

Рис.1 - исходная схема

$R_1=110 \text{ Ом}$ $R_2=470 \text{ Ом}$ $R_3=640 \text{ Ом}$ $R_4=120 \text{ Ом}$ $R_5=280 \text{ Ом}$ $R_6=150 \text{ Ом}$ $R_7=140 \text{ Ом}$ $R_8=690 \text{ Ом}$
 $E_1=700 \text{ В}$ $E_3=500 \text{ В}$ $E_4=900 \text{ В}$
 $J_2=2 \text{ А}$ $J_3=6 \text{ А}$

Расчёт токов методом преобразования

На схеме рис.1 преобразуем источник тока J_3 в источник напряжения E_{03} :

$$E_{03} = R_3 * J_3 = 6 * 640 = 3840 \text{ (В)}$$

Преобразуем источники напряжения E_3 , E_4 , E_{03} в источник тока J_{34} :

$$J_{34} = (E_3 + E_4 + E_{03}) / (R_3 + R_4) = (500 + 900 + 3840) / (640 + 120) = 6.895 \text{ (А)}$$

Преобразуем треугольник R_2 , R_3 , R_4 , R_8 в звезду:

$$R_{234} = R_2 * (R_3 + R_4) / (R_2 + R_3 + R_4 + R_8) = 470 * (640 + 120) / (470 + 640 + 120 + 690) = 186.042 \text{ (Ом)}$$

$$R_{348} = R_8 * (R_3 + R_4) / (R_2 + R_3 + R_4 + R_8) = 690 * (640 + 120) / (470 + 640 + 120 + 690) = 273.125 \text{ (Ом)}$$

$$R_{28} = R_2 * R_8 / (R_2 + R_3 + R_4 + R_8) = 470 * 690 / (470 + 640 + 120 + 690) = 168.906 \text{ (Ом)}$$

После преобразований получим схему в виде:

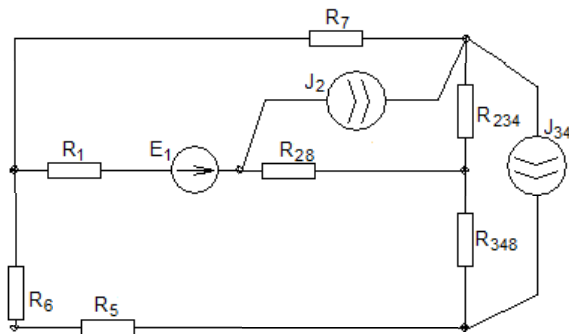


Рис.2

В схеме рис.2 преобразуем все источники тока в источники напряжения и получим двухконтурную схему:

$$E_{28} = J_2 * R_{28} = 2 * 168.906 = 337.813 \text{ (В)}$$

$$E_{234} = J_{34} * R_{234} - J_2 * R_{234} = 6.895 * 186.042 - 2 * 186.042 = 910.625 \text{ (В)}$$

$$E_{348} = J_{34} * R_{348} = 6.895 * 273 = 1883.125 \text{ (В)}$$

После преобразований получим двухконтурную схему в виде:

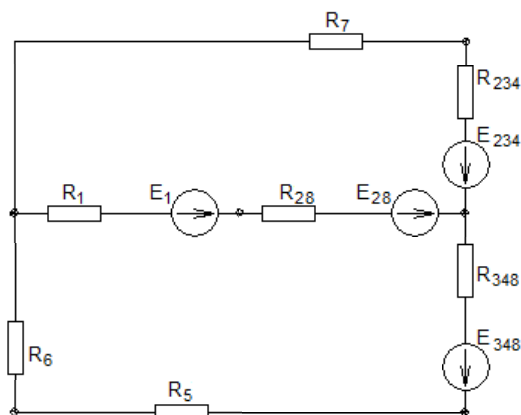


Рис.3

Далее целесообразно использовать метод узловых напряжений.

