

责任编辑: 周敏文  
肖志力  
责任校对: 钱辉玲  
封面设计: 王晓军

mwzhou@ndip.cn  
zlxiao@ndip.cn  
xjwang@ndip.cn

# 自抗扰控制技术

——估计补偿不确定因素的控制技术



上架建议: 控制技术

<http://www.ndip.cn>

ISBN 978-7-118-05795-9



定价: 42.00 元

## 自抗扰控制技术

——估计补偿不确定因素的控制技术



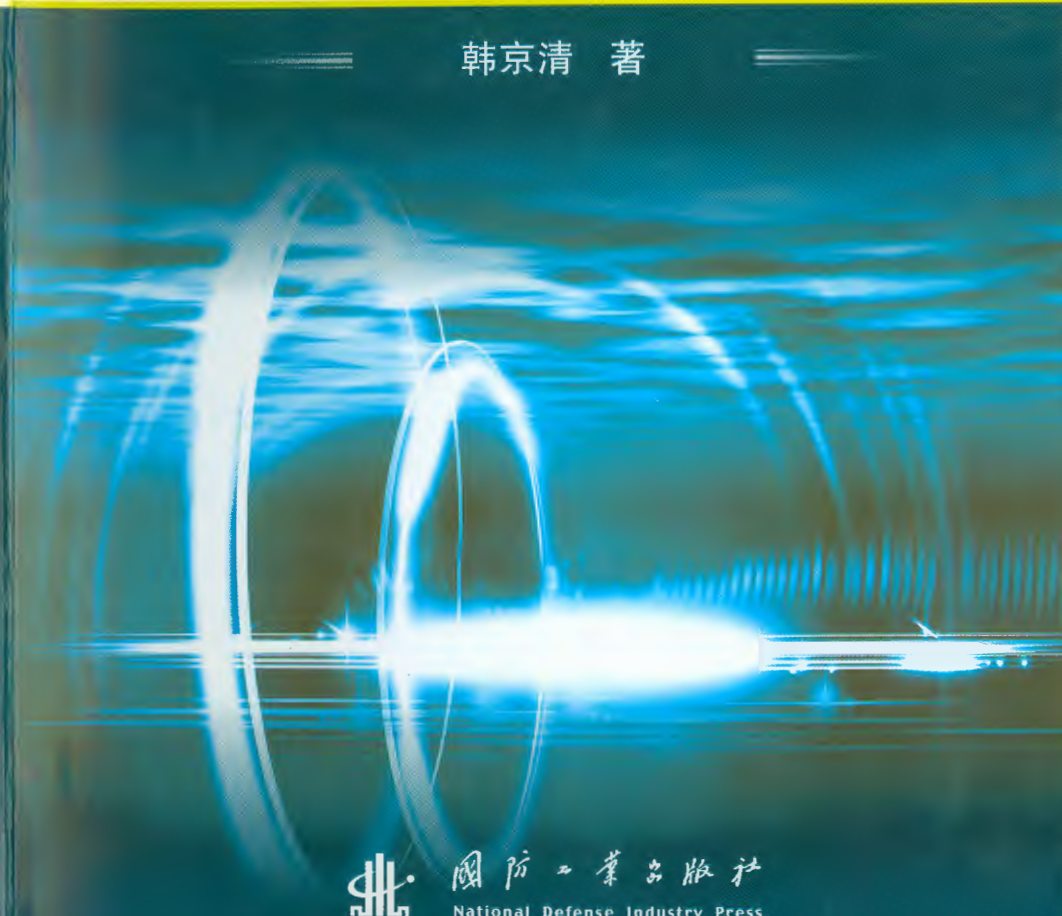
国防工业出版社

# 自抗扰控制技术

——估计补偿不确定因素的控制技术

Active Disturbance Rejection Control Technique  
— the technique for estimating and compensating the uncertainties

韩京清 著



国防工业出版社  
National Defense Industry Press

用。现在,在全国许多高校以及国外的一些学校都有不同院系的硕士生和博士生在各自的研究领域运用自抗扰控制思想进行课题研究,大家更期望韩京清研究员能够撰写一部全面系统地论述自抗扰控制技术方面的专著。现在这部力著出版了,这是人们已久的期待。韩京清研究员的这部专著论述了“自抗扰控制技术”的各个组成部分和各种实用非线性控制器,并且书中有大量的数字仿真实例阐述对一些现象和新问题的探索和思考,相信这本专著不但可以帮助读者更好地理解并运用自抗扰控制技术,更能推动控制科学与实际相结合的应用研究。

中国工程院院士



2008年6月

## 前言

控制是以适当的控制力来驾驭被控对象,使其运动在各种扰动作用之下也能按期望的方式(按给定的目标轨迹或设定值)变化。施加控制力的根本途径和目的是“感受控制目标与对象实际行为之间的误差,适当处理这个误差来消除它”,即“基于误差来消除误差”。近一个世纪的控制理论发展的历史就是围绕“消除这个误差”的两种不同方法相互交错而发展的历史。这两种不同方法是:

一是“基于误差来消除误差”的控制策略。以PID调节器为代表的实用工业控制器都是基于这种控制策略来做成的。

二是“基于内部机理描述的控制方法”的控制策略,即以对象数学模型为研究的“出发点”,也是研究的“归宿”的现代控制理论方法。

在控制工程实际中,控制目标和对象实际行为之间的误差是容易获取的,也是能够适当加以处理的,因而“基于误差来消除误差”的控制策略的原形——PID控制器在工业控制实际中得到了广泛的应用。实际控制工程问题,通常很难给出其“内部机理的描述”,因而基于数学模型的现代控制理论给出的控制策略,在实际控制工程中很难得到有效应用。

这是控制工程实践与控制理论之间,延续了半个多世纪而未能得到很好解决的脱节现象。

误差信号的适当处理来决定消除此误差的控制力,即“基于误差来消除误差”的控制策略是经典PID给我们留下的宝贵思想遗产。经典PID原理可以直观地翻译成“误差的过去(I)、现在



(P)、将来(变化趋势)(D)的加权和”。由于PID技术成形并投入工程应用的时期,受到当时的科技水平限制,处理误差信号的办法太单调、粗糙,使得“基于误差来消除误差”的效率未能得到充分的发挥。但是为什么这样简单的误差反馈律能够解决许多控制工程实际问题而得到广泛的应用?理论家们借助于被控对象数学模型来进行解释、演绎、推广,于是围绕精确模型的所谓“控制理论”产生和发展了,也促成了所谓“现代控制理论”的发展。实际上,对象的精确模型是“现代控制理论”赖以生存发展的出发点(如分析、设计)也是其研究的归宿(辨识、建模)。

尽管现代控制理论给出的设计方法不太实用,这个理论却阐明了控制系统的许多基本特性,提供了很丰富的新的信号处理方法。但是,由于过于追求理论上的完美而经常限制在数学模型和线性思维框架之中,因而没能使信号处理效率得到进一步的提高。

如果基于现代微处理器的数字技术,用特殊的非线性效应(微处理器只认得程序,不会区分线性和非线性)来开发出效率更高的信号处理办法并把这些方法应用于误差信号的处理上,那么就能提高“基于误差来消除误差”的效率,从根本上克服PID技术的局限性而能够开发出质更好、效率更高的新型实用控制器。

基于这种认识,自20世纪80年代末开始,本书的作者相继开发出非线性跟踪微分器、扩张状态观测器等对信号处理及控制具有独特功能和效率的新型非线性动态结构,也提出了具有特殊功能的非线性误差反馈机制,从而开发出非线性PID、最优非线性PID、自抗扰控制器、最优自抗扰控制器、自寻最优自抗扰控制器等一系列新型非线性实用控制器。在这些新型控制结构中,自抗扰控制器最具代表性,因而统称“自抗扰控制技术”。

在实现消除误差来实现控制目标的过程中,很重要的任务是如何施加控制力来抵消各种不确定外扰作用的影响。在达到控制目标的过程中,如何消除各种外扰影响是反馈系统设计必须考虑的重要课题。在控制理论发展历史上曾出现过两种原理:20世纪40年代苏联学者提出的“绝对不变性原理”(欲想克服外扰影响,

就要测量外扰;控制器必须同时含有反馈稳定的通道和抑制外扰的通道,即“双通道原理”)和20世纪70年代加拿大学者提出的“内模原理”(欲想克服外扰影响,就要知道外扰模型;控制器必须含有这个外扰模型)。但是自抗扰控制器的最突出的特征就是把作用于被控对象的所有不确定因素作用都归结为“未知扰动”而用对象的输入输出数据对它进行估计并给予补偿。“自抗扰”的意义就在于此。这里并不需要直接测量外扰作用,也不需要事先知道扰动作用规律(当然能获得更好)。这样,自抗扰控制技术,本质上彻底突破了“绝对不变性原理”和“内模原理”的局限性。

自抗扰控制技术是适应数字控制的时代潮流、吸收现代控制理论成果、发扬并丰富PID思想精髓(“基于误差来消除误差”)、开发运用特殊非线性效应来发展的新型实用技术。因此,凡是能用常规PID的场合,只要能够数字化,采用自抗扰控制器就会使其控制品质和控制精度有根本的提高。尤其是在恶劣环境中要求实现高速高精度控制的场合,自抗扰控制技术更能显出其优越性。

自抗扰控制技术所需的被控对象信息是对象的阶次,力的作用范围,输入输出通道个数和联结方式,信号延迟时间,特别是代表系统变化快慢的“时间尺度”等很容易得到且物理概念清晰的特征量。至于目前的按线性、非线性,时变、时不变,单变量、多变量等传统的系统分类法在自抗扰控制技术中已不再适用,而“时间尺度”才是区别不同被控对象的新的标准,即“时间尺度”相当的被控对象是可以同样的自抗扰控制器进行控制的。“时间尺度”是描述被控对象的新的特征量。以这个特征量作为新的抽象被控对象的控制理论尚未展开,但自抗扰控制技术的广泛应用,必定会推进适应自抗扰控制技术的新的控制理论的产生和发展。

自抗扰控制技术是深入认识经典调节理论与现代控制理论各自优缺点,大量运用计算机数字仿真实验来探索和改进而发展出来的。回顾近20年的自抗扰控制技术发展历程,无法想象如果作者沿着传统的理论推理和命题证明的路子会发展出实用的自抗扰控制技术。作者很庆幸20世纪70年代自学了用Fortran算法语言

和应用软件 Matlab 来编程进行数字仿真实验,如果没有应用这些计算机软件来进行的数字仿真实验,不可能有今天的自抗扰控制技术.至此作者更深刻地感受到 1982 年底美国何毓琦教授在一篇编者按语中所提倡的要发展“控制系统的实验研究”的实际意义.按传统观点,靠计算机数字仿真研究所得到的结果是不能直接应用于实际控制工程实践中的.但是大量的数字仿真研究和现场应用实践表明,由于自抗扰控制器完全独立于被控对象的具体数学模型,对被控对象进行大致描述的近似模型再加一些极端形式扰动的模型来代表被控对象,进行计算机数字仿真实验所得的结果,完全可以直接应用于实际对象上.从这种观点看,把计算机作为数字仿真实验平台来进行控制系统的实验研究是完全可以的.另外,计算机仿真技术已发展到很高的水平,以很高的逼真度来模仿许多实际系统行为.实际上,以这种仿真系统作为平台来进行控制系统的实验研究已经在控制工程界得以实现.

自抗扰控制技术已在我国电力系统、精密机械加工车床、化工过程、现代武器系统等领域得到推广应用,取得了显著的社会效益和经济效益.在导弹控制预研项目中的应用显示出传统控制方法无法比拟的效果.聚丙烯反应釜升温段的自动控制是尚未解决好的难题,2002 年 8 月在广东茂名聚丙烯厂,用我们开发的自抗扰控制器来进行现场自控实验,取得了令人满意的控制效果.2004 年 9 月在日本成功地实现了微型机械 Micro-Slide 的精度为纳米级的位移控制.2002 年在美国给 NASA 解决了航天太阳发电装置中的稳压控制问题取得很好效果.2004 年在 NASA 开发的喷气发动机仿真系统中运用自抗扰控制技术进行的喷气发动机控制实验,取得了令人振奋的效果.自抗扰控制器在控制工程不同领域中的实物实验和现场应用效果表明,它将以数字控制器的形式,必定能够取代延续了半个多世纪的经典 PID 调节器,而进入更高层次的“自抗扰控制器时代”.

