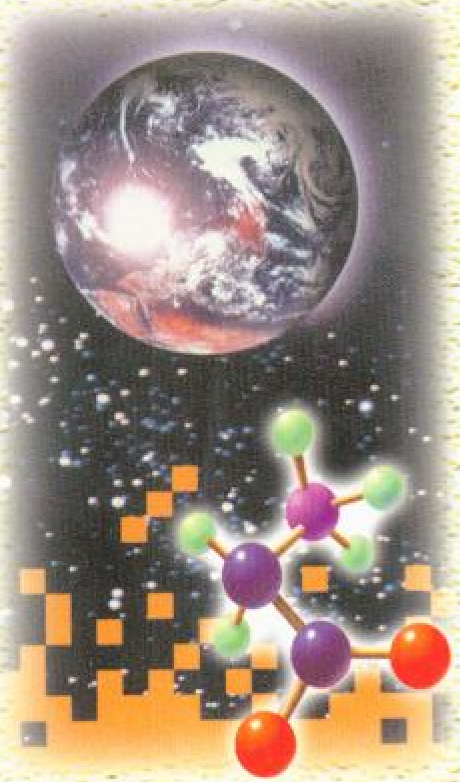
中国科学院研究生教学丛书



线性控制系统理论

——构造性方法

韩京清 许可康 著

科学出版社

前　言

自 1960 年第一届国际自控联（IFAC）大会美国年青学者 R. E. Kalman 发表开创性的论文“On the General Theory of Control Systems”以来，关于状态空间方法的论文如雨后春笋般地涌现出来，并逐步建立起了新的“线性控制系统理论”. 在这个过程中，出现了不同学派，开辟了具有各种特色的研究领域. 在这些学派中，著名的有：以“（A，B）-不变子空间”的发现为起点用线性空间理论阐述线性控制系统理论基本问题的 Wonham 的“线性控制系统几何理论”研究；以确立“结构定理”为起点运用多项式矩阵代数工具发展起来的 Wolovich 的“线性控制系统理论多项式矩阵方法”；以“返回差阵”特殊性能来确立“逆 Nyquist 阵列法”，把单变量频率法推广到多变量系统而发展的 Rosenbrock 的“多变量频率法”。这些方法都是用有理函数阵的复平面零极点性质来阐述线性控制系统理论的基本问题的.

20 世纪 70 年代，这些学派相继出版了其专著，作为培养有关专业研究生的基本参考材料而被广泛使用. 80 年代，作为研究生的专业基础教材，出版了像 Kailath 的“Linear Systems”，C. T. Chen（陈启宗）的“Linear System Theory and Design”等内容较综合性的书籍. 然而这些书对各自学派的不同方法基本上只作了并列的介绍，尚没有解开它们之间内在的自然统一性，因此写出的书，风格不统一，重复多，篇幅大.

20 世纪 80 年代，本书作者致力于线性控制系统理论的研究，发现了两类简单而基本的算法——初等坐标变换法”和“矩阵序列结构算法”能够统一处理线性控制系统理论中的“状态空间法”与“多项式矩阵法”，于是就独立地发展了以有限步这种初等算法来完成命题证明和问题求解的新的线性控制系统理论——构造性方法. 进一步，在理论上我们引入了“向量组的最小多项式阵”概念，把状态空间法与多项式阵法的理论基础均统一在向量空间上. 用这种方法来阐述线性控制系统理论的基本问题，所需的数学知识不深，易于理解和掌握，而且避免了重复，能够达到事半功倍的效果.

作为线性控制系统理论研究的一种工具——构造性方法，曾成为我们解决像干扰解耦、稳定解耦、块解耦、特征结构配置、求解多项式阵 Diophantine 方程，以及一般 Morgan 问题等一系列较难问题的有力工具. 比起别的处理方法，构造性方法所具有的最大特点就是方法简洁，算法清楚.

