

# 7 Messbrücke

## Lernziele

- Kapazitätsmessung nach Wien
- Messtechnische Bestimmung der Empfindlichkeit nach Wien
- Fehlerrechnung

## 7.1 Wechselstrommessbrücke

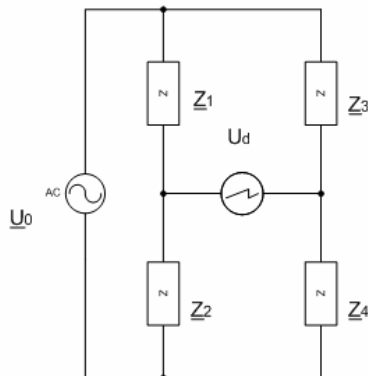


Bild 7.1: Wechselstrommessbrücke

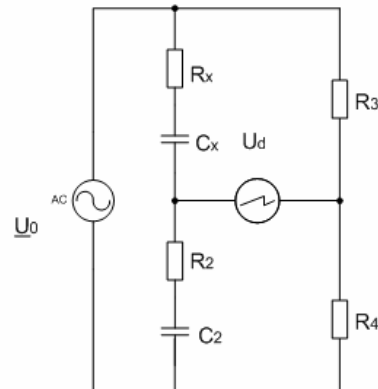


Bild 7.2: Wien Messbrücke

Tabelle 7.1: Bauteilwerte für die Wien-Brücke

Bauteil	$R_2$	$C_2$	$R_3$	$R_4$
Nennwert	$100\,\Omega$	$150\,\text{nF}$	$2,2\,\text{k}\Omega$	$2,2\,\text{k}\Omega$
Toleranz	$\pm 0,1\,\%$	$\pm 5\,\%$	$\pm 0,1\,\%$	$\pm 0,1\,\%$

### 7.1.1 Vergleich realer/idealer Kondensator

- Was sind die Eigenschaften eines idealen Kondensators?
- Wie unterscheidet er sich von einem realen Kondensator?
- Wie sieht das Ersatzschaltbild eines realen Kondensators aus?

### 7.1.2 Abgleich einer Wechselstrombrücke

- Was sind die allgemeinen Abgleichbedingungen einer Wechselstrombrücke?
- Leiten sie die Abgleichbedingungen für die gegebene Wien-Messbrücke her.
- Die Wien-Messbrücke sei bei den für  $R_2, R_3, R_4$  und  $C_2$  gegebenen Werten abgeglichen. Berechnen Sie den ohmschen und kapazitiven Anteil der realen Kapazität ( $R_x$  und  $C_x$ ).
- Wie kann messtechnisch überprüft werden, ob eine Wechselstrombrücke abgeglichen ist?

### 7.1.3 Empfindlichkeit

- Wie ist die Empfindlichkeit einer Messbrücke definiert?
- Wie kann sie gemessen werden?
- Leiten Sie den Ausdruck für die Empfindlichkeit der gegebenen Wien-Messbrücke her.
- Unter welchen Bedingungen erreicht die Empfindlichkeit ihr Maximum?

## 7.2 Fehlerrechnung

### 7.2.1 Fehlerrechnung für eine Wien-Messbrücke

Betrachten Sie die gegebene Wien-Messbrücke und die in Aufgabe 7.1.2 hergeleiteten Abgleichbedingungen. Welche Messunsicherheiten ergeben sich für den gemessenen ohmschen und kapazitiven Anteil der realen Kapazität ( $R_x$  und  $C_x$ ), wenn die Toleranzen von  $R_2, R_3, R_4$  und  $C_2$  die einzigen Unsicherheitsquellen sind?

## 7.3 Zusatzaufgaben

### 7.3.1 Wien-Robinson-Messbrücke

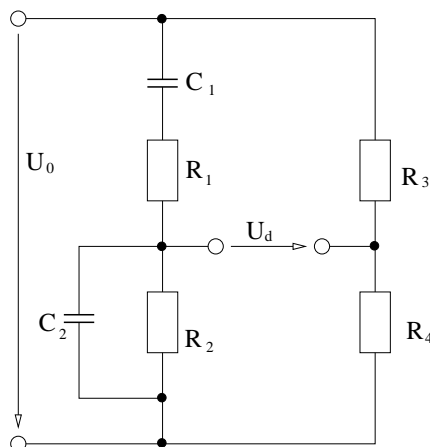


Bild 7.3: Wien-Robinson Messbrücke

Gegeben ist die in Abbildung 7.3 gezeigte Messbrückenschaltung. Die Brücke wird mit einer sinusförmigen Spannung  $U_0$  gespeist.

1. Geben Sie die Abgleichbedingung der Brücke nach Imaginär- und Realteil getrennt an.

Ergebnis: *Realteil*:  $R_2 R_3 = R_4 \left( R_1 + R_2 \frac{C_2}{C_1} \right)$ , *Imaginärteil*:  $1 = \omega^2 R_1 R_2 C_1 C_2$

2. Die Messbrücke soll zur Bestimmung der unbekannten Bauteile  $R_1$  und  $C_1$  verwendet werden. Die anderen Bauteile sind bekannt:  $R_2 = 10\text{ k}\Omega$ ,  $C_2 = 1\text{ nF}$ ,  $R_3 = 10\text{ k}\Omega$ ,  $R_4 = 5\text{ k}\Omega$ . Die Frequenz der Speisespannung  $U_0$  beträgt  $f = 1\text{ kHz}$ . Berechnen Sie  $C_1$  und  $R_1$  für den Fall einer abgeglichenen Messbrücke ( $U_d = 0\text{ V}$ ).

