

6 Leistungsmessung

Lernziele

- Leistungen bei sinusförmigen Strömen und Spannungen
- Leistungen bei nichtsinusförmigem Strom und sinusförmiger Spannung vor einem Wechselstromsteller (Dimmer)
- Leistung bei nichtsinusförmigen Strömen und Spannungen hinter einem Wechselstromsteller (Dimmer)
- Blindleistungsmessung mittels Dreiphasennetz

6.1 Leistungen bei sinusförmigen Spannungen und Strömen

6.1.1 Leistungsarten

- Welche Leistungsarten sind für sinusförmige Größen definiert?
- Wie hängen sie zusammen?
- Wie können sie berechnet werden?

6.1.2 Leistungsfaktor

Wie berechnet sich der Leistungsfaktor für sinusförmige Größen?

6.1.3 Messung von Leistungen

Wie kann aus dem zeitlichen Verlauf von Strom und Spannung die Wirk-, die Schein- und die Blindleistung ermittelt werden? Zeichnen sie Blockschaltbilder.

6.2 Leistungen bei sinusförmigen Spannungen und nichtsinuformigen Strömen an einem Wechselstromsteller (Dimmer)

6.2.1 Dimmer

Beschreiben Sie die Funktionsweise eines Dimmers.

6.2.2 Grundschwingungsblindleistung

- Was versteht man unter der Grundschwingungsblindleistung?
- Wie kann sie gemessen werden?

6.2.3 Verzerrungsleistung

- Was versteht man unter der Verzerrungsleistung?
- Wann tritt sie auf?

6.2.4 Berechnung von Leistungen bei nichtsinusförmigem Strom

Berechnen Sie Wirk-, Schein- und Blindleistung für eine sinusförmige Spannung und einen nichtsinusförmigen Strom, der vom dem Zündwinkel ϑ eines Dimmers abhängt.

6.2.5 Leistungsfaktor

Wie berechnet man den Leistungsfaktor in Abhängigkeit vom Zündwinkel ϑ ?

6.3 Blindleistungsmessung mittels Dreiphasennetz

6.3.1 Spannungen im Dreiphasennetz

Stellen sie die Spannungsverläufe in einem Dreiphasennetz über der Zeit und als komplexe Spannungszeiger dar.

6.3.2 Blindleistungsmessung

Wie kann man ohne aufwendige Phasendrehersaltung mit Hilfe des Dreiphasennetzes einfach die Blindleistung messen?

6.4 Fehlerrechnung

6.4.1 Unsicherheitsfortpflanzung

- Wie lautet das Gesetz zur Unsicherheitsfortpflanzung?
- Leiten Sie Beziehungen für die Unsicherheit des Ergebnisses bei:
 - Addition
 - Multiplikationher.

Zusatzaufgaben

6.4.2 Leistungsmessung am Wechselstromsteller

Die Leistungsverläufe an einem Wechselstromsteller werden untersucht. Dabei wird an einer ohmschen Last R der Ansnchnittswinkel ϑ der Thyristoren verändert (Bild 6.1). Prinzipiell verhalten sich Strom und Spannung wie in dem Bild 6.2 dargestellt ist.

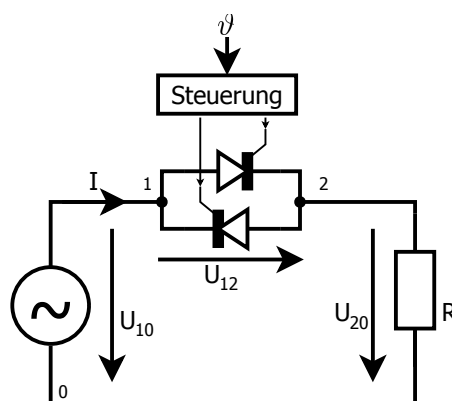


Bild 6.1: Prinzipschaltbild eines Wechselstromstellers

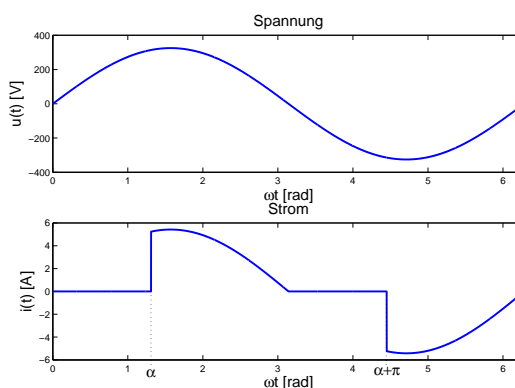


Bild 6.2: Verlauf von Strom und Spannung am Wechselstromsteller

Die Verzerrungsleistung wird aus einer Messung von Strom I (Effektivwert), Spannung U (Effektivwert), Wirkleistung P und Grundschwingungsblindleistung Q_1 bestimmt. Die Daten der Messgeräte und die Meßwerte sind in der Tabelle 6.1 zusammengefasst.