初等坐标变换法和矩阵序列结构算法这两类基本算法，一般来说，并不是计算机上编制数学运算程序的实用算法，而是组成构造性方法的理论算法. 当有些问题尚无稳定的好算法时，这些算法可用来编制计算机运算程序. 特别是关于多项式矩阵运算，国内外目前尚无公认的稳定算法，而矩阵序列结构算法是统一处理各种多项式矩阵运算的最可行的算法. 因此，它已成为由国家自然科学基金重大项目资助完成的“中国控制系统计算机辅助设计软件系统（CADCSC）”中的“多项式矩阵基础运算库”和“多项式矩阵方法子系统”的最根本的算法依据.

本书是在上述研究成果的基础上编写而成的，但它经历了近20年的历程. 1980年前后，我们编写了《线性控制系统理论》、《多变量控制系统理论（多项式矩阵代数方法与频率域方法）》两本讲义，曾先后在延边、广州、哈尔滨、沈阳、合肥、南京、郑州等地讲授过. 之后再把这两本讲义合并补充修改，写出了曾在国内广为流行的新的《线性控制系统理论》讲义. 自1982年起，我们曾给中国科技大学、上海交通大学、中国科学院研究生院、航天工业部502所等单位自动控制专业的研究生，开设“线性控制系统理论——构造性方法”专业基础课长达10年之久. 在这期间对讲义又几经补充修改，编写出研究生用讲义《线性控制系统理论——构造性方法》，一般讲授80学时. 不少研究生曾经以这个课为起点，定题目，完成了硕士论文，而他们的研究成果也为丰富、完善本书的内容作出了贡献.

本书由如下六章组成：第一章作为本书所需要的基本数学基础知识，介绍有关多项式矩阵与有理分式矩阵的内容. 这里将以多项式阵的数值表示和本书中的基本算法之一的矩阵序列结构算法及其在多项式阵和有理分式阵运算中的作用为主介绍有关内容. 这些内容在一般书籍中涉及不多，因此特辟一章予以介绍. 需要进一步了解有关内容的读者，可参阅《线性系统理论代数基础》（韩京清、何关钰、许可康，辽宁科技出版社，1985）一书. 第二章为线性控制系统描述，介绍状态空间、多项式阵、传递函数阵三种描述形式及系统的等价性、对偶关系式等问题. 第三章为线性控制系统的结构性质，介绍线性控制系统理论赖于发展的最基本性质（如能控性、能观性、抗干扰性等），以及与线性控制系统结构有关的性质及其判别条件. 第四章为标准型与实现问题. 这里将用构造性方法的一类基本算法——初等坐标变换法，把系统化成被称为多项式矩阵的相伴矩阵形式的标准型，介绍与之相对应的多项式分解形式传递函数阵和等价的系统的多项式阵描述. 这是沟通三种描述形式的关键. 另外还将介绍标准型与系统结构性质之间的关系及系统的实现问题. 第五章为系统的状态反馈，介绍像极点配置、特征结构配置、观测器、解耦、干扰解耦等问题. 第六章为动态补偿器设计，介绍用求解多项式阵 Diophantine 方程的方法来解决一系列动态补偿器的设计问题.

为了便于读者理解，我们在书中随各部分内容设有一定数量的例子，因此本书也可作为自习用教材.

在十多年的研究工作中得到了国内许多同行们的支持和帮助. 在本书出版之际，作者向他们表示衷心的谢意.

由于作者水平有限，书中错误疏漏之处在所难免，敬请读者批评指正.

第三章 线性控制系统的结构性质

本章将介绍与控制系统结构有关的基本性质及其相应条件. 控制系统是由系统的输入量驱动系统的运动,而系统的运动只能是由系统所给出的输出来认识和判断. 因此,这里首先需要考察系统的控制输入对系统运动的作用能力——能控性;从系统的输出认识和判断系统运动状况的能力——能观性;外扰输入不影响系统输出的可能性——抗扰性等概念和相应条件. 最后,还要谈及系统的稳定性问题. 这些概念和性质是系统结构本身所确定的,所以称它们为控制系统的结构性质.

