

Постановка задачи по оптимизации библиотеки libSBT

Цель работы:

Ускорение работы библиотеки libSBT (выполняющей операции над size-balanced tree), в частности - за счёт использования 64-битных инструкций платформы IA-64. Предполагаемое ускорение — порядка десятикратного. Для этого необходимо написать код на языке Си с ассемблерными вставками, либо на чистом ассемблере в AT&T-синтаксисе для IA-64.

Требуемый результат работы:

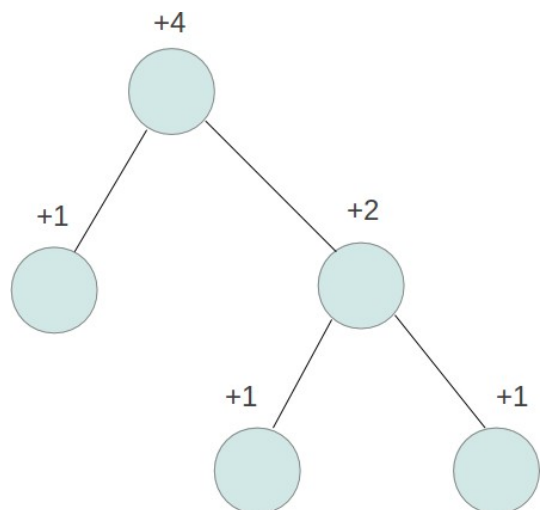
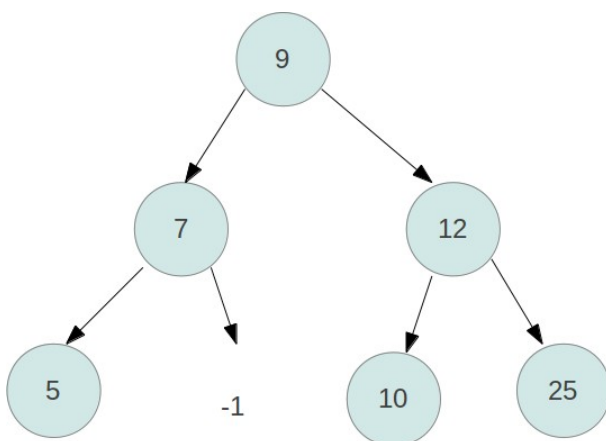
- 1) Оптимизированный вариант библиотеки — программный код на Си с ассемблерными вставками (или код на ассемблере).
- 2) Набор тестов, иллюстрирующих ускорение вставки/удаления/поиска/перебора по сравнению с оригиналом (sbt.c/.h).
- 3) Подробная документация по применённой оптимизации: в чём отличия от оригинального кода на Си, как выполнена оптимизация. Документация должна быть в виде PDF - файла с иллюстрациями, диаграммами — поясняющими работу оптимизированного варианта, а также - содержать результаты тестов.

Описание оригинального кода

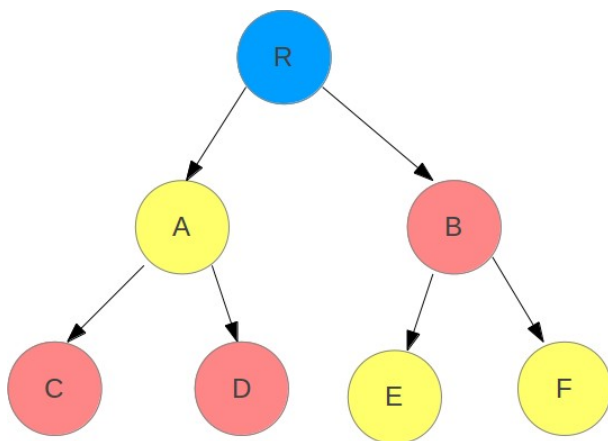
1. Основной тип данных (структура данных):

```
typedef struct TNode {
    TNumber value; // значение, привязанное к ноде
    TNodeIndex parent; // ссылка на уровень выше (используется только в parent-версии sbt.c)
    TNodeIndex left; // ссылка на левое поддерево, = -1, если нет дочерних вершин
    TNodeIndex right; // ссылка на правое поддерево
    TNodeSize size; // size в понимании SBT
    int unused; // «удалённая»; это поле можно использовать и для других флагов
} TNode;
```

2. Пример дерева: значения вершин (слева) и размеры вершин (справа)



