4 Dynamische Eigenschaften von Messsystemen

Lernziele

- Butterworth Tiefpassfilter
- Frequenzgang
- Sprungantwort und Anstiegszeit
- Untersuchungen zum Frequenz- und Phasengang eines Signalfilters

Gegeben sei ein Tiefpass zweiter Ordnung mit einer Grenzfrequenz von 1,0 kHz und Butterworth-Charakteristik. Die Verstärkung ist $V = 1$ und der Eingangsspannungsbereich des Filters liegt zwischen -5 V und 5 V.

N	i	a_i	b_i
1	1	$1,0000$	$0,0000$
2	1	$\sqrt{2}$	$1,0000$
3	1	$1,0000$	$0,0000$
	2	$1,0000$	$1,0000$
4	1	$1,8478$	$1,0000$
	2	$0,7654$	$1,0000$
5	1	$1,0000$	$0,0000$
	2	$1,6180$	$1,0000$
	3	$0,6180$	$1,0000$

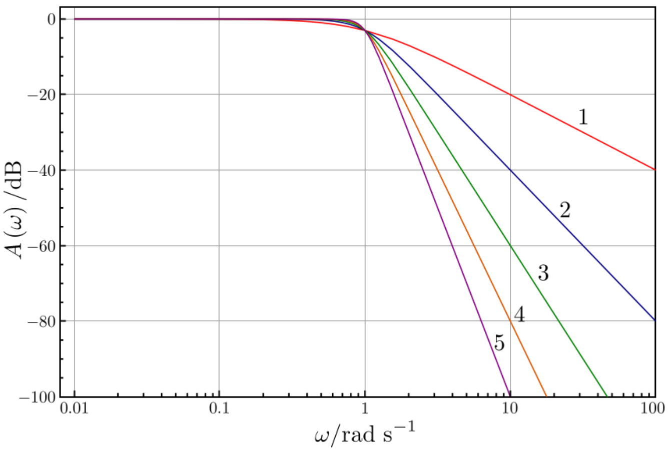


Bild 4.1: Filterkoeffizienten und Amplitudenfrequenzgänge von Butterworth-Filtern 1. bis 5. Ordnung

4.1 Dynamisches Verhalten

- Was versteht man unter dem dynamischen Verhalten eines Systems?

4.2 Übertragungsfunktion

- Was ist die Übertragungsfunktion eines Systems?
- Bestimmen Sie die theoretische Übertragungsfunktion des Tiefpassfilters.
- Es werden zwei gleichartige Tiefpassfilter in Reihe geschaltet. Wie lautet die Übertragungsfunktion des Gesamtsystems?

4.3 Sprungantwort

- Was ist die Sprungantwort eines Systems?
- Wie hängen Sprungantwort und Übertragungsfunktion zusammen?
- Wie sieht die Sprungantwort eines Systems 2. Ordnung typischerweise aus?
- Wie kann man aus ihr die Anstiegszeit und die Einstellzeit ablesen?

4.4 Frequenzgang

- Was ist der Frequenzgang eines Systems?
- Wie hängen Frequenzgang und Übertragungsfunktion zusammen?
- Wie kann man den Verstärkungsfaktor, wie die Grenzfrequenz aus dem Frequenzgang ablesen?
- Berechnen Sie den Amplitudengang des Tiefpassfilters.
- Skizzieren Sie den Amplitudengang des gegebenen Tiefpassfilters.

4.5 Messung von Frequenz- und Phasengang

4.5.1 Frequenz- und Periodenmessung

- Wie kann man mit einem Oszilloskop die Amplitude, die Periode und die Frequenz eines Signals messen?

4.5.2 Frequenzgang

- Wie kann mit Hilfe eines Oszilloskops und eines Frequenzgenerators der Betrags- und Phasenfrequenzgang eines Signalfilters gemessen werden?

Zusatzaufgaben

4.6 Dynamisches Verhalten eines Tiefpassfilters

Ein Tiefpassfilter erster Ordnung besitzt den im Bild 4.2 dargestellten Frequenzgang.

