

CB N°10 - INTEGRALES A PARAMETRE**EXERCICE 1**

On considère la fonction $f : x \mapsto \int_0^{+\infty} \frac{e^{-xt}}{1+t} dt$

1. Montrer que f est de classe C^1 sur $]0, +\infty[$.
2. Donner une équation différentielle vérifiée par f .

EXERCICE 2

On considère la fonction $f : x \mapsto \int_0^{+\infty} \frac{e^{-t}}{\sqrt{t}} e^{ixt} dt$

1. Calculer $f(0)$.

On rappelle l'intégrale de Gauss : $\int_0^{+\infty} e^{-t^2} dt = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$.

2. Montrer que f est de classe C^1 sur \mathbb{R} .
3. A l'aide d'une intégration par parties, montrer que f est solution de l'équation différentielle

$$y' = \frac{i-x}{2(1+x^2)} y \quad (E)$$

4. Résoudre (E) est en déduire l'expression de f .