Для определения напряжения U_{06} необходимо составить одно уравнение:

$$U_{06} / g_{66} = J_{11} - J_{55} - J_{77}$$

Определим узловые токи для узла 0:

$$J_{11} = (E_1 + E_{28}) / (R_1 + R_{28}) = (700 + 337.813) / (110 + 168.906) = 3.721 \text{ (A)}$$

$$J_{55} = (E_{348}) / (R_5 + R_6 + R_{348}) = (1883.125) / (280 + 150 + 273.125) = 2.678 \text{ (A)}$$

$$J_{77} = (-E_{234}) / (R_7 + R_{234}) = (-910.625) / (140 + 186.042) = -2.793 \text{ (A)}$$

Определим собственную (узловую) проводимость узла 0:

$$g_{66} = 1 / (R_7 + R_{234}) + 1 / (R_1 + R_{28}) + 1 / (R_5 + R_6 + R_{348}) = 1 / (140 + 186.042) + 1 / (110 + 168.906) + 1 / (280 + 150 + 273.125) = 0.008 \text{ (См)}$$

Определим напряжение U_{06} :

$$U_{06} = (J_{11} - J_{55} - J_{77}) / g_{66} = (3.721 - 2.678 - -2.793) / 0.008 = 475.031 \text{ (В)}$$

Найдём токи в ветвях I_1 , I_5 и I_7 на основании закона Ома:

$$I_1 = (E_1 + E_{28} - U_{06}) / (R_1 + R_{28}) = (700 + 337.813 - 475.031) / (110 + 168.906) = 2.018 \text{ (A)}$$

$$I_5 = (E_{348} + U_{06}) / (R_5 + R_6 + R_{348}) = (1883.125 + 475.031) / (280 + 150 + 273.125) = 3.354 \text{ (A)}$$

$$I_7 = (-E_{234} + U_{06}) / (R_7 + R_{234}) = (-910.625 + 475.031) / (140 + 186.042) = -1.336 \text{ (A)}$$

По схеме рис.3 определим напряжения между узлами 2, 3 и 2, 5

$$U_{23} = I_1 * R_{28} + I_7 * R_{234} - E_{28} + E_{234} = 2.018 * 168.906 + -1.336 * 186.042 - 337.813 + 910.625 = 665.081 \text{ (В)}$$

$$U_{25} = I_1 * R_{28} + I_5 * R_{348} - E_{28} - E_{348} = 2.018 * 168.906 + 3.354 * 273.125 - 337.813 - 1883.125 = -964.103 \text{ (В)}$$

Определим токи I_2 , I_8 (см. рис.1):

$$I_2 = U_{23} / R_2 = 665.081 / 470 = 1.415 \text{ (A)}$$

$$I_8 = U_{25} / R_8 = -964.103 / 690 = -1.397 \text{ (A)}$$

Для определения оставшихся неизвестных токов составим уравнения по первому закону Кирхгофа (см. рис.1):

$$I_6 = I_5 = 3.354 \text{ (A)}$$

$$I_3 = I_2 - I_7 + J_2 - J_3 = 1.415 - -1.336 + 2 - 6 = -1.249 \text{ (A)}$$

$$I_4 = I_3 + J_3 = -1.249 + 6 = 4.751 \text{ (A)}$$

Составление баланса мощностей:

Мощность, выделяемая в активных сопротивлениях всегда положительна и равна $P = I^2 * R$:

$$P_{пр} = I_1^2 * R_1 + I_2^2 * R_2 + I_3^2 * R_3 + I_4^2 * R_4 + I_5^2 * R_5 + I_6^2 * R_6 + I_7^2 * R_7 + I_8^2 * R_8 = 2.018^2 * 110 + 1.415^2 * 470 + -1.249^2 * 640 + 4.751^2 * 120 + 3.354^2 * 280 + 3.354^2 * 150 + -1.336^2 * 140 + -1.397^2 * 690 = 11529.69 \text{ (Вт)}$$

Общая мощность источников ЭДС и источников тока:

$$P_{ист} = E_1 * I_1 + -J_2 * I_2 * R_2 + E_3 * I_3 + J_3 * (E_3 - I_3 * R_3) + E_4 * I_4 = 700 * 2.018 + -2 * 1.415 * 470 + 500 * -1.249 + 6 * (500 - -1.249 * 640) + 900 * 4.751 = 11529.69 \text{ (Вт)}$$

Определение тока в ветви с сопротивлением методом эквивалентного генератора напряжения

Определим напряжение эквивалентного генератора напряжения, для чего исключим сопротивление R_3 из исходной схемы и получим схему на рис.4. Методом контурных токов определим токи в ветвях схемы.

