CB n°2 - Séries numériques - Intégrales généralisées - Sujet 1

EXERCICE 1

Convergence et calcul des intégrales suivantes :

1.

$$\int_0^{+\infty} \frac{\mathrm{d}x}{x^2+3x+2}$$

2.

$$\int_0^{+\infty} \frac{\mathrm{d}x}{2\mathrm{e}^x+3}$$

EXERCICE 2

Convergence et somme des séries suivantes :

1.

$$\sum_{n\geq 2} \ln\left(1-\frac{1}{n^2}\right)$$

2.

$$\sum_{n\geq 0} \frac{-n+2}{n!}$$

sachant que $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{n!} = \mathrm{e}$.

EXERCICE 3

On considère la fonction

$$f : t \mapsto \frac{\ln t}{(1+t)^2}$$

1. Justifier que f est intégrable sur $[1,+\infty[$.

2. Calculer

$$\int_1^{+\infty} f(t)\mathrm{d}t$$

CB n°2 - Séries numériques - Intégrales généralisées - Sujet 2

EXERCICE 1

Convergence et calcul des intégrales suivantes :

1.

$$\int_0^{+\infty} \frac{\mathrm{d}x}{x^2 + 2x + 10}$$

2.

$$\int_0^{+\infty} \frac{\mathrm{d}x}{3\mathrm{e}^x + 2}$$

EXERCICE 2

Convergence et somme des séries suivantes :

1.

$$\sum_{n \geq 2} \ln\left(1 + \frac{1}{n^2 - 1}\right)$$

2.

$$\sum_{n \geq 0} \frac{2n - 1}{n!}$$

sachant que $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{n!} = \mathrm{e}$.

EXERCICE 3

On considère la fonction

$$f : t \mapsto \frac{\ln t}{(1+t)^2}$$

1. Justifier que f est intégrable sur $]0, 1]$.

2. Calculer

$$\int_0^1 f(t)\mathrm{d}t$$