线性控制系统的这些结构性质,开始是在状态空间模型基础上概括出来的,因此我们先在状态空间中介绍这些概念和相应条件,然后以各种不同方式重复讨论,以便使读者更深入理解这些基本概念.

3.1 状态空间中控制系统的能控性

所谓控制系统的能控性是指系统的输入对系统内部运动状况的影响和控制能力. 这种能力与系统输出无直接关系. 因此只需考察系统运动方程

$$\Sigma:\ \dot{x} = Ax + Bu \tag{3.1.1}$$

中的输入 u 对解(系统的运动)的影响能力. 这里,$A\in\mathbf{R}^{n\times n}$,$B\in\mathbf{R}^{n\times m}$.

下面用 $X(=\mathbf{R}^n)$表示状态空间.

定义 3.1.1 对给定的两个状态 $x_0,x_1\in\mathbf{X}$,若存在一控制作用 $u(t)$,$t\in[0,T]$,$T>0$,使得在控制量 $u(t)$的作用下,从初始条件 x_0 出发的系统 Σ 的解 $x(t)$满足 $x(T)=x_1$,则称 x_1 为由 x_0 能达的状态,而称 x_0 为对 x_1 能控的状态.

特别对原点而言,有

定义 3.1.2 由原点能达的状态简称为线性系统 Σ 的能达状态. 系统的能达状态是,存在一控制输入能把原点引导到的那种状态. 对原点能控的状态简称为线性系统 Σ 的能控状态,即系统的能控状态是,存在一控制输入能把它引导到原点的那种状态.

根据系统 Σ 的解的表达式,状态 x_1 成为能达状态的条件为,存在 $u(t)$,$t\in[0,T]$,$T>0$,且满足关系式

$$x_1 = \int_0^T e^{A(T-t)}Bu(t)dt. \tag{3.1.2}$$

而 x_0 成为能控状态的条件为,满足关系式

$$0 = e^{AT}x_0 + \int_0^T e^{A(T-t)}Bu(t)dt. \tag{3.1.3}$$

显然,由于矩阵 e^{AT}为可逆且其逆为 e^{-AT},这两式可改写成

$$e^{-AT}x_1 = \int_0^T e^{-At}Bu(t)dt, \tag{3.1.4}$$

第二章 线性控制系统

所谓被控对象是这样的一个动态系统，其行为变化由“外部”所激励，并向“外部”提供其行为变化的某些特征. 例如，汽车是由司机对油门、刹车、方向盘等的操纵来运行的，而汽车本身运行的某些状况，如里程、速度、存油量、发动机温度等则显示在相应仪表上. 当然，这里的“外部”和“内部”的划分并不是绝对的. 如汽车发动机也能当做一个被控系统. 这时的“外部”将是直接激励发动机运行的那些部分. 这样，描述被控对象就需要三种变量：描述对象本身动态行为的变量，一般称它们为状态变量；激励这个动态行为的变量，一般称为输入变量；提供给外部的某些特征量，一般称为输出变量. 输入变量又可细分为“控制量”和“外扰”，而输出变量又可分为“被调量”和“量测量”，不过这两种量常常有重迭部分.

图 2.1

描述这些量之间的相互作用关系的表达式就构成了被控对象的数学模型. 这些数学模型可按其输入、输出变量个数分为单变量系统或多变量系统；按随时间变化取值方式分为连续系统或离散系统；按随机因素的加入与否分为随机系统或确定性系统；按所含非线性因素的性质分为线性系统或非线性系统；而按对象参数变化情况分为时变系统或定常系统. 当然，还可依对对象的认知程度，划分为不确定性系统或确定性系统.

控制系统理论所研究的主要问题是，如何从实际对象建立适当的数学模型，如何根据这些数学模型分析系统的特征，又如何合理地设计出控制策略或控制器来达到控制目的.

