

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»

Кафедра теоретических основ электротехники

Типовой расчет №1 по курсу: «Теория электрических цепей»
Шифр студента №950501-28

Проверил: Батюков С. В.
Выполнил: ст. гр. 950501
Деркач А.В.

Минск 2020

1. Чертеж исходной схемы

Исходные данные приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Исходные данные

E_3 , В	E_4 , В	E_8 , В	J_1 , А	J_4 , А	R_1 , Ом	R_2 , Ом	R_3 , Ом	R_4 , Ом	R_5 , Ом	R_6 , Ом	R_7 , Ом	R_8 , Ом
400	300	800	8	4	310	380	280	260	280	840	370	240

Начертим схему согласно заданному варианту (рис. 1):

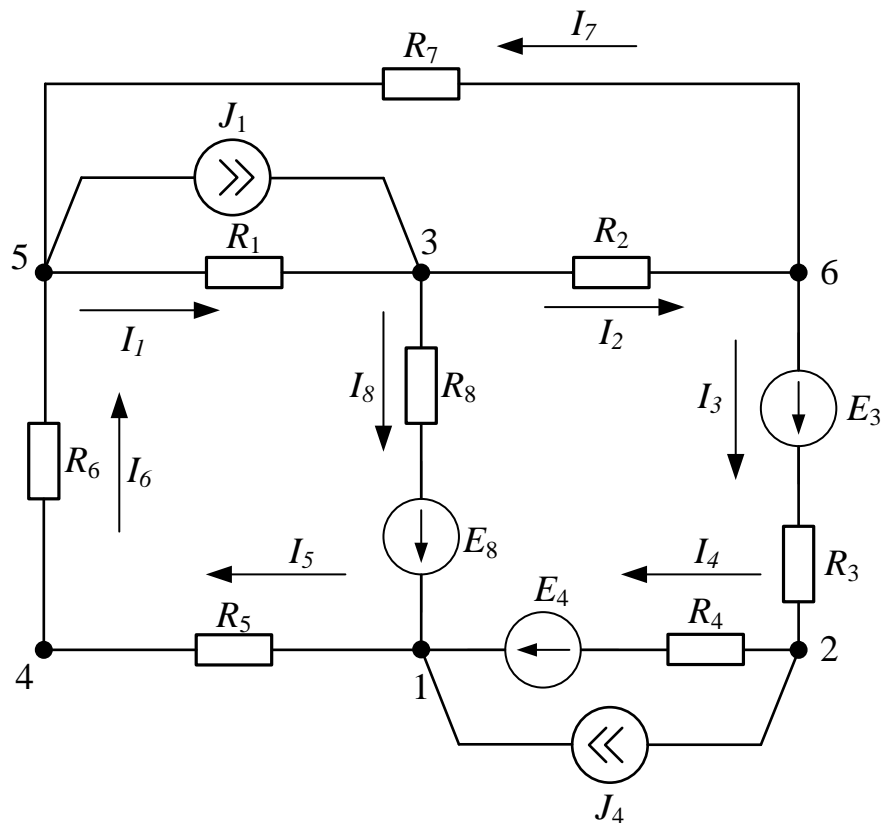


Рисунок 1 – Исходная схема

2. Преобразование схемы к двухконтурной

Заменим источник напряжения E_8 эквивалентным ему источником тока J_8 .

$$J_8 = \frac{E_8}{R_8} = 3,333 \text{ А}$$

Заменим источники напряжения E_3 , E_4 и источник тока J_4 эквивалентным им источником напряжения E_{34} :

$$E_{34} = E_3 + E_4 + J_4 \cdot R_4 = 1740 \text{ В}$$

Преобразуем треугольник R_1 - R_8 - R_5 - R_6 в эквивалентную звезду (рис. 2):

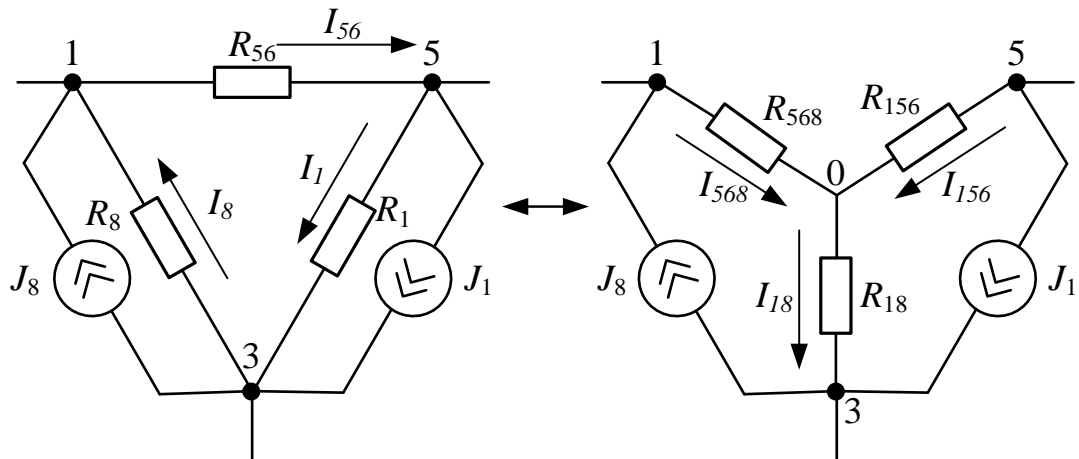


Рисунок 2

$$R_{18} = \frac{R_1 \cdot R_8}{R_1 + R_8 + R_5 + R_6} = 44,551 \text{ Ом}$$

$$R_{568} = \frac{R_8 \cdot (R_5 + R_6)}{R_1 + R_8 + R_5 + R_6} = 160,958 \text{ Ом}$$

$$R_{156} = \frac{R_1 \cdot (R_5 + R_6)}{R_1 + R_8 + R_5 + R_6} = 207,904 \text{ Ом}$$

