

CB N°7 - ISOMETRIES - SUJET 1

1. Préciser la nature et les éléments caractéristiques des endomorphismes de \mathbb{R}^3 qui, dans la base canonique ont pour matrice :

$$A = \frac{1}{7} \begin{pmatrix} 6 & -2 & -3 \\ -2 & 3 & -6 \\ -3 & -6 & -2 \end{pmatrix}$$

A est la matrice de la réflexion par rapport au plan d'équation $x + 2y + 3z = 0$.

$$B = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 2 & \sqrt{6} & \sqrt{6} \\ -\sqrt{6} & -1 & 3 \\ -\sqrt{6} & 3 & -1 \end{pmatrix}$$

B est la matrice de la composée de la rotation d'axe $\text{Vect}\{(0, 1, -1)\}$ d'angle $\frac{\pi}{3}$, et de la réflexion par rapport au plan d'équation $y - z = 0$.

2. Donner la matrice dans la base canonique de \mathbb{R}^3 de la réflexion par rapport au plan d'équation $x + y = 0$.

$$M = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Donner la matrice dans la base canonique de \mathbb{R}^3 de la composée de la rotation d'axe $\text{Vect}\{(1, 0, -1)\}$, d'angle $\frac{\pi}{2}$, et de la réflexion par rapport au plan d'équation $x - z = 0$.

$$M = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 & \sqrt{2} & 1 \\ -\sqrt{2} & 0 & -\sqrt{2} \\ 1 & \sqrt{2} & -1 \end{pmatrix}$$

CB N°7 - ISOMETRIES - SUJET 2

1. Préciser la nature et les éléments caractéristiques des endomorphismes de \mathbb{R}^3 qui, dans la base canonique ont pour matrice :

$$A = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} 1 & -4 & 8 \\ -4 & 7 & 4 \\ 8 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

A est la matrice de la réflexion par rapport au plan d'équation $2x + y - 2z = 0$.

$$B = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -1 & \sqrt{6} & 3 \\ -\sqrt{6} & 2 & -\sqrt{6} \\ 3 & \sqrt{6} & -1 \end{pmatrix}$$

B est la matrice de la composée de la rotation d'axe $\text{Vect}\{(1, 0, -1)\}$ d'angle $\frac{\pi}{3}$ et de la réflexion par rapport au plan d'équation $x - z = 0$.

2. Donner la matrice dans la base canonique de \mathbb{R}^3 de la réflexion par rapport au plan d'équation $x - z = 0$.

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

3. Donner la matrice dans la base canonique de \mathbb{R}^3 de la composée de la rotation d'axe $\text{Vect}\{(1, 1, 0)\}$, d'angle $-\frac{\pi}{2}$, et de la réflexion par rapport au plan d'équation $x + y = 0$.

$$M = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 & -1 & -\sqrt{2} \\ -1 & -1 & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & -\sqrt{2} & 0 \end{pmatrix}$$