CB n°1 - Compléments d'algèbre linéaire - Sujet 1

1. On considère les matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, et $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ -2 & 3 & 2 \\ 2 & -2 & -1 \end{pmatrix}$.

Déterminer la nature des endomorphismes de $\mathbb{R}^3$ canoniquement associés à A et B, ainsi que leurs éléments caractéristiques.

2. On considère les sous-espaces vectoriels de $\mathbb{R}^3$ suivants :
$F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, x + z = 0\}$, $G = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, x - y = 0 \text{ et } x + y + z = 0\}$

a. Déterminer des bases de F et de G.

b. Montrer que F et G sont supplémentaires dans $\mathbb{R}^3$.

c. Donner la matrice dans la base canonique de la projection sur F parallèlement à G.

CB n°1 - Compléments d'algèbre linéaire - Sujet 2

1. On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & -2 & -3 \end{pmatrix}$, et $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Déterminer la nature des endomorphismes de $\mathbb{R}^3$ canoniquement associés à A et B, ainsi que leurs éléments caractéristiques.

2. On considère les sous-espaces vectoriels de $\mathbb{R}^3$ suivants :
$F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, x + z = 0\}$, $G = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, y + z = 0 \text{ et } x + y + z = 0\}$.

a. Déterminer des bases de F et de G.

b. Montrer que F et G sont supplémentaires dans $\mathbb{R}^3$.

c. Donner la matrice dans la base canonique de la symétrie par rapport à F, parallèlement à G.