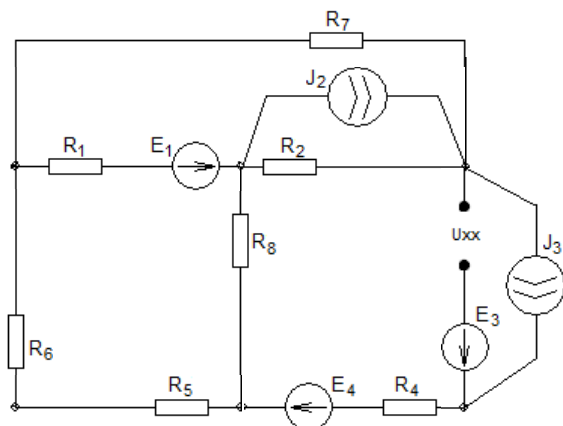


Рис.4

Уравнения имеют вид:

$$J_{11} * (R_1 + R_8 + R_5 + R_6) + J_{22} * R_1 = E_1 + J_3 * R_8$$

$$J_{22} * (R_1 + R_2 + R_7) + J_{11} * R_1 = E_1 + J_2 * R_2 - J_3 * R_2$$

После подстановки численных значений получается система уравнений:

$$J_{11} * (110 + 690 + 280 + 150) + J_{22} * 110 = 700 + 6 * 690$$

$$J_{22} * (110 + 470 + 140) + J_{11} * 110 = 700 + 2 * 470 - 6 * 470$$

$$J_{11} * 1230 + J_{22} * 110 = 4840$$

$$J_{22} * 720 + J_{11} * 110 = -1180$$

отсюда:

$$J_{11} = 4.138 \text{ (A)} \quad J_{22} = -2.271 \text{ (A)}$$

Значения этих токов дают возможность определить напряжение U_{xx} :

$$U_{xx} = J_{11} * R_8 - J_{22} * R_2 + J_2 * R_2 + E_3 - J_3 * R_2 - J_3 * R_4 - J_3 * R_8 + E_4 =$$

$$= 4.138 * 690 - (-2.271) * 470 + 2 * 470 + 500 - 6 * 470 - 6 * 120 - 6 * 690 + 900 = -1417.321 \text{ (В)}$$

Далее, закоротив источники ЭДС и разомкнув ветви с источниками тока, находим эквивалентное сопротивление схемы относительно зажимов:

$$R_{18} = R_1 * R_8 / (R_1 + R_5 + R_6 + R_8) = 110 * 690 / (110 + 280 + 150 + 690) = 61.707 \text{ (Ом)}$$

$$R_{156} = R_1 * (R_5 + R_6) / (R_1 + R_5 + R_6 + R_8) = 110 * (280 + 150) / (110 + 280 + 150 + 690) = 38.455 \text{ (Ом)}$$

$$R_{568} = R_8 * (R_5 + R_6) / (R_1 + R_5 + R_6 + R_8) = 690 * (280 + 150) / (110 + 280 + 150 + 690) = 241.22 \text{ (Ом)}$$

$$R_{\text{ген}} = (R_7 + R_{156}) * (R_{18} + R_2) / (R_7 + R_{156} + R_{18} + R_2) + R_{568} + R_4 =$$

$$= (140 + 38.455) * (61.707 + 470) / (140 + 38.455 + 61.707 + 470) + 241.22 + 120 = 494.831 \text{ (Ом)}$$

