CB n°4 - Séries entières - Sujet 1

EXERCICE 1

Déterminer les rayons de convergence des séries entières suivantes :

$$1. \sum \frac{2^n}{n^2} z^n$$

$$2. \sum \sqrt{n} z^{2n}$$

3.
$$\sum \left(n^{\frac{1}{n^2}}-1\right)z^n$$

4.
$$\sum n^2 z^{n^2}$$

EXERCICE 2

Déterminer les rayons de convergence et les sommes des séries entières suivantes :

$$1. \sum_{n\geq 0} \frac{n-2}{n!} x^n$$

2.
$$\sum_{n\geq 0} n e^{-n} x^n$$

EXERCICE 3

Donner les développements en série entière au voisinage de 0 des fonctions suivantes, et préciser les rayons de convergence :

1.
$$x \mapsto \frac{1}{2 - 3x^2}$$

2.
$$x \mapsto \ln \left(x^2 - 6x + 9 \right)$$

CB N°4 - SÉRIES ENTIÈRES - SUJET 2

EXERCICE 1

Déterminer les rayons de convergence des séries entières suivantes :

1.
$$\sum \frac{n^2}{2^n} z^n$$

2.
$$\sum \frac{1}{\sqrt{n}} z^{2n}$$

$$3. \sum \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n z^n$$

4.
$$\sum \frac{1}{n} z^{n^2}$$

EXERCICE 2

Déterminer les rayons de convergence et les sommes des séries entières suivantes :

1.
$$\sum_{n>0} \frac{2n-1}{n!} x^n$$

2.
$$\sum_{n>1} \frac{1}{n} e^{-n} x^n$$

EXERCICE 3

Donner les développements en série entière au voisinage de 0 des fonctions suivantes, et préciser les rayons de convergence :

1.
$$x \mapsto \frac{1}{2x^2 - 3}$$

2.
$$x \mapsto \ln(x^2 + 4x + 4)$$