

Министерство образования Республики Беларусь  
Учреждение образования  
«Белорусский государственный университет информатики и  
радиоэлектроники»

Кафедра теоретических основ электротехники

Лабораторной работа №13  
Вариант №1  
«Переходные процессы в линейных цепях с сосредоточенными  
параметрами»

Проверил:  
Батюков С.В.

Выполнил:  
студент гр. №950501  
Деркач А.В.

Минск 2020

## 1. Цель работы

Экспериментальное исследование переходных процессов в линейных цепях с сосредоточенными параметрами при включении или отключении источника напряжения; определение влияния отдельных параметров на характер переходного процесса; выбор параметров и экспериментальное исследование дифференцирующих и интегрирующих цепей.

## 2. Расчёт домашнего задания

Исходные данные варианта представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Исходные данные

Вариант	Схема	Исходные данные								
		$r_1$ , Ом	$r_2$ , кОм	$r_3$ , кОм	$r_4$ , Ом	$C_1$ , мкФ	$C_2$ , мкФ	$C_3$ , мкФ	$r_k$ , Ом	$L$ , Гн
1	а	580	5,8	0,2;0,15;0,1	15;30;60	0,5	5,0	0,22;0,33;0,47	68	0,25

Рассчитываемая схема изображена на рисунке 1.

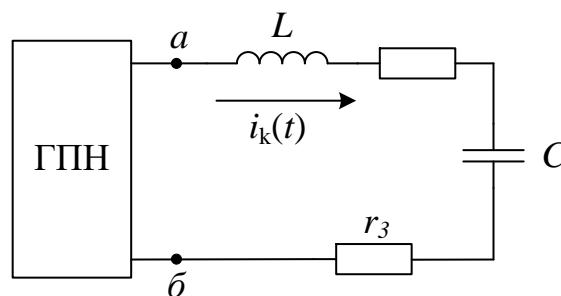


Рисунок 1 – Схема для исследования переходных процессов

1) Определим ток заданной цепи и напряжение на ёмкости классическим методом.

Определяем независимые начальные условия (ННУ). Для этого изобразим схему до коммутации (рис. 2).

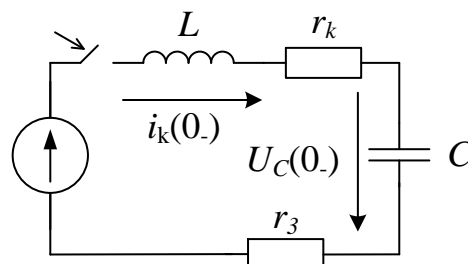


Рисунок 2 – Состояние схемы в момент перед коммутацией

Поскольку ток в ветви с источником до коммутации был разомкнут, то значения тока в индуктивности и напряжения на ёмкость до коммутации были равны нулю:

$$i_L(0-) = i_L(0+) = 0;$$

$$U_C(0-) = U_C(0+) = 0.$$

2) Определим значения функций тока и напряжения в установившемся режиме по схеме (рис. 3).

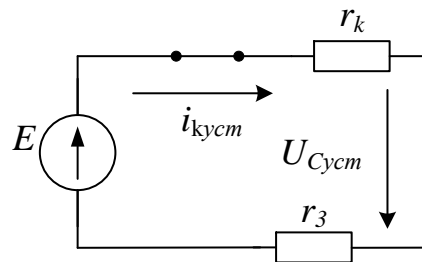


Рисунок 3 – Схема в установившемся режиме

В схеме (рис 3.) индуктивность заменили короткозамкнутым участком, а емкость разрывом ветви, так источник ЭДС  $E = const$ . Частота постоянного тока равна нулю, а значит  $Z_L = j\omega L = 0$  и  $Z_C = 1 / (j\omega C) = \infty$ .

$$i_{L\text{уст}}(t) = 0;$$

$$U_{C\text{уст}}(t) = E = 10 \text{ В.}$$

Составим характеристическое уравнение и определим его корни. Для этого изобразим схему после коммутации, в которой заменим источник ЭДС  $E$  его внутренним сопротивлением (полагая, что источник ЭДС идеальный, т.е.  $R_{ВНЕ} = 0$ , заменяем его короткозамкнутым участком), а сопротивления индуктивности и конденсатора записываем в операторной форме (рис 4.).

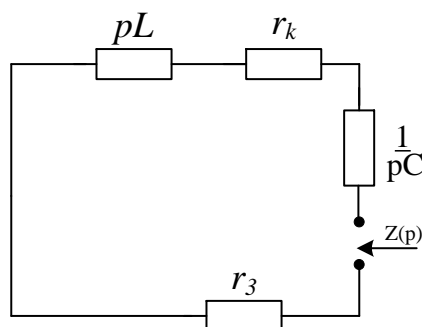


Рисунок 4 – Схема для вычисления входного сопротивления

$$Z(p) = pL + r_k + \frac{1}{pC} + r_3$$

Решаем уравнение  $Z(p) = 0$  и находим его корни:

$$Z(p) = pL + r_k + \frac{1}{pC} + r_3 = 0$$

$$LCp^2 + C \cdot (r_k + r_3)p + 1 = 0$$

$$1,175 \cdot 10^{-7} \cdot p^2 + 7,896 \cdot 10^{-5} \cdot p + 1 = 0$$

Решив квадратное уравнение, получим его корни:

