

85-88

## 一类不确定对象的扩张状态观测器\*

韩京清

TP271

(中国科学院系统科学研究所·北京, 100080)

**摘要** 利用观测器形式的跟踪—微分器, 对形如  $\dot{x}^{(n)} = f(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}, t) + w(t)$  的不确定系统给出了“扩张状态观测器”。只要适当选取观测器中的非线性函数和相应参数, 它能很好地跟踪一批不确定对象的扩张状态。

**关键词** 不确定系统, 观测器, 跟踪—微分器, 扩张状态观测器

### 1 问题的提出

设有受未知外扰作用的非线性不确定对象

$$\dot{x}^{(n)} = f(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}, t) + w(t) \quad (1)$$

其中,  $f(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}, t)$  为未知函数,  $w(t)$  为未知外扰。若  $x(t)$  为量测量, 那么能否构造出不依赖于  $f(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}, t)$  和  $w(t)$  的非线性系统, 使它能由量测量  $x(t)$  估计出被扩张的系统状态变量  $x(t), \dot{x}(t), \dots, x^{(n-1)}(t), x^{(n)}(t)$  呢?

由于扩张状态变量  $x(t), \dot{x}(t), \dots, x^{(n-1)}(t), x^{(n)}(t)$  是量测量  $x(t)$  的各阶导数, 因此观测器型跟踪—微分器<sup>[1]</sup>能够解决上述问题。我们曾在文[1]讨论过求量测信号的一、二阶导数问题, 在文[2]用观测器型跟踪—微分器讨论了二阶不确定系统的状态估计问题。本文将讨论更为一般的扩张状态观测问题。

### 2 扩张状态观测器

系统(1)的状态变量为  $x(t), \dot{x}(t), \dots, x^{(n-1)}(t)$ , 将变量  $x^{(n)}(t)$  也扩张到状态变量中, 得到被扩张的状态变量  $x(t), \dot{x}(t), \dots, x^{(n-1)}(t), x^{(n)}(t)$ , 构造非线性系统

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 - g_1(z_1 - x(t)) \\ \vdots \\ \dot{z}_n = z_{n+1} - g_n(z_1 - x(t)) \\ \dot{z}_{n+1} = -g_{n+1}(z_1 - x(t)) \end{cases} \quad (2)$$

使以  $x(t)$  为输入的此系统各状态分别跟踪被扩张的状态变量  $x(t), \dot{x}(t), \dots, x^{(n-1)}(t), x^{(n)}(t)$ , 即有

$$z_1(t) \rightarrow x(t), \dots, z_n(t) \rightarrow x^{(n-1)}(t), z_{n+1}(t) \rightarrow x^{(n)}(t) \quad (3)$$

对适当选取的非线性函数  $g_1(x), \dots, g_n(x)$  和  $g_{n+1}(x)$ , 若能实现上述跟踪目的, 那么特别有意义的是如下一个事实:

记  $a(t) = f(x(t), \dot{x}(t), \dots, x^{(n-1)}(t), t) + w(t)$ , 则有

$$z_{n+1}(t) \rightarrow x^{(n)}(t) = a(t)$$

\* 国家自然科学基金资助项目

1994-08-11 收稿

即尽管函数  $f(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}, t)$  和外扰  $w(t)$  未知, 但系统运行过程中的实时值  $a(t)$  仍能估计出来. 这在不确定受控对象的控制器设计中实现“模型和未知外扰补偿”是非常重要的.

现在来看存在满足性质(3)的非线性系统(2)的可能性. 记

$$x_1(t) = x(t), \quad \dots, \quad x_n(t) = x^{(n-1)}(t), \quad x_{n+1}(t) = x^{(n)}(t) = a(t)$$

则系统(1)等价于

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_1(t) \\ \vdots \\ \dot{x}_n(t) = x_{n+1}(t) \\ \dot{x}_{n+1}(t) = b(t) \end{cases} \quad (4)$$

其中,  $b(t)$  为未知函数. 再记

$$\delta x_1 = x_1 - x_1(t), \quad \dots, \quad \delta x_{n+1} = x_{n+1} - x_{n+1}(t)$$

便得

$$\begin{cases} \delta \dot{x}_1 = \delta x_2 - g_1(\delta x_1) \\ \vdots \\ \delta \dot{x}_n = \delta x_{n+1} - g_n(\delta x_1) \\ \delta \dot{x}_{n+1} = -b(t) - g_{n+1}(\delta x_1) \end{cases} \quad (5)$$