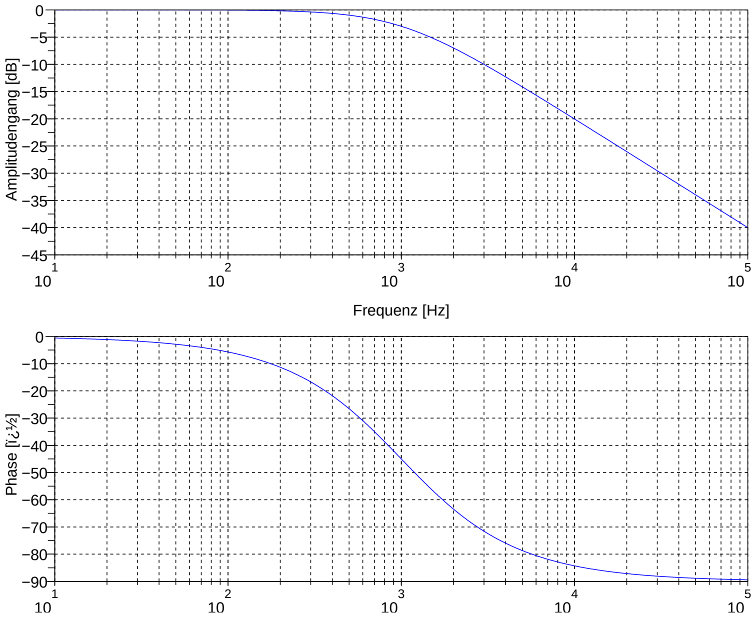


Bild 4.2: Frequenzgang des unbekannten Tiefpassfilters erster Ordnung

1. Bestimmen Sie aus dem Frequenzgang die Verstärkung und die 3 dB-Grenzfrequenz. Hinweis: Es genügt, wenn sie die Grenzfrequenz ungefähr aus der Grafik ablesen

   Ergebnis: $f_g = 1\,\mathrm{kHz}$

2. Wie lautet die zum Frequenzgang korrespondierende Übertragungsfunktion $G(s)$?

   Ergebnis: $G(s) = \frac{1}{1+1{,}59\cdot 10^{-4}\cdot s}$

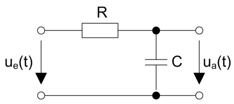
3. Stellen Sie zu dem Filter die Differentialgleichung auf und geben Sie die Konstanten an.

   Ergebnis:

   $$u_a'(t) + 6{,}28\cdot 10^3\,\mathrm{s}^{-1} u_a(t) = 6{,}28\cdot 10^3\,\mathrm{s}^{-1} u_e(t)$$

4. Geben Sie eine elektrische Schaltung an, die dem Verhalten des Filters entspricht. Geben Sie die benötigten Bauteilwerte an.

   Ergebnis: $R = 1{,}59\,\mathrm{k\Omega}$, $C = 100\,\mathrm{nF}$ *(Es gibt mehrere richtige Lösungen. Dies ist eine davon.)*

5. Bestimmen und zeichnen Sie die Sprungantwort des Filters und ermitteln Sie aus dem Verlauf die Anstiegszeit.

   Ergebnis: *Sprungantwort:* $u_a(t) = U_0 \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{159\,\mu\mathrm{s}}\right)\right)$
   Anstiegszeit: $t_r = 350\,\mu\mathrm{s}$

4.7 Dynamisches Verhalten eines Hochpassfilters

In Bild 4.3 ist ein Hochpass erster Ordnung dargestellt.

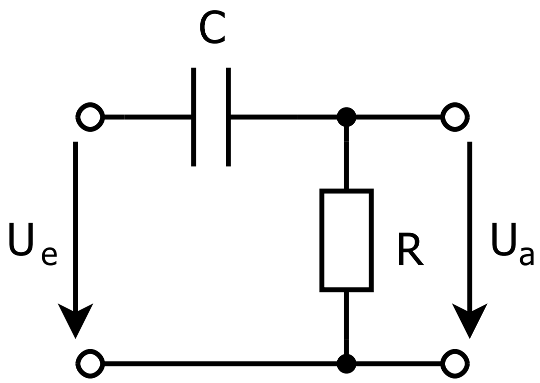


Bild 4.3: Hochpass erster Ordnung

1. Skizzieren Sie den Betrags- und Phasenfrequenzgang des Filters. Beschriften Sie die Achsen. Geben Sie auch die Steigung der Dämpfung pro Dekade an

   Ergebnis: *Siehe unten. Die konkrete Skalierung der Frequenzachse ist hier noch nicht möglich.*

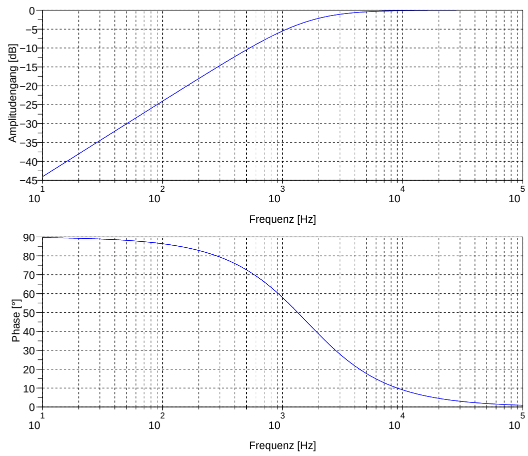
2. Berechnen Sie die Übertragungsfunktion $G(s)$

   Ergebnis: $G(s) = \frac{s\tau}{1+s\tau}$ *mit* $\tau = RC$

3. Berechnen Sie den Betrags- und den Phasenfrequenzgang des Filters.

   Ergebnis: *Betragsfrequenzgang:* $\|G(j\omega)\| = \frac{\omega\tau}{\sqrt{1+\omega^2\tau^2}}$
   Phasenfrequenzgang: $\angle G(j\omega) = -\arctan\frac{1}{\omega\tau}$

4. Es sei $R = 1\,\mathrm{k\Omega}$ und $C = 100\,\mathrm{nF}$. Bestimmen Sie die 3 dB-Grenzfrequenz f_g des Filters. Skalieren Sie nun die Achsen und markieren Sie die Grenzfrequenz in Ihrer Zeichnung.