作者于 20 世纪 80 年代后期开始进行自抗扰控制技术研究,其后的十几年研究过程是该技术脱胎换骨的历程.说“脱胎换骨”

是指抛开了熟悉的理论推理和命题证明的研究路线,踏上了用计算机仿真实验来探索实用工业控制器的新路子.由于脱离了传统的研究路线而得不到专家们的认可,科研经费也难以得到保障.更为困难的是,学数学出身的我,尽管从事过控制理论 20 多年,但既没有控制工程实践经验,也没有过程控制的基本概念和知识.对旨在研究实用工业控制器的人来说,这些经验、概念和知识实在是太重要了.也不能经常出去请教有关专家.通过计算仿真发现的一些现象,我却不知道工程上该怎么理解,怎么解释,又如何去改进.而在我们的研究环境没有能够获取经验的实验装置,身边也没有可以请教和讨论这些基本知识的人.这时我想到清华大学自动化系高龙教授.我经常给高龙教授打电话请教并进行讨论,他始终很耐心地指教并鼓励我继续研究,一旦有什么新的结果他马上就在清华园内进行宣传推广.在整个“自抗扰控制技术”的发展过程中高龙教授的贡献是不可忽略的.在本书稿完成之际,我特别向高龙老师表示深深的谢意.还要感谢自抗扰控制技术的形成过程中为解决工程实际问题始终进行合作的许可康研究员、黄一博士.感谢以解决自抗扰控制技术的各种具体问题来完成学位论文的硕士生、博士生及博士后合作者们.特别感谢美国克利夫兰州立大学的高志强博士,他在美国培养自抗扰控制技术人才,宣传、推广、应用自抗扰控制技术,以及他邀请我去讲学和作实物实验.感谢日本上智大学的申铁龙博士,在研究自抗扰控制技术的初期邀请我去讲学并安排做机械人控制实验,这些实物实验的成功大大增强了我继续研究下去的决心.

在本书中很多推理和演绎是采用了微分方程的描述,但求解微分方程的数字计算方法却是采用了最简单的欧拉折线法.在自抗扰控制技术研究初期,作者也曾采用过尽可能精确的数字解法,但后来发现没有必要采用花费很多机时的精确算法.这是因为自抗扰控制技术是把系统的所有不确定因素都归结到系统的总扰动而给予估计和补偿.我们也可以把数字计算产生的误差归结为系统的不确定因素.因此在自抗扰控制技术的数字仿真实验中完

全可以采用最简单的微分方程数值解法。

在本书中给出的算法描述都是借用程序语言的写法,特别算法中出现的“=”不是“相等”的符号,而是符号“=”右端表达式算出的结果赋给左端变量的赋值符号,请读者务必记住这点,否则好多地方就看不懂了。

本书将从“基于误差来消除误差”的经典PID调节器的分析开始,论述整个自抗扰控制技术的各组成部分和各种实用非线性控制器。各章节将用大量数字仿真实例来说明一些现象和探索改进的办法。因此为了更好地掌握本书的内容,读者最好掌握一种算法语言,编出相应程序,边读边算来进行验证、体会,效果会更好。

为了学习掌握好本书的内容,读者最好具备常微分方程、调节理论和线性控制系统理论的最基础的基本知识(这些理论的细节就不需深究)。

在一些章节中有些较复杂的推导和证明过程,初学者可以先不去理会,不会影响读者学习掌握本书内容的。

本书可以作为学习控制技术应用相关专业的大学本科生、研究生、教师,以及从事控制工程技术的技术员、工程师的教材、参考书和技术参考书。

本书将由以下六章组成:

第一章 剖析经典PID调节器。介绍PID的基本原理、适应范围及其合理性,指出其不足之处、事先安排过渡过程的益处和安排过渡过程的办法,最后讨论线性对象的“时间常数”概念与反馈增益之间关系并引入“时间尺度”概念。

第二章 跟踪微分器。解剖经典微分器的噪声放大效应的原因,提出了跟踪和微分效率更高的非线性跟踪微分器及其一般形式,进一步给出了实用于数字计算的离散形式,讨论非线性跟踪微分器的频率特性与跟踪微分器在各种不同领域中的应用。

第三章 非光滑反馈的功能和效率。在降低控制目标与系统实际行为之间误差的过程中,线性反馈和非线性反馈的效率有很大差异,指出在非线性特别在非光滑领域有很多比起线性反馈效

率更高的反馈形式,因此“开发利用特殊的非线性效应”是很有意义的研究课题,介绍了“时间最优反馈综合函数”用于误差反馈上的效应。

第四章 扩张状态观测器。运用现代控制理论中的状态观测器思想,提出了根据对象的输入-输出数据估计对象状态信息和作用于对象的“扰动总和的实时作用量”的扩张状态观测器,讨论“采样步长”与“扩张状态观测器”参数之间关系,以及“采样步长”与系统“时间尺度”之间的关系和用“采样步长”确定扩张状态观测器参数的具体办法。

第五章 自抗扰控制器。介绍用安排过渡过程、跟踪微分器、扩张状态观测器的各种不同组合来形成的各种不同形式非线性控制器的办法;介绍自抗扰控制器的结构和仿真研究结果。

第六章 自抗扰控制器的应用。介绍自抗扰控制器在不同类型被控对象问题上应用的具体办法,其中包括解耦控制、零点结构配置、时滞系统控制、串级系统控制、并联系统控制、自适应最优控制等。

本书的写作过程也是进一步探讨一些新问题的过程,因此某些问题的阐述方法比较零乱。特别是“时间尺度”概念的描述和运用是尚未很好解决的问题,因此只能在不同问题的论述中,通过具体例子形象性地给予说明,加深理解。

由于作者水平有限,书中难免有不妥之处,敬请读者批评指正。

韩京清

2007. 12

# 目 录

第一章 剖析经典 PID 调节器 .....	1
1.1 误差反馈控制律与经典 PID 调节器 .....	2
1.2 经典 PID 能控制的对象范围 .....	14
1.3 经典 PID 调节器的优缺点 .....	17
1.4 安排过渡过程的作用 .....	19
1.5 时间尺度 .....	32 ←
第二章 跟踪微分器 .....	46
2.1 小时间常数惯性环节 .....	46
2.2 经典微分器 .....	49
2.3 跟踪微分器的一般形式 .....	56
2.4 快速跟踪微分器的离散形式 .....	66
2.5 最速跟踪微分器的频率特性(带通滤波器) .....	73
2.5.1 TD 的频率特性 .....	73
2.5.2 带通滤波器 .....	75
2.6 跟踪微分器的其他应用 .....	77
2.6.1 安排过渡过程 .....	77
2.6.2 配置系统零点 .....	80
2.6.3 求函数极值 .....	83
2.6.4 求函数的根 .....	85
2.6.5 频率估计 .....	87
2.6.6 相近频率的分离 .....	88
2.6.7 数字整流 .....	89
2.6.8 数字检波 .....	90

2.6.9 相位超前功能的实现 .....	93
2.6.10 剔除野值及预报方法 .....	93
2.7 离散系统快速最优控制综合函数的推导 .....	97
<b>第三章 非光滑反馈的功能和效率</b> .....	111
3.1 非线性状态反馈 .....	111
3.2 线性反馈与非光滑反馈 .....	119
3.3 最速反馈控制的不变性 .....	133
3.4 状态反馈方法与误差反馈方法 .....	147
3.5 最速反馈函数的进一步性质 .....	149
3.6 三阶线性最速控制系统的开关曲面 .....	166
3.7 随动问题和调节问题 .....	172
3.8 几个有用的非线性函数 .....	174
<b>第四章 扩张状态观测器</b> .....	183
4.1 状态观测器 .....	184
4.2 状态观测器观测误差的讨论 .....	192
4.3 扩张状态观测器 .....	197
4.4 其他形式的扩张状态观测器 .....	207
4.5 系统输出被噪声污染时的扩张状态观测器 .....	211
4.6 一类混沌系统的扩张状态观测 .....	213
4.7 扩张状态观测器与系统的时间尺度 .....	221
4.8 扩张状态观测器参数与非波娜奇数列 .....	237
4.9 扩张状态观测器用于动态补偿线性化 .....	239
<b>第五章 自抗扰控制器</b> .....	243
5.1 非线性 PID 控制器 .....	243
5.1.1 经典 PID 控制器的缺陷 .....	243
5.1.2 两个跟踪微分器来实现的“非线性 PID” .....	247
5.1.3 两个线性跟踪微分器来改造的 “线性 PID” .....	250
5.1.4 一个跟踪微分器和状态观测器实现的 “线性 PID” .....	251

5.1.5 函数发生器来安排过渡过程而实现的 “线性 PID” .....	252
5.1.6 不同误差组合方式所成的“非线性 PID” .....	253
5.2 自抗扰控制器 .....	255
5.3 动态补偿线性化 .....	262
5.4 自抗扰控制器的仿真研究 .....	263
5.5 自抗扰控制器的控制能力 .....	271
5.6 系统的时间尺度与自抗扰控制器 .....	275
5.7 自抗扰控制器设计的分离性原理 .....	280
<b>第六章 自抗扰控制器的应用</b> .....	288
6.1 多变量系统的解耦控制 .....	288
6.2 零极点配置设计方法 .....	296
6.3 时滞系统的自抗扰控制 .....	303
6.4 串级系统的自抗扰控制 .....	316
6.5 混沌系统的自抗扰控制 .....	331
6.6 并联系统的自抗扰控制 .....	338
6.7 自寻最优控制 .....	343
6.8 运用自抗扰控制技术的要点 .....	347
<b>参考文献</b> .....	352

<b>Chapter 5 Active Disturbance Rejection Controller</b>	
<b>(ADRC)</b>	243
5.1 Nonlinear PID Controller	243
5.1.1 The disadvantages of the classical PID controller	243
5.1.2 The nonlinear PID realized by utilizing TDs	247
5.1.3 The linear PID realized by utilizing linear TDs	250
5.1.4 The linear PID realized by utilizing TD and the state observer	251
5.1.5 The linear PID realized by utilizing the function generator	252
5.1.6 The nonlinear PID realized by different error combination	253
5.2 Active Disturbance Rejection Controller	255
5.3 Linearization via dynamic compensation	262
5.4 The simulation research	263
5.5 The control ability of ADRC	271
5.6 System's time scale and ADRC design	275
5.7 The separate principle for ADRC design	280
<b>Chapter 6 Applications of ADRC</b>	288
6.1 The decoupling control for MIMO systems	288
6.2 Zero-Pole assignment	296
6.3 ADRC design for the time-delay system	303
6.4 ADRC design for the cascade systems	316
6.5 ADRC design for the chaos systems	331
6.6 ADRC design for the parallel systems	338
6.7 The auto-tuning optimal control	343
6.8 Key points in ADRC technique	347
<b>References</b>	352

## 第一章 剖析经典 PID 调节器

我们所要考察的系统是能够用外力作用来有目的地影响其运动行为的系统。这种系统叫做被控系统,或被控对象,简称对象。当然,一般情况下,当有外力作用时,非孤立系统的运动总能受到其影响。按一定的目的施予系统的作用力叫做控制力,或系统的控制输入,而其他能够影响系统运动的力则叫做系统的扰动力。能够规定系统运动全部行为的变量组称为系统的状态变量。通常,人们所感兴趣的并不是系统运动的全部状态变量,而是系统运动的部分状态变量。我们所感兴趣的这种系统运动的部分状态变量称为系统输出或被控输出。施加控制力的目的就是使这种被控输出要按事先设定的期望目标运行。

例如,骑一辆自行车到某一目的地,那么自行车本身是被控对象,自行车的车把的转动、车闸的刹车力、脚蹬的蹬踏力是为了到达目的地而施加的控制力,但阵风的影响、载重量、路面摩擦力、车胎充气量等是影响自行车运行的外扰。除上面列举的因素之外,像链条的松紧、轴承的光滑度等各种机械结构上的许多其他因素也是影响自行车正常行驶的特征量。但是,自行车作为交通工具,在达到指定目的地的一次行驶过程中,决定其运行特征的量就是行驶位置、行驶方向和行驶速度。这时,自行车的位置、方向和速度就是这个运行过程中的状态变量,而在这段运行中最关心的量却是行驶位置,因此行驶位置是这个运动过程所关心的被控输出。

控制的任务是给被控系统施加适当的控制力使被控输出要按期望轨迹,或目标值运行。这些期望轨迹,或目标值通常是根据控制目的和对象承受能力,由系统外部事先给定的。command shaping

本段  
求导  
PID: 试错



从被控对象最容易获取的信息是系统的输入和输出信息。设定值是由系统外部给的,也是能够获取的。根据这些能够获取的信息,如何去确定使系统行为实现期望要求的控制力?这是控制理论要解决的最终目的。近一个世纪的控制理论发展史就是围绕这个最终目的而开展的两种截然不同的研究路线相互交错而发展的历史。①由输入-输出信息来先确定对象运动的“输入-输出关系”,然后根据这个“关系”来决定所需控制力的办法;②直接加入输入-输出信息和设定值信息来决定所需控制力办法。关于第二种办法的典型例子,是依据期望行为和实际行为之间的误差信息来决定控制力的经典PID调节方法。这种依据期望行为与实际行为之间的误差信息来决定消除这个误差的控制策略叫做误差反馈控制律,或误差反馈策略。