$$p_1 = -336 + j2897,866 \text{ и } p_2 = -336 - j2897,866$$

В случае комплексно-сопряженных корней ( $p_1 = -\delta + j\omega_{CB}$  и  $p_2 = -\delta - j\omega_{CB}$ ) свободные составляющие искомым функций будут выглядеть следующим образом:

$$i_{LCB}(t) = Ae^{-\delta t} \sin(\omega_{CB}t + \psi_1),$$

$$U_{CCB}(t) = Be^{-\delta t} \sin(\omega_{CB}t + \psi_2),$$

где  $\delta = -336$   $\omega = 2897,866$ . Значит

$$i_{LCB}(t) = Ae^{-336t} \sin(2897,866t + \psi_1),$$

$$U_{CCB}(t) = Be^{-336t} \sin(2897,866t + \psi_2),$$

Полные переходные токи и напряжения равны суммам соответствующих установившихся и свободных составляющих:

$$i_L(t) = i_{L\text{уст}}(t) + i_{LCB}(t),$$

$$U_C(t) = U_{C\text{уст}}(t) + U_{CCB}(t).$$

Запишем последние выражения, подставив в них найденные ранее значения:

$$i_L(t) = 0 + Ae^{-336t} \sin(2897,866t + \psi_1),$$

$$U_C(t) = 10 + Be^{-336t} \sin(2897,866t + \psi_2),$$

Для определения постоянных интегрирования  $A$ ,  $B$  и начальных фаз свободных колебаний  $\psi_1$ ,  $\psi_2$  будет не достаточно одного уравнения, а потому для каждой из искомым функций записывают систему из 2-х уравнений, где второе уравнение получают путем дифференцирования первого. Так для тока  $i_L(t)$  получаем систему.

3) Решение системы для тока  $i_L(t)$ :

$$\begin{cases} i_L(t) = 0 + Ae^{-336t} \sin(2897,866t + \psi_1), \\ i'_L(t) = -336Ae^{-336t} \sin(2897,866t + \psi_1) + 2897,866Ae^{-336t} \cos(2897,866t + \psi_1). \end{cases}$$

Для того чтобы упростить решение, последнюю систему уравнений перепишем для момента времени  $t = 0+$ , получаем:

$$\begin{cases} i_L(0+) = 0 + A \sin(\psi_1), \\ i'_L(0+) = -336A \sin(\psi_1) + 2897,866A \cos(\psi_1). \end{cases}$$

Значение  $i_L(0+) = 0$  ( ННУ, определенное в первом пункте расчета). Значение производной тока в индуктивности  $i'_L(0+)$  может быть не равно нулю, а потому определим это значение по схеме замещения для момента времени  $t = 0+$  (рис. 5).

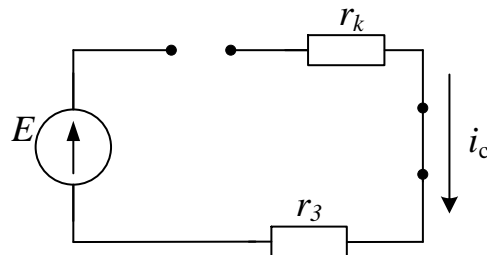


Рисунок 5 – Схема замещения

В схеме (рис. 5) индуктивность заменили на разрыв в ветви так как согласно найденным ННУ ток  $i_L(0+) = 0$ , емкость заменили на короткозамкнутый участок, так как  $U_C(0+) = 0$ . Известно , что

$$U_L = L \frac{di_L}{dt}.$$

Значит  $\left. \frac{di_L}{dt} \right|_{t=0+} = \frac{U_L(0+)}{L}$ , определим ЗНУ  $U_L(0+)$  по схеме рисунка 5:

$$U_L(0+) = E = 10 \text{ В}$$

Следовательно:

$$i'_L(0+) = \frac{U_L(0+)}{L} = \frac{10}{0,25} = 40$$

Система уравнений для тока в индуктивности принимает следующий вид:

$$\begin{cases} 0 = 0 + A \sin(\psi_1), \\ 40 = -336A \sin(\psi_1) + 2897,866A \cos(\psi_1). \end{cases}$$

Решив систему, получим:

$$A = 0,014$$

$$\psi_1 = 0$$

В итоге, получим:

$$i_L(t) = 0,014e^{-336t} \sin(2897,866t)$$

График зависимости имеет вид (рис 6.):