Ergebnis:  $R_1 = 19,9\text{ k}\Omega$ ,  $C_1 = 127\text{ nF}$

3. Die Brücke soll nun als Frequenzmessbrücke im Abgleichverfahren verwendet werden. Wie groß ist  $f_x$ , wenn die Brücke bei  $R_3 = 2R_4 = 10\text{ k}\Omega$ ,  $R_1 = R_2 = R = 10\text{ k}\Omega$ ,  $C_1 = C_2 = C = 1\text{ nF}$  abgeglichen ist ( $U_d = 0\text{ V}$ )?

Ergebnis:  $f_x = 15,9\text{ kHz}$

## 7.3.2 Temperaturmessbrücke

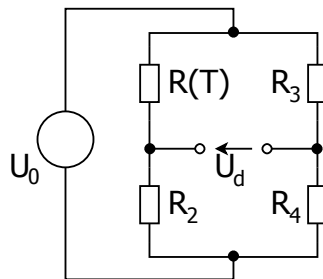


Bild 7.4: Temperaturmessbrücke mit PT100

Mit Hilfe der in Abbildung 7.4 dargestellten Messbrücke sollen Temperaturen zwischen  $0^\circ\text{C}$  und  $100^\circ\text{C}$  im Ausschlagsverfahren gemessen werden. Als temperaturabhängiger Widerstand wird ein PT100 Widerstand verwendet. Die Temperaturabhängigkeit des Widerstandes lässt sich gemäß DIN EN 60751 im Bereich von  $0^\circ\text{C}$  bis  $100^\circ\text{C}$  mit einer linearen Funktion beschreiben:

$$R(T) = R_0(1 + aT)$$

mit  $R_0 = 100\Omega$  und  $a = 3,85 \cdot 10^{-3} \text{ } 1/\text{K}$ . Wobei  $T$  in  $^\circ\text{C}$  eingesetzt wird.

1. Wie lautet der Zusammenhang zwischen der Diagonalspannung  $U_d$  und dem Temperaturabhängigen Widerstand  $R(T)$ ?

Ergebnis:  $U_d = \left( \frac{R(T)}{R_2 + R(T)} - \frac{R_3}{R_4 + R_3} \right) U_0$  (andere korrekte Lösungen möglich)

2. Wie werden Widerstände  $R_2$ ,  $R_3$  und  $R_4$  sinnvollerweise dimensioniert, wenn die Brücke in der Mitte des Messbereiches bei  $T = 50^\circ\text{C}$  abgeglichen sein soll ( $U_d = 0\text{V}$ )?

Ergebnis:  $R_2 = R_3 = R_4 = 119,25\Omega$  (in der Praxis wahrscheinlich meist  $120\Omega$ )

3. Wie lautet der exakte Zusammenhang zwischen der Diagonalspannung  $U_d$  und der Temperatur  $T$ ? Es kann davon ausgegangen werden, dass  $R = R_2 = R_3 = R_4 = R(T = 50^\circ\text{C})$  gilt. **Hinweis:** Verwenden Sie für die Rechnung die Substitution  $R(T) = R + \Delta R(T)$

Ergebnis:  $U_d(T) = \frac{aR_0(T - 50^\circ\text{C})}{4R + 2aR_0(T - 50^\circ\text{C})} U_0$

4. In der Praxis wird meist eine Näherung für die Abhängigkeit zwischen der Diagonalspannung  $U_d$  und Widerstandsänderung  $\Delta R$  verwendet. Wie lautet für diesen Fall der Zusammenhang zwischen Diagonalspannung  $U_d$  und Temperatur  $T$ ?

Ergebnis:  $U_{d, \text{einf}}(T) = \frac{aR_0U_0}{4R} (T - 50^\circ\text{C})$

5. Wie groß ist der absolute Fehler bei der Temperaturmessung, wenn statt der exakten Beziehung mit der Näherung gerechnet und  $R = R_2 = R_3 = R_4 = 120\Omega$  verwendet wird? Plotten Sie den Fehler  $\Delta T$  in Abhängigkeit von der Temperatur  $T$  und bestimmen Sie grafisch sein Maximum.

Ergebnis:  $\Delta T = \frac{2R(T - 50^\circ)}{2R + aR_0(T - 50^\circ)} + 50^\circ - T, \Delta T_{\text{max}} = -4,36\text{K}$

6. Wie lautet die Beziehung für die Empfindlichkeit im exakten und für den vereinfachten Fall? Durch welche Maßnahmen lässt sich die Empfindlichkeit der Messeinrichtung vergrößern?

Ergebnis:  $E(T) = \frac{aR_0(4R + R_0a(T - 50^\circ\text{C}))}{(4R + 2aR_0(T - 50^\circ\text{C}))^2}, E_{\text{einf}} = \frac{aR_0U_0}{4R}$