本书中将要讨论的是连续的、确定性的、定常线性控制系统，即讨论在其模型已知的情况下，围绕如何分析这些系统的有关性质，以及如何设计所需要的控制器的理论和方法. 尽管这些理论是对特殊的线性系统展开的，但线性控制系统理论的许多概念和方法却是学习掌握整个控制系统理论的最基本的基础.

本章要介绍的是线性控制系统的数学描述，控制系统的变换与等价性，系统的相互联结及控制系统的对偶性等问题.

2.1 线性控制系统的数学模型

我们先看一个简单的例子.

例 一个单位质量的质点，在有阻尼力和弹性力的环境中，受外力 $f(t)$ 作用下的运动方程为

$$\ddot{x} + 2\zeta w\dot{x} + w^2 x = f(t), \tag{2.1.1}$$

这是具有强迫项的非齐次二阶常微分方程. 若把 $f(t)$ 当做可操纵的力，则可把它看做此系统的控制量，即系统的输入量. 若能测得每时刻的质点位置，则 $y=x(t)$ 是此系统的输出量，也是系统的量测量. 于是，这个系统可用如下方式描述出来：

3.5 状态空间中系统的抗扰性

所谓控制系统的抗扰性是指系统的干扰输入(或外扰,即外部扰动)不影响系统被调输出的性质,也就是说是系统的被调输出不受干扰输入影响的能力.

和系统的抗扰性直接有关的是系统的被调输出和干扰输入,因此只需考察系统模型

$$\Sigma:\begin{cases}\dot{x}=Ax+Ff,\\ y=Cx+Ef,\end{cases} \tag{3.5.1}$$

其中,f 为干扰输入,y 为被调输出.在此,一般假定干扰输入 f 满足微分方程

$$\dot{f}=A_0f, \tag{3.5.2}$$

称之为干扰(外扰)模型.这里假定 $A\in\mathbf{R}^{n\times n}$,$C\in\mathbf{R}^{p\times n}$,$F\in\mathbf{R}^{n\times q}$,$E\in\mathbf{R}^{p\times q}$,$A_0\in\mathbf{R}^{q\times q}$.

定义 3.5.1 若对干扰模型(3.5.2)的任意解 $f(t)$,方程 $\dot{x}=Ax+Ff(t)$ 都对应地有一解 $x_f(t)$,使得由这个 $x_f(t)$ 和 $f(t)$ 所确定的系统输出

$$y(t)=Cx_f(t)+Ef(t)\equiv 0,$$

则说系统 Σ 对(3.5.2)型干扰具有抗扰性.

第四章 线性控制系统的标准型与实现问题

根据各种不同需要,经适当变换,可以把给定的系统模型变换成具有特定结构并便于进行分析的形式.这就是线性控制系统理论中的标准型问题.

本章先用 Fuhrmann 等价性讨论多项式阵模型的标准型.这种标准型通过多项式阵的相伴阵很容易转化成等价的状态空间模型.其次,将运用初等座标变换,构造性地给出状态空间模型的相伴阵形式标准型.有了这种标准型,状态空间和多项式阵模型之间的对应关系显得很直接.然后,讨论由给定传递函数阵求出相应状态空间模型或多项式阵模型的所谓"实现"问题和"最小实现"问题.最后,还将讨论一般线性控制系统理论书籍中不太涉及的稳定特征矩阵的特定结构和有关问题.

第五章　状态反馈系统

在前几章，我们将线性控制系统作为具有输入-输出结构的系统考察了与固定结构相关的基本概念和性质，本章则讨论与反馈有关的概念和性质.