3. Условие сбалансированности



условие сбалансированности задаётся неравенствами:

$E.size \leq A.size$ $C.size \leq B.size$

$F.size \leq A.size$ $D.size \leq B.size$

(то есть, дерево как бы выровнено по весу горизонтальных (соседних) слоёв)

размеры (size) вершин определяются правилом:

$R.size = A.size + B.size + 1$

(то есть, размер вершины — это число вершин в соответствующем поддереве)

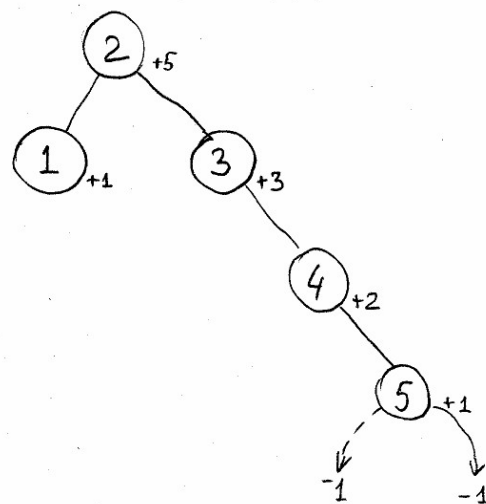
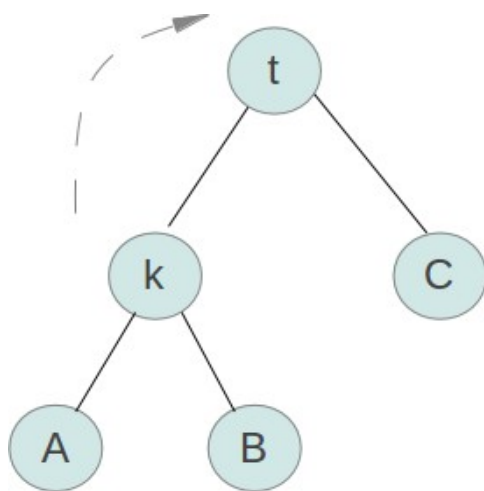


Рисунок 1: Размеры вершин

4. Вращения для балансировки

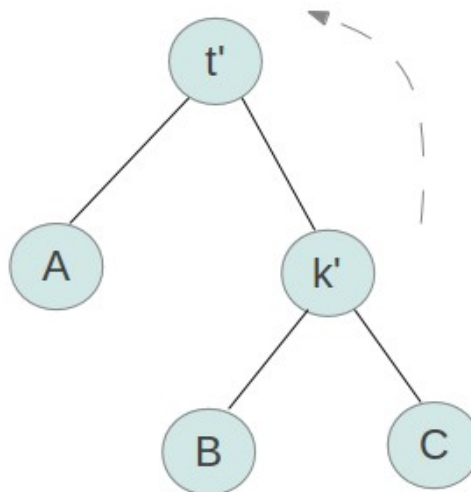
Для балансировки наших деревьев (SBT) используются «вращения»:

«правое вращение»



right rotate

«левое вращение»



left rotate

Основной момент здесь - это критерий «вращений» (rotates). Рассматриваются четыре случая взаимного отношения «размеров» (size) вершин, близких к «корню» балансировки (t). В зависимости от соотношения «размеров», выполняется то или иное вращение.

Балансировка выполняется после добавления вершины (функция AddNode), а также — после удаления вершины из дерева (функция DeleteNode).

