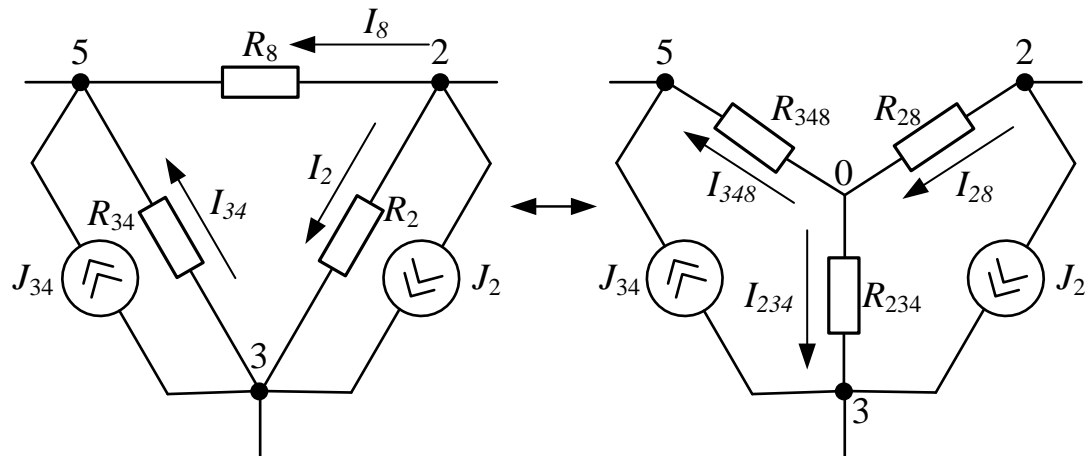


Рисунок 2

Преобразуем все источники тока в источники напряжения:

$$E_{28} = J_2 \cdot R_{28} = 337,813 \text{ В}$$

$$E_{234} = J_{34} \cdot R_{234} - J_2 \cdot R_{234} = 910,625 \text{ В}$$

$$E_{348} = J_{34} \cdot R_{348} = 1883,125 \text{ В}$$

После всех преобразований получим двухконтурную схему (рис. 3):

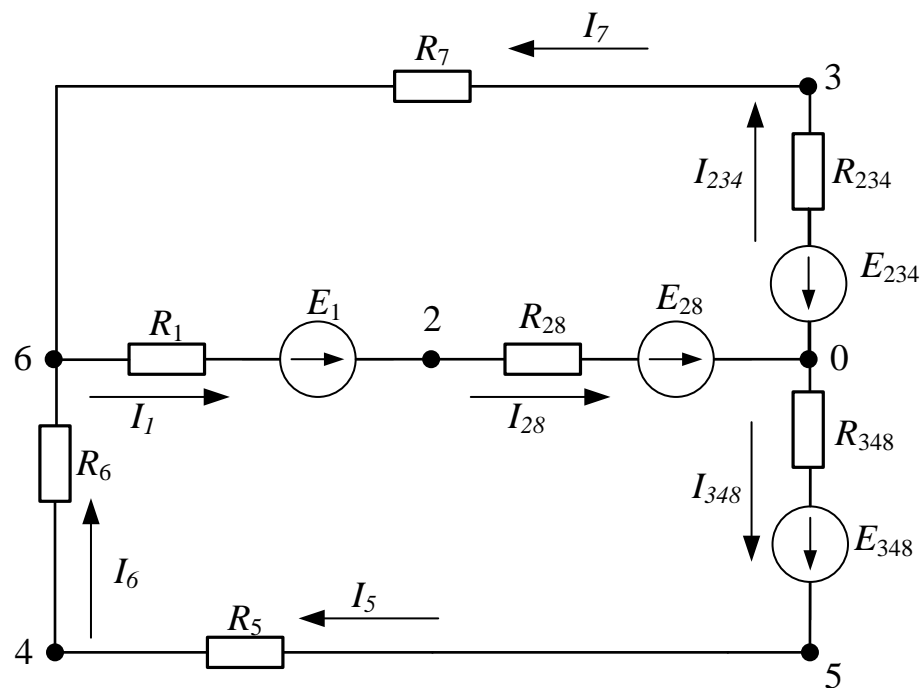


Рисунок 3

3. Метод двух узлов

Принимаем $\varphi_0 = 0$ и находим узловое напряжение U_{06} .

$$U_{06} \cdot g_{66} = J_{11} - J_{55} - J_{77}$$

Находим узловые токи:

$$J_{11} = \frac{E_1 + E_{28}}{R_1 + R_{28}} = 3,721 \text{ A}$$

$$J_{55} = \frac{E_{348}}{R_5 + R_6 + R_{348}} = 2,678 \text{ A}$$

$$J_{77} = \frac{-E_{234}}{R_7 + R_{234}} = -2,793 \text{ A}$$

Определяем собственную проводимость:

$$g_{66} = \frac{1}{R_7 + R_{234}} + \frac{1}{R_1 + R_{28}} + \frac{1}{R_5 + R_6 + R_{348}} = 0,008 \frac{1}{\text{Ом}}$$