Преобразуем все источники тока в источники напряжения:

$$E_{568} = J_8 \cdot R_{568} = 536,527 \text{ В}$$

$$E_{156} = J_1 \cdot R_{156} = 1663,234 \text{ В}$$

$$E_{18} = J_1 \cdot R_{18} - J_8 \cdot R_{18} = 207,904 \text{ В}$$

После всех преобразований получим двухконтурную схему (рис. 3):

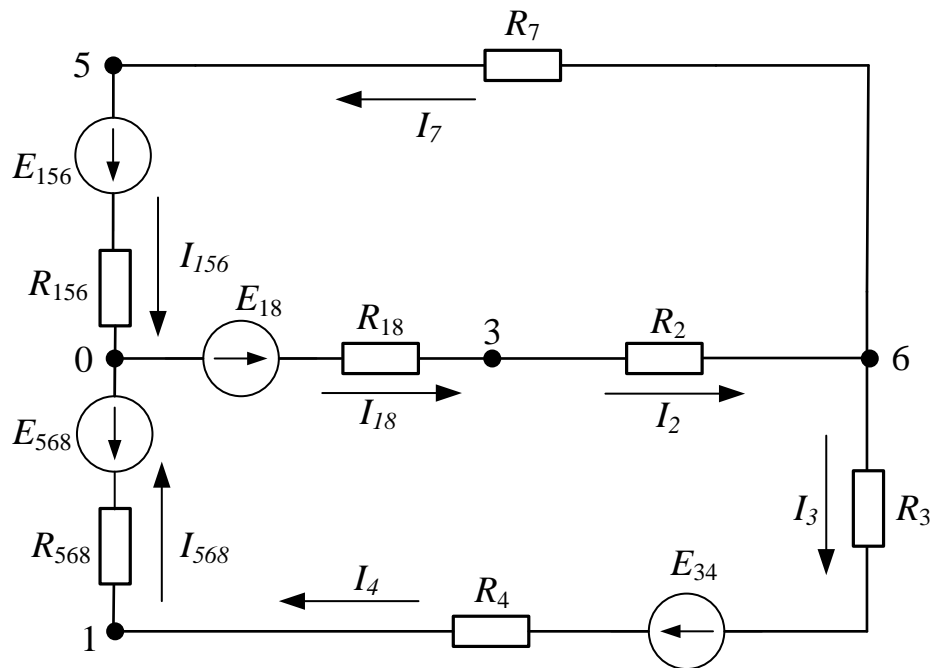


Рисунок 3

3. Метод двух узлов

Принимаем $\varphi_0 = 0$ и находим узловое напряжение U_{06} .

$$U_{06} \cdot g_{66} = I_y$$

Находим узловой ток:

$$I_y = \frac{E_{156}}{R_{156} + R_7} + \frac{-E_{568} + E_{34}}{R_{568} + R_3 + R_4} - \frac{E_{18}}{R_{18} + R_2} = 4,105 \text{ A}$$

Определяем собственную проводимость:

$$g_{66} = \frac{1}{R_{156} + R_7} + \frac{1}{R_{568} + R_3 + R_4} + \frac{1}{R_{18} + R_2} = 0,006 \frac{1}{\text{Ом}}$$

Определяем напряжение U_{06} :

$$U_{06} = \frac{I_y}{g_{66}} = 744,722 \text{ В}$$

4. Нахождение токов и исходной схеме

Найдем токи в ветвях I_2 , I_3 и I_7 на основании закона Ома:

$$I_2 = \frac{E_{18} + U_{06}}{R_2 + R_{18}} = 2,244 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{E_{34} - E_{568} - U_{06}}{R_4 + R_3 + R_{568}} = 0,654 \text{ A}$$

$$I_7 = \frac{E_{156} - U_{06}}{R_{156} + R_7} = 1,589 \text{ A}$$

Определяем напряжение между узлами 1, 3 и 5, 3:

$$U_{13} = I_3 \cdot R_{568} + I_2 \cdot R_{18} - E_{18} + E_{568} = 533,929 \text{ В}$$

$$U_{53} = I_7 \cdot R_{156} + I_2 \cdot R_{18} - E_{156} - E_{18} = -1440,733 \text{ В}$$

Определим токи I_1 и I_8 :

$$I_1 = \frac{U_{53}}{R_1} = -4,648 \text{ A}$$

$$I_8 = \frac{E_8 - U_{13}}{R_8} = 1,109 \text{ A}$$

Определим оставшиеся токи, используя первый закон Кирхгофа:

$$I_4 = I_3 - I_2 = -3,346 \text{ A}$$

$$I_5 = I_4 + I_8 = 1,763 \text{ A}$$

$$I_6 = I_5 = 1,763 \text{ A}$$

5. Нахождение напряжения между узлами 4 и 3

$$U_{43} = -I_5 \cdot R_5 - I_8 \cdot R_8 + E_8 = 40,264 \text{ В}$$

6. Баланс мощностей

Составим баланс мощностей:

Найдём мощность источников энергии:

$$P_{ист} = E_3 \cdot I_3 + E_4 \cdot I_4 - J_1 \cdot I_1 \cdot R_1 + E_8 \cdot I_8 + J_4 \cdot (E_4 - I_4 \cdot R_4) = \\ = 16350,25 \text{ Вт}$$

Найдём мощность приёмников энергии:

$$P_{пр} = I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 + I_6^2 \cdot R_6 + \\ + I_7^2 \cdot R_7 + I_8^2 \cdot R_8 = 16350,25 \text{ Вт}$$

Поскольку мощность источников энергии равна мощности приемников энергии, то баланс мощностей выполняется.