本章先分析经典PID调节原理和给定的PID调节器能控制的对象范围,讨论根据设定值先安排过渡过程的优点,与线性控制系统的传递函数标准化相关的系统时间尺度等问题。

## 1.1 误差反馈控制律与经典PID调节器

下面用一个简单的例子来说明误差反馈控制律。

假定被控对象为一阶惯性系统

$$\begin{cases} \dot{x} = -ax + u \\ y = x \end{cases} \quad (1.1.1)$$

其传递函数为

$$w(s) = \frac{1}{s+a}$$

这是描述被控对象输入-输出关系的运动方程。其中, $u$ 是控制输入, $y$ 是系统输出,是代表我们所感兴趣的实际行为, $x$ 是规定系统运动的状态。设 $v_0$ 是系统行为要达到的期望值,叫做系统的设定值,目标值。假定这个目标值是常数。这时, $e = v_0 - y = v_0 - x$ 是

期望值与系统实际行为之间的误差,是设定值与系统输出之间误差。

在这里,我们的目的是:根据期望目标和实际行为之间的误差 $e$ 来决定控制力 $u$ ,使系统在这个控制力的作用下,其实际行为 $y(t) = x(t)$ 最终达到设定值 $v_0$ ,即最终使误差 $e$ 趋于零(图1.1.1)。

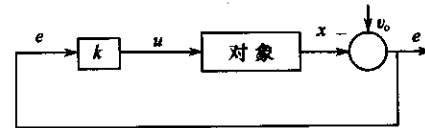


图 1.1.1

现在,根据误差 $e$ ,给出如下误差反馈控制力

$$u = ke = k(v_0 - x) \quad (1.1.2)$$

即误差大时施加大的作用力,误差小时施加小的作用力,这种形式的控制叫做误差的比例反馈。把这个表达式代入(1.1.1)式,得

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -ax + u = -(k+a)x + kv_0 = \\ &= -(k+a)\left(x - \frac{k}{k+a}v_0\right) \end{aligned} \quad (1.1.3)$$

这个系统叫做闭环系统。相对于闭环系统,系统(1.1.1)叫做开环系统。

在式(1.1.3)中,令

$$z = x - \frac{k}{k+a}v_0$$

那么式(1.1.3)变成

$$\dot{z} = -(k+a)z$$

从而有

$$z(t) = e^{-(k+a)t}z(0)$$

显然,只要 $(k+a) > 0$ (闭环系统将稳定,其解最终要达到平衡状态),就有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} z(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \left( x(t) - \frac{k}{k+a} v_0 \right) = 0 \quad (1.1.4)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \frac{k}{k+a} v_0 = v_0 - \frac{a}{k+a} v_0$$

这里,系统的实际行为  $y(t) = x(t)$  达到的不是期望的设定值  $v_0$ , 而是比它小  $\left(\frac{a}{k+a}\right)v_0$  的值,只要  $a \neq 0$ ,它不会等于零. 偏离期望设定值  $v_0$  的这个量称做闭环系统的稳态误差或静差,是闭环系统的很重要的品质指标,一般称做稳态指标.

从表达式(1.1.4)可以看出加大  $k$  (反馈增益) 是能够降低稳态误差的,但是反馈增益只能大到一定程度,再大会出现另一些问题(线性模型只是非线性对象在工作点附近的近似,反馈增益的增大很容易使系统的运动跃出线性近似范围而产生难以驾驭的复杂行为). 只要  $a \neq 0$ ,再大的  $k$  也消除不了稳态误差.

确定稳态误差的更直接的方法是让式(1.1.3)的右端等于零(这种状态就是系统的平衡态)而得到的. 实际上,系统(1.1.3)是稳定系统,其运动最终是要进入系统的平衡点,而这个平衡点是由方程(1.1.3)的右端等于零来确定. 让式(1.1.3)的右端等于零,就能得到

$$x(\infty) = \frac{k}{k+a} v_0 = v_0 - \frac{a}{k+a} v_0$$

如果在系统(1.1.3)中记  $A = k+a, b = k$ ,那么它可改写成

$$\dot{x} = -Ax + bv_0, x(0) = 0 \quad (1.1.5)$$

对给定的常值输入  $v_0 \neq 0$ ,这个方程的解叫做关于阶跃输入  $v_0$  的响应,特别当  $v_0 = 1$  时,这个方程的解称为单位阶跃响应,或简称阶跃响应,显然这个阶跃响应有静差  $\frac{b-A}{A}v_0$ .

为了消除这个静差,通常采用再加误差  $e = v_0 - x$  的积分  $\int_0^t e(\tau) d\tau$  的反馈  $k_0 \int_0^t e(\tau) d\tau$ ,使整个误差反馈律变成

$$u = ke + k_0 \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (1.1.6)$$

这时的闭环系统框图如图 1.1.2 所示.

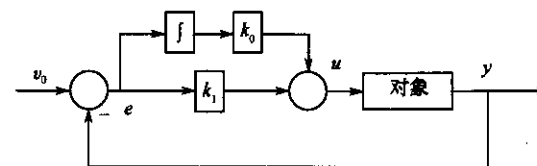


图 1.1.2

闭环系统方程变成

$$\dot{x} = -ax + u = -(k+a)x + kv_0 + k_0 \int_0^t e(\tau) d\tau$$

现在,令

$$e_0(t) = \int_0^t e(\tau) d\tau$$

那么

$$\dot{e}_0 = e$$

而

$$\begin{aligned} \dot{e} &= \frac{d}{dt}(v_0 - x) = \\ &= -\dot{x} = ax - ke - k_0 e_0 = \\ &= a(x - v_0) + av_0 - ke - k_0 e_0 = \\ &= -(a+k)e - k_0 \left( e_0 - \frac{a}{k_0} v_0 \right) \end{aligned}$$

于是再令  $e_1 = e_0 - \frac{a}{k_0} v_0$ , 得

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e \\ \dot{e} = -k_0 e_1 - (a+k)e \end{cases} \quad (1.1.7)$$

当参数满足  $(a+k) > 0, k_0 > 0$  时,系统稳定,系统的运动最终达

到系统的平衡位置,即

$$e_1(t) \rightarrow 0, e(t) \rightarrow 0$$

因此,就有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_1(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} e_0(t) - \frac{a}{k_0} v_0 = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = v_0 - \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0 \quad (1.1.8)$$

于是

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = v_0 \quad (1.1.9)$$

原闭环系统的静差(稳态误差)现在移到了误差积分分量  $e_0$  上,而使我们所关心的系统的误差(误差积分的微分)  $e = v_0 - x$  中完全消除了静差  $\frac{a}{a+k}v_0$ , 因而系统的实际行为  $y(t)$  完全到达设定值  $v_0$ .

如果系统(1.1.1)中的外扰  $w = w_0$  为常值,那么令

$$e_1 = e_0 - \frac{av_0 - w_0}{k_0}$$

闭环系统仍为(1.1.7).

因此

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_1(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} e_0(t) - \frac{av_0 - w_0}{k_0} = 0, \\ \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = v_0 - \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$$

因此

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_0(t) = \frac{av_0 - w_0}{k_0}, \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = v_0$$

静差还是移到了误差积分项上,而系统输出  $y(t) = x(t)$  则完全达到设定值  $v_0$ .

如果在系统(1.1.7)中记  $A_0 = k_0, A_1 = a + k, b = a$ , 那么它

变成

$$\begin{cases} \dot{e}_0 = e, & e_0(0) = 0 \\ \dot{e} = -A_0 e_0 - A_1 e + b v_0, & e(0) = v_0 \\ y = v_0 - e \end{cases} \quad (1.1.10)$$

这就是对一阶惯性环节加上误差的比例-积分反馈之后,对阶跃输入  $v_0$  的阶跃响应所应满足的微分方程组. 积分反馈的引入能够消除阶跃输入和常值扰动产生的稳态误差.

下面再来看看二阶对象的情形.

假定有二阶振荡环节:

$$\begin{cases} \ddot{x} = -a_1 \dot{x} - a_2 x + w + u \\ y = x \end{cases}$$

$$\text{其传递函数为} \quad W(s) = \frac{1}{s^2 + a_2 s + a_1} \quad (1.1.11)$$

式中:  $u$  为控制输入;  $y$  为系统输出, 是代表我们所感兴趣的实际行为;  $w$  为影响系统运动的外扰. 这里,  $x$  是和  $\dot{x}$  一起成为规定系统运动全部信息的状态变量, 而  $y = x$  则是我们所感兴趣的系统输出, 或被控输出, 是系统的实际行为. 设  $v_0$  是系统的设定值. 这时,  $e = v_0 - y = v_0 - x$  是期望值与系统实际行为之间的误差, 是设定值与系统输出之间误差. 这里把式(1.1.11)中的多项式  $s^2 + a_1 s + a_2$  叫做系统的特征多项式, 而二次方程  $s^2 + a_1 s + a_2 = 0$  称为系统的特征方程, 这个方程的根叫做系统的特征根. 如果系统的特征根都具有负实部, 那么系统是稳定的, 即系统的所有解  $(x(t), \dot{x}(t))$  都趋于零. 在这里, 二次特征方程根都具有负实部的充要条件为  $a_1 > 0, a_2 > 0$ .

把系统的全部作用力  $-a_1 \dot{x} - a_2 x + w$  中的部分作用力  $-(a_1 \dot{x} + a_2 x)$  ( $-a_1 \dot{x}$  为恢复力或弹性力,  $-a_2 x$  为阻尼) 当作系统的内扰来看待, 而把另一部分作用力  $w$  当作系统的外扰, 并把内扰和外扰

的总和作用,看成作用于纯积分器串联型系统

$$\ddot{x} = u \text{ (其特征方程为 } s^2 = 0 \text{)}$$

(积分器串联型系统,无内力作用的)的总和扰动是很有意义。

实际上,整个自抗扰控制技术的核心就在于这个“总和扰动”的实时作用量的估计与补偿。

在这个系统中,误差  $e = v_0 - x$  的比例反馈  $k_1 e$  只能改变闭环系统特征多项式的常数项系数,而误差微分反馈  $k_2 \dot{e} = k_2 \frac{d(v_0 - x)}{dt} = -k_2 \dot{x}$  只改变闭环系统特征多项式的一次项(阻尼项)系数,因而适当的误差比例反馈和误差微分反馈可以任意改变闭环系统的特征多项式系数。采用误差的比例、微分反馈律

$$u = k_1 e + k_2 \dot{e} = k_1 (v_0 - x) + k_2 (\dot{v}_0 - \dot{x}) = k_1 v_0 - k_1 x - k_2 \dot{x}$$

然后,得如下闭环系统

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= -a_1 x - a_2 \dot{x} + k_1 (v_0 - x) - k_2 \dot{x} = \\ &= -(a_1 + k_1)x - (a_2 + k_2)\dot{x} + k_1 v_0 \end{aligned} \quad (1.1.12)$$

显然,只要满足  $(a_1 + k_1) > 0, (a_2 + k_2) > 0$ , 这个闭环系统稳定, 从而有

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= -a_1 x - a_2 \dot{x} + k_1 (v_0 - x) - k_2 \dot{x} = \\ &= -(a_1 + k_1) \left( x - v_0 + \frac{a_1}{a_1 + k_1} v_0 \right) - (a_2 + k_2) \dot{x} \\ \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) &= \frac{k_1}{a_1 + k_1} v_0 = v_0 - \frac{a_1}{a_1 + k_1} v_0, \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{x}(t) = 0 \end{aligned} \quad (1.1.13)$$

和前面一样,  $y(t) = x(t)$  并不趋于设定值  $v_0$ , 而是趋于比它小  $\frac{a_1}{a_1 + k_1} v_0$  的偏差值。这个偏差值叫做闭环系统(1.1.12)的稳态误差,或闭环系统的静差。

为了消除这个静差,采用加上误差的积分  $\int_0^t e(\tau) d\tau$  的反馈  $k_0 \int_0^t e(\tau) d\tau$  的办法,使整个误差反馈律变成

$$u = k_1 e + k_2 \dot{e} + k_0 \int_0^t e(\tau) d\tau, e = v_0 - x \quad (1.1.14)$$

这时的闭环框图如图 1.1.3 所示。

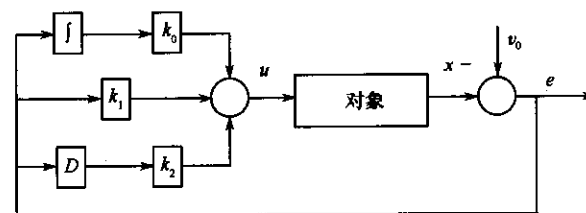


图 1.1.3

现在,又令

$$e_0(t) = \int_0^t e(\tau) d\tau$$

那么

$$\begin{aligned} \dot{e}_0 &= e, \\ \ddot{e} &= \frac{d^2}{dt^2} (v_0 - x) = -\ddot{x} = a_1 x + a_2 \dot{x} - k_1 e - k_2 \dot{e} - k_0 \dot{e}_0 = \\ &= a_1 (x - v_0) + a_1 v_0 + a_2 \dot{x} - k_1 e - k_2 \dot{e} - k_0 \dot{e}_0 = \\ &= -(a_1 + k_1)e - (a_2 + k_2)\dot{e} - k_0 \left( e_0 - \frac{a_1}{k_0} v_0 \right) \quad (\text{因 } \dot{v}_0 = 0) \end{aligned}$$