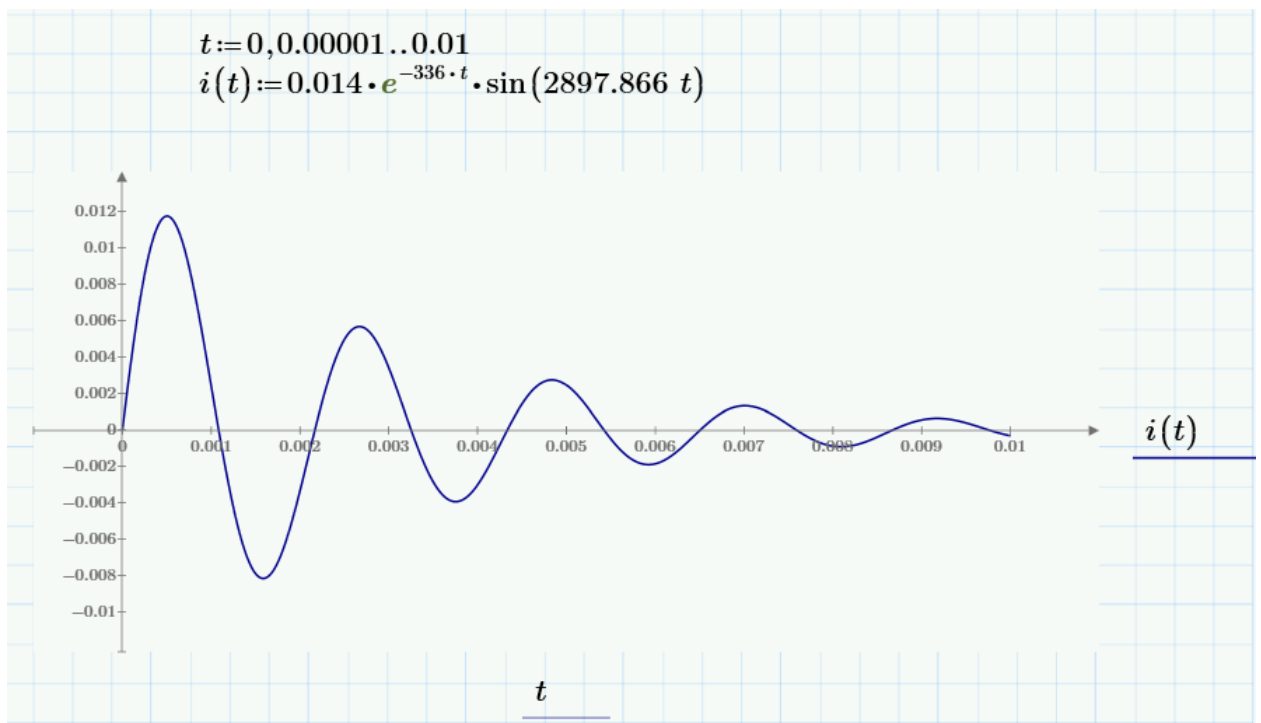


Рисунок 6 - График функции  $i_L(t)$

4) Решение системы для напряжения  $U_C(t)$ :

$$U_C(t) = 10 + Be^{-336t} \sin(2897,866t + \psi_2)$$

Составляем систему из двух уравнений:

$$\begin{cases} U_C(t) = 10 + Be^{-336t} \sin(2897,866t + \psi_2) \\ U'_C(t) = -336Be^{-336t} \sin(2897,866t + \psi_2) + \\ 2897,866Be^{-336t} \cos(2897,866t + \psi_2). \end{cases}$$

Для того чтобы упростить решение, последнюю систему уравнений перепишем для момента времени  $t = 0+$ , получаем:

$$\begin{cases} U_C(0+) = 10 + B \sin(\psi_2) \\ U'_C(0+) = -336B \sin(\psi_2) + 2897,866B \cos(\psi_2). \end{cases}$$

Значение  $U_C(0+) = 0$  ( ННУ, определенное в первом пункте расчета). Значение производной тока в индуктивности  $U'_C(0+)$  может быть не равно нулю, а потому определим это значение по схеме замещения для момента времени  $t = 0+$  (рис. 5).

Известно, что

$$i_C = C \frac{dU_C}{dt}.$$

Значит  $\left. \frac{dU_C}{dt} \right|_{t=0+} = \frac{i_C(0+)}{C}$ , определим ЗНУ  $i_C(0+)$  по схеме рисунка 5:

$$i_C(0+) = 0$$

Следовательно:

$$U'_C(0+) = \frac{i_C(0+)}{C} = 0$$

Система уравнений для напряжения в емкости принимает следующий вид:

$$\begin{cases} 0 = 10 + B \sin(\psi_2) \\ 0 = -336B \sin(\psi_2) + 2897,866B \cos(\psi_2). \end{cases}$$

Решив систему, получим:

$$B = -10,067$$

$$\psi_2 = 83,386$$

В итоге, получим:

$$U_C(t) = 10 - 10,067e^{-336t} \sin(2897,866t + 83,386)$$

График зависимости имеет вид (рис 7.):