7. Метод законов Кирхгофа

Число уравнений для законов Кирхгофа определяем по формулам:

$$N_{ур. уз} = N_{уз} - 1 = 5 - 1 = 4$$

$$N_{ур. к} = N_{в} - N_{уз} + 1 - N_J = 9 - 5 + 1 - 2 = 3$$

Выбор контуров указан на рисунке 4:

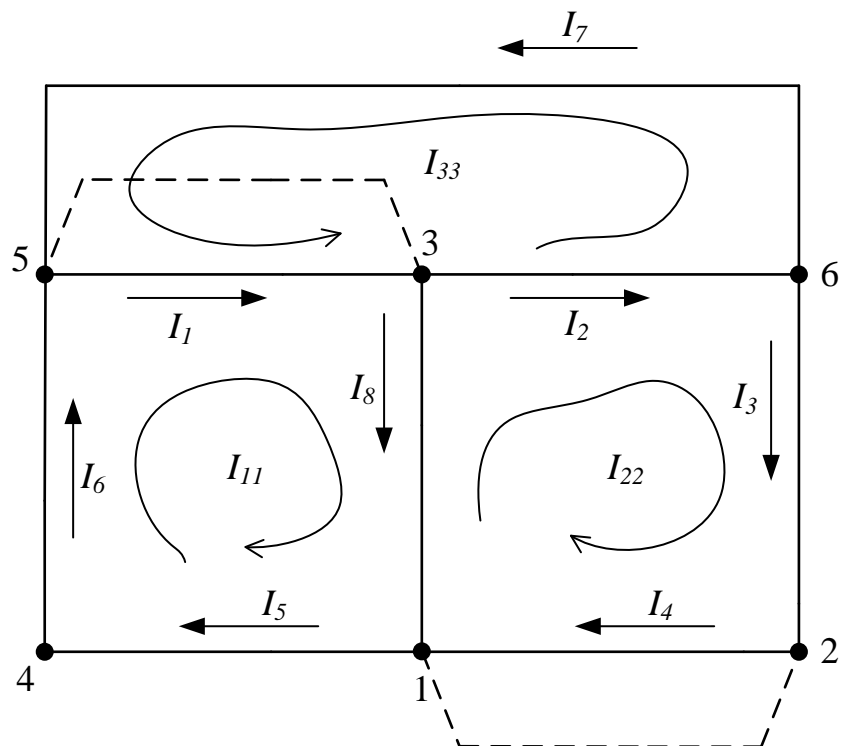


Рисунок 4

Составляем систему уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} I_3 = I_4 + J_4 \\ I_6 = I_1 + J_1 - I_7 \\ I_2 = I_3 + I_7 \\ I_8 = I_6 - I_4 - J_4 \\ I_5 = I_6 \\ I_6 \cdot R_6 + I_1 \cdot R_1 + I_8 \cdot R_8 + I_6 \cdot R_5 = E_8 \\ I_2 \cdot R_2 + I_3 \cdot R_3 + I_4 \cdot R_4 - I_8 \cdot R_8 = E_3 + E_4 - E_8 \\ I_7 \cdot R_7 + I_2 \cdot R_2 + I_1 \cdot R_1 = 0 \end{array} \right.$$

Решение системы уравнений приведено в приложении А:

$$I_1 = -4,648 \text{ A}$$

$$I_2 = 2,244 \text{ A}$$

$$I_3 = 0,654 \text{ A}$$

$$I_4 = -3,346 \text{ A}$$

$$I_5 = 1,763 \text{ A}$$

$$I_6 = 1,763 \text{ A}$$

$$I_7 = 1,589 \text{ A}$$

$$I_8 = 1,109 \text{ A}$$

8. Метод контурных токов

Число уравнений находим по данной формуле:

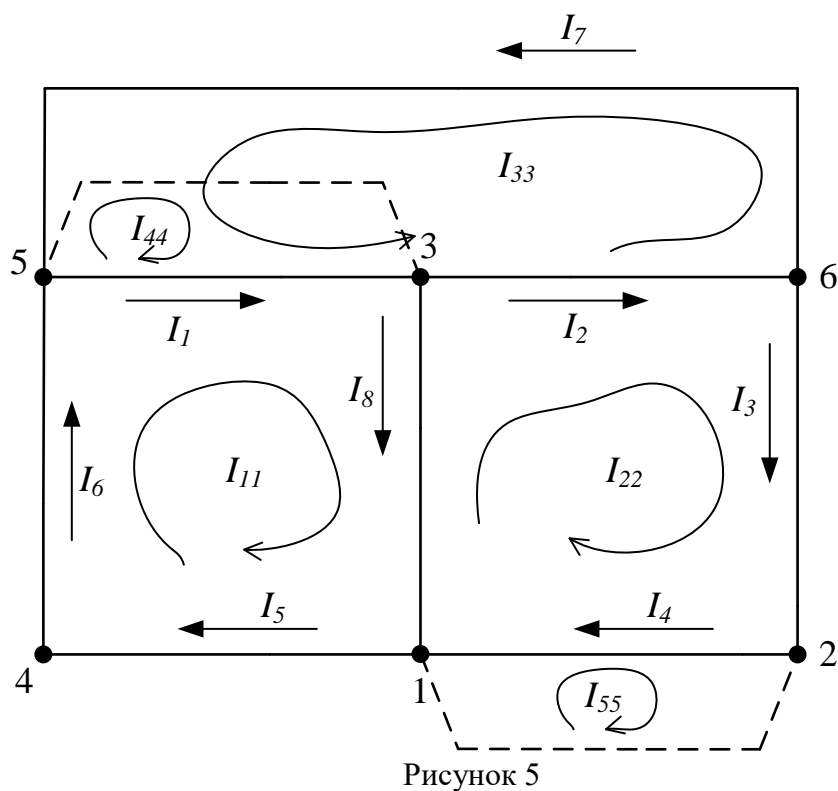
$$N_{\text{ур.к}} = N_{\text{в}} - N_{\text{уз}} + 1 - N_{\text{J}} = 9 - 5 + 1 - 2 = 3.$$

Выбор контуров указан на рисунке 5.