Instrument	Messbereich	Klasse	Anzeige
Strommesser	5 A	1,0	3,5 A
Spannungsmesser	300 V	1,0	229,0 V
Wirkleistungsmesser	1000 W	1,5	680,0 W
Blindleistungsmesser	500 Var	1,5	310,0 Var

Tabelle 6.1: Messwerte

Berechnen Sie:

1. Den Leistungsfaktor λ und die Verzerrungsleistung D .

Berechnung des Leistungsfaktors:

$$\lambda = \frac{P}{S} = \frac{P}{U_{eff} \cdot I_{eff}} = \frac{680 \text{ W}}{3,5 \text{ A} \cdot 229,0 \text{ V}} = \mathbf{0,85}$$

Berechnung der Verzerrungsleistung:

$$\begin{aligned} S^2 &= P^2 + Q^2 \\ \Leftrightarrow Q^2 &= S^2 - P^2 \\ Q^2 &= Q_1^2 + D^2 \\ \Leftrightarrow D^2 &= Q^2 - Q_1^2 \\ D^2 &= S^2 - P^2 - Q_1^2, \text{ mit (6.1)} \\ D &= \sqrt{S^2 - P^2 - Q_1^2} \\ D &= \mathbf{289,7 \text{ Var}} \end{aligned} \tag{6.1}$$

2. Die Unsicherheit der vier Messgeräte ($k = 1$).

Berechnung der Unsicherheit der Messgeräte:

$$\begin{aligned} u_U &= 2 \cdot 300 \text{ V} \cdot \frac{1,0}{100} \cdot \frac{1}{\sqrt{12}} = 300 \text{ V} \cdot \frac{1,0}{100} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \mathbf{1,73 \text{ V}} \\ u_I &= 5 \text{ A} \cdot \frac{1,0}{100} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \mathbf{0,03 \text{ A}} \\ u_P &= 1000 \text{ W} \cdot \frac{1,5}{100} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \mathbf{8,66 \text{ W}} \\ u_Q &= 500 \text{ Var} \cdot \frac{1,5}{100} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \mathbf{4,33 \text{ Var}} \end{aligned}$$

Die Genauigkeitsklasse gibt Auskunft über die maximale relative Abweichung des Messwerts in Prozent vom Skalenendwert. Das Fehlerintervall ist doppelt so groß. Unter der Annahme eines gleichverteilten Fehlers, muss der Wert durch $\sqrt{12}$ geteilt werden, um die Standardabweichung zu erhalten.

3. Den ohmsche Widerstand R und den Effektivwert des Stromes für $\vartheta = 0^\circ$.

Berechnung des ohmschen Widerstandes:

$$R = \frac{P}{I_{eff}^2} = 55,5 \Omega$$

Berechnung des Effektivwertes des Stromes für $\vartheta = 0^\circ$:

$$I_{eff}(\vartheta = 0^\circ) = \frac{U_{eff}}{R} = \frac{229 \text{ V}}{55,5 \text{ A}} = 4,1 \text{ A} \quad (6.2)$$

4. Die Unsicherheit der Verzerrungsleistung.

Die Formel für Fortpflanzung der Unsicherheit lautet:

$$u_D^2 = \left(\frac{\partial D}{\partial U} \right)^2 u_U^2 + \left(\frac{\partial D}{\partial I} \right)^2 u_I^2 + \left(\frac{\partial D}{\partial P} \right)^2 u_P^2 + \left(\frac{\partial D}{\partial Q_1} \right)^2 u_{Q_1}^2$$

Ableitungen:

$$\begin{aligned} \frac{\partial D}{\partial Q_1} &= -\frac{Q_1}{D} \\ \frac{\partial D}{\partial P} &= -\frac{P}{D} \\ \frac{\partial D}{\partial I} &= \frac{U^2 I}{D} \\ \frac{\partial D}{\partial U} &= \frac{U I^2}{D} \end{aligned}$$

Berechnung der Unsicherheit:

$$\begin{aligned} u_D^2 &= \left(\frac{U I^2}{D} \right)^2 u_U^2 + \left(\frac{U^2 I}{D} \right)^2 u_I^2 + \left(\frac{P}{D} \right)^2 u_P^2 + \left(\frac{Q_1}{D} \right)^2 u_{Q_1}^2 \\ u_D &= \pm 32,4 \text{ Var} \end{aligned}$$

5. Die Leistungsverläufe S , P , Q , Q_1 , D in Abhängigkeit vom Steuerwinkel ϑ . Die Leistungsgrößen sind dabei absolut anzugeben.