Определим ток в искомой ветви схемы (см. рис.4) по формуле:

$$I_3 = U_{xx} / (R_{\text{ген}} + R_3)$$

$$I_3 = -1417.321 / (494.831 + 640) = -1.249 \text{ (A)}$$

Определим напряжение между узлами 4 и 2:

$$U_{42} = I_6 * R_6 + I_1 * R_1 - E_1 =$$

$$= 3.354 * 150 + 2.018 * 110 - 700 = 25.033 \text{ (В)}$$

Ответы:

$$I_1 = 2.018 \text{ (A)} \quad I_2 = 1.415 \text{ (A)} \quad I_3 = -1.249 \text{ (A)} \quad I_4 = 4.751 \text{ (A)} \quad I_5 = 3.354 \text{ (A)} \quad I_6 = 3.354 \text{ (A)} \quad I_7 = -1.336 \text{ (A)} \quad I_8 = -1.397 \text{ (A)}$$

$$U_{xx} = -1417.321 \text{ (В)} \quad R_{\text{ген}} = 494.831 \text{ (Ом)} \quad I_3 = -1.249 \text{ (A)}$$

$$U_{42} = 25.033 \text{ (В)}$$

Построение потенциальной диаграммы:

$$a = 0$$

$$b = a - I_1 \cdot R_1 = -221.96$$

$$c = b + E_1 = 478.04$$

$$d = c - I_2 \cdot R_2 = -187.041$$

$$e = d - I_3 \cdot R_3 = 612.272$$

$$f = e + E_3 = 1112.272$$

$$g = f - I_4 \cdot R_4 = 542.144$$

$$h = g + E_4 = 1442.144$$

$$j = h - I_5 \cdot R_5 = 503.073$$

$$a = j - I_6 \cdot R_6 = 0$$

$$R_1 = 110$$

$$R_1 + R_2 = 580$$

$$R_1 + R_2 + R_3 = 1220$$

$$R_1 + R_2 + R_3 + R_4 = 1340$$

$$R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 = 1620$$

$$R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 + R_6 = 1770$$



Расчет цепи постоянного тока по уравнениям, описывающим цепь по законам Кирхгофа, в матричной форме

ORIGIN:=1 Задаём начало нумерации строк и столбцов с единицы.

Задаём численные значения параметров цепи:

$R_1=110 \text{ Ом}$ $R_2=470 \text{ Ом}$ $R_3=640 \text{ Ом}$ $R_4=120 \text{ Ом}$ $R_5=280 \text{ Ом}$ $R_6=150 \text{ Ом}$ $R_7=140 \text{ Ом}$ $R_8=690 \text{ Ом}$

$E_1=700 \text{ В}$ $E_3=500 \text{ В}$ $E_4=900 \text{ В}$ $E_8=0 \text{ В}$

$J_2=2 \text{ А}$ $J_3=6 \text{ А}$ $J_8=0 \text{ А}$

Записываем уравнения, описывающие цепь в матричном виде $Ax=B$, где:

A- квадратная матрица 8x8,

B- матрица- столбец правых частей,

x- матрица- столбец искомых токов.

$$A := \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ R_1 & 0 & 0 & 0 & R_5 & R_6 & 0 & R_8 \\ 0 & R_2 & R_3 & R_4 & 0 & 0 & 0 & -R_8 \\ R_1 & R_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_7 & 0 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} J_2 \\ 0 \\ J_2 + J_3 \\ 0 \\ 0 \\ E_1 \\ E_3 + E_4 \\ E_1 \end{pmatrix}$$

Выводим численные значения элементов матриц:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 110 & 0 & 0 & 0 & 280 & 150 & 0 & 690 \\ 0 & 470 & 640 & 120 & 0 & 0 & 0 & -690 \\ 110 & 470 & 0 & 0 & 0 & 0 & 140 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 4 \\ 0 \\ 0 \\ 700 \\ 1400 \\ 700 \end{pmatrix}$$

Находим неизвестные токи, умножая обратную матрицу A на матрицу B:

$x := A^{-1} * B$

Выводим численные значения найденных токов в виде вектора строки путём транспонирования x:

$x^T = (2.018 \ 1.415 \ -1.249 \ 4.751 \ 3.354 \ 3.354 \ -1.336 \ -1.397)$

Расчет цепи постоянного тока методом контурных токов в матричной форме:

ORIGIN:=1 Задаём начало нумерации строк и столбцов с единицы.