Контурные токи I_{44} и I_{55} равны соответствующим источникам тока:

$$I_{44} = J_1 = 8 \text{ A}$$

$$I_{55} = J_4 = 4 \text{ A}$$



Составляем систему уравнений:

$$\begin{cases} I_{11} \cdot (R_1 + R_8 + R_5 + R_6) - I_{22} \cdot R_8 + I_{33} \cdot R_1 = E_8 + I_{44} \cdot R_1 \\ -I_{11} \cdot R_8 + I_{22} \cdot (R_2 + R_3 + R_4 + R_8) + I_{33} \cdot R_2 = E_3 + E_4 - E_8 + I_{55} \cdot R_4 \\ I_{11} \cdot R_1 + I_{22} \cdot R_2 + I_{33} \cdot (R_1 + R_7 + R_2) = I_{44} \cdot R_1 \end{cases}$$

Решение системы уравнений приведено в приложении Б:

$$I_{11} = 1,763 \text{ A}$$

$$I_{22} = 0,654 \text{ A}$$

$$I_{33} = 1,589 \text{ A}$$

Токи в цепи находим следующим образом:

$$I_1 = I_{11} + I_{33} - I_{44} = -4,648 \text{ A}$$

$$I_2 = I_{22} + I_{33} = 2,244 \text{ A}$$

$$I_3 = I_{22} = 0,654 \text{ A}$$

$$I_4 = I_{22} - I_{55} = -3,346 \text{ A}$$

$$I_5 = I_{11} = 1,763 \text{ A}$$

$$I_6 = I_{11} = 1,763 \text{ A}$$

$$I_7 = I_{33} = 1,589 \text{ A}$$

$$I_8 = I_{11} - I_{22} = 1,109 \text{ A}$$

9. Метод узловых напряжений

Число уравнений, составляемых по методу узловых напряжений, равно:

$$N_{yp} = N_y - 1 - N_{ЭДС} = 5 - 1 - 0 = 4$$

Примем за базисный узел $\varphi_5 = 0 \text{ В}$

Схема для решения методом узловых напряжений представлена на рисунке 6:

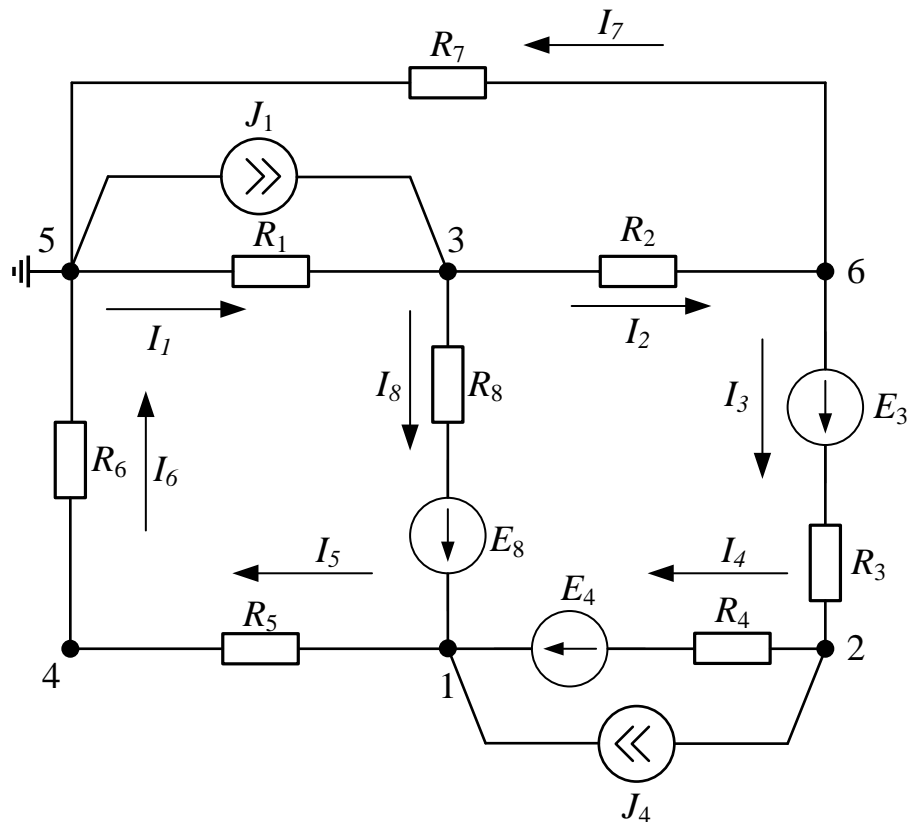


Рисунок 6

Составим систему уравнений для неизвестных узловых напряжений:

$$\begin{cases} U_{15} \cdot \left(\frac{1}{R_5 + R_6} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_8} \right) - U_{25} \cdot \frac{1}{R_4} - U_{35} \cdot \frac{1}{R_8} = J_4 + \frac{E_8}{R_8} + \frac{E_4}{R_4} \\ -U_{15} \cdot \frac{1}{R_4} + U_{25} \cdot \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right) - U_{65} \cdot \frac{1}{R_3} = -\frac{E_4}{R_4} - J_4 + \frac{E_3}{R_3} \\ -U_{15} \cdot \frac{1}{R_8} + U_{35} \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_8} \right) - U_{65} \cdot \frac{1}{R_2} = \frac{-E_8}{R_8} + J_1 \\ -U_{25} \cdot \frac{1}{R_3} - U_{35} \cdot \frac{1}{R_2} + U_{65} \cdot \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_7} \right) = \frac{-E_3}{R_3} \end{cases}$$

Решение системы уравнений приведено в приложении В.