   Ergebnis:
   $f_g = 1{,}591\,\mathrm{kHz}$

4.8 Oszilloskop-Tastkopf

Für ein Oszilloskop sind folgende Daten gegeben (vergleiche hierzu Bild 4.4): Verstärker: $C_e = 30\,\mathrm{pF}, R_e = 1\,\mathrm{M\Omega}$ Leitung: Leitungskapazität $C' = 100\,\mathrm{pF/m}$, Länge $s = 0.5\,\mathrm{m}$

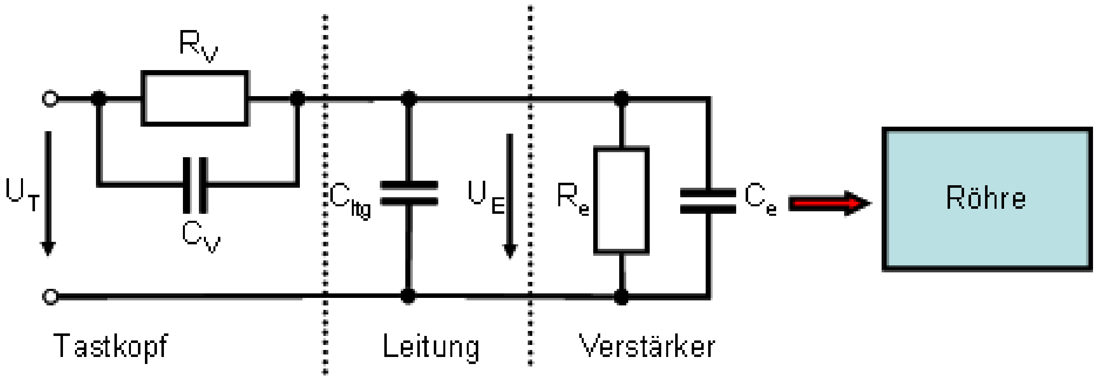


Bild 4.4: Ersatzschaltbild für Oszilloskop mit Tastkopf und Leitung

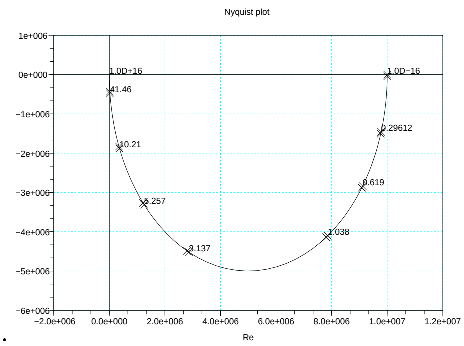
1. Die Bauelemente des Tastkopfes C_V und R_V sind so zu dimensionieren, dass ein Teilerverhältnis $V = U_E/U_T = 0,1$ erreicht wird.

   Ergebnis: $R_V = 9\,\mathrm{M\Omega}$, $C_V = 8,89\,\mathrm{pF}$

2. Für den Fall der Dimensionierung aus der vorherigen Aufgabe sind der resultierende ohmsche und kapazitive Eingangswiderstand zu berechnen.
   Hinweis: Es wird ein Parallelersatzschaltbild für die Eingangsimpedanz verwendet $Z_{in} = R_{in} \parallel C_{in}$

   Ergebnis: $R_{in} = 10\,\mathrm{M\Omega}$, $C_{in} = 8\,\mathrm{pF}$

3. Für den kompensierten Teiler ist der komplexe Eingangswiderstand als Funktion der Frequenz zu berechnen und als Ortskurve aufzutragen.
   Hinweis: Zur Darstellung der Ortskurve können Sie die Pythonfunktion *control.nyquist* aus dem Modul *control* verwenden.

   Ergebnis:

4. Auf einem Oszilloskop wird die Anstiegszeit $t_{ges} = 10\ ns$ abgelesen. Es hat eine 3dB-Bandbreite $B_{e0} = 50\ MHz$. Die Messung wird mit einem zwischengeschalteten Teiler der 3dB-Bandbreite $B_T = 70\ Mhz$ durchgeführt. Wie groß ist die wahre Signalanstiegszeit t_s?
   Hinweis: Teiler und Oszilloskop können als Gausstiefpässe betrachtet werden.

   Ergebnis: $t_s = 5,1\,\mathrm{ns}$