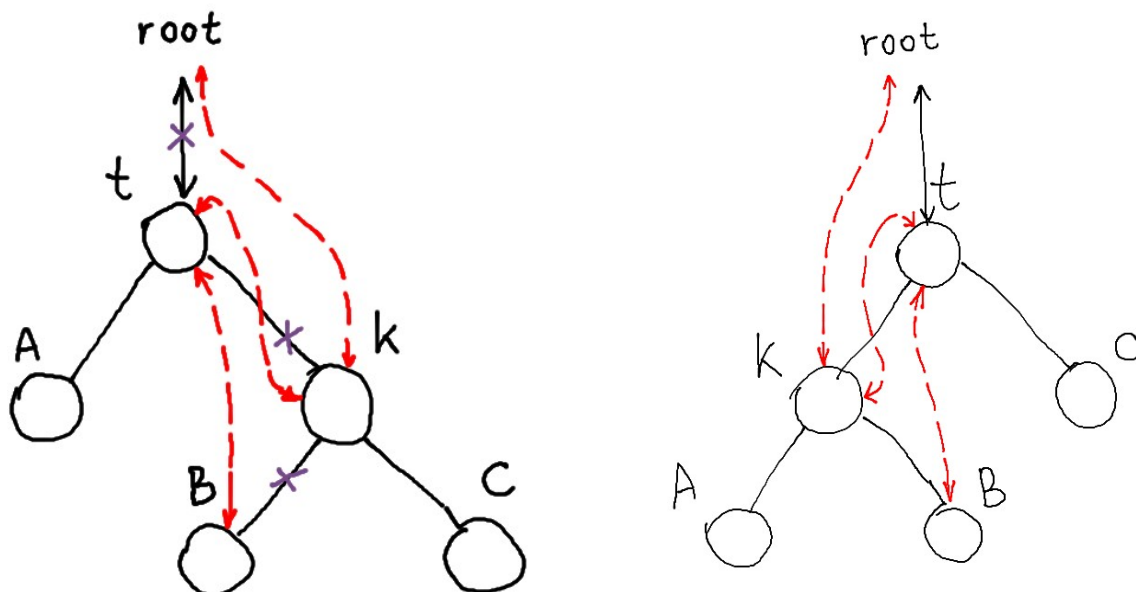
Алгоритм вращения (left или right rotate), более подробно – sbt.c

1. Если нет такой вершины t – игнорировать команду вращения.
2. Повернуть ребро дерева (см. рисунок выше), поменяв связи между вершинами (nodes).
3. Скорректировать «размер» size корня поддерева, t .

```
int SBT_LeftRotate(TNodeIndex t) {  
    if (t < 0) return 0;  
    TNodeIndex k = _nodes[t].right;  
    if (k < 0) return 0;  
    TNodeIndex p = _nodes[t].parent;  
  
    // поворачиваем ребро дерева  
    _nodes[t].right = _nodes[k].left;  
    _nodes[k].left = t;  
  
    // корректируем size  
    _nodes[k].size = _nodes[t].size;  
    TNodeIndex n_l = _nodes[t].left;  
    TNodeIndex n_r = _nodes[t].right; // для ускорения – выборку из кэша  
    TNodeSize s_l = ((n_l != -1) ? _nodes[n_l].size : 0);  
    TNodeSize s_r = ((n_r != -1) ? _nodes[n_r].size : 0);  
    _nodes[t].size = s_l + s_r + 1;  
  
    // меняем трёх предков  
    // 1. t.right.parent = t  
    // 2. k.parent = t.parent  
    // 3. t.parent = k  
    if (_nodes[t].right != -1) _nodes[_nodes[t].right].parent = t; // из кэша  
    _nodes[k].parent = p;  
    _nodes[t].parent = k;  
  
    // меняем корень, parent -> t, k  
    if (p == -1) _tree_root = k; // это root  
    else {  
        if (_nodes[p].left == t) _nodes[p].left = k;  
        else _nodes[p].right = k; // вторую проверку можно не делать  
    }  
    return 1;  
}
```

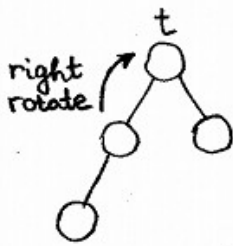
(аналогично выполняется «right rotate»)

Как заменяются связи (в функции SBT_LeftRotate и SBT_RightRotate):

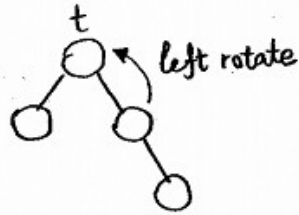


5. Правила балансировки

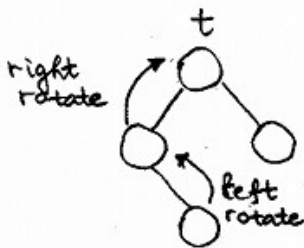
Функция Maintain



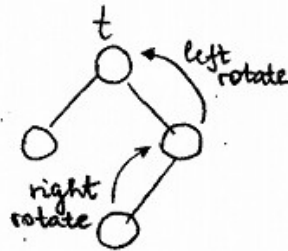
a) $t.\text{left}.\text{left}.\text{size} > t.\text{right}.\text{size}$