于是得如下闭环系统

$$\begin{cases} \dot{e}_0 = e, & e_0(0) = 0 \\ \ddot{e} = -(k_1 + a_1)e - (k_2 + a_2)\dot{e} - k_0 \left( e_0 - \frac{a_1}{k_0} v_0 \right), & e(0) = v_0 \end{cases} \quad (1.1.15)$$

此系统的实际输出(实际行为)为

$$y(t) = x(t) = v_0 - e(t)$$

根据三阶线性定常系统稳定性条件,只要满足

$$\begin{aligned} k_0 > 0, (k_1 + a_1) > 0, (k_2 + a_2) > 0, \\ \text{且 } (k_1 + a_1)(k_2 + a_2) > k_0 \end{aligned} \quad (1.1.16)$$

就有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e_0(t) = \frac{a_1}{k_0} v_0, \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{e}(t) = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0 \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = v_0$$

在系统(1.1.15)中记  $A_0 = k_0, A_1 = k_1 + a_1, A_2 = k_2 + a_2, b = a_1$ , 那么它变成

$$\begin{cases} \dot{e}_0 = e_1, & e_0(0) = 0 \\ \dot{e}_1 = e_2, & e_1(0) = v_0 \\ \dot{e}_2 = -A_0 e_0 - A_1 e_1 - A_2 e_2 + b v_0, & e_2(0) = 0 \\ y = v_0 - e_1 \end{cases} \quad (1.1.17)$$

这就是对二阶振荡环节加上误差的比例-积分-微分反馈之后所得闭环系统的微分方程组. 显然, 这个系统稳定的充分必要条件(三次多项式稳定的条件)为

$$A_0 > 0, A_1 > 0, A_2 > 0, \text{且 } A_1 A_2 > A_0 \quad (1.1.18)$$

如果系统(1.1.11)中的外扰  $w = w_0$  为常值, 那么闭环系统(1.1.17)变成

$$\begin{cases} \dot{e}_0 = e \\ \ddot{e} = -(a_1 + k_1)e - (a_2 + k_2)\dot{e} - k_0\left(e_0 - \frac{a_1 v_0 - w_0}{k_0}\right) \\ A_0 > 0, A_1 > 0, A_2 > 0 \end{cases}$$

因此仍有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = v_0 - \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = v_0$$

反馈律(1.1.14)

$$u = k_0 \int_0^t e(\tau) d\tau + k_1 e + k_2 \dot{e} \quad (1.1.19)$$

就是控制工程中最常用而著名的 PID (Proportional-Integral-Derivative) 控制律, 系数  $k_0, k_1, k_2$  分别称作误差反馈的积分增益, 比例增益, 微分增益.

这个 PID 控制律也可以翻译成: 误差的过去(积分  $\int e$ ), 现在(比例  $e$ ) 和将来(发展趋势——微分  $\dot{e}$ ) 的加权和(线性组合).

在许多控制工程中, 常把 PID 控制律(1.1.19)也表示成

$$u = K \left( e + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \dot{e} \right) \quad (1.1.20)$$

式中:  $K$  为反馈增益;  $T_i$  为积分时间常数;  $T_d$  为微分时间常数.

这种形式反馈律所决定的闭环系统运动方程为

$$\begin{cases} \dot{e}_0 = e_1, & e_0(0) = 0 \\ \dot{e}_1 = e_2, & e_1(0) = v_0 \\ \dot{e}_2 = -\frac{K}{T_i} e_0 - (K + a_1) e_1 - (K T_d + a_2) e_2 + a_1 v_0, & e_2(0) = 0 \\ y = v_0 - e_1 \end{cases}$$

而对应于式(1.1.18)的稳定性条件相应地变成

$$\begin{cases} (K + a_1) > 0, (K T_d + a_2) > 0, \frac{K}{T_i} > 0 \\ (K + a_1)(K T_d + a_2) > \frac{K}{T_i} \end{cases} \quad (1.1.21)$$



如果单纯地从系统输出达到设定值的要求来看,一个给定的PID控制律(即给定的 $k_1, k_0, k_2$ 或 $K, T_i, T_d$ ),它所能控制的(1.1.11)型对象,并不是一个,而是能够满足稳定性条件(1.1.16),或(1.1.21)的 $a_1, a_2$ 所代表的一类对象,而且参数 $k_1, k_0, k_2$ 取值越大,这个对象类也越大.这就是为什么PID控制律有那么广的应用场合的原因.

闭环系统的稳态指标,即系统的静差,是达到控制目的很重要的指标,但是它并不是衡量控制好坏的唯一指标.在实际控制工程中,在达到稳态指标的前提下,工程师们更关心实现稳态指标的动态过程.

例 今考察(1.1.11)型系统

$$\begin{cases} \ddot{x} = -x - \dot{x} + u \\ y = x \end{cases}, (a_1 = 1, a_2 = 1) \quad (1.1.22)$$

设控制目标为 $v_0 = 1$ .

在不同的PID反馈律作用下,系统在达到静态指标之前的动态过程有何区别呢?

按PID反馈律(1.1.14),取两组不同的增益:

① $k_0 = 1, k_1 = 0.5, k_2 = 0.5$ ; ② $k_0 = 1, k_1 = 1.8, k_2 = 1.5$ .

根据闭环稳定条件(1.1.16):

$$a_1 + k_1 = 1.5 > 0, a_2 + k_2 = 1.5 > 0, k_0 = 1 > 0;$$

$$(a_1 + k_1)(a_2 + k_2) = 1.5 \times 1.5 > 1 = k_0$$

$$a_1 + k_1 = 2.8 > 0, a_2 + k_2 = 2.5 > 0, k_0 = 1 > 0;$$

$$(a_1 + k_1)(a_2 + k_2) = 2.8 \times 2.5 > 1 = k_0$$

这两组增益都能使闭环稳定,因而系统输出最终能够达到设定值.然而,在这两个闭环系统中,输出跟踪设定值的动态过程有很大差别(图1.1.4).前者在设定值附近来回振荡几次才能稳定住,而后者几乎一次到位.图1.1.4中的下面两个曲线表示的是两组误差反馈律所决定的控制量.闭环稳定所需的这两组控制量的变化特

性也有很大差异,前者的变化范围小且变化稍微缓慢,而后者变化范围大且变化比较剧烈.

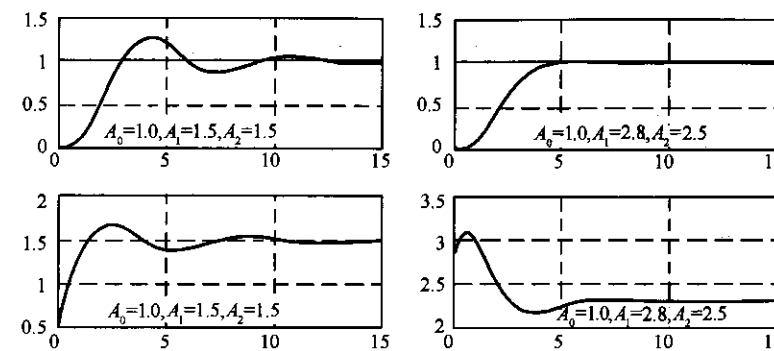


图 1.1.4

输出跟踪设定值的动态过程的差异是用闭环系统的动态品质(或瞬态品质)来衡量.闭环系统的动态品质包括两方面的内容:系统输出的动态品质和控制量变化的控制品质.输出的动态品质主要是由如下三个指标所决定:过渡过程(或引入)时间,超调量,振荡次数,而控制品质则由控制量的变化范围和变化速度来决定.过渡过程时间 $T$ 是这样的时间,当 $t \geq T$ 时,设定值与系统输出之间的误差都在小于设定值的5%范围之内,如图1.1.4的第一个过程的 $T \approx 12s$ ,而第二个过程的 $T \approx 2s$ ;超调量是指输出在变化过程中超出设定值的最大值,通常用超出的量在设定值中所占百分比 $\sigma$ 来表示,如第一个过程的超调量 $\sigma > 32\%$ ;振荡次数是指系统输出在过渡过程时间内围绕设定值来回摆动的次数,如第一个过程的振荡次数为1.5,而第二个为0.这三个指标越小,意味着闭环系统输出行为的动态品质越好.由于控制信号最终是由相应执行机构来实现的.过程中所需的控制量太大,执行机构提供不了那么大的能量,而控制量的变化太快,执行机构又跟不上其变化,从而达不到控制目的.因此,控制的好坏应当综合考虑这些静态指标,动态品质和控制品质.

所谓控制系统设计问题就是选择合适的误差反馈律和其他辅

助措施,使闭环系统输出行为和控制量的变化都要满足闭环的静态指标,动态品质和控制品质。

## 1.2 经典 PID 能控制的对象范围

以线性被控对象

$$\begin{cases} \ddot{x} = -a_1\dot{x} - a_2x + u, \\ y = x \end{cases} \quad (1.2.1)$$

为例,说明给定的 PID 误差反馈律

$$e = v_0 - x, u = k_1e + k_2\dot{e} + k_0\int_0^t e(\tau) d\tau \quad (1.2.2)$$

能控制什么范围的参数  $a_1, a_2$  所代表的对象。

根据稳定性条件(1.1.16),参数  $a_1, a_2$  只要满足

$$\begin{cases} (a_1 + k_1) > 0, (a_2 + k_2) > 0, k_0 > 0 \\ (a_1 + k_1)(a_2 + k_2) > k_0 \end{cases} \quad (1.2.3)$$

$k_1, k_2$  越大,  $k_0$  越小

闭环系统就稳定,从而输出行为能达到静态指标。

记

$$\alpha = a_1 + k_1, \beta = a_2 + k_2$$

上述稳定性条件变成

$$\alpha > 0, \beta > 0, \alpha\beta > k_0 > 0,$$

现在在  $\alpha, \beta$  平面上画出

$$\alpha\beta = k_0$$

曲线。这是以直线  $\beta = \alpha$  为对称轴的双曲线(图 1.2.1)。这个双曲线右上方点的坐标  $(\alpha, \beta)$  代表着以  $\alpha, \beta$  为参数的闭环系统

$$\begin{cases} \ddot{x} = -\alpha\dot{x} - \beta x \\ y = x \end{cases}$$

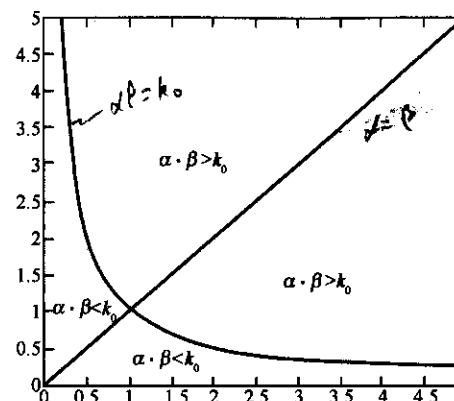


图 1.2.1

是稳定的闭环;左下方点的坐标代表着这个系统不稳定的闭环。由图 1.2.1 可以确定给定的 PID 反馈律所能控制的开环对象类:由积分增益  $k_0$  画出双曲线  $\alpha\beta = k_0$ ;然后,把原点移到坐标点  $(-k_1, -k_2)$  上;那么双曲线右上方点的坐标值  $(a_1 = \alpha - k_1, a_2 = \beta - k_2)$  所代表的开环对象,就是给定的 PID 控制律所能控制的对象。由此看出,给定的 PID 控制律所能控制的线性对象是很大的一类。这正是为什么经典 PID 调节器在工业上有如此广泛应用的根本原因。当然,这只是针对达到静态指标的目的而言的。

如果考虑到闭环系统的动态品质,经典 PID 调节器所能控制好的对象类将会大大缩小。

闭环系统的动态品质对 PID 增益的变化是很敏感的。

例 在二阶线性对象(1.2.1)中参数取  $a_1 = 0.4, a_2 = 0$  的情形为例,说明其阶跃响应对 PID 增益的敏感性。当 PID 增益取  $k_0 = 0.5, k_1 = 1.0, k_2 = 1.5$  时,其阶跃响应无超调,过渡过程时间约等于 5s。但是,这些增益上下变动 30%,其过渡过程的动态行为变化就很明显了。这些仿真结果示于图 1.2.2 和图 1.2.3。其中图 1.2.2 显示的是每个增益分别下调 30% 的结果,而图 1.2.3 显示的是每个增益分别上调 30% 的结果。

