

# 控制理论——模型论还是控制论<sup>1)</sup>

韩京清

(中国科学院系统科学研究所)

## 一、前言

控制理论发展历史中的最近 30 年称为现代控制理论时期。学者们从不同角度描述过这一时期各个阶段的特征,也展望过未来发展趋势。我们从另一角度概括这一时期的特征为控制理论发展史中的“模型论”时期。建立控制系统的模型、分析系统的模型、依靠模型寻求控制律,是这一时期主流的思考方式。无论是线性系统还是非线性系统,无论是状态空间法还是频域法,系统的数学模型是研究问题的出发点(分析与设计)或归宿(建模与辨识)。数学模型作为研究对象,以科学发展史上罕见的速度和广度提出揭开控制系统本质的大批成果,培养出成千上万人材,为控制理论的发展作出了重要贡献。70 年代,许多致力于现代控制理论的学者,曾期望用新的成果和方法去取代 PID 调节器,且把当时控制工程界中仍采用 PID 调节器的现象归结为控制工程界的知识结构问题。被现代控制理论思想和方法熏陶过的学者、工程师进入控制工程界的历史也已有 20 多年了。但是,至今 PID 调节器并没有被取代,仍顽强地发挥着其作用。依靠模型建立控制律的方法,在控制工程中又遇到很大挑战。鲁棒性是首当其冲的大问题。要描述复杂系统,如机器人控制系统,甚至遇到“模型灾难”。

严酷的现实不能不使人们反思一些问题。

本文就对控制理论中的某些认识和思考方式进行分析。如分析经典调节理论与导引理论中建立控制律的方法;控制系统中的线性和非线性的关系;控制系统的全局结构与过程控制等。还指出,调节理论和导引理论建立控制律并不完全依靠系统的具体数学模型,因此相对于前述“模型论”方法,可称为“控制论”方法;控制系统中线性和非线性并没有分明的界线;控制的目的是对一个“过程”的某种优化,并不是“全局”控制。最后,对一类二阶系统探讨不依赖于具体数学模型的控制律。仿真计算表明,预测控制律和 PID 调节律是鲁棒性很强的。看来,要想解决鲁棒性问题,需要摆脱数学模型的约束。

## 二、调节理论和导引理论中的控制律

经典调节理论的精髓是提供了建立控制律的一套原始方法:用一组典型控制模块,根据系统的某些特征,组合出合适的控制律(或控制器)。这些典型控制模块是比例、积

1989 年 5 月 30 日收到。

1) 献给系统科学研究所成立十周年。

分、微分和几种校正网络。经典调节理论并不依靠对象的数学模型,而是依靠开环对一些信号的响应特征来寻找控制方法。如何依据系统的一些特征来建立合适的控制律,是经典调节理论的研究重点。传递函数描述只是为提取对象一些特征而采用的一种辅助手段。不管用什么方式描述对象,只要掌握了对象的几个主要特征,有经验的控制工程师是能够组合出比较好的控制器的。

由于对控制系统本质的了解还不深,也由于物质、技术条件的限制,在经典调节理论时期,只能采用硬件能实现的几种典型模块。这就限制了其适用范围和使用精度。今天,微处理器技术已渗透到社会、科技各个领域,许多硬件不能实现的东西可以用软件来实现,人们对控制系统的本质又有了更深入的了解,应该能够提出比起比例、积分、微分和校正网络更好而丰富的控制模块供采用。因此,在新的基础上,继续发挥经典调节理论开创的方法(近几十年几乎被人们遗忘了的)是很有意义的。