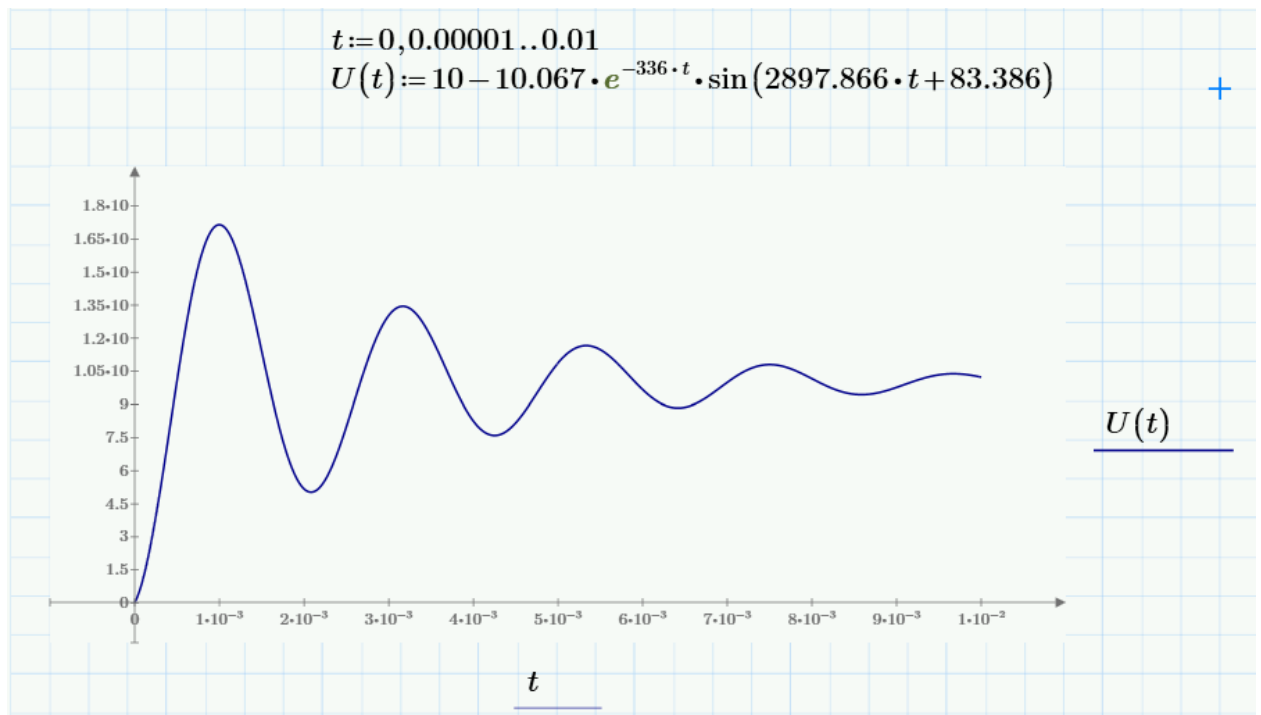


Рисунок 7 - график функции  $U_C(t)$

### 3. Определение частоты собственных колебаний, декремента и логарифмического декремента

$$\tau_{\text{ц}} = \left| \frac{1}{\delta} \right| = \left| \frac{1}{-336} \right| = 0,003 \text{ с},$$

$$T_C = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2 \cdot 3,14}{2998} = 0,0022 \text{ с},$$

$$\Delta = e^{|\delta| \cdot T_C} = e^{336 \cdot 0,0022} = 2,072,$$

$$\theta = |\delta| \cdot T_C = 336 \cdot 0,0022 = 0,729.$$

### 4. Расчёт дифференцирующей цепи

Исходные данные приведены в таблице 2.

Таблица 2 – Исходные данные

Вариант	Случай А		Случай Б		Случай В	
	$r_3$ , кОм	$C_3$ , мкФ	$r_3$ , кОм	$C_3$ , мкФ	$r_3$ , кОм	$C_3$ , мкФ
1	0,1	0,22	0,2	0,22	0,2	0,47

Дифференцирующая цепь представлена на рисунке 8.



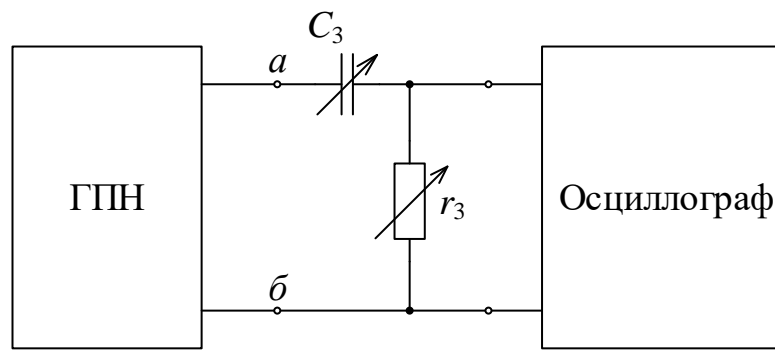


Рисунок 8 – Дифференцирующая цепь

$$\omega = 2\pi f = 2 \cdot \pi \cdot 50 = 314 \text{ (рад/с)}$$

$$\text{Случай А: } r_3 = \frac{1}{11 \cdot \omega \cdot C_3} = \frac{1}{11 \cdot 314 \cdot 0,22 \cdot 10^{-6}} = 1315 \text{ (Ом)}$$

$$\text{Случай Б: } r_3 = \frac{1}{11 \cdot \omega \cdot C_3} = \frac{1}{11 \cdot 314 \cdot 0,22 \cdot 10^{-6}} = 1315 \text{ (Ом)}$$

$$\text{Случай В: } r_3 = \frac{1}{11 \cdot \omega \cdot C_3} = \frac{1}{11 \cdot 314 \cdot 0,47 \cdot 10^{-6}} = 615,686 \text{ (Ом)}$$

$$\text{Случай А: } \tau_{ц} = r_3 \cdot C_3 = 1316 \cdot 0,22 \cdot 10^{-6} = 0,00029 \text{ (с)}$$

$$\text{Случай Б: } \tau_{ц} = r_3 \cdot C_3 = 1316 \cdot 0,22 \cdot 10^{-6} = 0,00029 \text{ (с)}$$

$$\text{Случай В: } \tau_{ц} = r_3 \cdot C_3 = 616 \cdot 0,47 \cdot 10^{-6} = 0,00029 \text{ (с)}$$

$$U(t) = Ue^{-\frac{t}{\tau_{ц}}}$$

Временная диаграмма дифференцирующей цепи представлена на рисунке 9.

