CB n°4 - Séries entières - Sujet 1

EXERCICE 1

Déterminer les rayons de convergence des séries entières suivantes :

1.
$$\sum \frac{n^3}{n!} z^n$$

2.
$$\sum e^{-3n}z^{2n}$$

$$3. \sum \left(1 + \frac{1}{\sqrt{n}}\right)^n z^n$$

4.
$$\sum \frac{1}{2^n} z^{n^2}$$

EXERCICE 2

Déterminer les rayons de convergence et les sommes des séries entières suivantes :

$$1. \sum_{n \ge 1} \frac{2^n}{n} x^n$$

2.
$$\sum_{n\geq 0} \frac{2n^2-1}{n!} x^n$$

EXERCICE 3

Donner les développements en série entière au voisinage de 0 des fonctions suivantes, et préciser les rayons de convergence :

1.
$$x \mapsto \frac{1}{2+x^2}$$

2.
$$x \mapsto \ln(2x^2 - 7x + 3)$$

CB n°4 - Séries entières - Sujet 2

EXERCICE 1

Déterminer les rayons de convergence des séries entières suivantes :

1.
$$\sum \frac{e^n}{n!} z^n$$

2.
$$\sum e^{2n} z^{3n}$$

3.
$$\sum \left(1 - \frac{2}{\sqrt{n}}\right)^n z^n$$

4.
$$\sum \frac{1}{3^n} z^{n^3}$$

EXERCICE 2

Déterminer les rayons de convergence et les sommes des séries entières suivantes :

1.
$$\sum_{n>1} \frac{3^n}{n} x^n$$

2.
$$\sum_{n\geq 0} \frac{2-n^2}{n!} x^n$$

EXERCICE 3

Donner les développements en série entière au voisinage de 0 des fonctions suivantes, et préciser les rayons de convergence :

1.
$$x \mapsto \frac{1}{2 - x^3}$$

2.
$$x \mapsto \ln(3x^2 - 5x + 2)$$