Решив систему уравнений, получили следующие значения узловых напряжений:

$$U_{15} = 1975 \text{ В}$$

$$U_{25} = 804,822 \text{ В}$$

$$U_{35} = 1441 \text{ В}$$

$$U_{65} = 588,072 \text{ В}$$

Находим токи в узлах с помощью закона Ома:

$$I_1 = \frac{-U_{35}}{R_1} = -4,648 \text{ А}$$

$$I_2 = \frac{U_{35} - U_{65}}{R_2} = 2,244 \text{ А}$$

$$I_3 = \frac{U_{65} - U_{25} + E_3}{R_3} = 0,654 \text{ А}$$

$$I_4 = \frac{U_{25} - U_{15} + E_4}{R_4} = -3,346 \text{ А}$$

$$I_5 = \frac{U_{15}}{R_5 + R_6} = 1,763 \text{ А}$$

$$I_6 = I_5 = 1,763 \text{ А}$$

$$I_7 = \frac{U_{65}}{R_7} = 1,589 \text{ А}$$

$$I_8 = \frac{U_{35} - U_{15} + E_8}{R_8} = 1,109 \text{ А}$$

10. Метод эквивалентного генератора

Исключаем сопротивление R_3 и получаем следующую цепь (рис. 7):

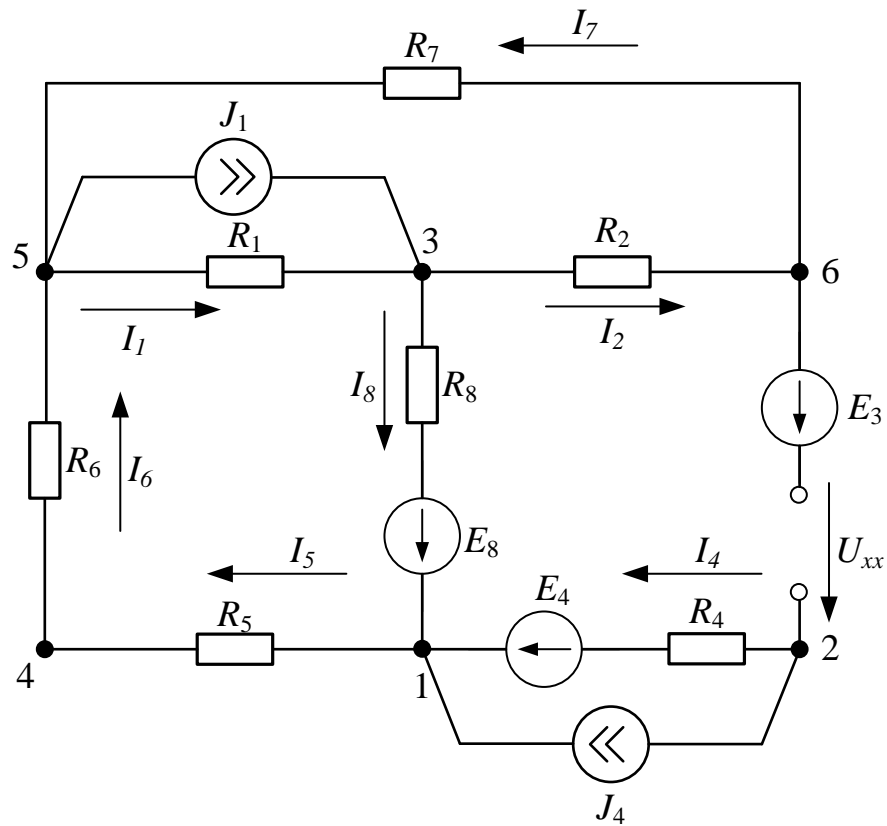


Рисунок 7

Находим токи с помощью метода контурных токов. Для этого выберем контуры, которые показаны на рисунке 8 и составим систему уравнений.

$$\begin{cases} I_{11} \cdot (R_1 + R_8 + R_5 + R_6) - I_{22} \cdot R_1 = E_8 + J_1 \cdot R_1 \\ I_{22} \cdot (R_1 + R_2 + R_7) - I_{11} \cdot R_1 = -J_1 \cdot R_1 \end{cases}$$

Решение системы уравнений:

$$I_{11} = 1,618 \text{ A}$$

$$I_{22} = -1,867 \text{ A}$$

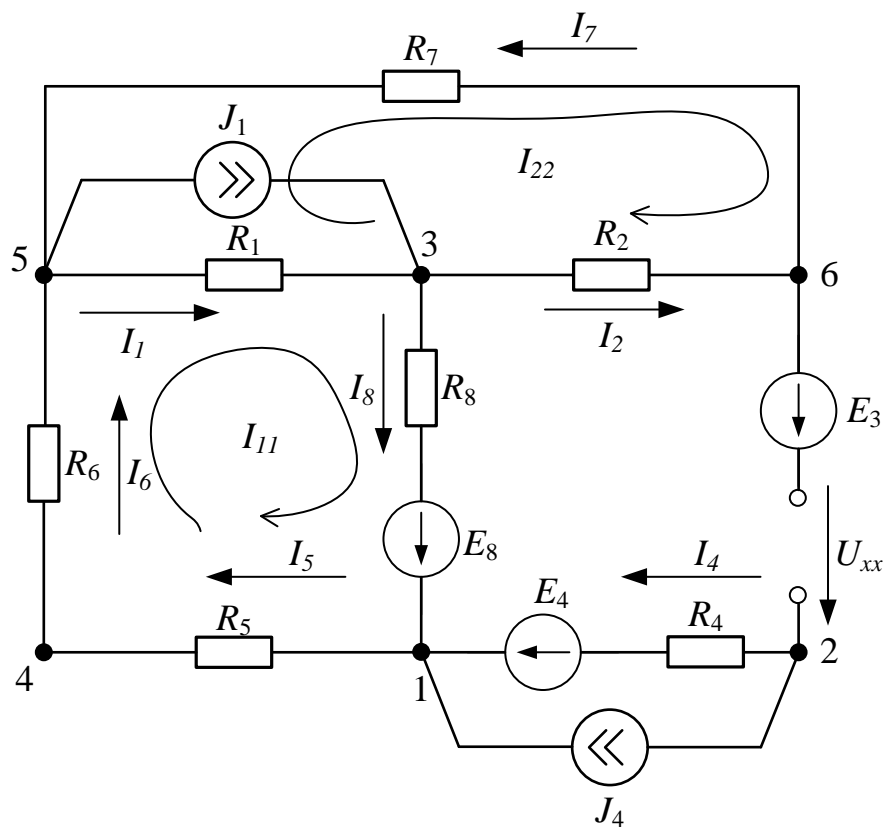


Рисунок 8

Находим напряжение холостого хода:

$$U_{xx} = I_{11} \cdot R_8 + I_{22} \cdot R_2 + E_3 + J_4 \cdot R_4 + E_4 - E_8 = 618,930 \text{ В}$$

Найдем $R_{\text{экв}}$, для этого преобразуем схему в пассивную (рис. 9).

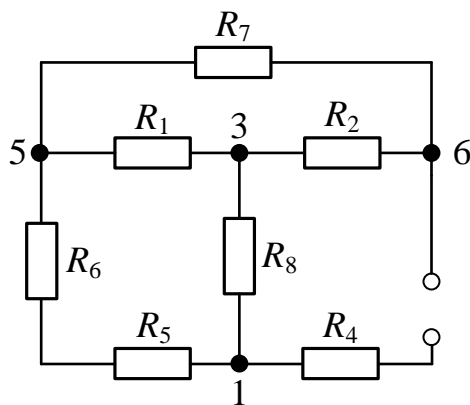


Рисунок 9

Преобразуем треугольник R_1 - R_2 - R_7 в эквивалентную звезду (рис. 10)

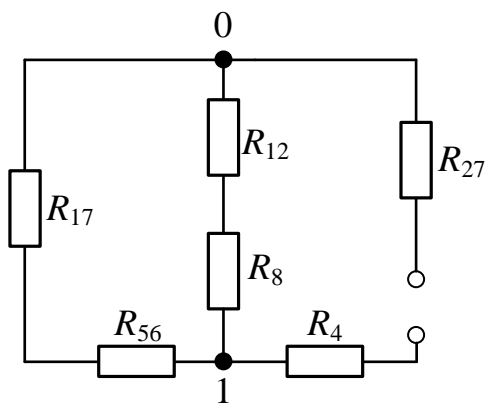


Рисунок 10

$$R_{17} = \frac{R_1 \cdot R_7}{R_1 + R_2 + R_7} = 108,208 \text{ Ом}$$

$$R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_7} = 111,132 \text{ Ом}$$

$$R_{27} = \frac{R_2 \cdot R_7}{R_1 + R_2 + R_7} = 132,642 \text{ Ом}$$

Рассчитаем $R_{\text{экв}}$:

$$R_{\text{экв}} = \frac{(R_{12} + R_8) \cdot (R_{17} + R_{56})}{R_{12} + R_8 + R_{17} + R_{56}} + R_{27} + R_4 = 665,707 \text{ Ом}$$

Находим I_3 по формуле:

$$I_3 = \frac{U_{\text{xx}}}{R_{\text{экв}} + R_3} = 0,654 \text{ А}$$

Результаты расчета занесены в таблицу 2:

Таблица 2 – Результаты расчетов

I_1 , А	I_2 , А	I_3 , А	I_4 , А	I_5 , А	I_6 , А	I_7 , А	I_8 , А	U_{42} , В	U_{xx} , В	$R_{\text{ген}}$, Ом	P , Вт
-4,648	2,244	0,654	-3,346	1,763	1,763	1,589	1,109	40,264	618,930	665,707	16350,25

11. Построение потенциальной диаграммы

Построим потенциальную по контуру по контуру 5-3-6-26-2-12-1-4-5 (рис. 11)

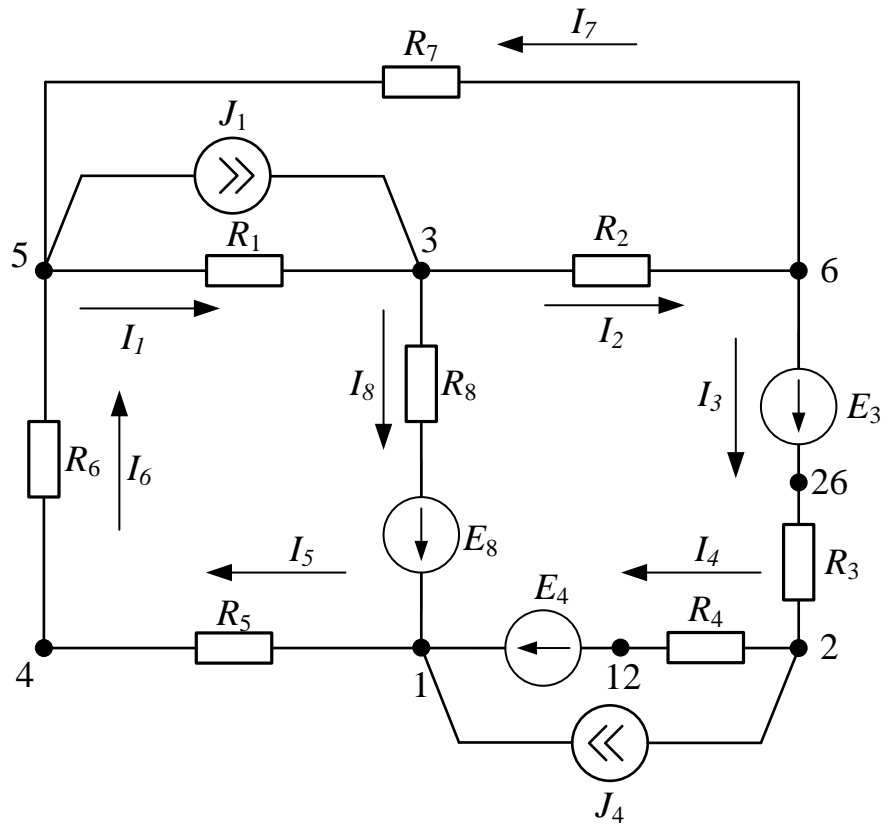


Рисунок 11

Найдем потенциалы узлов по следующим формулам:

$$\varphi_5 = 0 \text{ В}$$

$$\varphi_3 = \varphi_5 - I_1 \cdot R_1 = 1440,733 \text{ В}$$

$$\varphi_6 = \varphi_3 - I_2 \cdot R_2 = 588,072 \text{ В}$$

$$\varphi_{26} = \varphi_6 + E_3 = 988,072 \text{ В}$$

$$\varphi_2 = \varphi_{26} - I_3 \cdot R_3 = 804,822 \text{ В}$$

$$\varphi_{12} = \varphi_2 - I_4 \cdot R_4 = 1674,662 \text{ В}$$

$$\varphi_1 = \varphi_{12} + E_4 = 1974,662 \text{ В}$$

$$\varphi_4 = \varphi_1 - I_5 \cdot R_5 = 1480,997 \text{ В}$$

$$\varphi_5 = \varphi_4 - I_6 \cdot R_6 = 0 \text{ В}$$

Потенциальная диаграмма изображена на рисунке 12:

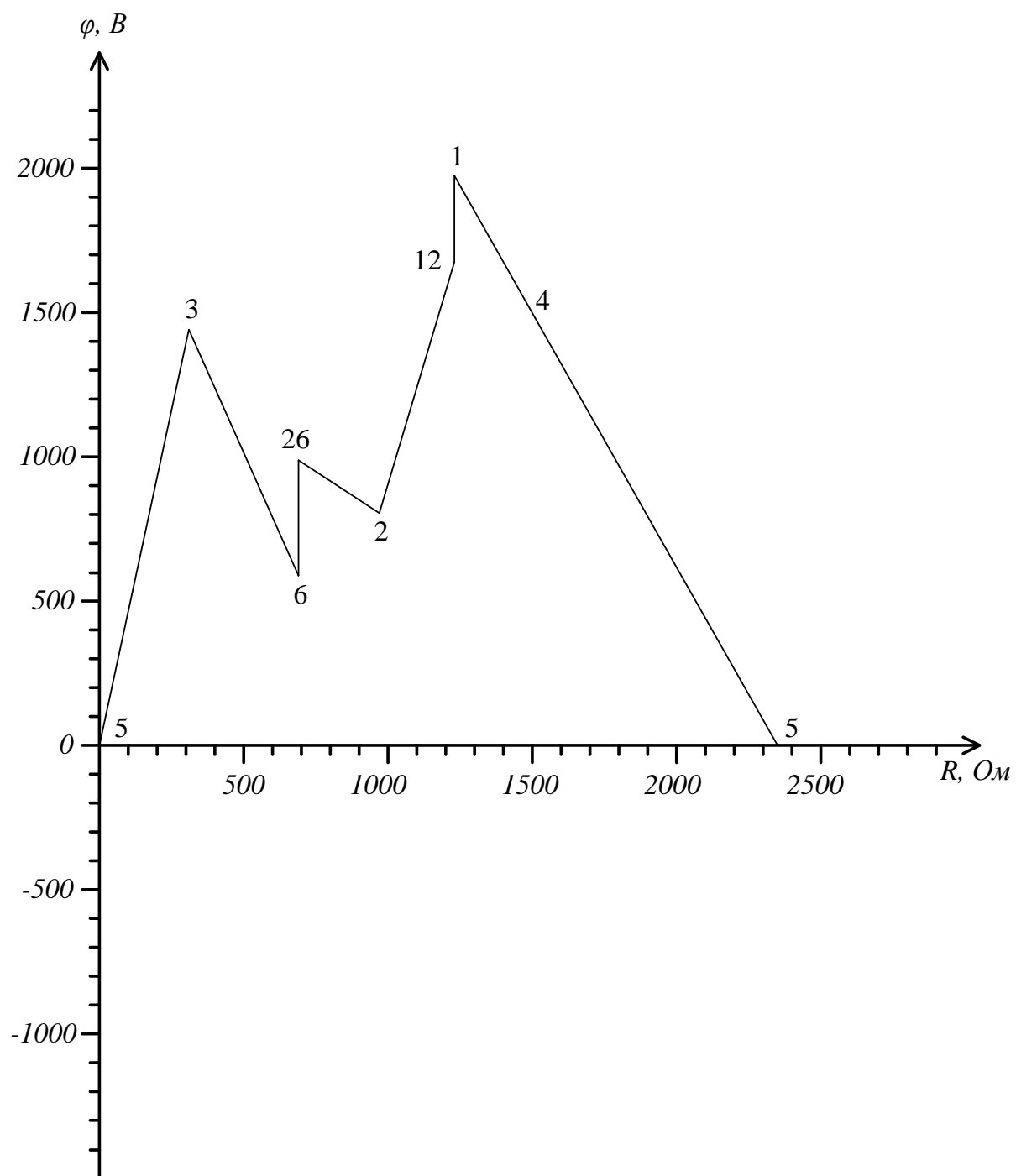


Рисунок 12

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Определение токов методом законов Кирхгофа (расчеты MATHCAD)