经典调节理论昌盛时期,在军事工程领域作为控制理论的应用,出现了制导理论或导引理论。目前航空、航天事业的需要仍推动着近代导引理论的发展。

在导引理论中,控制律是依靠对象实时状态的某些信息来建立的。她不大去考虑对象数学模型的细节,不把系统分成线性的和非线性的而采用不同的研究方法。根据视线信息有“三点法”,根据位置信息有“平行接近法”,根据视线和视线角速信息有“比例导引”,根据位置和速度信息有“前置量法”、“预测导引法”等。在作理论分析时,常常采用最简单的线性控制系统模型:

$$\begin{cases} \dot{x} = v, \\ \dot{v} = a(t) + u(t), \end{cases} \quad (2.1)$$

其中, $u(t)$ 是控制量, $a(t)$ 是所谓的“固有加速度”,是许多非线性效应的随时变化量。在这里,通常不把 $a(t)$ 写成状态变量的非线性函数。有时为了提高精度,对 $a(t)$ 作出适当估计是必要的,但不一定要知道 $a$ 与状态变量之间非线性函数关系本身。在这里,并不大关心非线性对象的全局形态,关心的焦点是如何根据一个过程提供的实时信息来搞好这个过程的控制问题。这是导引理论提供给我们的主要思想方法。

根据系统对信号的某些响应特征或过程的某些实时信息来确定控制好一个过程的控制律,是与靠系统的数学模型去找控制律的方法完全不同的思考方式。这种思考方式,相对于模型论方法,可以称为控制理论中的“控制论”方法。

### 三、控制系统中的线性和非线性

在控制系统中,由于外输入、反馈的存在,线性和非线性之间的界线已很模糊。下面的几个简单命题表明,这种界线更难分辨了。

**命题 1.** 设  $y(t)$  在  $(0, \infty)$  上  $n$  次可微,则它能成为  $n$  个积分器串联所成线性控制系统的开环响应。

**命题 2.** 设有两个二阶系统

$$\begin{cases} \dot{x}_{11} = x_{12}, \\ \dot{x}_{12} = v(t), |v(t)| \leq M_1, \end{cases} \quad (3.1)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_{21} = x_{22}, \\ \dot{x}_{22} = u(t), |u(t)| \leq M_2. \end{cases} \quad (3.2)$$

若  $M_2 > M_1$ , 对任给的  $v(t)$ ,  $|v(t)| \leq M_1$ , 总有  $T > 0$  和  $u(t)$ ,  $|u(t)| \leq M_2$ , 使得  $t \geq T$  时有

$$\begin{aligned} x_{21}(t) &= x_{11}(t), \\ x_{22}(t) &= x_{12}(t). \end{aligned}$$

如果命题 1 中的  $y(t)$  取自某一非线性系统的输出, 或命题 2 中的  $v(t)$  取为

$$f(x_{11}(t), x_{12}(t), v_0(t)),$$

那么命题 1、2 可以解释成: 一个非线性行为是可以用线性控制系统来模仿的。

当然, 线性系统的行为也可用非线性控制系统来模仿。

**命题 3.** 设  $y_0(t)$  是连续可微函数,  $x(t)$  是满足微分方程

$$\dot{x} = -M \operatorname{sign}(x - y_0(t)), \quad x(0) = x_0 \quad (3.3)$$

的解。这时, 对任意  $\varepsilon > 0$  及  $T > 0$ , 总有  $M_0 > 0$ , 使得当  $M > M_0$  时, 有

$$\int_0^T |x(t) - y_0(t)| dt < \varepsilon.$$

**命题 4.** 设  $y_0(t)$  二阶连续可微,  $x_1(t)$  是满足微分方程

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -M \operatorname{sign}(x_1 - y_0(t) + x_2 |x_2| / 2M) \end{cases} \quad (3.4)$$

的解。这时, 对任给的  $\varepsilon > 0$  及  $T > 0$ , 必有  $M_0 > 0$ , 使得当  $M > M_0$  时, 有

$$\int_0^T |x_1(t) - y_0(t)| dt < \varepsilon.$$

**命题 5.** 设  $y_0(t)$  是  $n$  次连续可微函数, 那么由有限个 (3.3) 型及 (3.4) 型系统串联的  $n$  阶系统的输出能充分近似地复制  $y_0(t)$ 。

把  $y_0(t)$  作为参考输入送入 (3.4) 时, 其响应  $x_1(t)$  跟踪  $y_0(t)$  的效果又快, 又没有超调。即使  $y_0(t)$  为分段连续的情形,  $x_1(t)$  跟踪  $y_0(t)$  的品质也很好。这样好的品质在线性结构里是没有的。当  $y_0(t)$  为连续可微时, 系统 (3.4) 又可以做为微分器来用。因为  $x_1(t)$  跟踪  $y_0(t)$  时,  $x_2(t) = \dot{x}_1(t) \simeq \dot{y}_0(t)$ 。如果用数值积分方法求  $x_2(t)$  时, 要对 (3.4) 的第二式右端函数做适当修补。