对于一定范围内随意变化的  $b(t)$ , 可以选择函数  $g_1(\delta x_1), \dots, g_{n+1}(\delta x_1)$ , 使系统(5)均对原点稳定. 通过这样选取函数, 系统(2)就能跟踪系统(1)的扩张状态  $x_1(t), \dots, x_n(t), x_{n+1}(t)$ , 因此将系统(2)称作(1)类型系统的“扩张状态观测器”. 扩张状态观测器(2)与系统(1)的具体表达式

$$f(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}, t) + w(t)$$

无关, 而只与其实时值  $a(t)$  的变化速率  $b(t)$  的变化范围有关. 因此, 这种观测器的适应性和鲁棒性比一般状态观测器强.

### 3 举 例

例1  $\ddot{x} = f(x, \dot{x}, t) + w(t)$ , 其中

$$f(x, \dot{x}, t) = -|x|\dot{x} - 0.2(x + \cos(\dot{x}))$$

例2  $\ddot{x} = f(x, \dot{x}, t) + w(t)$ , 其中

$$f(x, \dot{x}, t) = -x^3 - x - 0.2\dot{x}$$

在这两个二阶系统中, 外扰  $w(t)$ , 初值  $x(0), \dot{x}(0)$  均分别为  $0.5\text{sign}(\cos(t/2)), 0, 0$ . 而所用扩张状态观测器为同一结构、同样参数的如下系统.

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 - \beta_{01}|z_1 - x(t)|^{1/2}\text{sign}(z_1 - x(t)), & z_1(0) = 0 \\ \dot{z}_2 = z_3 - \beta_{02}|z_1 - x(t)|^{1/2}\text{sign}(z_1 - x(t)), & z_2(0) = 0 \\ \dot{z}_3 = -\beta_{03}|z_1 - x(t)|^{1/2}\text{sign}(z_1 - x(t)), & z_3(0) = 0 \end{cases}$$

对它们的数值仿真结果分别见图1和图2.

例3  $\ddot{x} = f(x, \dot{x}, \ddot{x}, t) + w(t)$ , 其中

$$f(x, \dot{x}, \ddot{x}, t) = -0.5x\ddot{x} - \dot{x} - 0.2\dot{x}^2 - (1 - \dot{x}^2)\dot{x}.$$

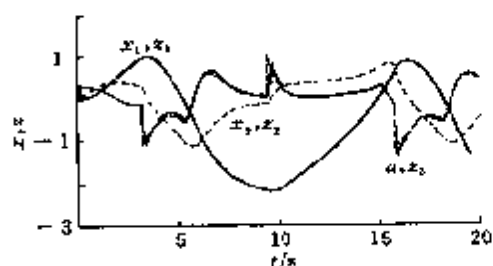


图1 仿真结果

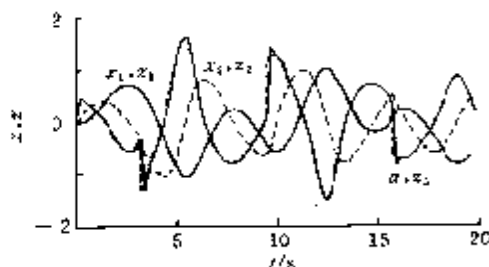


图2 仿真结果

例4  $\ddot{x} = f(x, \dot{x}, \ddot{x}, t) + w(t)$ , 其中

$$f(x, \dot{x}, \ddot{x}, t) = -0.5x - (1 - x^2)\dot{x} - \ddot{x}|\ddot{x}|$$

在这两个二阶系统中, 外扰  $w(t)$  均为  $0.2\text{sign}(\cos(t/2))$ , 初值  $x(0), \dot{x}(0), \ddot{x}(0)$  均分别为  $0, 0, 0$ , 而所用扩张状态观测器为同一结构, 同样参数的如下系统

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_1 - \beta_{01}|z_1 - x(t)|^{1/2}\text{sign}(z_1 - x(t)), & z_1(0) = 0 \\ \dot{z}_2 = z_2 - \beta_{02}|z_1 - x(t)|^{1/2}\text{sign}(z_1 - x(t)), & z_2(0) = 0 \\ \dot{z}_3 = z_3 - \beta_{03}|z_1 - x(t)|^{1/2}\text{sign}(z_1 - x(t)), & z_3(0) = 0 \\ \dot{z}_4 = -\beta_{04}(z_3 - x(t))^{1/2}, & z_4(0) = 0 \end{cases}$$