	$R1 := 310 \quad R2 := 380 \quad R3 := 280 \quad R4 := 260 \quad R5 := 280 \quad R6 := 840 \quad R7 := 370 \quad R8 := 240$ $E3 := 400 \quad E4 := 300 \quad E8 := 800 \quad J1 := 8 \quad J4 := 4$
Ограничения	$I1 := 0 \quad I2 := 0 \quad I3 := 0 \quad I4 := 0 \quad I5 := 0$ $I8 := 0 \quad I7 := 0 \quad I6 := 0$
Уравнения	$I3 = I4 + J4$ $I6 = I1 + J1 - I7$ $I2 = I3 + I7$ $I8 = I6 - I4 - J4$ $I6 \cdot R6 + I1 \cdot R1 + I8 \cdot R8 + I6 \cdot R5 = E8$ $I2 \cdot R2 + I3 \cdot R3 + I4 \cdot R4 - I8 \cdot R8 = E3 + E4 - E8$ $I7 \cdot R7 + I1 \cdot R1 + I2 \cdot R2 = 0$
Решатель	$\begin{bmatrix} I1 \\ I2 \\ I3 \\ I4 \\ I5 \\ I6 \\ I7 \\ I8 \end{bmatrix} := \text{find}(I1, I2, I3, I4, I5, I6, I7, I8) = \begin{bmatrix} -4.648 \\ 2.244 \\ 0.654 \\ -3.346 \\ 0 \\ 1.763 \\ 1.589 \\ 1.109 \end{bmatrix}$
	$I5 := I6 = 1.763$

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

Определение токов методом контурных токов (расчеты MATHCAD)

$R1 := 310$ $R2 := 380$ $R3 := 280$ $R4 := 260$ $R5 := 280$ $R6 := 840$ $R7 := 370$ $R8 := 240$
 $E3 := 400$ $E4 := 300$ $E8 := 800$ $J1 := 8$ $J4 := 4$
 $I44 := J1$ $I55 := J4$

Решатель

$I11 := 0$ $I22 := 0$ $I33 := 0$ $I44 := J1$ $I55 := J4$

$$\begin{aligned}
 &I11 \cdot (R1 + R8 + R5 + R6) - I22 \cdot R8 + I33 \cdot R1 = E8 + I44 \cdot R1 \\
 &-I11 \cdot R8 + I22 \cdot (R2 + R3 + R4 + R8) + I33 \cdot R2 = E3 + E4 - E8 + I55 \cdot R4 \\
 &I11 \cdot R1 + I22 \cdot R2 + I33 \cdot (R7 + R1 + R2) = I44 \cdot R1
 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} I11 \\ I22 \\ I33 \end{bmatrix} := \mathbf{find}(I11, I22, I33) = \begin{bmatrix} 1.763 \\ 0.654 \\ 1.589 \end{bmatrix}$$

$I1 := I11 - I44 + I33 = -4.64753$
 $I2 := I22 + I33 = 2.24385$
 $I3 := I22 = 0.65446$
 $I4 := I22 - I55 = -3.34554$
 $I5 := I11 = 1.76309$
 $I6 := I11 = 1.76309$
 $I7 := I33 = 1.58938$
 $I8 := I11 - I22 = 1.10863$

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Определение токов методом узловых напряжений (расчеты MATHCAD)

$R1 := 310$	$R2 := 380$	$R3 := 280$	$R4 := 260$	$R5 := 280$	$R6 := 840$	$R7 := 370$	$R8 := 240$
$E3 := 400$	$E4 := 300$	$E8 := 800$	$J1 := 8$	$J4 := 4$			
$g22 := \frac{1}{R3} + \frac{1}{R4}$				$g12 := \frac{1}{R4}$	$g21 := g12 = 0.004$		
$g11 := \frac{1}{R5 + R6} + \frac{1}{R4} + \frac{1}{R8} = 0.009$				$g13 := \frac{1}{R8}$	$g31 := g13 = 0.004$		
$g33 := \frac{1}{R1} + \frac{1}{R2} + \frac{1}{R8} = 0.01$				$g16 := 0$	$g61 := g16 = 0$		
$g66 := \frac{1}{R2} + \frac{1}{R3} + \frac{1}{R7} = 0.009$				$g23 := 0$	$g32 := g23 = 0$		
				$g26 := \frac{1}{R3}$	$g62 := g26 = 0.004$		
$Iy1 := \frac{E4}{R4} + J4 + \frac{E8}{R8}$				$g36 := \frac{1}{R2}$	$g63 := g36 = 0.003$		
$Iy2 := \frac{E3}{R3} - J4 - \frac{E4}{R4}$				$Iy6 := \frac{-E3}{R3}$	$Iy3 := \frac{-E8}{R8} + J1$		
Начальные приближения	$U15 := 0$	$U35 := 0$	$U25 := 0$	$U65 := 0$			
	$U15 \cdot g11 - U25 \cdot g12 - U35 \cdot g13 - U65 \cdot g16 = Iy1$						
	$-U15 \cdot g21 + U25 \cdot g22 - U35 \cdot g23 - U65 \cdot g26 = Iy2$						
	$-U15 \cdot g31 - U25 \cdot g32 + U35 \cdot g33 - U65 \cdot g36 = Iy3$						
	$-U15 \cdot g61 - U25 \cdot g62 - U35 \cdot g63 + U65 \cdot g66 = Iy6$						
Решатель	$\begin{bmatrix} U15 \\ U25 \\ U35 \\ U65 \end{bmatrix} := \text{find}(U15, U25, U35, U65) = \begin{bmatrix} 1.975 \cdot 10^3 \\ 804.822 \\ 1.441 \cdot 10^3 \\ 588.072 \end{bmatrix}$						
$I1 := \frac{-U35}{R1} = -4.648$				$I5 := \frac{U15}{R5 + R6} = 1.763$	$I6 := I5 = 1.763$		
$I2 := \frac{U35 - U65}{R2} = 2.244$							
$I3 := \frac{U65 - U25 + E3}{R3} = 0.654$				$I7 := \frac{U65}{R7} = 1.589$			
$I4 := \frac{U25 - U15 + E4}{R4} = -3.346$				$I8 := \frac{U35 - U15 + E8}{R8} = 1.109$			