#### 四、全局结构与过程控制

控制系统的许多结构性质, 如能控性、能观性、抗干扰性、解耦性、稳定性等, 都与系统的数学模型关系密切。研究这些性质就得靠对象的数学模型。现代控制理论是把数学模型分析中所得的全局性质的结果应用于控制系统设计上, 如极点配置、反馈线性化、逆系统方法等。但是, 当系统稍微复杂时, 用这种方法给出的控制方案, 有时其复杂程度连目前的数值计算机也难以承受。于是, 国外又出现了微分几何方法的符号运算、非线性变换等的集成化技术, 认为这是非线性控制技术的一大进展。当前, 非线性控制系统理论是否一定要走这一条路呢? 值得商榷。

对线性控制系统来说,用绝对变量描述的数学模型是与用误差变量描述的数学模型一致。因此,系统的全局性质和局部性质统一在一起,分析全局结构性质的结果应用于一个过程的控制,还是把局部性质的结果应用于对象全局,是分不清楚的。于是有一种错觉:要想把对象控制好,必需要弄清对象全局性质,且用全局性质的结果来寻求控制器设计方法。当人们用这种观点对待非线性对象时就会遇到分析上和设计方法上的一大堆困难。

我们知道,不管是线性还是非线性,许多复杂系统是由一些相对简单系统经串、并联和反馈连接所形成。把复杂系统在结构上分解成简单系统的联结形式,并从不同联结方式对系统整体特性的影响角度考察问题,常常是比较方便的,也是比较可靠的。因为,当人们描述系统时,子系统之间是否有联结通道是比较容易确定的,而联结通道上信息转换的具体关系通常是模糊的或不确定的。这些通道上的具体信息转换关系,按目前的模型分析方法来看,对系统全局特性的确定影响很大,不同的近似描述很可能给出很不同的结论。但是,若从子系统的联结方式来考察时,有些问题很可能变成简单的逻辑运算问题,而它给出的判断误差只是零概率的事件。

系统的全局结构性质是能作为控制好对象的可行性依据。但是控制方案的选取不一定要搬用全套全局分析方法。人们常常只把全局状态变量的函数当作反馈量,从而常把反馈系统的设计与全局性质联在一起。但是,近代导引理论中的控制律,通常不是纯粹状态变量的函数。在那里,反馈是由系统的某些实时变量和由它们作出的某些变量的估计值的组合来实现。控制的目的是对一个随时间变化的过程进行某种优化,而不是对系统的全局给予控制。例如,对系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = f(x_1, x_2) + u, \\ y = x_1, \end{cases} \quad (4.1)$$

要选  $u$ , 使  $y(t)$  达到某种形式, 不一定要弄清  $f(x_1, x_2)$  本身, 只要能获取  $f(x_1, x_2)$  随时间变化的量

$$a(t) = f(x_1(t), x_2(t))$$

就可以。因此,当  $f(x_1, x_2)$  未知时,从控制的目的来看,不用去辨识函数  $f(x_1, x_2)$  本身,只要估计好  $a(t)$  (甚至不去估计)就可以。

控制的目的是控制好一个过程,而不是控制系统全局。全局性质为控制好过程提供可行性指导。从这种意义上讲,我们通常理解的系统控制称为“过程控制”更为恰当些。

## 五、一类二阶对象的控制律

考察一个简单的跟踪问题。设  $y_0(t)$  二阶可微,且  $y_0(0) = \dot{y}_0(0) = 0$ 。今有控制系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, & x_1(0) = 0, \\ \dot{x}_2 = u, & x_2(0) = 0, \\ y = x_1, \end{cases} \quad (5.1)$$