Определяем напряжение U_{06} :

$$U_{06} = \frac{J_{11} - J_{55} - J_{77}}{g_{66}} = 475,031 \text{ В}$$

4. Нахождение токов и исходной схеме

Найдем токи в ветвях I_1 , I_5 и I_7 на основании закона Ома:

$$I_1 = \frac{E_1 + E_{28} - U_{06}}{R_1 + R_{28}} = 2,018 \text{ А}$$

$$I_5 = \frac{E_{348} + U_{06}}{R_5 + R_6 + R_{348}} = 3,354 \text{ А}$$

$$I_7 = \frac{-E_{234} + U_{06}}{R_7 + R_{234}} = -1,336 \text{ А}$$

Определяем напряжение между узлами 2, 3 и 2, 5:

$$U_{23} = I_1 \cdot R_{28} + I_7 \cdot R_{234} - E_{28} + E_{234} = 665,081 \text{ В}$$

$$U_{25} = I_1 \cdot R_{28} + I_5 \cdot R_{348} - E_{28} - E_{348} = -964,103 \text{ В}$$

Определим токи I_2 и I_8 :

$$I_2 = \frac{U_{23}}{R_2} = 1,415 \text{ А}$$

$$I_8 = \frac{U_{25}}{R_8} = -1,397 \text{ А}$$

Определим оставшиеся токи, используя первый закон Кирхгофа:

$$I_6 = I_5 = 3,354 \text{ А}$$

$$I_3 = I_2 - I_7 + J_2 - J_3 = -1,249 \text{ А}$$

$$I_4 = I_3 + J_3 = 4,751 \text{ А}$$

5. Нахождение напряжения между узлами 4 и 2

$$U_{42} = I_6 \cdot R_6 + I_1 \cdot R_1 - E_1 = 25,033 \text{ В}$$

6. Баланс мощностей

Составим баланс мощностей:

Найдём мощность источников энергии:

$$P_{ист} = E_1 \cdot I_1 - J_2 \cdot I_2 \cdot R_2 + E_3 \cdot I_3 + J_3 \cdot (E_3 - I_3 \cdot R_3) + E_4 \cdot I_4 = \\ = 11529,69 \text{ Вт}$$

Найдём мощность приёмников энергии:

$$P_{пр} = I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 + I_6^2 \cdot R_6 + \\ + I_7^2 \cdot R_7 + I_8^2 \cdot R_8 = 11529,69 \text{ Вт}$$

Поскольку мощность источников энергии равна мощности приемников энергии, то баланс мощностей выполняется.

7. Метод законов Кирхгофа

Число уравнений для законов Кирхгофа определяем по формулам:

$$N_{ур. уз} = N_{уз} - 1 = 6 - 1 = 5$$

$$N_{ур. к} = N_{в} - N_{уз} + 1 - N_I = 10 - 6 + 1 - 2 = 3$$

Выбор контуров указан на рисунке 4:

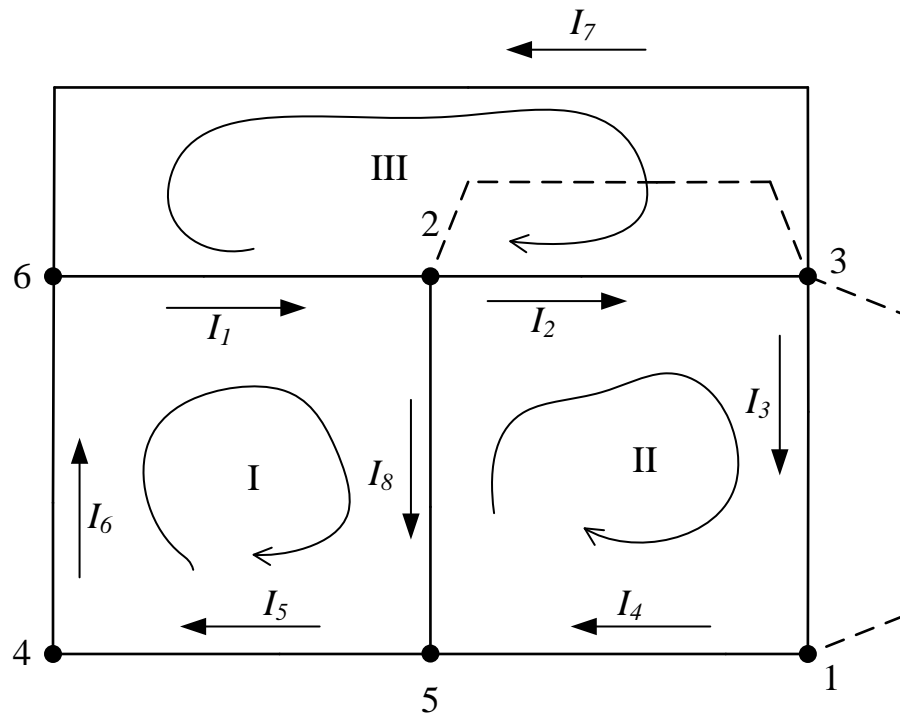


Рисунок 4

Составляем систему уравнений:

$$\begin{cases} I_3 + J_3 = I_4 - 1 \text{ узел} \\ I_1 = I_2 + J_2 + I_8 - 2 \text{ узел} \\ I_2 + J_2 = I_3 + J_3 + I_7 - 3 \text{ узел} \\ I_5 = I_6 - 4 \text{ узел} \\ I_8 + I_4 = I_5 - 5 \text{ узел} \\ I_1 \cdot R_1 + I_8 \cdot R_8 + I_5 \cdot R_5 + I_6 \cdot R_6 = E_1 - \text{I контур} \\ I_2 \cdot R_2 + I_3 \cdot R_3 + I_4 \cdot R_4 - I_8 \cdot R_8 = E_3 + E_4 - \text{II контур} \\ -I_7 \cdot R_7 - I_2 \cdot R_2 - I_1 \cdot R_1 = -E_1 - \text{III контур} \end{cases}$$