b) $t.\text{right}.\text{right}.\text{size} > t.\text{left}.\text{size}$



б) $t.\text{left}.\text{right}.\text{size} > t.\text{right}.\text{size}$



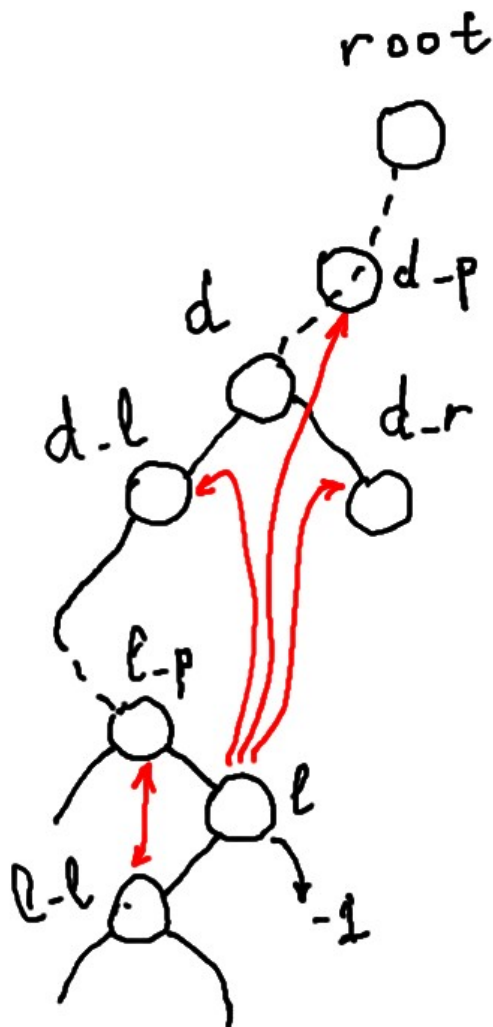
г) $t.\text{right}.\text{left}.\text{size} > t.\text{left}.\text{size}$

Как видно, правила и случаи балансировки — немногочисленны и просты. Вот код функции балансировки, Maintain:

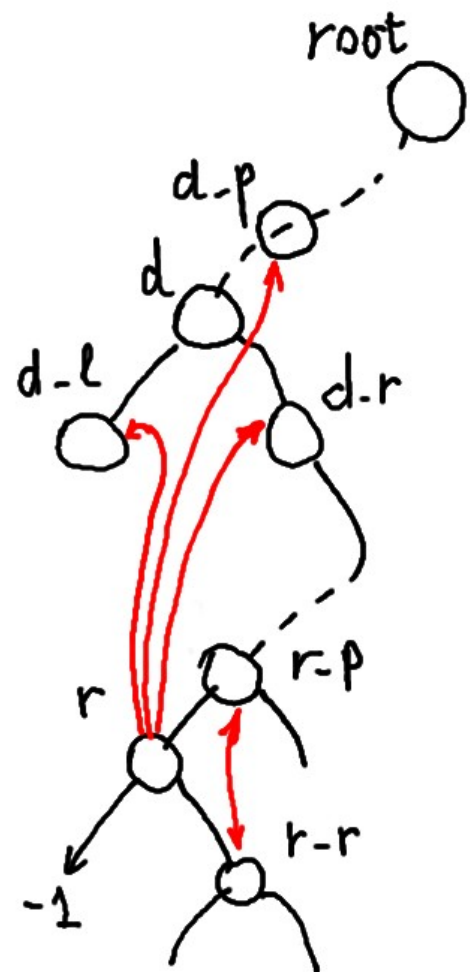
```
int SBT_Maintain(TNodeIndex t) {
    ...
    // поместили слева (?)
    if (SBT_Left_Left_size(t) > SBT_Right_size(t)) {
        SBT_RightRotate(t);
        CALC_T0 // восстановить значение t0
        SBT_Maintain(_nodes[t0].right);
        SBT_Maintain(t0);
    }
    else if (SBT_Left_Right_size(t) > SBT_Right_size(t)) {
        SBT_LeftRotate(_nodes[t].left);
        SBT_RightRotate(t);
        CALC_T0
        SBT_Maintain(_nodes[t0].left);
        SBT_Maintain(_nodes[t0].right);
        SBT_Maintain(t0);
    }
    // поместили справа (?)
    else if (SBT_Right_Right_size(t) > SBT_Left_size(t)) {
        SBT_LeftRotate(t);
        CALC_T0
        SBT_Maintain(_nodes[t0].left);
        SBT_Maintain(t0);
    }
    else if (SBT_Right_Left_size(t) > SBT_Left_size(t)) {
        SBT_RightRotate(_nodes[t].right);
        SBT_LeftRotate(t);
        CALC_T0
        SBT_Maintain(_nodes[t0].left);
        SBT_Maintain(_nodes[t0].right);
        SBT_Maintain(t0);
    }
    return 0;
}
```

Есть также более быстрый (упрощённый) код — функция SBT_Maintain_Simpler().

