CB N°5 - ISOMETRIES - SUJET 1

1. Préciser la nature et les éléments caractéristiques de l'endomorphisme de $\mathbb{R}^3$ qui, dans la base canonique a pour matrice :

$$A = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} -1 & \sqrt{2} & 1 \\ -\sqrt{2} & 0 & -\sqrt{2} \\ 1 & \sqrt{2} & -1 \end{pmatrix}$$

A est la matrice de la composée de la réflexion par rapport au plan d'équation $x - z = 0$ et de la rotation d'axe $\text{Vect}\{(1,0,-1)\}$, d'angle $\dfrac{\pi}{2}$.

2. Donner la matrice dans la base canonique de $\mathbb{R}^3$ de la réflexion par rapport au plan d'équation $x + 2y + 3z = 0$.

$$\frac{1}{7}\begin{pmatrix} 6 & -2 & -3 \\ -2 & 3 & -6 \\ -3 & -6 & -2 \end{pmatrix}$$

3. Donner la matrice dans la base canonique de $\mathbb{R}^3$ de la composée de la rotation d'axe $\text{Vect}\{(0,1,-1)\}$, d'angle $\dfrac{\pi}{3}$, et de la réflexion par rapport au plan d'équation $y - z = 0$.

$$\frac{1}{4}\begin{pmatrix} 2 & \sqrt{6} & \sqrt{6} \\ -\sqrt{6} & -1 & 3 \\ -\sqrt{6} & 3 & -1 \end{pmatrix}$$

CB N°5 - ISOMETRIES - SUJET 2

1. Préciser la nature et les éléments caractéristiques de l'endomorphisme de $\mathbb{R}^3$ qui, dans la base canonique a pour matrice :

$$A = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} -1 & -1 & -\sqrt{2} \\ -1 & -1 & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & -\sqrt{2} & 0 \end{pmatrix}$$

A est la matrice dans la base canonique de $\mathbb{R}^3$ de la composée de la réflexion par rapport au plan d'équation $x + y = 0$ et de la rotation d'axe $\text{Vect}\{(1,1,0)\}$, d'angle $-\dfrac{\pi}{2}$.

2. Donner la matrice dans la base canonique de $\mathbb{R}^3$ de la rotation d'axe $\text{Vect}\{(1,-1,1)\}$, d'angle $\dfrac{\pi}{3}$.

$$\frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 & -2 & -1 \\ 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

3. Donner la matrice dans la base canonique de $\mathbb{R}^3$ de la composée de la rotation d'axe $\text{Vect}\{(1,-1,1)\}$, d'angle $-\dfrac{\pi}{3}$, et de la réflexion par rapport au plan d'équation $x - y + z = 0$.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$