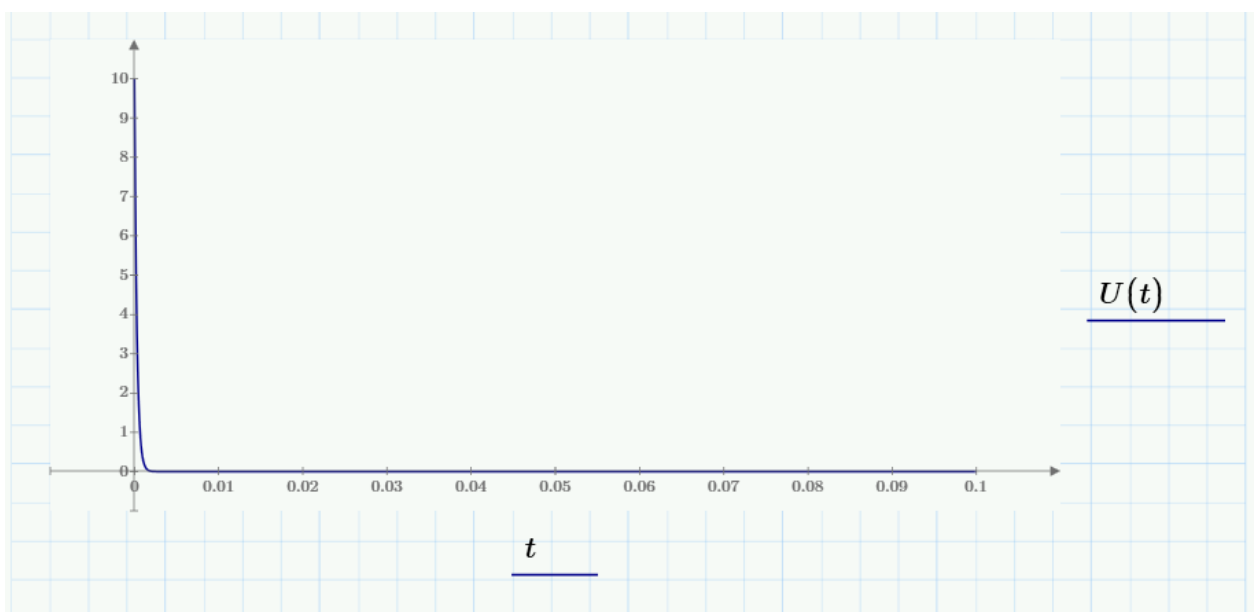


Рисунок 9 – Временная диаграмма дифференцирующей цепи

## 5. Расчёт интегрирующей цепи

Интегрирующая цепь представлена на рисунке 10.

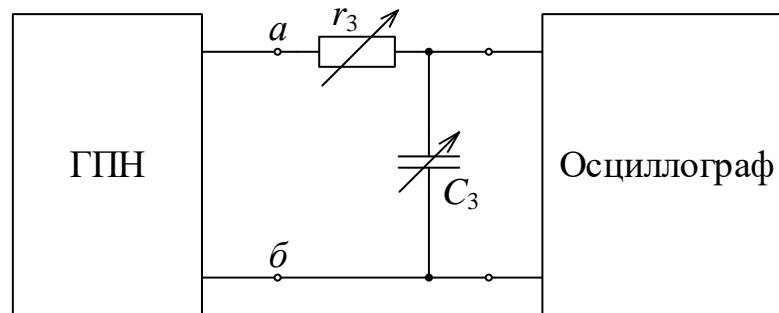


Рисунок 10 – Интегрирующая цепь

$$\text{Случай А: } C_3 = \frac{10}{\omega \cdot r} = \frac{1}{314 \cdot 100} = 31,85 \text{ (мкФ)}$$

$$\text{Случай Б: } C_3 = \frac{10}{\omega \cdot r} = \frac{1}{314 \cdot 200} = 15,92 \text{ (мкФ)}$$

$$\text{Случай В: } C_3 = \frac{10}{\omega \cdot r} = \frac{1}{314 \cdot 200} = 15,92 \text{ (мкФ)}$$

$$\tau_{\text{ц}} = r_3 \cdot C_3 = 0,00318 \text{ (с)}$$

$$U(t) = U \left( 1 - e^{-\frac{\tau_{\text{и}}}{\tau_{\text{ц}}}} \right) = 10 \left( 1 - e^{-\frac{0,01}{0,00318}} \right) = 9,569 \text{ В}$$

Временная диаграмма дифференцирующей цепи представлена на рисунке 11.