Der Wert für U_{eff} ist in der Aufgabenstellung gegeben. I_{eff} wurde in Gleichung 6.2 berechnet. Somit sind $\hat{u} = \frac{U_{eff}}{\sqrt{2}}$ und $\hat{i} = \frac{I_{eff}}{\sqrt{2}}$ bekannt. S , P und Q können mit Hilfe folgender

Gleichungen in Abhängigkeit von ϑ berechnet werden (siehe Aufgabe 6.2.4):

$$\begin{aligned}
 P(\vartheta) &= \frac{\hat{u}\hat{i}}{2\pi} \left[\pi - \vartheta + \frac{1}{2} \sin(2\vartheta) \right] \\
 S(\vartheta) &= \frac{\hat{u}\hat{i}}{2} \sqrt{\frac{1}{\pi} \left[\pi - \vartheta + \frac{1}{2} \sin(2\vartheta) \right]} \\
 Q(\vartheta) &= \left(\frac{\hat{u}\hat{i}}{2\pi} \right) \sqrt{\left(\pi - \vartheta + \frac{1}{2} \sin(2\vartheta) \right) \left(\vartheta - \frac{1}{2} \sin(2\vartheta) \right)}
 \end{aligned}$$

Um die Grundswingungsblindleistung Q_1 und Verzerrungsleistung D berechnen zu können, muss zunächst mit Hilfer einer Fourierreihenentwicklung die Grundswingungskomponente I_1 des Stromes berechnet werden:

$$\begin{aligned}
 a_1 &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} i(\omega t, \vartheta) \cos(\omega t) \, d\omega t \\
 &= \frac{2\hat{i}}{\pi} \int_{\vartheta - \frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2(\omega t) \, d\omega t \\
 &= \frac{\hat{i}}{\pi} \int_{\vartheta - \frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} 1 + \cos(2\omega t) \, d\omega t \\
 &= \frac{\hat{i}}{\pi} \left(\pi - \vartheta + \frac{1}{2} \sin(2\vartheta) \right) \tag{6.3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b_1 &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} i(\omega t, \vartheta) \sin(\omega t) \, d\omega t \\
 &= \frac{2\hat{i}}{\pi} \int_{\vartheta - \frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin(\omega t) \cos(\omega t) \, d\omega t \\
 &= \frac{\hat{i}}{\pi} \int_{\vartheta - \frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin(2\omega t) \, d\omega t \\
 &= \frac{\hat{i}}{\pi} \left[-\frac{1}{2} \cos(2\omega t) \right]_{\vartheta - \frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \\
 &= \frac{\hat{i}}{2\pi} (1 - \cos(2\vartheta)) \\
 &= \frac{\hat{i}}{\pi} \sin^2 \vartheta \tag{6.4}
 \end{aligned}$$

Hieraus können der Effektivwert $I_{1,eff}$ der Grundswingungskomponente sowie ihre Phasenverschiebung ϕ_1 bezüglich der Spannung berechnet werden:

$$\begin{aligned}
 I_{1,eff} &= \sqrt{\frac{a_1^2 + b_1^2}{2}} \\
 \phi_1 &= -\arctan\left(\frac{b_1}{a_1}\right)
 \end{aligned}$$

Die Grundswingungsblindleistung Q_1 und die Verzerrungsleistung D können nun be-

rechnet werden:

$$Q_1 = U_{eff} I_{1,eff} \sin \phi_1$$

$$D = \sqrt{Q^2 - Q_1^2}$$

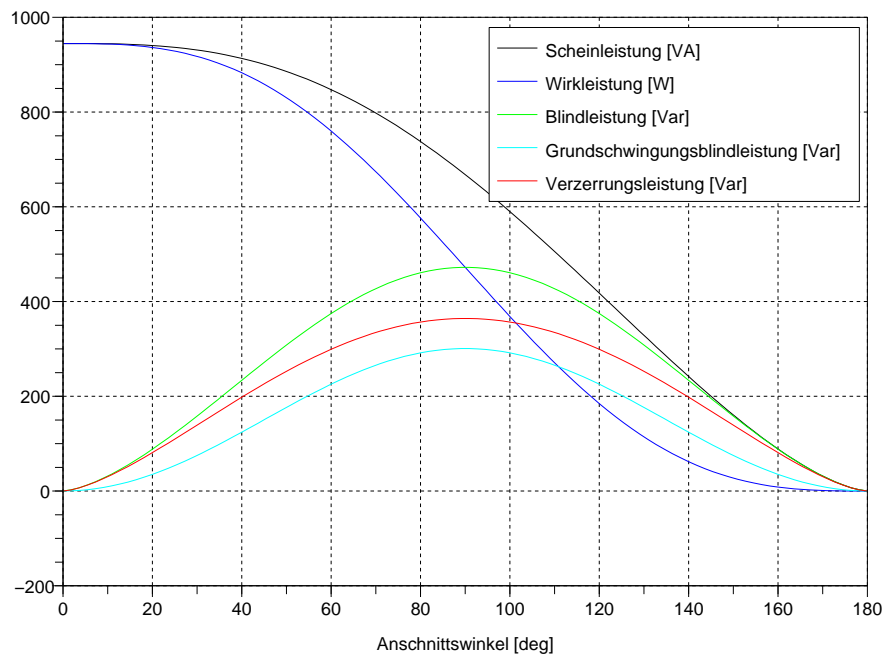


Bild 6.3: Leistungsverläufe S , P , Q , Q_1 , D in Abhängigkeit vom Steuerwinkel ϑ

6. Es ist das Stromspektrum (Scheitelwerte) für $0 \leq f \leq 1250 \text{ Hz}$ ($\vartheta = 90^\circ$) zu zeichnen.

Hinweis: Sie können zum Berechnen und Plotten der Größen und Verläufe Python verwenden.

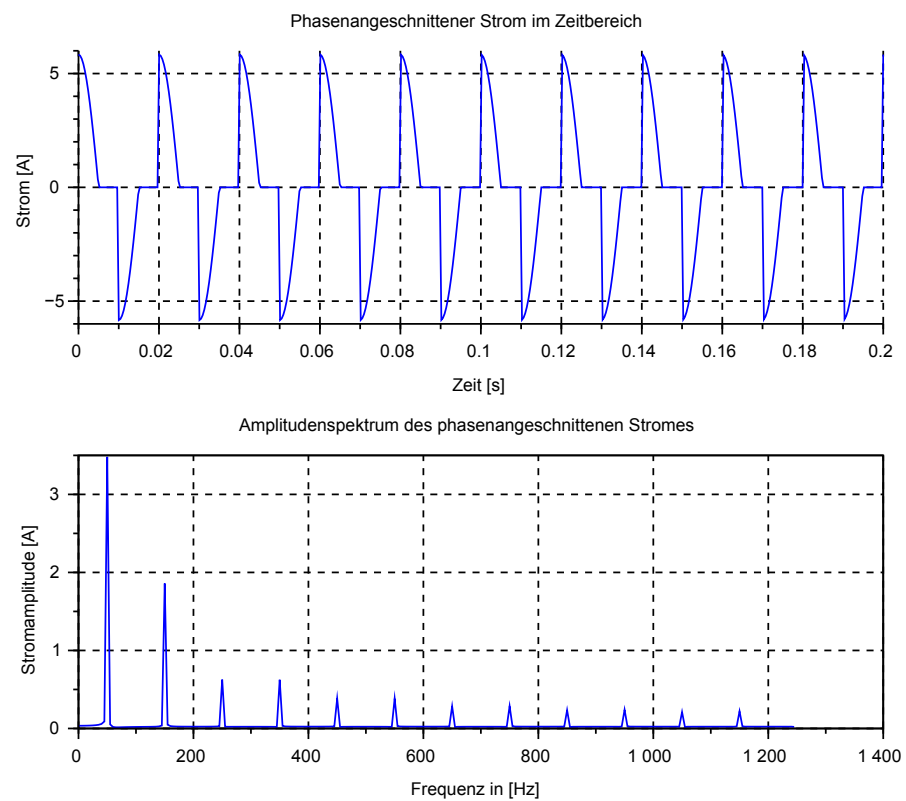


Bild 6.4: Simulierte phasenangeschnittener Strom und sein Amplitudenspektrum