作为承担控制任务的系统，它完成任务的主要手段就是反馈. “反馈”的直接涵意是将系统的输出信息经适当处理后返回到系统输入上，这是改造系统输入-输出结构的主要手段. 所谓控制系统设计就是利用反馈来改造系统，使它变成能完成特定任务的结构. 在控制系统中，反馈是最重要的概念和工具，可以说，没有反馈，就没有控制. 反馈有各种不同的形式，如状态反馈、输出反馈、动态反馈等. 而按其具体处理方式，又可分为线性反馈、非线性反馈等. 这些不同的反馈形式对系统结构的影响是不同的，因而其应用范围也不同. 所谓状态反馈是在状态空间模型基础上概括的概念和手段，是在把系统的状态变量当作系统输出(这在大部分情况下是不现实的)的假定下提出来的概念. 尽管如此，状态反馈的研究却是反馈系统研究的基础.

在这一章里，将讨论状态反馈改造系统结构的各种可能性及对偶性质，其中包括极点配置及其对偶性质——观测器问题、特征结构配置、解耦控制及干扰解耦控制等问题.

由于历史上状态反馈概念首先是从状态空间描述中概括出来的，因此我们先用状态空间模型来考察状态反馈控制问题. 然后，通过多项式阵与其相伴矩阵之间关系，概括出关于多项式阵模型的状态反馈概念，并讨论多项式阵模型中的各种反馈控制问题.

5.8 干扰解耦——用状态反馈实现抗扰性

对于外扰作用下的受控系统，我们希望设计状态反馈使系统的被调输出尽可能不受外扰影响，即使闭环满足抗扰性条件. 这个问题常称为干扰解耦问题. 进一步还要求闭环系统稳定的话，称为稳定的干扰解耦问题. 本节将讨论干扰解耦问题有解的条件、确定状态反馈使它实现干扰解耦的办法及实现稳定干扰解耦的条件和求解办法.

设外扰作用下的被控对象为

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + Ff, \\ y = Cx, \end{cases} \tag{5.8.1}$$

其中，$x \in \mathbf{R}^n$，$u \in \mathbf{R}^m$，$y \in \mathbf{R}^r$，$f \in \mathbf{R}^q$，f 是任意外扰动. 假定 B，C，F 均满秩，而 $r \leqslant m$. 这个系统的系统阵为

$$\begin{bmatrix} A & B & F \\ C & 0 & 0 \end{bmatrix}, \tag{5.8.2}$$

对它的反馈变换为

$$\begin{bmatrix} A & B & F \\ C & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_n & 0 & 0 \\ -K & I_m & 0 \\ 0 & 0 & I_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BK & B & F \\ C & 0 & 0 \end{bmatrix}, \tag{5.8.3}$$

而观测变换为

$$\begin{bmatrix} I_n & -G \\ 0 & I_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & B & F \\ C & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - GC & B & F \\ C & 0 & 0 \end{bmatrix}. \tag{5.8.4}$$

根据第三章的讨论（见式(3.5.12)），用状态反馈实现抗扰性，需要确定状态反馈阵 K，使它满足矩阵等式

$$\begin{bmatrix} C \\ C(A - BK) \\ \vdots \\ C(A - BK)^{n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F & (A - BK)F & \cdots & (A - BK)^{n-1}F \end{bmatrix} = 0. \tag{5.8.5}$$

这个条件等价于

$$\begin{bmatrix} C \\ C(A-BK) \\ \vdots \\ C(A-BK)^{n-1} \end{bmatrix} F = 0,$$

$$C[F \quad (A-BK)F \quad \cdots \quad (A-BK)^{n-1}F] = 0.$$

因此,要么 F 的列向量都是某一状态反馈所决定的闭环的不能观状态,要么 C 的行向量都是$((A-BK),F)$的不能控方向. 这就说明,所选择的反馈阵 K,使闭环的不能观部分越大;或 F 对闭环的能控部分越小,则闭环的抗扰能力就越大.

我们将通过用状态反馈 K 来尽量扩大闭环不能观部分的办法来讨论干扰解耦问题,即要用状态反馈改变系统能观性的办法来讨论实现抗扰性问题.