

**CB N°1 - COMPLÉMENTS D'ALGÈBRE LINÉAIRE - SUJET 1**

1. On considère les matrices  $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 \\ -4 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ , et  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

Déterminer la nature des endomorphismes de  $\mathbb{R}^3$  canoniquement associés à  $A$  et  $B$ , ainsi que leurs éléments caractéristiques.

2. On considère les sous-espaces vectoriels de  $\mathbb{R}^3$  suivants :

$$F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, y + z = 0\}, G = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, x - z = 0 \text{ et } x - y + z = 0\}$$

- Déterminer des bases de  $F$  et de  $G$ .
  - Montrer que  $F$  et  $G$  sont supplémentaires dans  $\mathbb{R}^3$ , à l'aide d'un déterminant (justifier la réponse).
  - Donner la matrice dans la base canonique de la projection sur  $F$  parallèlement à  $G$ .
- 

**CB N°1 - COMPLÉMENTS D'ALGÈBRE LINÉAIRE - SUJET 2**

1. On considère la matrice  $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ , et  $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -2 \\ -2 & 3 & -2 \\ -2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ .

Déterminer la nature des endomorphismes de  $\mathbb{R}^3$  canoniquement associés à  $A$  et  $B$ , ainsi que leurs éléments caractéristiques.

2. On considère les sous-espaces vectoriels de  $\mathbb{R}^3$  suivants :

$$F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, x + y - z = 0\}, G = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, x + z = 0 \text{ et } x + y + z = 0\}.$$

- Déterminer des bases de  $F$  et de  $G$ .
- Montrer que  $F$  et  $G$  sont supplémentaires dans  $\mathbb{R}^3$ , à l'aide d'un déterminant (justifier la réponse).
- Donner la matrice dans la base canonique de la symétrie par rapport à  $F$ , parallèlement à  $G$ .