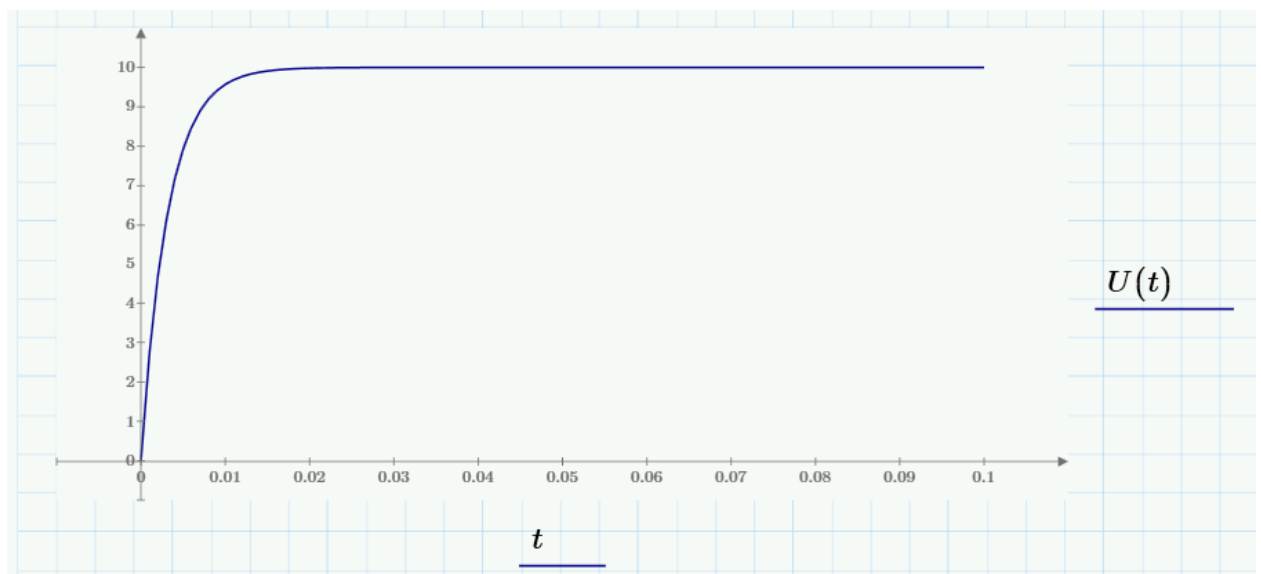


Рисунок 11 – Временная диаграмма интегрирующей цепи

## 6. Результаты эксперимента.

Форма кривой подаваемого напряжения на схему (рис. 12) имеет вид

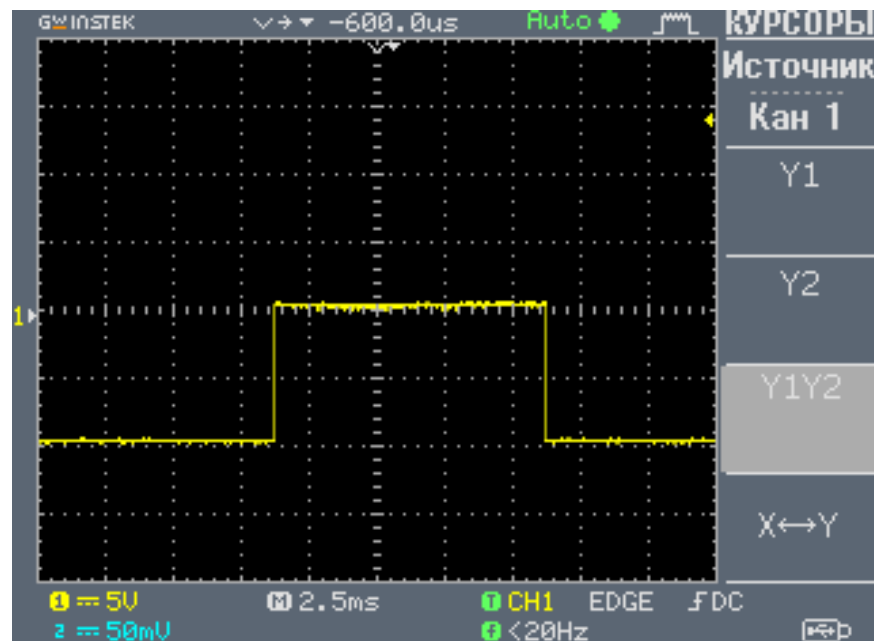


Рисунок 12 – Кривая напряжения ГПН

Результаты измерений представлены в таблице 3:

Таблица 3 – Результаты измерений

$V_{\text{амп}}, \text{В}$	$a_1, \text{В}$	$a_2, \text{В}$	$f, \text{Гц}$	$T, \text{мс}$	$T_c, \text{мс}$
10	7,4	3,6	50	10	2,3

Вычислим частоту собственных колебаний и логарифмический декремент колебаний:

$$f_c = \frac{1}{T_c} = \frac{1}{2,3 \cdot 10^{-3}} = 434,78 \text{ (Гц)}$$

$$\theta = \ln \frac{a_1}{a_2} = \ln \frac{7,4}{3,6} = 0,72$$

Вычисленные значения совпадают со значениями, рассчитанными в домашнем задании.

Осциллограммы напряжения и тока при  $r = 100$  и  $C = 0,22$  приведены на рисунках 13 и 14 соответственно.

