

CB N°5 - ESPACES PRÉHILBERTIENS - SUJET 1

Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Pour $(P, Q) \in \mathbb{R}_n[X]$, on pose :

$$\varphi(P, Q) = \int_{-1}^1 P(t)Q(t)(1+t^2)dt$$

1. Montrer que φ est un produit scalaire sur $\mathbb{R}_n[X]$.
 2. Déterminer une base orthonormée de $\mathbb{R}_2[X]$ pour ce produit scalaire.
 3. Calculer la distance de X^2 à $\mathbb{R}_1[X]$.
-

CB N°5 - ESPACES PRÉHILBERTIENS - SUJET 2

Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Pour $(P, Q) \in \mathbb{R}_n[X]$, on pose :

$$\varphi(P, Q) = \int_{-1}^1 P(t)Q(t)(1-t^2)dt$$

1. Montrer que φ est un produit scalaire sur $\mathbb{R}_n[X]$.
2. Déterminer une base orthonormée de $\mathbb{R}_2[X]$ pour ce produit scalaire.
3. Calculer la distance de X^2 à $\mathbb{R}_1[X]$.