从这些仿真结果看出,闭环系统的阶跃响应对 PID 的各增益

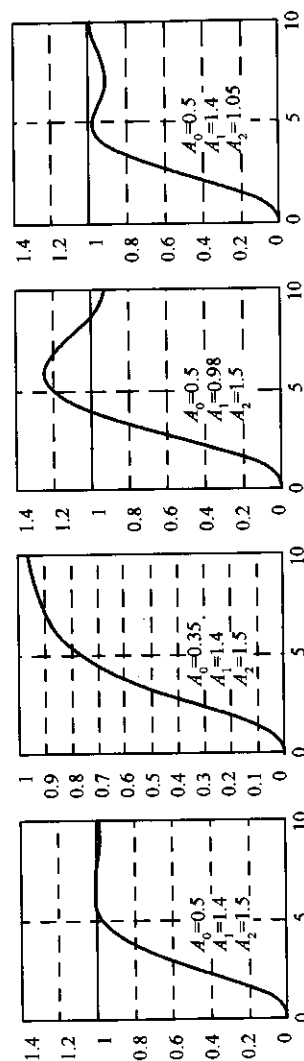


图 1.2.2

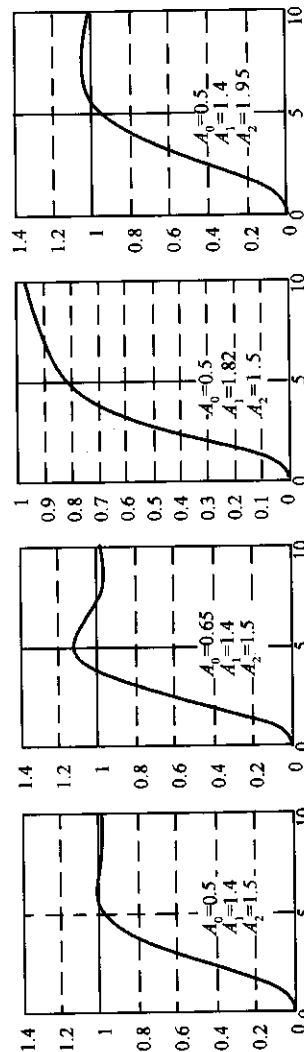


图 1.2.3

是比较敏感的。由于闭环系统的参数  $A_1$  和  $A_2$  只是对开环系统的参数  $a_1, a_2$  上叠加了 P, D 增益  $k_1, k_2$  所得 (见式 (1.2.3)), 因此增益  $k_1, k_2$  的上下浮动相当于对象参数  $a_1, a_2$  的浮动。这就是为什么当实际工况发生变化时需要经常调整 PID 参数的根本原因。

另一方面, 可以利用闭环系统的行为对 PID 增益的敏感性来估计对象参数。从上面仿真例子看, 当闭环系统参数为  $A_0 = 0.5$ ,  $A_1 = 1.4$ ,  $A_2 = 1.5$  时, 闭环几乎无超调, 而过渡过程时间约为 5s。如果对某一二阶线性对象调好 PID 增益  $k_0, k_1, k_2$ , 使闭环响应无超调而过渡过程时间约为 5s, 那么开环对象的参数应该是

$$a_1 = 1.4 - k_1, a_2 = 1.5 - k_2$$

当然, 要具体做, 还要考虑系统放大系数等别的影响。

### 1.3 经典 PID 调节器的优缺点

经典 PID 的最主要的优点 (也是其精髓), 就是靠目标与实际行为之间的误差来决定消除此误差的控制策略, 而不是靠对象的输入 - 输出关系, 即不是靠对象的输入 - 输出模型来决定控制策略。只要选择 PID 增益使闭环稳定, 那么就能使一类对象达到静态指标。这是它在过程控制中广泛被采用的主要原因。

经典 PID 调节器成形的时期是 20 世纪 20 年代 ~ 40 年代, 由于当时的科学技术水平的限制, 只能用简单的模拟器件来实现 PID 反馈律。从而 PID 反馈律以最原始的、带有许多不尽人意的缺点步入控制工程界。当时还不能使用稍微复杂一些的误差信号处理技术, 因而经典 PID 未能尽情发挥其优点。经典 PID 调节器在工业应用的初期, 由于一般的控制工程的精度和速度要求尚不高, 简单的 PID 调节就能成功地满足控制工程要求, 从而逐渐被视为几乎完美的调节器件而占据了控制工程界的神圣地位。

然而, 科学技术的发展对控制精度和速度的要求, 以及对环境变化的适应能力的要求越来越高, 经典 PID 慢慢显露出其缺点。

正是这些缺点的显露,推动了半个多世纪控制理论的发展.一部分走的是把先进的信号处理技术和数字化方法融入 PID 框架之中来提高其性能,如自校正 PID、智能 PID、模糊 PID、专家系统 PID 等;另一部分则是认为单靠系统输入-输出信息而不靠系统内部状态变量信息是导致 PID 缺点的根本原因,因此走了靠对象的状态变量运动模型来决定状态反馈控制策略的所谓现代控制理论的路子.

现在,应该说,控制理论对控制量、系统输出与被控对象之间关系本质的认识已经很深入了,而且整个控制工程已经向数字化方向发展.基于现代的科技水平,如何正确地认识 PID 的优缺点,如何用现代的信号处理技术和数字化技术来进一步发扬 PID 留给我们的宝贵理念:根据目标与实际行为之间的误差来确定消除此误差的控制策略,是很有实用意义的研究课题.

(1) 从 1.2 节的讨论可以看出,尽管 PID 的稳定余度不小,但具有好的动态品质的余度不大.闭环动态品质对 PID 增益的变化太敏感.由于这个缺点,当被控对象处于经常变化的环境之中时,根据环境变化,需要经常变动 PID 增益,这使 PID 的实际应用受到一定限制.正是这个缺点也推动了各种所谓先进控制器的研究和发展.

(2) “基于误差反馈来消除误差”是 PID 的精髓,但是在下一节将看到直接取目标与实际行为之间的误差并不是完全合理的.直接取这种误差,常常使初始控制力太大而使系统行为出现超调.这个缺点是导致用 PID 控制的闭环系统中产生“快速性”和“超调”之间矛盾的主要原因.  $\rightarrow$  极端

(3) PID 是误差的比例、积分、微分的加权和形式来形成反馈控制量的.然而,除直接量测实际行为变化速度的场合(实际中这种场合比较少)外,由于没有比较合适的微分器,常常只用 PI(无误差微分反馈)控制律.这又限制了 PID 的控制能力.

(4) PID 是误差的过去、现在、将来(发展趋势)的适当组合来产生控制量的.经典 PID 采用的是这三者的加权和(线性组合)形

式.有没有别的更好的组合方式呢?我们已经发现,在非线性领域,有很多效率更高、更好的组合方式.在控制器向数字化方向发展的今天,限制在加权和(线性组合)形式已经没有必要了.

(5) PID 中的误差积分的反馈,对抑制常值扰动确实有其效果.但是,无扰动作用时,误差积分的反馈常使闭环的动态特性变差,而对随时变化的扰动来说,积分反馈的抑制能力又不显著,因此采用误差积分反馈的必要性是值得商榷的.

如果我们吸收现代控制理论成果和现代信号处理技术,适应数字化时代的潮流,进行进一步改善来克服上述缺点,那么根据“基于误差反馈来消除误差”的 PID 的精髓将会更加发扬光大,使许多实际控制工程问题以更为简单而有效的方式得到圆满地解决.

## 1.4 安排过渡过程的作用

考察对放大系数为 1 的二阶系统

$$\begin{cases} \ddot{x} = -a_1(x - v_0) - a_2\dot{x} \\ y = x \end{cases} \quad (1.4.1)$$

输入单位阶跃信号  $v_0 = 1$  时的响应.

我们希望系统的输出  $y$  尽可能快而无超调地跟踪阶跃信号  $v_0 = 1$ . 当然,对象参数  $a_1$  和  $a_2$  都是正数时,输出  $y$  最终能跟上输入信号  $v_0$ ,但是其过渡过程不一定没有超调和振荡.然而,当对象参数  $a_1, a_2$  取成  $a_1 = r^2, a_2 = 2r, r > 0$  时,其过渡过程已经没有超调了.这时系统(1.4.1)可表示成

$$\begin{cases} \ddot{x} = -r^2(x - v_0) - 2r\dot{x} \\ y = x \end{cases} \quad (1.4.2)$$

这里,  $r$  分别取 2, 4, 6, 8 时的仿真结果如图 1.4.1.

这些阶跃响应的过渡过程时间  $T_0$  完全是由参数  $r$  所确定,过渡过

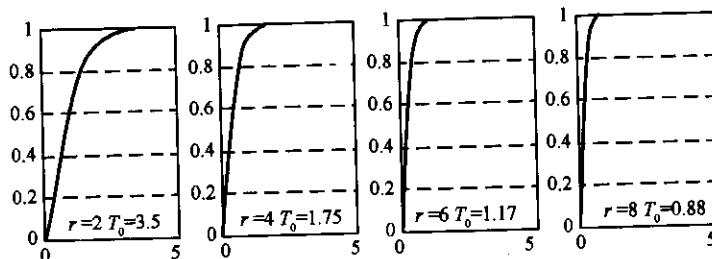


图 1.4.1

程时间约为

$$T_0 = \frac{7}{r} \quad (1.4.3)$$

如果对象参数  $a_1$  和  $a_2$  偏离了  $r^2$  和  $2r$ , 那么其阶跃响应要么有超调和振荡, 要么过渡过程时间拉长. 在给定  $a_1 = r^2$  的情况下, 当阻尼系数  $a_2 > 2r$  (过阻尼) 时, 其过渡过程虽然无超调, 但跟踪时间变长; 反之, 当  $a_2 < 2r$  (欠阻尼) 时, 虽然加快了跟踪速度, 但产生超调和振荡, 且阻尼系数  $a_2$  越小, 超调就越大.

在 PID 调节律中的 P 和 D 的增益  $k_1$  和  $k_2$  的作用, 就是把系统 (1.4.1) 的参数  $a_1, a_2$  改变成新的参数  $\bar{a}_1 = a_1 + k_1 > 0$  和  $\bar{a}_2 = a_2 + k_2 > 0$ , 使新参数  $\bar{a}_1, \bar{a}_2$  所代表的闭环系统

$$\begin{cases} \ddot{x} = -\bar{a}_1(x - v_0) - \bar{a}_2\dot{x} \\ y = x \end{cases} \quad (1.4.4)$$

的阶跃响应快而无超调. 前面已看到, 欲使这个系统的阶跃响应无超调, 最好  $\bar{a}_1$  和  $\bar{a}_2$  满足关系:  $\bar{a}_1 = r^2, \bar{a}_2 = 2r$ , 因此要满足  $\bar{a}_2 = 2\sqrt{\bar{a}_1}$ . 而这时的过渡过程时间约为  $\frac{7}{r} = 7/\sqrt{\bar{a}_1}$ . 显然,  $\bar{a}_1$  大, 且

$\bar{a}_2 = 2\sqrt{\bar{a}_1}$  时, 闭环的阶跃响应将快而无超调. 如果对象参数  $a_1, a_2$  给定, 那么 PID 调节律中 P 和 D 的增益  $k_1, k_2$ , 当满足关系式

$$k_2 = 2\sqrt{(a_1 + k_1)} - a_2 \quad (1.4.5)$$

时, 闭环的阶跃响应才无超调, 而其过渡过程时间约为

$$T_0 = \frac{7}{\sqrt{a_1 + k_1}} \quad (1.4.6)$$

显然,  $k_1$  取大, 而  $k_2$  满足关系式 (1.4.5), 就能实现快而无超调的阶跃响应.

假定对象的额定参数为

$$a_1 = 2, a_2 = 2$$

那么取 P 的增益  $k_1 = 2.0$  时, 过渡过程时间为

$$T_0 = \frac{7}{\sqrt{a_1 + k_1}} = \frac{7}{\sqrt{2 + 2}} = 3.5$$

而实现快而无超调所需的 D 的增益

$$k_2 = 2\sqrt{(a_1 + k_1)} - a_2 = 2\sqrt{4} - 2 = 2$$

现在固定 PD 的增益  $k_1$  和  $k_2$ , 然后让对象的参数  $a_1, a_2$  上下扰动 50% 来看闭环的阶跃响应.

图 1.4.2 显示的四条上升曲线所对应的对象参数 ( $a_1, a_2$ ) 分别是 (3, 2), (1, 2), (2, 3), (2, 1). 从这里可以看出, 对象参数的扰动对过渡过程的影响是比较大的.

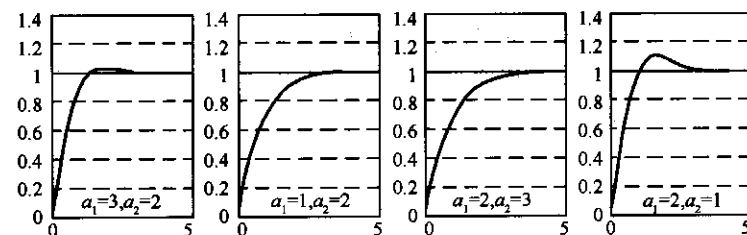


图 1.4.2

在过去, 由于没有获取微分信号的合适办法, 绝大部分 PID 调节, 实际上, 就是 PI 调节, 即不能用 D 的增益  $k_2$  来改变对象阻尼部分参数  $a_2$ , 只能用 P 的增益  $k_1$  来改变对象参数  $a_1$ . 由于不能施加  $k_2$  ( $k_2 = 0$ ), 于是无超调所需的增益  $k_1$  应满足关系式 (根据式



(1.4.5))  $k_2 = 2\sqrt{(a_1 + k_1)} - a_2 = 0, k_1 = \frac{a_2^2}{4} - a_1$ , 而对应的过渡过程时间(根据式(1.4.6))为  $T_0 = \frac{7}{\sqrt{a_1 + k_1}} = 7\frac{2}{a_2}$ . 这样, 过渡过程无超调的要求, 使 P 的增益  $k_1$  和过渡过程时间  $T_0$  完全由对象参数  $a_1, a_2$  所定死. 要想加快过渡过程, 势必要加大 P 的增益  $k_1$ , 这就使闭环成为欠阻尼过程而产生超调. 这就是在经典调节理论中所说的快速性和超调的矛盾.