要选  $u(t)$ , 使  $y(t)$  跟踪  $y_0(t)$ 。

由于  $y_0(t)$  二阶可微, 可以把它看成系统

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2, & z_1(0) = 0, \\ \dot{z}_2 = v(t), & z_2(0) = 0 \end{cases} \quad (5.2)$$

的输出  $y_0(t) = z_1(t)$ , 其中,  $v(t) = \dot{y}_0(t)$ . 记

$$\Delta x_1 = z_1 - x_1, \quad \Delta x_2 = z_2 - x_2, \quad \Delta u = v - u,$$

则误差方程为

$$\begin{cases} \Delta \dot{x}_1 = \Delta x_2, \\ \Delta \dot{x}_2 = \Delta u. \end{cases} \quad (5.3)$$

今设在  $t$  时刻有误差

$$\Delta x_1(t) = A_1, \quad \Delta x_2(t) = A_2.$$

我们希望  $t$  时刻以后在区间  $[t, t+T]$  内加控制  $\Delta u$  来消除  $A_1$ . 如果假定在区间  $[t, t+T]$  内  $\Delta u$  取常值, 则  $\Delta x_1$  在  $t+T$  时刻的预测值为

$$\Delta x_1(t+\tau) = A_1 + A_2\tau + \frac{1}{2}\Delta u\tau^2, \quad \tau \in [0, T].$$

根据轨线的光滑性要求, 取  $\Delta u$  满足

$$\int_0^T (\Delta x_1(t+\tau))^2 d\tau \rightarrow \min,$$

于是可确定出

$$\Delta u = -5 \left( \frac{2}{3} A_1 + \frac{1}{2} A_2 T \right) / T^2.$$

这样, 对系统(5.1)要加的控制量为

$$u = v - \Delta u = v + 5 \left( \frac{2}{3} A_1 + \frac{1}{2} A_2 T \right) / T^2.$$

通常可以忽略  $v = \dot{y}_0$ , 于是就有控制律

$$\begin{cases} u = 5 \left( \frac{2}{3} A_1 + \frac{1}{2} A_2 T \right) / T^2, \\ A_1 = y_0 - x_1, A_2 = \dot{y}_0 - x_2. \end{cases} \quad (5.4)$$

我们想把控制律(5.4)应用于如下问题: 设有控制对象

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, & x_1(0) = 0, \\ \dot{x}_2 = f(x_1, x_2) + u, & x_2(0) = 0, \\ y = x_1, \end{cases} \quad (5.5)$$

标准输入为  $y_1(t)$ , 希望选  $u(t)$ , 使

$$y(t) \rightarrow y_1(t).$$

在这里,  $f(x_1, x_2)$  未知, 从系统所得信息只是  $y(t)$ .

为了把控制律(5.4)应用于(5.5), 需要作一些预处理.

先把  $y_1(t)$  输入到如下系统

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2, & z_1(0) = 0, \\ \dot{z}_2 = -M \operatorname{sign}(z_1 - y_1(t) + z_2 |z_2| / 2M), & z_2(0) = 0, \\ y_0(t) = z_1(t), \end{cases} \quad (5.6)$$



且把  $y_0(t)$  作为新的标准输入送入系统(5.5)中。这时,  $y(t)$  跟踪  $y_0(t)$  也相当于跟踪  $y_1(t)$ 。

至于  $x_2 = \dot{x}_1$ , 由  $y = x_1$  进行数值微分方法得到。在下面数值仿真中采用如下公式

$$x_2(t) = \frac{1}{h}(1.0198x_1(t) - 0.4841x_1(t-h) - 0.7341x_1(t-2h) - 0.2857x_1(t-3h) + 0.3056x_1(t-4h) - 0.4841x_1(t-5h) - 0.3056x_1(t-6h)),$$