Решение системы уравнений приведено в приложении А:

$$\begin{aligned} I_1 &= 2,018 \text{ A} \\ I_2 &= 1,415 \text{ A} \\ I_3 &= -1,249 \text{ A} \\ I_4 &= 4,751 \text{ A} \\ I_5 &= 3,354 \text{ A} \\ I_6 &= 3,354 \text{ A} \\ I_7 &= -1,336 \text{ A} \\ I_8 &= -1,397 \text{ A} \end{aligned}$$

8. Метод контурных токов

Число уравнений находим по данной формуле:

$$N_{\text{ур.к}} = N_{\text{в}} - N_{\text{уз}} + 1 - N_{\text{I}} = 9 - 5 + 1 - 2 = 3.$$

Выбор контуров указан на рисунке 5.

Контурные токи I_{44} и I_{55} равны соответствующим источникам тока:

$$\begin{aligned} I_{44} &= J_2 = 1 \text{ A} \\ I_{55} &= J_3 = 1 \text{ A} \end{aligned}$$


$$\begin{cases} I_{11} \cdot (R_1 + R_8 + R_5 + R_6) - I_{22} \cdot R_8 - I_{33} \cdot R_1 = E_1 \\ I_{22} \cdot (R_2 + R_3 + R_4 + R_8) - I_{11} \cdot R_8 - I_{33} \cdot R_2 - I_{44} \cdot R_2 - I_{55} \cdot R_3 = E_3 + E_4 \\ I_{33} \cdot (R_1 + R_7 + R_2) - I_{11} \cdot R_1 - I_{22} \cdot R_2 + I_{44} \cdot R_2 = -E_1 \end{cases}$$
$$I_{33} = 1,336 \text{ A}$$
$$I_4 = I_{22} = 4,751 \text{ A}$$

$$I_5 = I_{11} = 3,354 \text{ A}$$

$$I_6 = I_{11} = 3,354 \text{ A}$$

$$I_7 = -I_{33} = -1,336 \text{ A}$$

$$I_8 = I_{11} - I_{22} = -1,397 \text{ A}$$

9. Метод узловых напряжений

Число уравнений, составляемых по методу узловых напряжений, равно:

$$N_{yp} = N_y - 1 - N_{ЭДС} = 5 - 1 - 0 = 4$$

Базисный узел $\varphi_2 = 0 \text{ В}$, искомые узловые напряжения – U_{12} , U_{32} , U_{52} , U_{62} .

Схема для решения методом узловых напряжений представлена на рисунке 6:

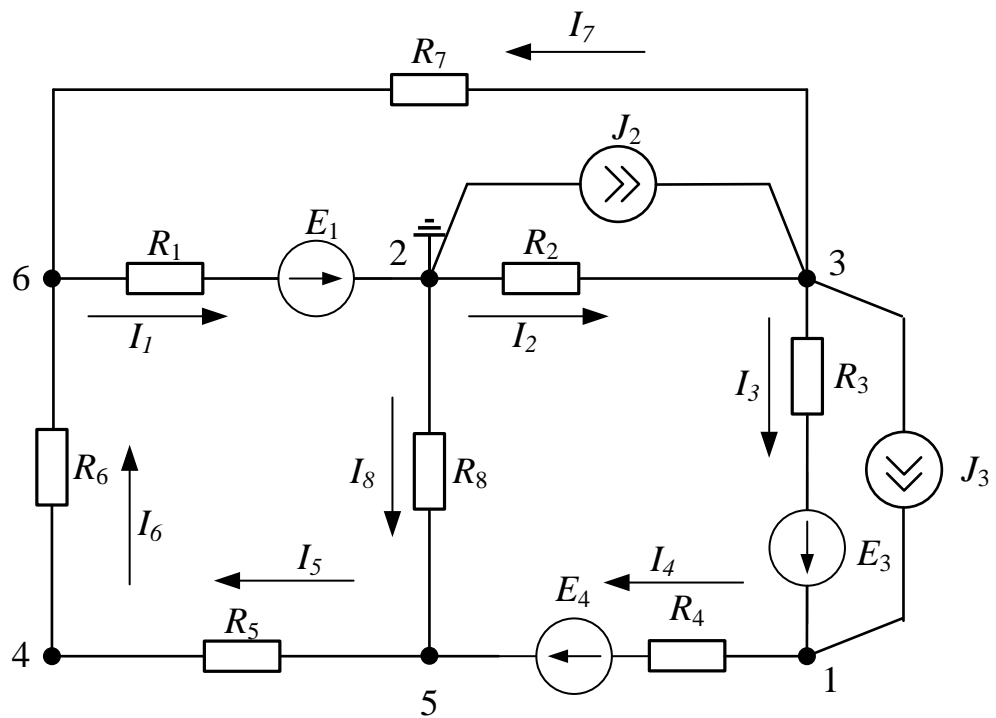


Рисунок 6

Составим систему уравнений для неизвестных узловых напряжений:

$$\begin{cases} U_{12} \cdot \left(\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_3} \right) - U_{32} \cdot \frac{1}{R_3} - U_{52} \cdot \frac{1}{R_4} = J_3 + \frac{E_3}{R_3} - \frac{E_4}{R_4} \\ U_{32} \cdot \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_7} \right) - U_{12} \cdot \frac{1}{R_3} - U_{62} \cdot \frac{1}{R_7} = J_2 - J_3 - \frac{E_3}{R_3} \\ U_{52} \cdot \left(\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5 + R_6} + \frac{1}{R_8} \right) - U_{12} \cdot \frac{1}{R_4} - U_{62} \cdot \frac{1}{R_5 + R_6} = \frac{E_4}{R_4} \\ U_{62} \cdot \left(\frac{1}{R_5 + R_6} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_7} \right) - U_{52} \cdot \frac{1}{R_6 + R_5} - U_{32} \cdot \frac{1}{R_7} = \frac{-E_1}{R_1} \end{cases}$$

Решение системы уравнений приведено в приложении В.

Решив систему уравнений, получили следующие значения узловых напряжений:

$$U_{12} = 634,232 \text{ В}$$

$$U_{32} = -665,081 \text{ В}$$

$$U_{52} = 964,103 \text{ В}$$

$$U_{62} = -478,04 \text{ В}$$

Находим токи в узлах с помощью закона Ома:

$$I_1 = \frac{U_{62} + E_1}{R_1} = 2,018 \text{ А}$$

$$I_2 = \frac{-U_{32}}{R_2} = 1,415 \text{ А}$$

$$I_3 = \frac{U_{32} - U_{12} + E_3}{R_3} = -1,249 \text{ А}$$

$$I_4 = \frac{U_{12} - U_{52} + E_4}{R_4} = 4,751 \text{ А}$$

$$I_5 = \frac{U_{52} - U_{62}}{R_5 + R_6} = 3,354 \text{ А}$$

$$I_6 = I_5 = 3,354 \text{ А}$$

$$I_7 = \frac{U_{32} - U_{62}}{R_7} = -1,336 \text{ А}$$

$$I_8 = \frac{-U_{52}}{R_8} = -1,397 \text{ А}$$

10. Метод эквивалентного генератора

Исключаем сопротивление R_3 и получаем следующую цепь (рис. 7):

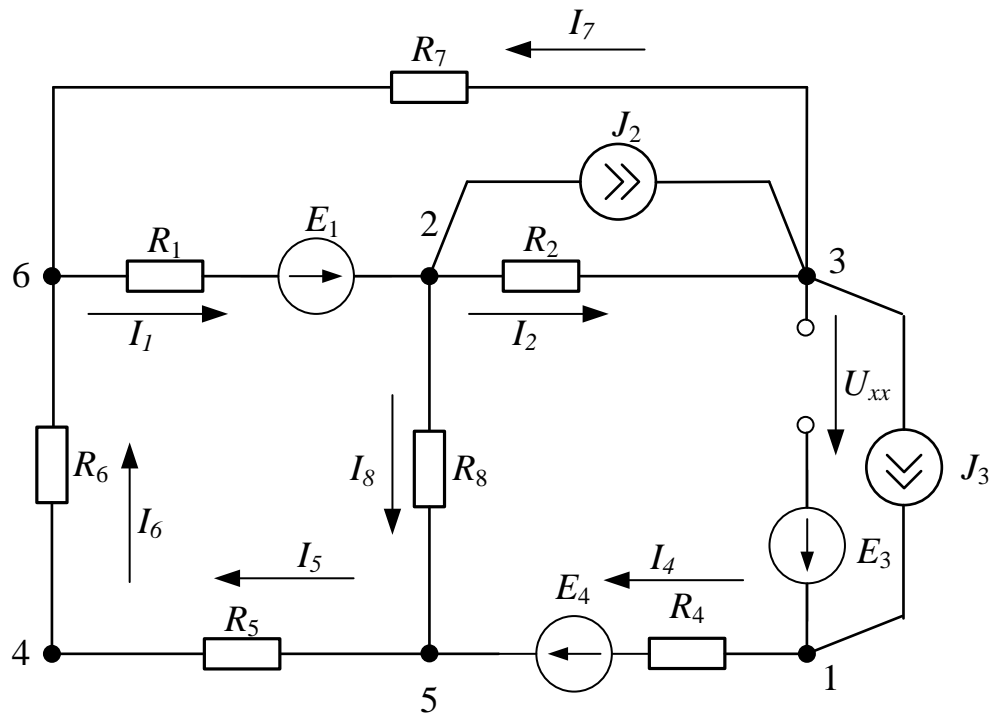


Рисунок 7

Находим токи с помощью метода контурных токов. Для этого выберем контуры, которые показаны на рисунке 8.

