

Math. - CC 2 - S2 - Géométrie

vendredi 7 mai 2021 - Durée 1 h

Toutes les réponses seront justifiées. La notation tiendra compte du soin apporté à la rédaction.

Dans l'espace euclidien \mathbb{R}^3 rapporté au repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère la surface \mathcal{S} d'équation cartésienne

$$z = (y - 2\sqrt{2}x)y$$

ainsi que la surface paramétrée Σ définie par

$$\begin{cases} x = \sqrt{2}uv \\ y = (u+v)^2 \\ z = (u^2 - v^2)^2 \end{cases}, \quad (u, v) \in \mathbb{R}^2$$

On note $M(u, v)$ le point de Σ de paramètres u et v .

1. A propos de \mathcal{S}

- a.
 - i. Quelle est la nature de l'intersection de \mathcal{S} avec un plan d'équation $y = \alpha$, où $\alpha \in \mathbb{R}$?
On ne demande pas les caractéristiques.
 - ii. Qu'en déduit-on pour \mathcal{S} ?
- b. Quelle est la nature de l'intersection de \mathcal{S} avec un plan d'équation $x = \beta$, où $\beta \in \mathbb{R}$?
On ne demande pas les caractéristiques.
- c.
 - i. Quelles sont la nature et les caractéristiques de l'intersection \mathcal{C}_γ de \mathcal{S} avec un plan d'équation $z = \gamma$, où $\gamma \in \mathbb{R}$? Distinguer différents cas suivant les valeurs de γ .
 - ii. On note O_γ le point de coordonnées $(0, 0, \gamma)$. Tracer, **au verso du sujet**, les courbes \mathcal{C}_γ dans le repère $(O_\gamma; \vec{i}, \vec{j})$ pour $\gamma \in \{-2, 0, 1\}$.
On pourra confondre les points O_γ et tracer les 3 courbes dans le même repère.
- d. Montrer que \mathcal{S} est régulière et déterminer une équation cartésienne du plan tangent à \mathcal{S} en un point M_0 de \mathcal{S} de coordonnées (x_0, y_0, z_0) . Cette équation ne devra pas dépendre de z_0 .
- e. Dans le cas particulier où M_0 est le point O , préciser la position relative de \mathcal{S} et du plan tangent.

2. Comparaison entre \mathcal{S} et Σ

- a. Vérifier que $\Sigma \subset \mathcal{S}$.
- b. A-t-on $\Sigma = \mathcal{S}$?

3. A propos de Σ

- a. Déterminer la nature géométrique de l'ensemble des points non réguliers de Σ .
- b. Soit $M(u, v)$ un point régulier de Σ . Déterminer, en fonction des paramètres u et v , une équation cartésienne du plan tangent à Σ au point $M(u, v)$.

Fin de l'énoncé de géométrie

NOM, PRÉNOM :

À RENDRE AVEC LA COPIE