能否避免这种快速性和超调的矛盾呢? 在系统(1.4.4)的阶跃响应中, 我们直接取了系统的实际行为  $y = x$  与控制目标  $v_0$  之间的误差  $e = x - v_0$ . 实际上, 由于实际系统都具有惯性, 系统输出  $y = x$  只能从零初始状态开始缓慢变化, 而控制目标的初始值却是非零值  $v_0$ , 从而误差  $e = x - v_0$  的初始值成为  $-v_0$ . 这样, 如果为了加快过渡过程而取较大的增益  $k_1$ , 那么系统(1.4.4)的第一项  $\bar{a}_1(x - v_0)$  变成很大, 给予系统很大的初始冲击, 使系统的实际行为  $y = x$  很容易产生超调.

因此, 如果我们能够降低起始误差, 那么在不改变系统阻尼的情况下有可能用较大的增益  $k_1$  来加快过渡过程. 降低起始误差的具体办法是: 在对象的能力所能承受的范围内, 根据控制目标  $v_0$ , 事先安排一个合适的过渡过程, 然后让系统的实际行为  $y = x$  跟踪这个安排的过渡过程来最终达到控制目标.

今定义函数

$$\text{trns}(T_0, t) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left( 1 + \sin \left( \pi \left( \frac{t}{T_0} - \frac{1}{2} \right) \right) \right), & t \leq T_0 \\ 1, & t > T_0 \end{cases} \quad (1.4.7)$$

这个函数是, 在  $T_0$  时间内, 从 0 单调上升到 1 并保持不变的曲线. 对它乘上设定值  $v_0$  作为安排的过渡过程, 其中  $T_0$  是过渡过程时间, 是根据对象的能力来确定,  $v_0$  是控制目标.

现在, 在系统(1.4.4)中用安排的过渡过程  $v_0 \text{trns}(T_0, t)$  来代替  $v_0$ , 并假定 D 的增益  $k_2 = 0$ , 那么系统(1.4.4)变成

$$\begin{cases} \ddot{x} = -\bar{a}_1(x - v_0 \text{trns}(T_0, t)) - a_2 \dot{x}, \bar{a}_1 = a_1 + k_1 \\ y = x \end{cases} \quad (1.4.8)$$

下面, 先看对象(1.4.4)的参数为  $a_1 = 2 = a_2$ , 而 P 的增益  $k_1$  取不同值时的仿真图(图 1.4.3).

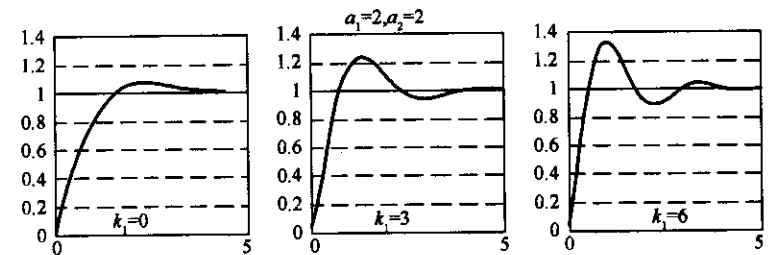


图 1.4.3

从图 1.4.3 中明显看出,  $k_1$  的加大, 虽能加快过渡过程, 但超调却显著增大.

作为对比, 我们来看看 P 的增益  $k_1$  对已安排的过渡过程作为输入的系统(1.4.8)的影响. 取过渡过程时间分别为  $T_0 = 2, 1$ , 而分别取 P 的增益为  $k_1 = 800, 400$  (由于安排的过渡过程和系统输出之间的误差始终都很小, 要有足够的推动力来启动系统, 必须增益  $k_1$  要足够大). 这个仿真结果(图 1.4.4)表明, 在这里, 快速性和超调并不对立, 而且系统的响应效果对一定范围的增益  $k_1$  的变化并不敏感, 因此一个固定的增益  $k_1$  能够适应较大范围内的对象参数  $a_1$  (如, 当  $k_1 = 400$  时,  $a_1$  取区间  $[0, 400]$  范围内的值并不改变响应效果). 安排过渡过程也能扩大增益  $k_1$  对对象参数  $a_2$  的适应范围. 图 1.4.5 显示的是  $T_0 = 1, k_1 = 600$ , 而  $a_2$  分别取 2, 10, 30, 50 的仿真结果. 比起图 1.4.3 的结果, 这里的参数  $a_2$  的适应范围扩大了一个数量级.

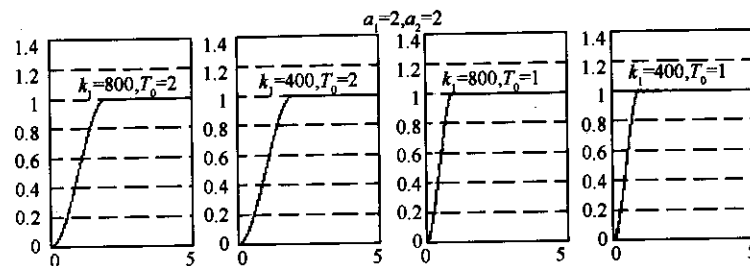


图 1.4.4

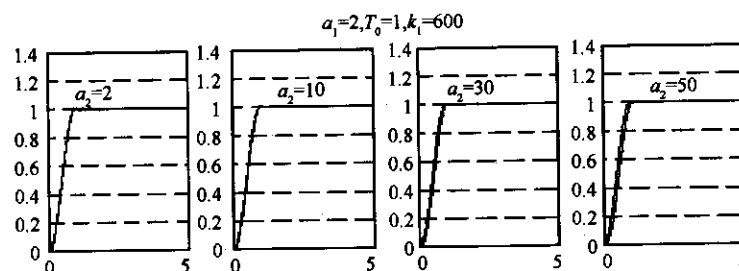


图 1.4.5

既然我们事先安排了过渡过程,那么我们也能够得到安排的过渡过程的微分信号,如对式(1.4.7)定义的  $\text{trns}(T_0, t)$  而言,其微分信号为

$$\text{dtrns}(T_0, t) = \begin{cases} \frac{\pi}{2T_0} \cos\left(\pi\left(\frac{t}{T_0} - \frac{1}{2}\right)\right), & t \leq T_0 \\ 0, & t > T_0 \end{cases} \quad (1.4.9)$$

如果系统输出的微分信号  $\dot{x}$  能获取,那么误差信号  $e = v_0 \text{trns}(T_0, t) - x$  的微分信号  $\dot{e} = v_0 \text{dtrns}(T_0, t) - \dot{x}$  也能够得到,从而 PID 的 D 反馈  $-k_2 \dot{e}$  就能实现. 这时,实现了 PD 反馈的系统

$$\begin{cases} \bar{a}_1 = a_1 + k_1, \bar{a}_2 = a_2 + k_2 \\ \ddot{x} = -\bar{a}_1(x - v_0 \text{trns}(T_0, t)) - \bar{a}_2(\dot{x} - v_0 \text{dtrns}(T_0, t)) \\ y = x \end{cases} \quad (1.4.10)$$

对系统(1.4.10)来说,可适应的对象参数  $a_1, a_2$  的范围就更为扩大了.

仿真图 1.4.6 表明,PD 的增益  $k_1, k_2$  在大范围内的不同选取,对过渡过程特性的影响并不大. 这也说明,在这个范围内给定的 PD 增益  $k_1, k_2$  所能适应的对象参数  $a_1, a_2$  的范围也很大.

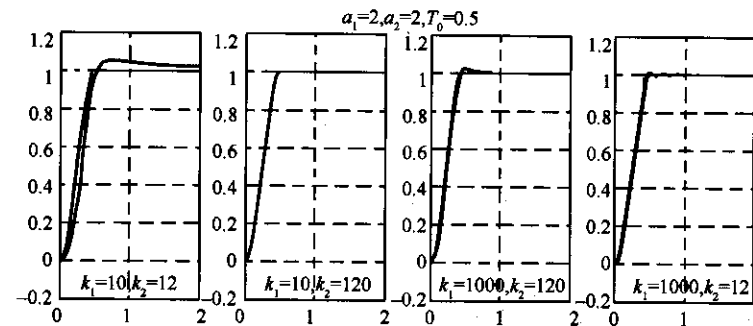


图 1.4.6

以上仿真结果说明:

(1) 事先安排过渡过程是解决超调与快速性矛盾的一种很有效的办法.

(2) 事先安排过渡过程使误差反馈增益和误差微分反馈增益的选取范围大为扩大,从而使其整定更为容易.

(3) 事先安排过渡过程使给定的反馈增益所能适应的对象参数范围大为扩大,即控制器的鲁棒性更为加强.

这就是安排过渡过程所带来的好处.

如何合理安排快速而无超调的过渡过程呢?

系统对阶跃响应的过渡过程特性是与系统的阶密切相关. 比如,一阶系统的阶跃响应就有非零初始斜率;二阶系统的阶跃响应就有非零初始加速度等. 因此安排过渡过程,不仅要考虑系统的各种约束条件,还要适应对象的系统阶.

下面,分别考察对一,二,三,⋯ 阶系统安排过渡过程的几种方法.

我们用  $T_0$  表示过渡过程时间,  $v_0 = \text{const} \neq 0$  表示设定值, 而用  $v_1(t), v_2(t), v_3(t) \dots$  分别表示安排的过渡过程、过渡过程的速度、过渡过程的加速度等。

一阶对象. 先取过渡过程的速度函数:

$$v_2(t) = \begin{cases} \frac{v_0}{T_0}, & t \leq T_0 \\ 0, & t > T_0 \end{cases}$$

那么积分这个速度函数就得安排的过渡过程:

$$v_1(t) = \int_0^t v_2(\tau) d\tau = \begin{cases} v_0 \frac{t}{T_0}, & t \leq T_0 \\ v_0, & t > T_0 \end{cases}$$

实际上, 过渡过程的速度函数  $v_2(t)$  可以取成在区间  $[0, T_0]$  上为非负, 此区间之外为零, 而在  $[0, T_0]$  上的积分值为  $v_0$  的任意函数。

图 1.4.7 是  $T_0 = 3, v_0 = 1$  时各种可能的速度函数形式。

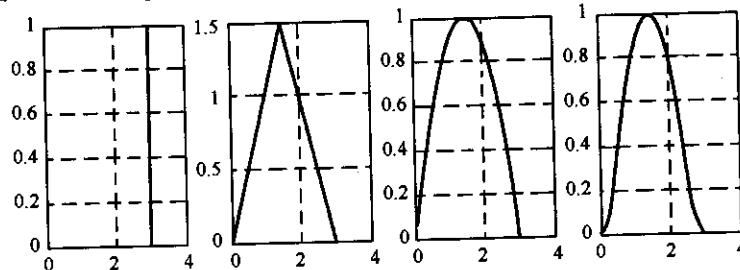


图 1.4.7

二阶对象. 先取过渡过程的加速度函数:

$$v_3(t) = \begin{cases} 4 \frac{v_0}{T_0^2}, & t \leq \frac{T_0}{2} \\ -4 \frac{v_0}{T_0^2}, & \frac{T_0}{2} < t \leq T_0 \\ 0, & T_0 < t \end{cases}$$

积分这个加速度函数, 得速度函数:

$$v_2(t) = \int_0^t v_3(\tau) d\tau = \begin{cases} 4 \frac{v_0}{T_0^2} t, & t \leq \frac{T_0}{2} \\ 2 \frac{v_0}{T_0} \left( 1 - \frac{2}{T_0} \left( t - \frac{T_0}{2} \right) \right), & \frac{T_0}{2} < t \leq T_0 \\ 0, & T_0 < t \end{cases}$$

这时安排的过渡过程  $v_1(t)$  将是速度函数  $v_2(t)$  的积分. 由于  $v_2(t)$  在  $(0, T_0)$  上为正函数, 故安排的过渡过程  $v_1(t)$  是从零开始单调上升无超调的到达  $v_0$  的函数。

一般地, 加速度函数  $v_3(t)$  可以取成这样的形式: 在区间  $[0, T_0]$  的前一部分取正, 后一部分取负, 而取正部分的面积和取负部分的面积相等. 如下面几种类型都可以取 (图 1.4.8).