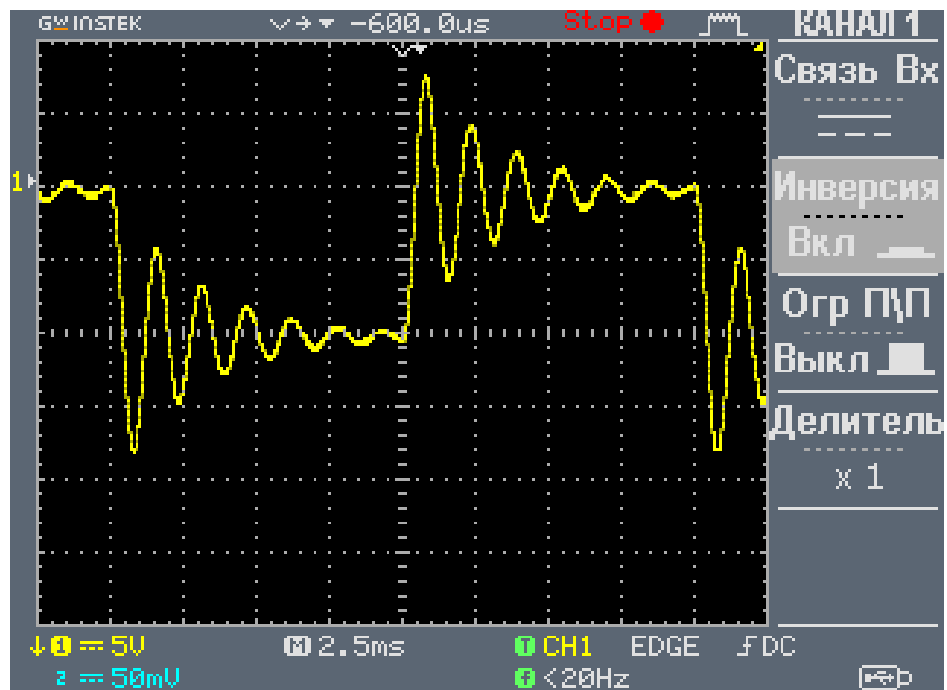


Рисунок 13 – Осциллограмма напряжения

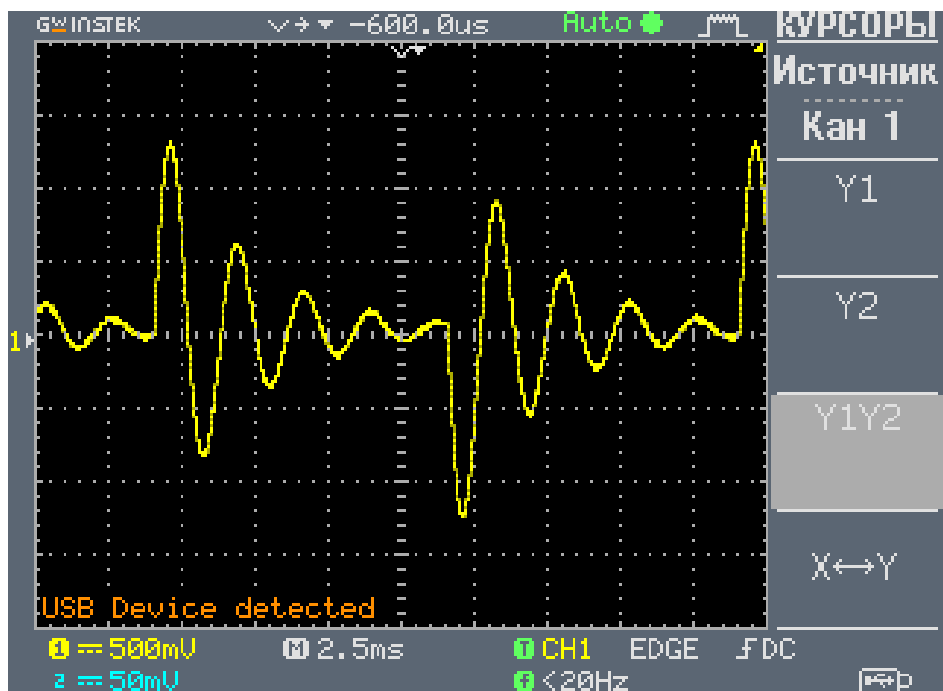


Рисунок 14 – Осциллограмма тока

Также были произведены измерения тока и напряжения при  $r = 100$  и  $C = 0,47$ , результаты которых приведены на рисунках 15 и 16 соответственно, а также измерения напряжения и тока при  $r = 200$  и  $C = 0,47$ , результаты которых приведены на рисунках 17 и 18 соответственно.

