

CB N°6 - FONCTIONS A PLUSIEURS VARIABLES - SUJET 1**Exercice 1**

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R}^2 par :

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^4}{x^2 + y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}.$$

1. Montrer que la fonction f est de classe C^1 sur \mathbb{R}^2 .
2. La fonction f est-elle de classe C^2 sur \mathbb{R}^2 ?

Exercice 2

Etudier les extrema locaux des fonctions suivantes, définies sur \mathbb{R}^2 :

1. $(x, y) \mapsto y^2 - x^2 + x^3 + x^2y + \frac{1}{3}y^3$
 2. $(x, y) \mapsto x^4 + y^3 - 3y - 2$
-

CB N°6 - FONCTIONS A PLUSIEURS VARIABLES - SUJET 2**Exercice 1**

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R}^2 par :

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{y^4}{x^2 + y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}.$$

1. Montrer que la fonction f est de classe C^1 sur \mathbb{R}^2 .
2. La fonction f est-elle de classe C^2 sur \mathbb{R}^2 ?

Exercice 2

Etudier les extrema locaux des fonctions suivantes, définies sur \mathbb{R}^2 :

1. $(x, y) \mapsto x^2 - y^2 + y^3 + y^2x + \frac{1}{3}x^3$
2. $(x, y) \mapsto y^4 + x^3 - 3x - 2$