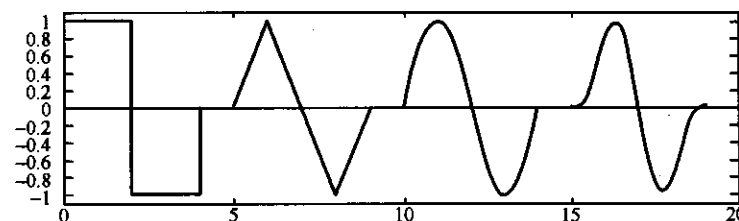


图 1.4.8

三阶对象. 先取过渡过程的加加速度函数:

$$v_4(t) = \begin{cases} 32 \frac{v_0}{T_0^3}, & t \leq \frac{T_0}{4} \\ -32 \frac{v_0}{T_0^3}, & \frac{T_0}{4} < t \leq 3 \frac{T_0}{4} \\ 32 \frac{v_0}{T_0^3}, & 3 \frac{T_0}{4} < t \leq T_0 \\ 0, & T_0 < t \end{cases}$$

积分此加加速度函数得加速度函数:

$$v_3(t) = \int_0^t v_4(\tau) d\tau = \begin{cases} 32 \frac{v_0}{T_0^3} t, & t \leq \frac{T_0}{4} \\ 8 \frac{v_0}{T_0^2} \left(1 - \frac{4}{T_0} \left(t - \frac{T_0}{4}\right)\right), & \frac{T_0}{4} < t \leq 3 \frac{T_0}{4} \\ -8 \frac{v_0}{T_0^2} \left(1 - \frac{4}{T_0} \left(t - 3 \frac{T_0}{4}\right)\right), & 3 \frac{T_0}{4} < t \leq T_0 \\ 0, & T_0 < t \end{cases}$$

安排的过渡过程  $v_1(t)$  是由加速度函数  $v_3(t)$  的两次积分所得。从  $v_4(t)$  依次积分得到  $v_1(t)$  的过程表示为图 1.4.9 ( $v_0 = 2, T_0 = 4$ )。

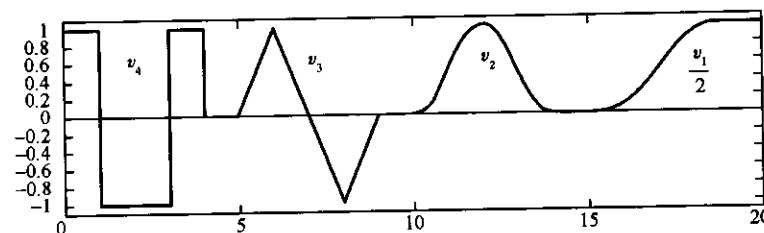


图 1.4.9

构造  $v_3(t)$  的一般办法如下：把区间  $[0, T_0]$  分成：前部，中间，后部三段。然后构造函数，使前后两段取正值，中间段取负值；两个正部分的面积各相等，而正部分的面积之和是与中间负部分的面积相等。

对各阶对象安排过渡过程的一般方法可按如下公式给出：这里设定的过渡过程时间为  $T_0$ ，记

$$s(t, T_0) = \begin{cases} \text{sign}(t), & t \leq T_0 \\ 0, & t > T_0 \end{cases}$$

则函数

$$u_1 = s(t, T_0), u_2 = -s\left(t - \frac{T_0}{2}, \frac{T_0}{2}\right),$$

$$u_3 = s\left(t - \frac{T_0}{4}, T_0\right) s\left(t - \frac{3T_0}{4}, \frac{T_0}{4}\right)$$

$$u_4 = -s\left(t - \frac{2 - \sqrt{2}}{4} T_0, T_0\right) s\left(t - \frac{2}{4} T_0, \frac{T_0}{2}\right) s\left(t - \frac{2 + \sqrt{2}}{4} T_0, T_0\right),$$

是一组方波函数，其图像如图 1.4.10 所示。实际上，这些方波函数分别是一，二，三，四阶积分器串联对象，在控制输入受限制  $|u| \leq 1$  时，从静止初态移动到另一位置停下来的最速控制规律。

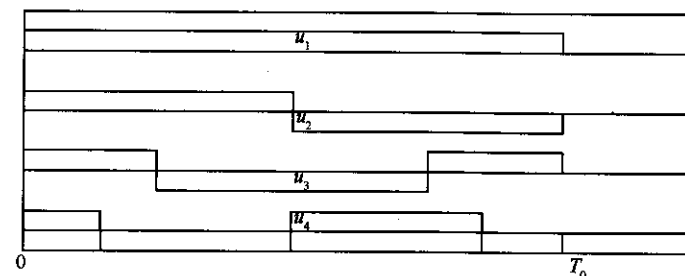


图 1.4.10

把这些函数分别送入一，二，三，四阶积分器串联型系统，令系统的初始状态都取 0 而积分，就得到安排的过渡过程及其相应各阶的微分信号（图 1.4.11）。

对于五阶对象，把按下面公式定义的方波函数

$$u_5 = s(t - 0.095475 T_0, T_0) \times s(t - 0.345475 T_0, T_0) \times s(t - 0.654525 T_0, T_0) \times s(t - 0.904525 T_0, T_0)$$

送入五阶积分器串联型系统，积分得到安排的过渡过程及其一、二、三、四阶微分信号。这些信号的曲线图如图 1.4.12 所示。

对  $n(n \geq 2)$  阶系统，在区间  $[0, T_0]$  上，安排无超调过渡过程的基本原则：

在  $[0, T_0]$  上定义如下性质的函数  $u_n(t)$ ：

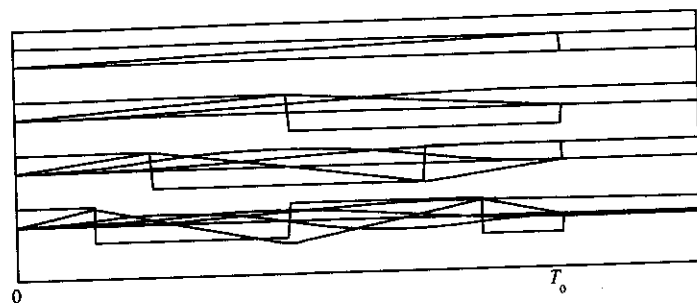


图 1.4.11

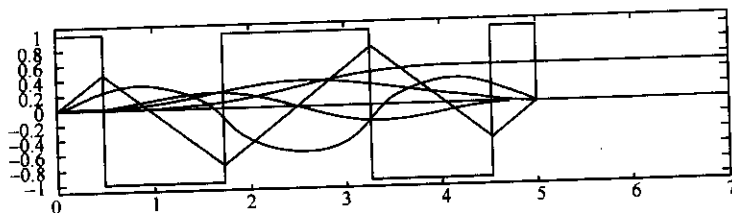


图 1.4.12

(1) 开始取正值, 当  $t \geq T_0$  时,  $u_n(t) \equiv 0$ , 在区间  $(0, T_0)$  内要变  $n-1$  次符号.

(2)  $u_n(t)$  的 1 次积分函数在  $(0, T_0)$  内要变  $n-2$  次符号; 2 次积分函数要变  $n-3$  次符号; .....;  $m (m \leq n-2)$  次积分函数变  $n-(m+1)$  次符号.

(3)  $u_n(t)$  及其直到  $n-2$  次的积分函数 (也是安排的过渡过程的 2 次及以上各阶导数), 其正部分面积和负部分的面积相等. 这个条件保证  $u_n(t)$  及其直到  $n-1$  次的积分函数 (也是过渡过程的各阶导数) 在区间  $(0, T_0)$  之外恒等于零.

这时,  $u_n(t)$  的  $n-1$  次积分函数在区间  $(0, T_0)$  上取正值,  $(0, T_0)$  之外保持零, 而其积分将从零开始单调上升, 到  $T_0$  时刻以后保持恒定值, 从而  $u_n(t)$  的  $n$  次积分给出无超调的过渡过程.

如果满足上述条件的  $u_n(t)$  是以固定幅值  $r$  的方波函数, 那么函数  $u_n(t)$  是最速控制问题

$$\begin{cases} x^{(n)} = u, & |u| \leq r \\ x^{(i)}(0) = 0, & i = 1, \dots, n-1 \\ x(T_0) = v_0 > 0, & x^{(i)}(T_0) = 0, i = 2, \dots, n-1 \\ \min T_0 \end{cases}$$

的最速控制函数.

另外更为直接而简单的办法是求解传递关系

$$y = w(s)v_0 = \frac{r^n}{(s+r)^n}v_0$$

来决定. 此传递函数的状态变量实现为

$$\begin{cases} \dot{v}_1 = v_2 \\ \dot{v}_2 = v_3 \\ \vdots \\ \dot{v}_{n-1} = v_n \\ \dot{v}_n = -r(\dots r(r(v_1 - v_0) + C_n^2 v_2) + C_n^3 v_3) + \dots + C_n^n v_n) \end{cases}$$

从零初值开始积分这个方程就得安排的过渡过程  $v_1$ , 过渡过程的速度  $v_2$ , 过渡过程的加速度  $v_3$ , ..... , 直至安排的过渡过程的  $n$  阶导数. 此方程的具体积分算法为

$$\begin{cases} f = -r(r(\dots r(r(v_1 - v_0) + C_n^2 v_2) + C_n^3 v_3) + \dots + C_n^n v_n) \\ v_1 = v_1 + hv_2 \\ v_2 = v_2 + hv_3 \\ \vdots \\ v_{n-1} = v_{n-1} + hv_n \\ v_n = v_n + hf \end{cases}$$

这里  $v_m$  是过渡过程的  $m-1$  阶导数,  $f$  才是过渡过程的  $n$  阶导数.



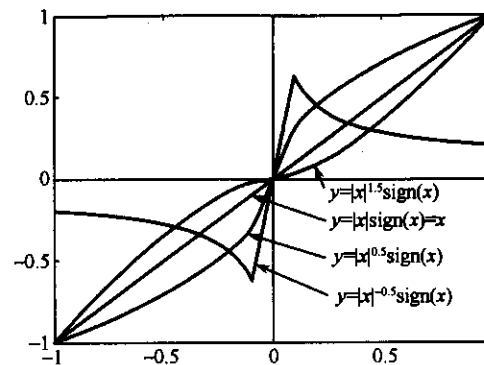


图 3.8.21

## 第四章 扩张状态观测器

控制系统中的负反馈对扰动有一定的抑制作用,但不能完全消除其影响,采取什么样的措施来有效地消除各种扰动的影响,始终是控制系统设计者们要考虑的重要课题. 消除扰动影响,在控制工程历史上曾出现过两个原理:苏联学者希巴诺夫(Шипанов)20世纪40年代提出的“绝对不变性原理”和加拿大学者 Davison 和 Wonham 在20世纪70年代提出的“内模原理”. 前者消除扰动影响是基于直接量测扰动的基础上,而后者则基于知道生成扰动的模型基础上. 从完成控制的目的来看,如果某一种扰动作用不影响系统的被控输出(即这种扰动从被控输出不能观测,或这种扰动不能控制被控输出),那么在控制被控输出的过程中是用不着考虑消除这种扰动的影响. 需要消除的是能够影响被控输出的那种扰动(即由被控输出能观测,或能控被控输出的那种扰动). 既然某一种扰动能够影响被控输出,其作用就应该反映在这个被控输出信息中,从而就有可能以适当方式处理被控输出信息来估计出其作用. 既然能估计出影响被控输出的扰动作用,就有可能用补偿的办法来消除其影响了. 在控制工程中常常采用“前馈补偿”的措施,这实际上是直接或间接测量扰动来进行“扰动补偿”的办法.

借用状态观测器的思想,把能够影响被控输出的扰动作用扩张成新的状态变量,用特殊的反馈机制来建立能够观测被扩张的状态——扰动作用的扩张状态观测器. 这个扩张状态观测器并不依赖于生成扰动的具体数学模型,也不需要直接去测量其作用. 扩张状态观测器,从某种意义上,是通用而实用的扰动观测器.