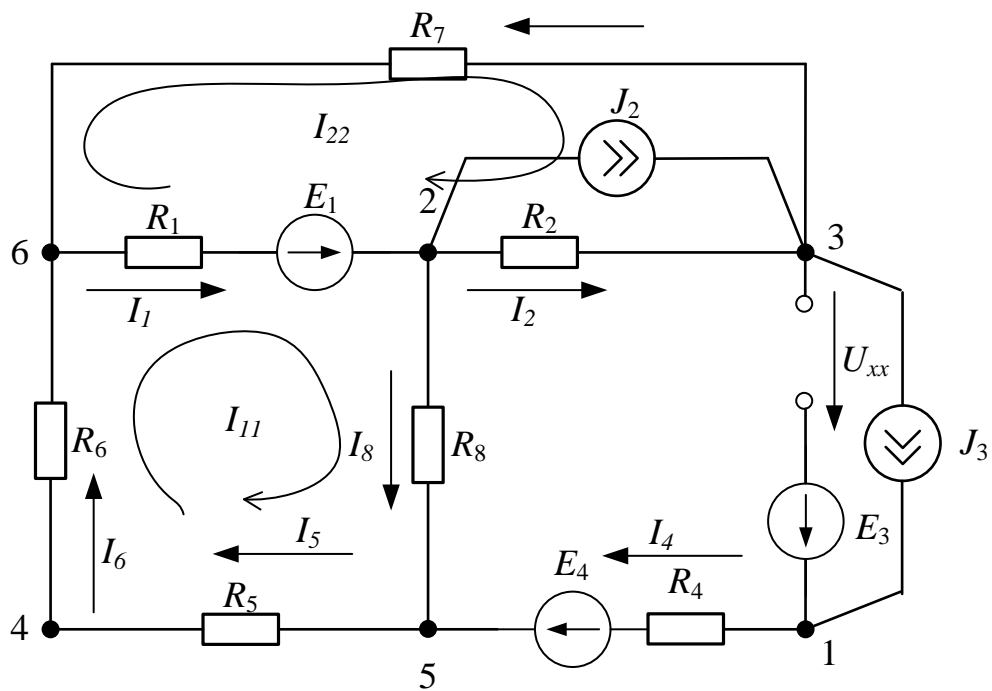


Рисунок 8

Составляем систему уравнений:

$$\begin{cases} I_{11} \cdot (R_1 + R_8 + R_5 + R_6) + I_{22} \cdot R_1 = E_1 + J_3 \cdot R_8 \\ I_{22} \cdot (R_1 + R_2 + R_7) + I_{11} \cdot R_1 = E_1 + J_2 \cdot R_2 - J_3 \cdot R_2 \end{cases}$$

Решение системы уравнений:

$$I_{11} = 4,138 \text{ A}$$

$$I_{22} = -2,271 \text{ A}$$

Находим напряжение холостого хода:

$$U_{xx} = I_{11} \cdot R_8 - I_{22} \cdot R_2 + J_2 \cdot R_2 + E_3 - J_3 \cdot R_2 - J_3 \cdot R_4 - J_3 \cdot R_8 + E_4 = -1417,321 \text{ В}$$

Найдем $R_{\text{экв}}$, для этого преобразуем схему в пассивную (рис. 9).

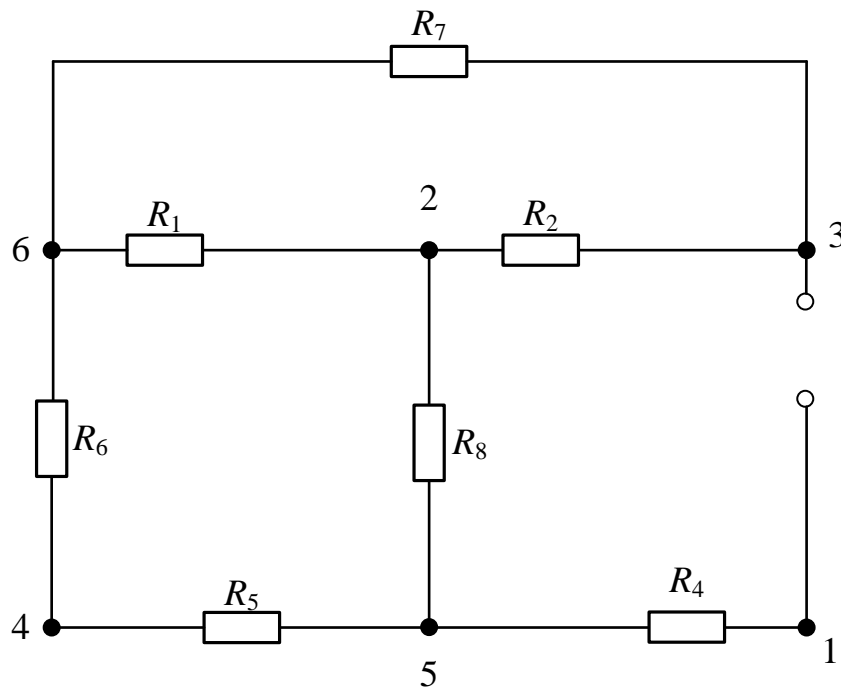


Рисунок 9

Преобразуем треугольник R_1 - R_8 - R_5 в эквивалентную звезду (рис. 10)

$$R_{18} = \frac{R_1 \cdot R_8}{R_1 + R_8 + R_5 + R_6} = 61,707 \text{ Ом}$$

$$R_{156} = \frac{R_1 \cdot (R_5 + R_6)}{R_1 + R_8 + R_5 + R_6} = 38,455 \text{ Ом}$$

$$R_{568} = \frac{R_8 \cdot (R_5 + R_6)}{R_1 + R_8 + R_5 + R_6} = 241,22 \text{ Ом}$$

