定义来自算导:

流网络 G: 一个有向图, 有源汇, 每条边有容量, 每条边与其反边不共存。

流 f: 流网络上所有流量构成的带权有向图

残存网络 G_f : 每条边包含其反边,带有残存容量

残存容量:

$$c_f(u,v) = c(u,v) - f(u,v), (u,v) \in G$$
(正边)

$$c_f(u,v) = f(u,v), (v,u) \in G$$
 (反边)

切割 (S,T) 上的净流量:

$$f(S,T) = \sum_{u \in S, v \in T} f(u,v) - \sum_{u \in S, v \in T} f(v,u)$$

引理: 任何切割的净流量 = 当前流图的总流量 |f|

在图 G 上定义点集 S,T 间的切割:

$$c(S,T) = \sum_{u \in S, v \in T, (u,v) \in G} c(u,v)$$

定理:最大流=最小割

可以将定义推广到 G_f 上:

$$c_f(S,T) = c(S,T) - f(S,T)$$

注意这个定义其实就是在残存网络上所有从S到T的边的残存容量的和。

由引理,
$$c_f(S,T) = c(S,T) - |f|$$

所以最大流=最小割。