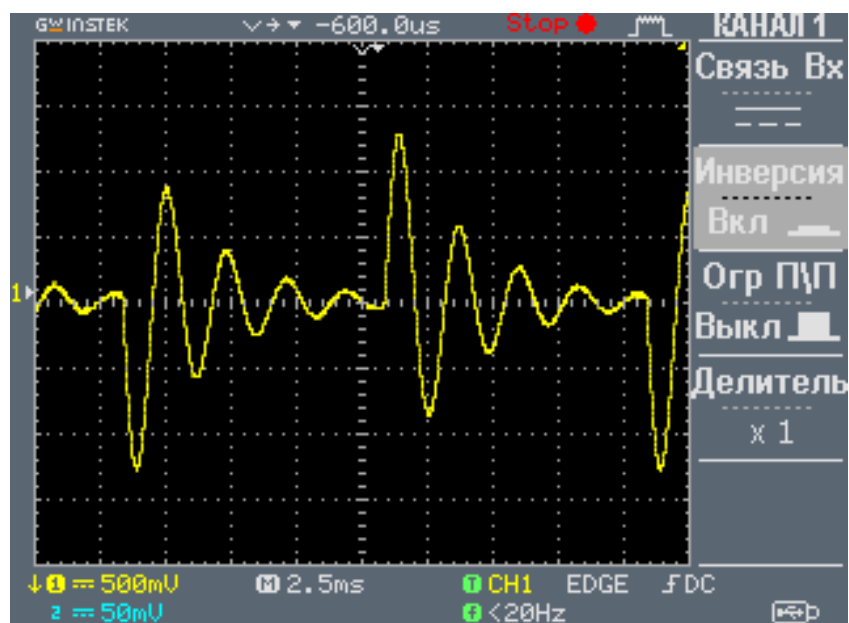


Рисунок 15 – Осциллограмма тока

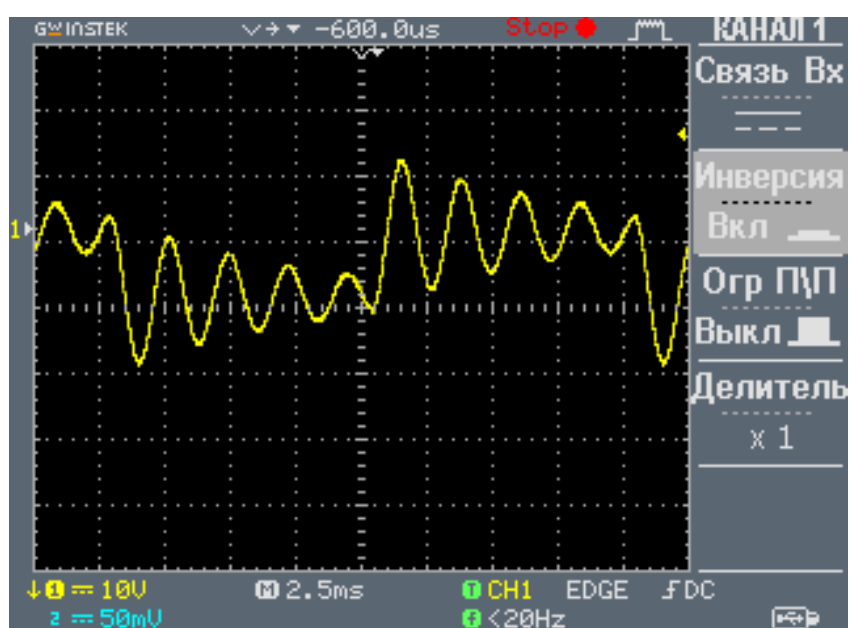


Рисунок 16 – Осциллограмма напряжения

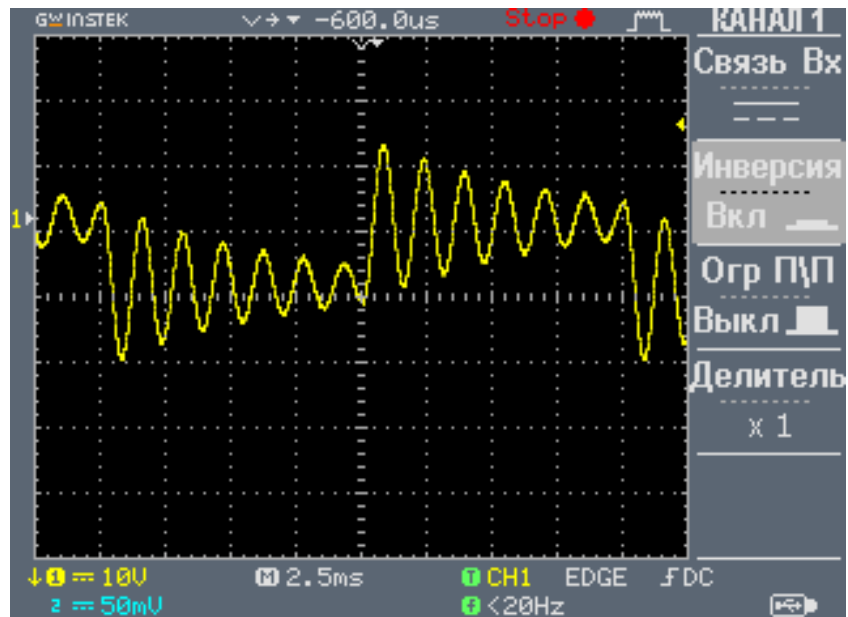


Рисунок 17 – Осциллограмма напряжения

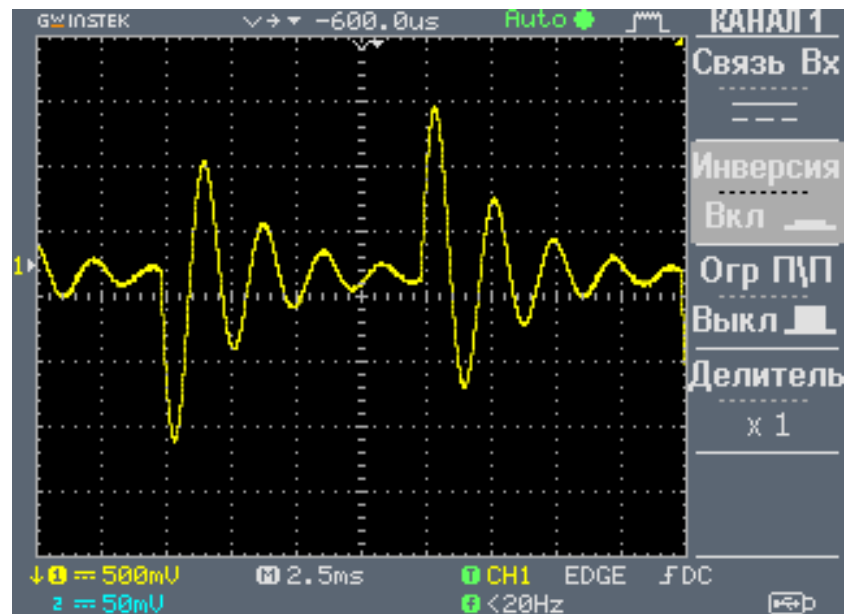


Рисунок 18 – Осциллограмма тока

## 7. Вывод

В процессе подготовки и выполнения лабораторной работы мы провели расчеты и исследовали переходные процессы в линейных электрических цепях с сосредоточенными параметрами. По рассчитанным данным построили графики функций токов и напряжений. Экспериментально сняли измерения амплитуд напряжений, период входного напряжения, осциллограммы тока и напряжения. Также рассчитали логарифмический декремент колебаний.