

CB N°8 - FONCTIONS A PLUSIEURS VARIABLES - SUJET 1**Exercice 1**

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R}^2 par :

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 \sin(xy)}{x^2 + y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}.$$

1. Montrer que la fonction f est continue sur \mathbb{R}^2 .
2. Déterminer, en tout point de \mathbb{R}^2 où elles existent, les dérivées partielles d'ordre un de f .
3. La fonction f est-elle de classe C^2 sur \mathbb{R}^2 ?

Exercice 2

Etudier les extrema locaux de la fonction f définie sur \mathbb{R}^2 par :

$$f(x, y) = x^4 + y^4 - 2x^2 + 2y^2$$

CB N°8 - FONCTIONS A PLUSIEURS VARIABLES - SUJET 2**Exercice 1**

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R}^2 par :

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{y^2 \sin(xy)}{x^2 + y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}.$$

1. Montrer que la fonction f est continue sur \mathbb{R}^2 .
2. Déterminer, en tout point de \mathbb{R}^2 où elles existent, les dérivées partielles d'ordre un de f .
3. La fonction f est-elle de classe C^2 sur \mathbb{R}^2 ?

Exercice 2

Etudier les extrema locaux de la fonction f définie sur \mathbb{R}^2 par :

$$f(x, y) = x^4 + y^4 + 2x^2 - 2y^2$$