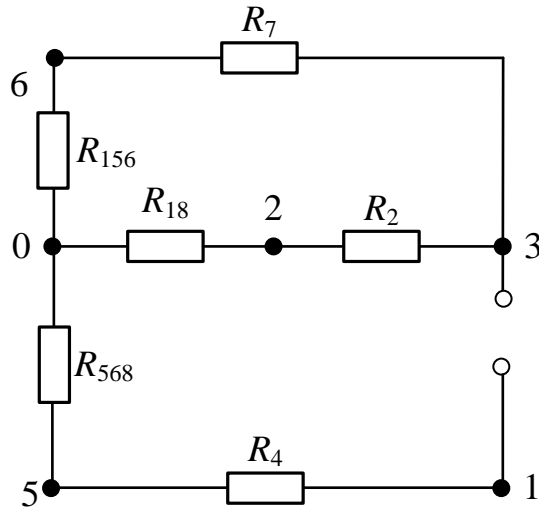


Рисунок 10

Рассчитаем $R_{\text{экв}}$:

$$R_{\text{экв}} = \frac{(R_7 + R_{156}) \cdot (R_{18} + R_2)}{R_7 + R_{156} + R_{18} + R_2} + R_{568} + R_4 = 494,831 \text{ Ом}$$

Находим I_3 по формуле:

$$I_3 = \frac{U_{\text{xx}}}{R_{\text{экв}} + R_3} = -1,249 \text{ А}$$

Результаты расчета занесены в таблицу 2:

Таблица 2 – Результаты расчетов

$I_1,$ А	$I_2,$ А	$I_3,$ А	$I_4,$ А	$I_5,$ А	$I_6,$ А	$I_7,$ А	$I_8,$ А	$U_{42},$ В	$U_{\text{xx}},$ В	$R_{\text{ген}},$ Ом	$P,$ Вт
2,018	1,415	-1,249	4,751	3,354	3,354	-1,336	-1,397	25,033	-1417,32	494,831	11529,69

11. Построение потенциальной диаграммы

Построим потенциальную по контуру по контуру 6-62-2-3-31-51-5-4-6 (рис. 11)

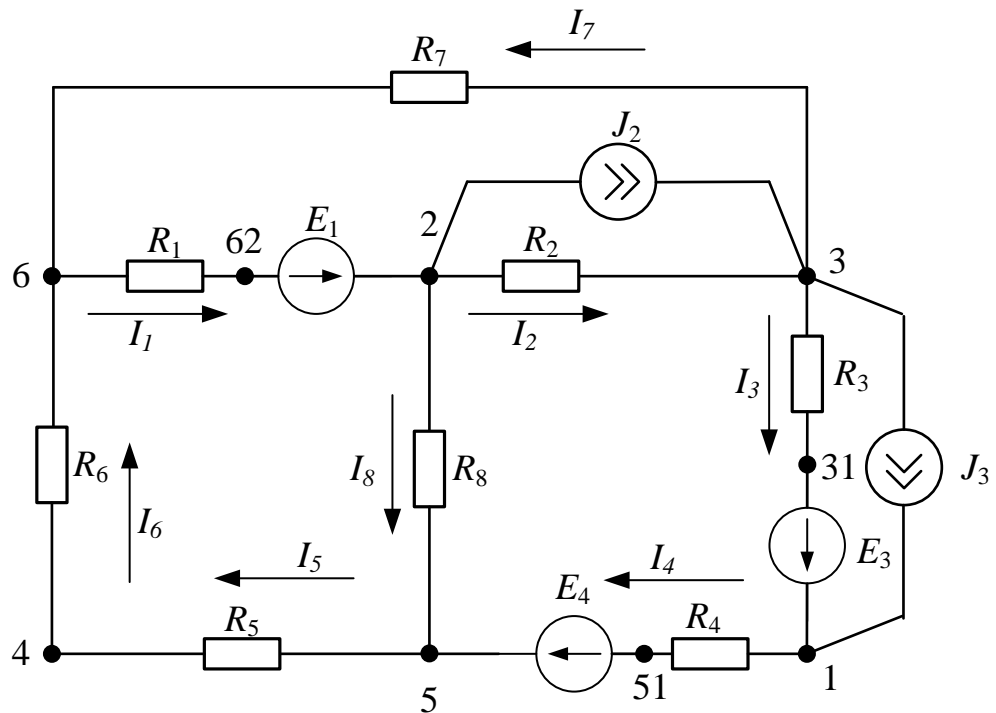


Рисунок 11

Найдем потенциалы узлов по следующим формулам:

$$\varphi_6 = 0 \text{ В}$$

$$\varphi_{62} = \varphi_6 - I_1 \cdot R_1 = -221,96 \text{ В}$$

$$\varphi_2 = \varphi_{62} + E_1 = 478,04 \text{ В}$$

$$\varphi_3 = \varphi_2 - I_2 \cdot R_2 = -187,041 \text{ В}$$

$$\varphi_{31} = \varphi_3 - I_3 \cdot R_3 = 612,272 \text{ В}$$

$$\varphi_1 = \varphi_{31} + E_3 = 1112,272 \text{ В}$$

$$\varphi_{51} = \varphi_1 - I_4 \cdot R_4 = 542,144 \text{ В}$$

$$\varphi_5 = \varphi_{51} + E_4 = 1442,144 \text{ В}$$

$$\varphi_4 = \varphi_5 - I_5 \cdot R_5 = 503,073 \text{ В}$$

$$\varphi_6 = \varphi_2 - I_6 \cdot R_6 = 0 \text{ В}$$

Потенциальная диаграмма изображена на рисунке 12:

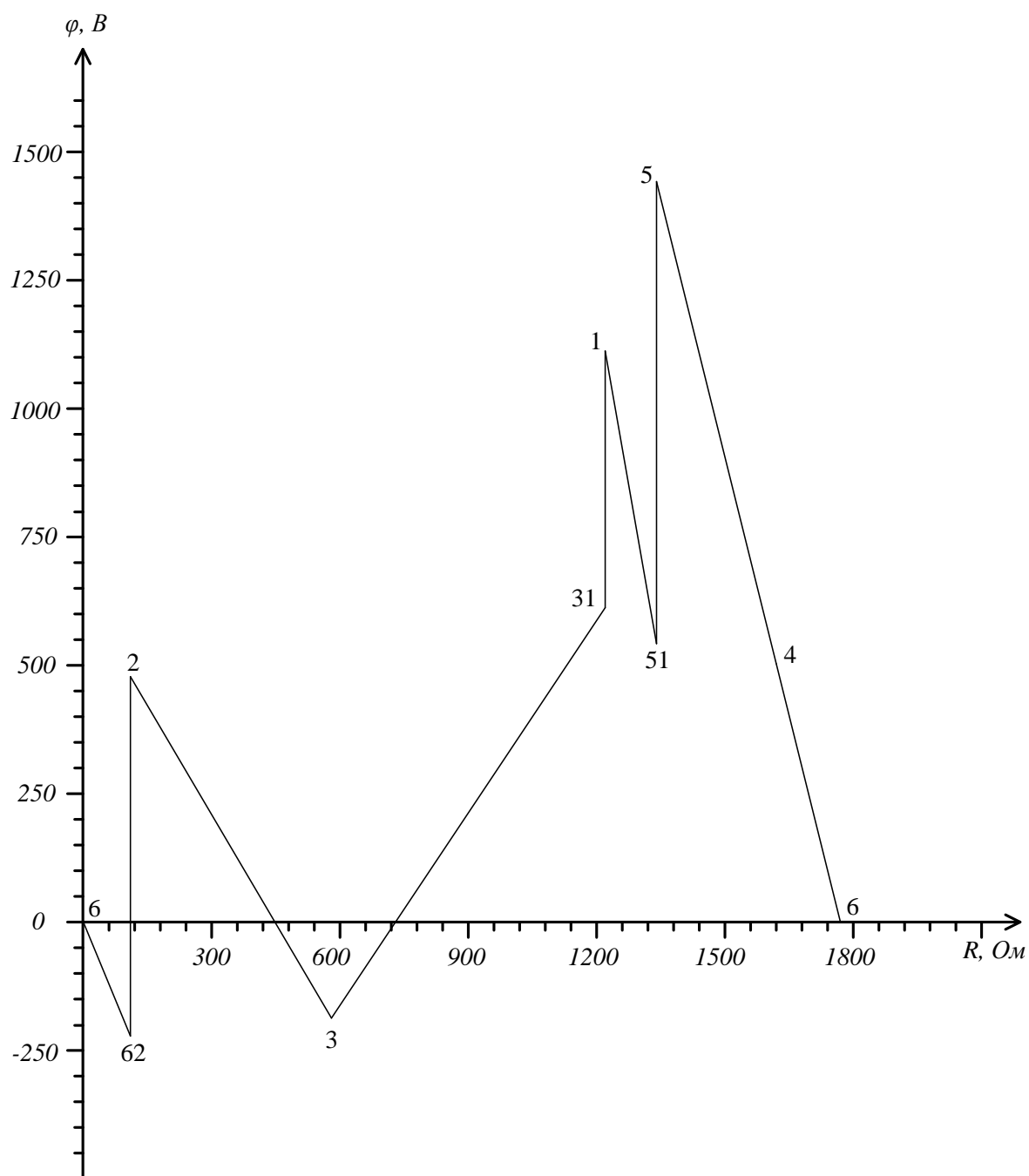


Рисунок 12

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Определение токов методом законов Кирхгофа (расчеты MATHCAD)