6. Удаление вершины



NearestAndLesser



NearestAndGreater

DeleteNode, удаление вершины

Удаление вершины — это:

- 1 шаг) собственно вырезание вершины из дерева (находим её через Find-функцию),
- 2 шаг) освобождение памяти из-под этой ячейки,
- 3 шаг) перевешивание на место удалённой вершины — другой, наиболее близкой по значению (NearestAndLesser, NearestAndGreater),
- 4 шаг) балансировка поддерева, которое изменили.

Вырезание вершины — это ключевая часть функции DeleteNode.

Балансировка выполняется после вырезания и перевешивания вершины. Выполняется от непустой вершины: L_P (или R_P) вверх, до корня.

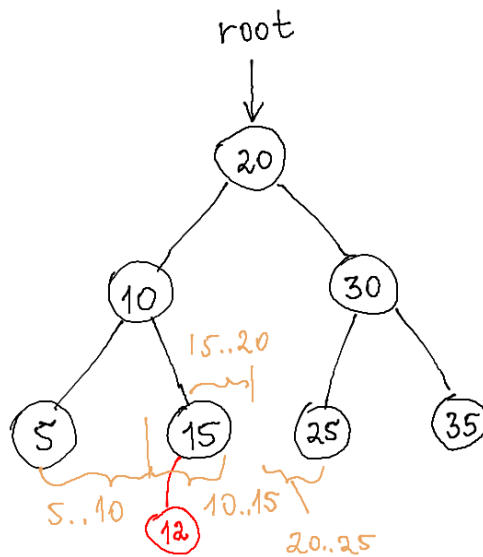
7. Добавление вершины, балансировка

Добавление вершины происходит в три шага:

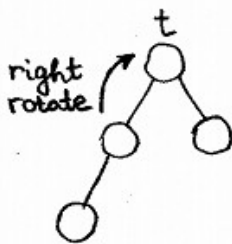
1 шаг) Выделение памяти под ячейку (node);

2 шаг) Добавление вершины (node) в дерево: все узлы дерева (ноды) делят числовую ось (область значений вершин) на интервалы; ищем интервал, которому принадлежит новый лист, соответственно, ищем лист - к которому можно подвесить новый, и добавляем; по-умолчанию — добавляем с приоритетом «вправо», поэтому «левых» вращений при балансировке больше, чем правых;

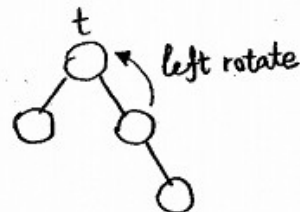
3 шаг) Упорядочивание — балансировка вершин (вызов Maintain для соответствующего поддеревья и «соседних» поддеревьев); например (см. рисунок) — если добавили вершину «12» - то баланс не нарушился, функция Maintain это сама «поймёт», и вершины переставлять не будет.



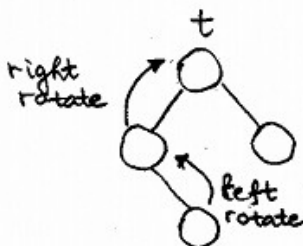
Функция Maintain



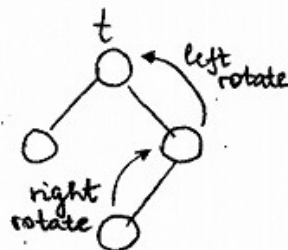
a) $t.\text{left}.\text{left}.\text{size} > t.\text{right}.\text{size}$



b) $t.\text{right}.\text{right}.\text{size} > t.\text{left}.\text{size}$



b) $t.\text{left}.\text{right}.\text{size} > t.\text{right}.\text{size}$



r) $t.\text{right}.\text{left}.\text{size} > t.\text{left}.\text{size}$

8. Возможные пути оптимизации

a) Заменить `Maintain` на `Maintain_Simpler` в функции `DeleteNode()`.