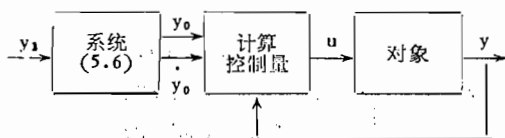
其中,  $h$  为积分步长。

这样,  $t$  时刻的

$$A_1(t) = y_0(t) - x_1(t), \quad A_2(t) = \dot{y}_0(t) - x_2(t)$$

都有了, 只要给出预测时间  $T$ , 就可按(5.4)算出  $t$  时刻的控制量  $u(t)$ 。

上述控制方案的框图如下:



仿真计算表明, 控制律(5.4)的鲁棒性和适应性很强, 几乎不依赖于  $f(x_1, x_2)$  的具体形式, 都能很好地跟踪  $y_0(t)$ 。不过有时产生 1% 左右的静差。

能否消除静差? 在(5.4)中令

$$K_1 = \frac{10}{3} / T^2, \quad K_2 = \frac{5}{2} / T.$$

那么  $u = K_1 A_1 + K_2 A_2$ 。由于  $A_1$  是跟踪误差,  $A_2$  是误差微分, 因此控制律(5.4)本质上是 PD 调节律。为了消除静差, 按经典调节理论的办法, 需加误差积分的调节项  $K_3 A_3$ :

$$A_3 = \int_0^t A_1(\tau) d\tau,$$

得真正的 PID 调节律:

$$u = K_1 A_1 + K_2 A_2 + K_3 A_3. \quad (5.7)$$

然后按 ITAE 指标:

$$J = \int_0^\infty t |A_1(t)| dt \quad (5.8)$$

进行优化, 得最优放大系数约为

$$K_1 \approx 450, \quad K_2 \approx 45, \quad K_3 = 900,$$

这是  $f(x_1, x_2)$  未知的情形得到的结果。

如果我们知道  $f(x_1, x_2)$ , 控制律(5.7)变成

$$u = K_1 A_1 + K_2 A_2 + K_3 A_3 - f(x_1, x_2). \quad (5.8)$$

这时,  $x_2$  可由积分系统方程得到, 不用数值微分。按 ITAE 指标优化(5.8)的放大系数的结果为

$$K_1 \approx 100, \quad K_2 = 45, \quad K_3 \approx 100.$$

## 六、数值仿真

在数值仿真中,我们取了

$$h = 0.01, T = 6h \sim 10h, M = 0.5 \sim 2.$$

$y_1(t)$  取了 6 种:

$$1. y_1(t) = \sin^2(t/2); 2. y_1(t) = \sin(t/2); 3. y_1(t) = \cos(t/2);$$

4. 梯形波

$$y_1(t) = \begin{cases} t, & 0 \leq t < 1, \\ 1, & 1 \leq t < 10, \\ 1 - (t - 10), & 10 \leq t < 12, \\ -1, & 12 \leq t < 20, \\ -1 + (t - 20)/5, & 20 \leq t < 25, \\ 1, & 25 \leq t \leq 30; \end{cases}$$

5. 方波

$$y_1(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t < 10, \\ -1, & 10 \leq t < 20, \\ 1, & 20 \leq t \leq 30; \end{cases}$$

6. 脉冲

$$y_1(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t < 0.1, \\ 0, & 0.1 \leq t \leq 30. \end{cases}$$

$f(x_1, x_2)$  取了 7 种:

$$1. f(x_1, x_2) = p_1 x_1 + p_2 x_2;$$

$$2. f(x_1, x_2) = p_1 x_1^2 + p_2 x_2^2;$$

$$3. f(x_1, x_2) = p_1/(1 + x_1^2) + p_2 |x_2| \sin x_1;$$

$$4. f(x_1, x_2) = p_1 \sqrt{|x_1|} + p_2 x_1 |x_2|;$$

$$5. f(x_1, x_2) = p_1 x_1 + p_2 (1 - x_1^2) x_2;$$

$$6. f(x_1, x_2) = p_1 x_1 x_2 + p_2 (x_1 + \cos x_2);$$

$$7. f(x_1, x_2) = p_1/(1 + |x_1|)^2 + |x_2| e^{p_2(1+|x_1|)}.$$

在这里,当  $p_1, p_2$  为非负时,开环均不稳定。

仿真计算表明,对上述 6 种输入(乘上放大倍数  $K$ ),7 种不同对象,在  $p_1, p_2$  为正的很大区域内,控制律(5.4), (5.7), (5.8)式都能很好的完成跟踪任务。特别,控制律(5.7), (5.8)的跟踪品质很好,几乎没有超调,也没有振荡。即使  $M = 0.5$  时,对单位阶跃输入的过渡过程为 2.5 秒,比二阶线性情形的 0.7071 的过渡过程也快得多。这是非线性环节(5.6)式所起的好作用。

在数值仿真中,为了避免 Bang-Bang 系统(5.6)在开关曲线上的颤振,对(5.6)的右端作了如下修补: 令

$$A_0 = x_1 - y_1(t),$$

$$A_1 = (x_1 - y_1(t)) + x_2 |x_2| / 2(1 - \delta)M,$$

$$A_2 = (x_1 - y_1(t)) + x_2 |x_2| / 2M,$$

$$f_0(x_1, x_2, y_1(t)) = \begin{cases} -M \operatorname{sign}(A_1), & A_1 \cdot A_2 > 0, \\ 0, & A_0 = 0, \\ -x_2 |x_2| / 2A_0, & \text{其它}. \end{cases}$$

且把(5.6)改为

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2, & z_1(0) = 0, \\ \dot{z}_2 = f_0(z_1, z_2, y_1(t)), & z_2(0) = 0, \\ y_0(t) = z_1(t). \end{cases}$$

适当选取  $\delta > 0$  时,确实能减少颤振。

控制律(5.4)是预测控制律,而(5.7)和(5.8)是PID调节律和修正的PID调节律。它们为什么有这样好的鲁棒性和适应性呢?拿PID调节律来说,I部分是对象过去受控效果的总和,P部分是过去控制作用效果的现时表现,而D部分是未来控制作用的需求。因此,PID调节律是根据对象对控制作用的历史效果、现时表现及未来需求的综合考察来确定的控制律,并不是靠对象的具体数学模型来决定的。看来,摆脱对象数学模型的束缚,根据对象的一些特征来寻求一些典型控制模块的适当组合来建立控制律的办法,是解决鲁棒性、适应性的一种可能的道路。在这里,寻求和利用具有某些典型特性的非线性环节是值得重视的一个问题。

### 参 考 文 献

- [1] 绪方胜彦,卢伯英等译,现代控制工程,科学出版社,北京,1978.
- [2] 韩京清,线性系统的结构与反馈系统计算,全国控制理论及其应用技术学术交流会议文集,科学出版社,北京,1981.
- [3] 韩京清,反馈系统中的线性与非线性,控制与决策,第2期,1988.
- [4] 韩京清,拦截问题中的导引律,国防工业出版社,北京,1977.
- [5] 项国波,ITAE最佳控制,机械工业出版社,北京,1986.

## CONTROL THEORY, IS IT A MODEL ANALYSIS APPROACH OR A DIRECT CONTROL APPROACH?

HAN JING-QING

(Institute of Systems Science, Academia Sinica)

### ABSTRACT

Observing the development of the control theory one sees that there are basically two different approaches: Model Analysis and Direct Control Approach. In the past three decades the model analysis approach has been the dominating one, while the classical regulation theory and the guidance theory, etc. are of Direct Control Approach.

There is no clear line between the linearity and non-linearity in control systems. The purpose of the control is, more or less, a kind of time-varying process of optimization; it is not a global system optimization. The value of feedback is not necessarily a function of state variables; it may be some time-varying quantity.

To solve the problems of robustness and adaptability of control systems, it is necessary to get rid of the mathematical model of the systems, and to find the control law, which does not depend on particular expressions of the system.