	$E1 := 700$	$J2 := 2$	$R1 := 110$	$R5 := 280$
	$E3 := 500$	$J3 := 6$	$R2 := 470$	$R6 := 150$
	$E4 := 900$		$R3 := 640$	$R7 := 140$
			$R4 := 120$	$R8 := 690$
Ограничающие приближения	$I1 := 0$	$I5 := 0$		
	$I2 := 0$	$I6 := 0$		
	$I3 := 0$	$I7 := 0$		
	$I4 := 0$	$I8 := 0$		
Ограничивающие уравнения	$I3 + J3 = I4$	$I8 + I4 = I5$		
	$I1 = I2 + J2 + I8$	$I1 \cdot R1 + I8 \cdot R8 + I5 \cdot R5 + I6 \cdot R6 = E1$		
	$I2 + J2 = I3 + J3 + I7$	$I2 \cdot R2 + I3 \cdot R3 + I4 \cdot R4 - I8 \cdot R8 = E3 + E4$		
	$I5 = I6$	$-I1 \cdot R1 - I2 \cdot R2 - I7 \cdot R7 = -E1$		
Решатель	$\begin{bmatrix} I1 \\ I2 \\ I3 \\ I4 \\ I5 \\ I6 \\ I7 \\ I8 \end{bmatrix}$	$:= \text{find}(I1, I2, I3, I4, I5, I6, I7, I8) =$	$\begin{bmatrix} 2.018 \\ 1.415 \\ -1.249 \\ 4.751 \\ 3.354 \\ 3.354 \\ -1.336 \\ -1.397 \end{bmatrix}$	

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Определение токов методом контурных токов (расчеты MATHCAD)

	$E1 := 700$	$J2 := 2$	$R1 := 110$	$R5 := 280$
	$E3 := 500$	$J3 := 6$	$R2 := 470$	$R6 := 150$
	$E4 := 900$		$R3 := 640$	$R7 := 140$
			$R4 := 120$	$R8 := 690$
Ограничения	$I11 := 0$			
	$I22 := 0$			
	$I33 := 0$			
	$I44 := 0$			
	$I55 := 0$			
Решатель	$I44 = J2$			
	$I55 = J3$			
	$I11 \cdot (R1 + R8 + R5 + R6) - I22 \cdot R8 - I33 \cdot R1 = E1$			
	$I22 \cdot (R2 + R3 + R4 + R8) - I11 \cdot R8 - I33 \cdot R2 - I44 \cdot R2 - I55 \cdot R3 = E3 + E4$			
	$I33 \cdot (R7 + R2 + R1) - I11 \cdot R1 - I22 \cdot R2 + I44 \cdot R2 = -E1$			
$\begin{bmatrix} I11 \\ I22 \\ I33 \\ I44 \\ I55 \end{bmatrix} := \text{find}(I11, I22, I33, I44, I55) =$				$\begin{bmatrix} 3.354 \\ 4.751 \\ 1.336 \\ 2 \\ 6 \end{bmatrix}$
$I1 := I11 - I33 = 2.018$				$I5 := I11 = 3.354$
$I2 := I22 - I33 - I44 = 1.415$				$I6 := I11 = 3.354$
$I3 := I22 - I55 = -1.249$				$I7 := -I33 = -1.336$
$I4 := I22 = 4.751$				$I8 := I11 - I22 = -1.397$

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Определение токов методом узловых напряжений (расчеты MATHCAD)

$E1 := 700$	$J2 := 2$	$R1 := 110$	$R5 := 280$
$E3 := 500$	$J3 := 6$	$R2 := 470$	$R6 := 150$
$E4 := 900$		$R3 := 640$	$R7 := 140$
		$R4 := 120$	$R8 := 690$
<div> <div>Ограничения</div> <div>Начальные приближения</div> </div> $ \begin{aligned} U12 &:= 0 \\ U32 &:= 0 \\ U52 &:= 0 \\ U62 &:= 0 \end{aligned} $			
<div> <div>Решатель</div> </div> $ \begin{aligned} &U12 \cdot \left(\frac{1}{R4} + \frac{1}{R3} \right) - U32 \cdot \frac{1}{R3} - U52 \cdot \frac{1}{R4} = J3 + \frac{E3}{R3} - \frac{E4}{R4} \\ &U32 \cdot \left(\frac{1}{R3} + \frac{1}{R2} + \frac{1}{R7} \right) - U12 \cdot \frac{1}{R3} - U62 \cdot \frac{1}{R7} = J2 - J3 - \frac{E3}{R3} \\ &U52 \cdot \left(\frac{1}{R4} + \frac{1}{R5 + R6} + \frac{1}{R8} \right) - U12 \cdot \frac{1}{R4} - U62 \cdot \frac{1}{R5 + R6} = \frac{E4}{R4} \\ &U62 \cdot \left(\frac{1}{R6 + R5} + \frac{1}{R1} + \frac{1}{R7} \right) - U52 \cdot \frac{1}{R6 + R5} - U32 \cdot \frac{1}{R7} = \frac{-E1}{R1} \end{aligned} $ $ \begin{bmatrix} U12 \\ U32 \\ U52 \\ U62 \end{bmatrix} := \text{find}(U12, U32, U52, U62) = \begin{bmatrix} 634.232 \\ -665.081 \\ 964.103 \\ -478.04 \end{bmatrix} $			
$I1 := \frac{U62 + E1}{R1} = 2.018$	$I5 := \frac{U52 - U62}{R5 + R6} = 3.354$		
$I2 := \frac{-U32}{R2} = 1.415$	$I6 := I5 = 3.354$		
$I3 := \frac{U32 - U12 + E3}{R3} = -1.249$	$I7 := \frac{U32 - U62}{R7} = -1.336$		
$I4 := \frac{U12 - U52 + E4}{R4} = 4.751$	$I8 := \frac{-U52}{R8} = -1.397$		