Задаём численные значения параметров цепи:

$$R_1=110 \text{ Ом} \quad R_2=470 \text{ Ом} \quad R_3=640 \text{ Ом} \quad R_4=120 \text{ Ом} \quad R_5=280 \text{ Ом} \quad R_6=150 \text{ Ом} \quad R_7=140 \text{ Ом} \quad R_8=690 \text{ Ом}$$

$$E_1=700 \text{ В} \quad E_3=500 \text{ В} \quad E_4=900 \text{ В} \quad E_8=0 \text{ А}$$

$$J_2=2 \text{ А} \quad J_3=6 \text{ А} \quad J_8=0 \text{ А}$$

$$E := \begin{pmatrix} 700 \\ 0 \\ 500 \\ 900 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad J := \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 6 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad R := \begin{pmatrix} 110 \\ 470 \\ 640 \\ 120 \\ 280 \\ 150 \\ 140 \\ 690 \end{pmatrix}$$

Выводим матрицы-столбцы исходных данных с целью проверки.

$RD := \text{diag}(R)$ Формируем диагональную матрицу RD из матрицы R:

$$RD := \begin{pmatrix} 110 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 470 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 640 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 120 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 280 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 150 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 140 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 690 \end{pmatrix}$$

Формируем узловую матрицу A и контурную матрицу B:

$$A := \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Находим контурные токи:

$$IK := (B * RD * B^T)^{-1} * (B * E + B * RD * J)$$

$$IK := \begin{pmatrix} 3.354 \\ 4.751 \\ -1.336 \end{pmatrix}$$

Определяем токи в сопротивлениях ветвей:

$$IR^T := B^T * IK - J \quad IR = (2.018 \quad 1.415 \quad -1.249 \quad 4.751 \quad 3.354 \quad 3.354 \quad -1.336 \quad -1.397)$$

Расчет цепи постоянного тока методом узловых напряжений в матричной форме:

ORIGIN:=1 Задаём начало нумерации строк и столбцов с единицы.

Задаём численные значения параметров цепи:

$$R_1=110 \text{ Ом} \quad R_2=470 \text{ Ом} \quad R_3=640 \text{ Ом} \quad R_4=120 \text{ Ом} \quad R_5=280 \text{ Ом} \quad R_6=150 \text{ Ом} \quad R_7=140 \text{ Ом} \quad R_8=690 \text{ Ом}$$

$$E_1=700 \text{ В} \quad E_3=500 \text{ В} \quad E_4=900 \text{ В} \quad E_8=0 \text{ А}$$

$$J_2=2 \text{ А} \quad J_3=6 \text{ А} \quad J_8=0 \text{ А}$$

Формируем узловую матрицу A и контурную матрицу B:

$$A := \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$RD := \text{diag}(R)$ Формируем диагональную матрицу RD из матрицы R.

$G := RD^{-1}$ Формируем обратную матрицу G из матрицы RD.

$$\Phi := (A * G * A^T)^{-1} * (-A * G * E - A * J) \quad \Phi := \begin{pmatrix} -634.23 \\ -1112.27 \\ -1299.31 \\ 329.87 \\ -609.2 \end{pmatrix} \quad \text{Определяем потенциалы всех узлов цепи по отношению к базисному.}$$

Определяем напряжения на всех ветвях цепи:

$$U := A^T * \Phi \quad U^T = (-478.04 \quad 665.081 \quad -1299.313 \quad -329.871 \quad 939.07 \quad 939.07 \quad 503.073 \quad -187.041 \quad -964.103)$$

Определяем токи в сопротивлениях ветвей:

$$IR := G * (U + E) \quad IR^T = (2.018 \quad 1.415 \quad -1.249 \quad 4.751 \quad 3.354 \quad 3.354 \quad -1.336 \quad -1.397)$$