对它们的数值仿真结果分别见图3和图4。

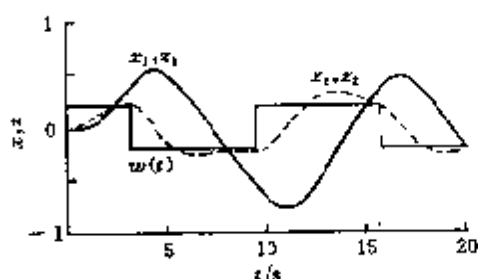


图3 例3仿真结果

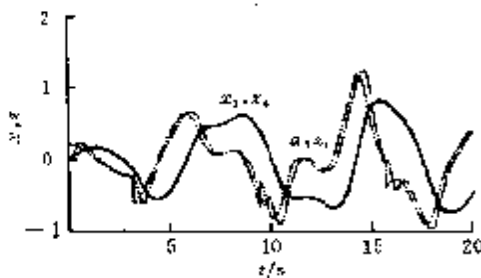
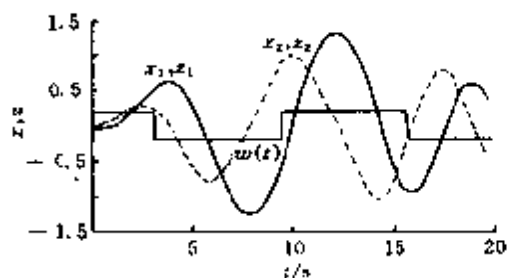
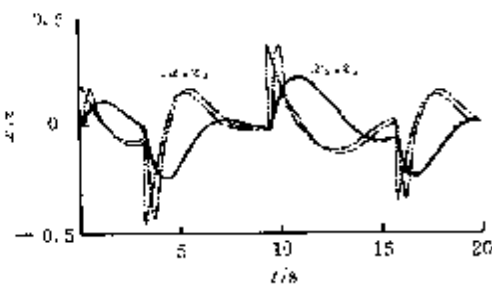


图4 例4仿真结果

由数值仿真图中看出, 这些扩张状态观测器的跟踪效果是令人满意的。

#### 4 结束语

本文讨论了(1)型不确定系统的扩张状态估计问题,给出了扩张状态观测器的一种一般结构和二、三阶对象的一种具体形式。大量数值仿真实验表明,适当选取函数  $g_1(x), \dots, g_{n+1}(x)$  和有关参数,本文给出的观测器对一定范围的不确定系统有很好的扩张状态跟踪性能,且在一定范围通用。若能结合文[3]提出的“时间尺度”概念,其使用范围将会更大。当然,究竟选什么样的  $g_1(x), \dots, g_{n+1}(x)$  及其参数,尚有待于进一步探讨。但是可以肯定,独立于系统模型的扩张状态观测器是存在的,且具有较好跟踪性能的这种观测器应是非线性的。

#### 参 考 文 献

- 1 韩京清,王伟. 非线性跟踪-微分器的另一种形式. 1993年全球华人智能控制大会论文集(下卷),北京,1993
- 2 韩京清,一种新型控制器——NLPID. 控制与决策,1994,8(6):401—407
- 3 韩京清,王学军. 系统的时间尺度和非线性PID控制器. 控制理论及其应用94'年会论文集,太原,1994
- 4 韩京清. 一类不确定系统的控制与滤波. 系统仿真学报,1993,(1)

### The “Extended State Observer” of a Class of Uncertain Systems

Han Jingqing

(Institute of Systems Science, Academia Sinica)

**Abstract** By using a tracking-differentiator with observer form, the “extended state observer” for a class of uncertain systems of the form  $\dot{x}^{(n)} = f(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}, t) + w(t)$  is given in this paper. It is shown, by choosing proper nonlinear functions and related parameters of the observer, the “extended state observer” can track satisfactorily the extended state of a class of uncertain plant.

**Key words** uncertain system, observer, tracking-differentiator, extended state observer

#### 作 者 简 介

韩京清 1937年生,1958年毕业于吉林大学数学系,1963~1966年在前苏联莫斯科大学数学力学系攻读研究生学位。现为中国科学院系统科学研究所研究员,主要学术方向是最优控制理论,学习理论,线性、非线性控制,控制系统CAD软件,人口理论。