无模型,不测量

本章先介绍状态观测器的机理及非线性状态观测器的状态估计误差,然后引入被扩张的状态、对应的扩张状态观测器结构及其仿真研究结果;输出信号被噪声污染时的具体处理方法;讨论扩张状态观测器的参数选取问题;系统的“时间尺度”与扩张状态观测器参数之间关系等。

## 4.1 状态观测器

系统在运行过程中总是与环境进行信息交流:系统把某些部分状态变量信息传给外部,也从外部吸入一些信息,即系统是与外部进行信息交流的过程中变化发展。人们只能收集系统外部变量来把握系统运行状况。对于动态过程而言,系统外部变量就是系统传给外部的输出变量——部分状态变量信息和外部给系统的输入变量,包括控制输入。根据这种外部变量的观测来确定系统内部状态变量的装置叫做状态观测器,即根据量测到的系统输入(控制量)和系统输出(部分状态变量或状态变量的函数)来确定系统所有内部状态信息的装置就是状态观测器(图 4.1.1)。

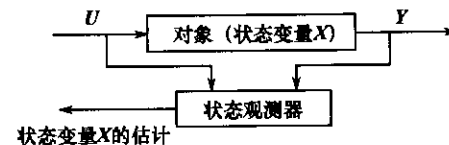


图 4.1.1

对线性控制系统

$$\begin{cases} \dot{X} = AX + BU \\ Y = CX \end{cases} \quad (4.1.1)$$

来说,  $X$  是  $n$  维状态变量,  $U$  和  $Y$  分别是  $p$  维、 $q$  维向量, 通常  $q < n$ ,  $p < n$ . 以对象的输出量  $Y$  和输入量  $U$  做为其输入, 可构造出如下新系统

$$\begin{aligned} \dot{Z} &= AZ - L(CZ - Y) + BU = \\ &= (A - LC)Z + LY + BU \end{aligned} \quad (4.1.2)$$

式中:  $L$  为要适当选取的矩阵. 这是用对象的输出量  $Y$  和输入量  $U$  来设计出的新系统. 今令这两个系统状态变量的误差记为  $e = Z - X$ , 则上面两个方程组相减, 得误差变量  $e$  所满足的方程组

$$\dot{e} = (A - LC)e \quad (4.1.3)$$

这里只要取矩阵  $L$ , 使矩阵

$$(A - LC) \quad (4.1.4)$$

稳定(系统  $(A, C)$  的能观性保证这样的  $L$  存在), 就有  $e \rightarrow 0$ , 从而  $Z \rightarrow X$ . 新设计的系统(4.1.2)的状态  $Z$  就是能近似地估计出原系统(4.1.1)的所有状态变量  $X$ . 因此, 当条件(4.1.4)得到满足时, 把新建的系统(4.1.2)称做原系统(4.1.1)的状态观测器. 这个状态观测器(4.1.2)也可以改写成

$$\begin{cases} e = CZ - Y \\ \dot{Z} = AZ - Le + BU \end{cases} \quad (4.1.5)$$

式中:  $e$  为系统的输出误差. 因此状态观测器是用输出误差的“反馈”来改造原系统而构造出来的新系统.

下面具体看看特殊的二阶系统的状态观测器的具体形式. 设有二阶线性控制系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = a_1 x_1 + a_2 x_2 + bu \\ y = x_1 \end{cases} \quad (4.1.6)$$

对这个系统

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a_1 & a_2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix}, C = [1 \ 0], L = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix}$$

因此

$$LC = \begin{bmatrix} l_1 & 0 \\ l_2 & 0 \end{bmatrix}, AZ - Le_1 = \begin{bmatrix} z_2 - l_1 e_1 \\ a_1 z_1 + a_2 z_2 - l_2 e_1 \end{bmatrix}$$

根据式(4.1.5), 对应于这个系统的状态观测器形式为

$$\begin{cases} e_1 = z_1 - y \\ \dot{z}_1 = z_2 - l_1 e_1 \\ \dot{z}_2 = (a_1 z_1 + a_2 z_2) - l_2 e_1 + bu \end{cases} \quad (4.1.7)$$

其中,参数  $l_1, l_2$  就是在式(4.1.4)中要选取的  $L = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix}$ . 这个系统与原系统的误差方程为

$$\begin{cases} e_1 = z_1 - x_1, e_2 = z_2 - x_2 \\ \dot{e}_1 = -l_1 e_1 + e_2 \\ \dot{e}_2 = (-l_2 + a_1) e_1 + a_2 e_2 \end{cases}$$

因此只要选取参数  $l_1, l_2$ , 使得矩阵

$$\begin{bmatrix} -l_1 & 1 \\ -l_2 + a_1 & a_2 \end{bmatrix}$$

稳定,那么系统(4.1.7)将成为系统(4.1.6)的状态观测器.

对非线性系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(x_1, x_2) + bu \\ y = x_1 \end{cases} \quad (4.1.8)$$

当函数  $f(x_1, x_2)$  和  $b$  已知时,也可以建立如下状态观测器

$$\begin{cases} e_1 = z_1 - y \\ \dot{z}_1 = z_2 - l_1 e_1 \\ \dot{z}_2 = f(z_1, z_2) - l_2 e_1 + bu \end{cases} \quad (4.1.9)$$

这时,系统(4.1.8)和系统(4.1.9)的误差方程为

$$\begin{cases} e_1 = z_1 - x_1, e_2 = z_2 - x_2 \\ \dot{e}_1 = e_2 - l_1 e_1 \\ \dot{e}_2 = f(x_1 + e_1, x_2 + e_2) - f(x_1, x_2) - l_2 e_1 \end{cases}$$

假定函数  $f(x_1, x_2)$  连续可微,那么按泰勒展开线性近似成

$$\begin{cases} e_1 = z_1 - x_1, e_2 = z_2 - x_2 \\ \dot{e}_1 = e_2 - l_1 e_1 \\ \dot{e}_2 = \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} e_1 + \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2} e_2 - l_2 e_1 \end{cases} \quad (4.1.10)$$

这里,只要  $\frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1}, \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2}$  有界,总可以选  $l_1, l_2$ , 使误差系统(4.1.10)稳定,于是系统(4.1.9)将成为系统(4.1.8)的状态观测器.

下面要讨论的问题是,原系统(4.1.5)和(4.1.7)中的参数  $a_1, a_2$  或函数  $f(x_1, x_2)$  未知时,我们能否构造出估计状态变量  $x_1$  和  $x_2$  的状态观测器?暂时先假定参数  $b$  已知.

已知线性系统

$$\begin{cases} \dot{X} = AX + BU \\ Y = CX + DU \end{cases} \quad (4.1.11)$$

(这里  $U, X, Y$  是列向量)的对偶系统为

$$\begin{cases} \dot{\psi} = -\psi A + \eta C \\ \varphi = \psi B - \eta D \end{cases} \quad (4.1.12)$$

式中:  $\psi$  为对偶系统的状态向量;  $\eta$  为对偶系统的输入向量,即对偶系统的控制向量;  $\varphi$  为对偶系统的输出向量.  $\psi, \eta, \varphi$  都是横向量. 现在对对偶系统(4.1.12)取状态反馈

$$\eta = \psi L \quad (4.1.13)$$

那么对偶的闭环系统变成

$$\dot{\psi} = -\psi A + \psi LB = -\psi(A - LC) \quad (4.1.14)$$

比较这个系统和误差方程(4.1.3)知,线性状态观测器的设计相当于对对偶系统设计状态反馈.

既然不知道参数  $a_1, a_2$  或函数  $f(x_1, x_2)$ , 我们设计状态观测器时也无法利用这些参数和函数,因此,最简单的办法,就是干脆不要它们而建立如下状态观测器,即

$$\begin{cases} e = z_1 - y \\ \dot{z}_1 = z_2 - l_1 e \\ \dot{z}_2 = -l_2 e + bu \end{cases} \quad (4.1.15)$$

在这里,尽管人为地取消了未知函数 $f(x_1, x_2)$ ,但是这个函数在误差系统中却是实实在在地起作用的因素. 为了有效地抑制其作用,我们根据非线性反馈(对偶系统的反馈)效应,取如下非线性反馈形式

$$-\beta_{01}g_1(e), -\beta_{02}g_2(e)$$

使系统(4.1.15)变成

$$\begin{cases} e = z_1 - y \\ \dot{z}_1 = z_2 - \beta_{01}g_1(e) \\ \dot{z}_2 = -\beta_{02}g_2(e) + bu \end{cases} \quad (4.1.16)$$

式中: $\beta_{01}, \beta_{02}$ 为适当参数; $g_i(e), i=1,2$ ,是满足条件 $eg_i(e) \geq 0$

的适当的非线性函数.

只要适当的选取参数 $\beta_{01}, \beta_{02}$ 和非线性函数 $g_1(e), g_2(e)$ ,状态观测器(4.1.16)对很大范围的系统(4.1.8)都能很好地估计出其状态变量. 显然,这个状态观测器中没有用到对象系统(4.1.8)中的函数 $f(x_1, x_2)$ ,是独立于对象的传递关系,因此对一定范围的 $f(x_1, x_2)$ 是通用的.

原系统(4.1.8)和状态观测器(4.1.16)的误差方程为

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 - \beta_{01}g_1(e_1), e_1 = z_1 - x_1 \\ \dot{e}_2 = -f(x_1, x_2) - \beta_{02}g_2(e_1), e_2 = z_2 - x_2 \end{cases} \quad (4.1.17)$$

下面取 $g_1(e_1) = e_1, g_2(e_1) = |e_1|^{\frac{1}{2}}\text{sign}(e_1)$ 的特殊形式来进行仿真计算.

**例1** 设对象为如下有扰动作用的非定常系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, & x_1(0) = 0 \\ \dot{x}_2 = f(x_1, x_2, t) + w(t), & x_2(0) = 0 \\ y = x_1 \end{cases} \quad (4.1.18)$$

在这里,有

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, t) &= -\left(1 + \frac{\cos(t)}{2}\right)x_1 - \left(1 + \sin\left(\frac{t}{3}\right)\right)x_2 \\ w(t) &= \text{sign}\left(\sin\left(\frac{3t}{2}\right)\right) \end{aligned}$$

取状态观测器为

$$\begin{cases} e = z_1 - y \\ \dot{z}_1 = z_2 - 100e \\ \dot{z}_2 = -200\text{fal}(e, 0.5, 0.01) \end{cases} \quad (4.1.19)$$

其中

$$\text{fal}(e, 0.5, 0.01) = \begin{cases} |e|^{0.5}\text{sign}(e), & |e| > 0.01 \\ \frac{e}{0.01^{0.5}}, & |e| \leq 0.01 \end{cases} \quad (4.1.20)$$

而其初始条件为 $z_1(0) = 0, z_2(0) = 0$ .

用这个状态观测器对对象(4.1.18)进行状态估计时,可以用简单的欧拉积分法来计算,即令状态观测器初始值为 $z_1(0) = 0, z_2(0) = 0$ ,然后把系统(4.1.19)离散化成如下递推公式来计算

$$\begin{cases} e = z_1 - y, fe = \text{fal}(e, 0.5, 0.01) \\ z_1 = z_1 + h(z_2 - 100e) \\ z_2 = z_2 - h200fe \end{cases} \quad (4.1.21)$$

用这个递推公式,取采样周期 $h = 0.01$ 来进行状态估计的结果如图4.1.2所示. 图4.1.2中原系统的状态和状态观测器给出的估计值几乎完全重合,看不出其差别.

**例2** 对系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, & x_1(0) = 0.3 \\ \dot{x}_2 = -x_1 - 0.25x_2(1.5 - x_1^2) + \sin\left(\frac{t}{2}\right), & x_2(0) = 0 \\ y = x_1 \end{cases} \quad (4.1.22)$$

根  $\frac{b + \sqrt{b^2 - ac}}{a}, \frac{b - \sqrt{b^2 - ac}}{a}$  之间才成立. 由判别条件  $b^2 - ac > 0$ , 又可推出

$$B\left(\frac{3}{2}A\beta_{01} - B\beta_{02}\right) - B\beta_{01}\left(\frac{3}{2}A - 2C\beta_{02}\right) > 0,$$

$$B\beta_{02}(2C\beta_{01} - B) > 0, 2C\beta_{01} > B$$

欲使上述二次方程的根相距很大间隔, 必须使  $b^2 - ac > 0$  很大才行. 为此需要取  $B\beta_{02}$  很大, 且要取  $C$  使  $2C\beta_{01} - B > 0$  也很大. 这样, 李亚普诺夫函数(4.2.4)的系数  $A, B, C$  要满足的不等式为

$$B > 0, 3\frac{A}{B} > 2\frac{\beta_{02}}{\beta_{01}}, 3A > 4C\beta_{02},$$

$$B\beta_{02}(2C\beta_{01} - B) > 0 \quad (4.2.8)$$

这里参数  $\beta_{01}, \beta_{02}$  是给定的. 这样, 先给定一个大的  $B > 0$ , 然后取  $C$  和  $A$  为:  $C > \frac{B}{2\beta_{01}}, A > 2\frac{\beta_{02}}{\beta_{01}}B$ . 这时不等式  $3A > 4C\beta_{02}$  自然被满足. 对这样选取的  $A, B, C$  来说, 李亚普诺夫函数(4.2.4)成为正定函数, 而且二次方程的两个实根  $\frac{b + \sqrt{b^2 - ac}}{a}, \frac{b - \sqrt{b^2 - ac}}{a}$  相距很大, 且小根  $\frac{b - \sqrt{b^2 - ac}}{a}$  是很小的数, 因此李亚普诺夫函数(4.1.19)沿系统轨线的导数在变量  $e_1$  的很大范围和任意  $e_2$  都是负定函数. 按上述方式选择了系数  $A, B, C$  之后, 二次型形式的函数

$$\dot{V} = -X|e_1|^{2(\frac{3}{4})} + Y|e_1|^{\frac{3}{4}}\text{sign}(e_1)e_2 - Ze_2^2 + (Bw_0e_1 + 2Cw_0e_2) \quad (4.2.9)$$

不满足负定条件, 即取正值的区域是变量  $e_1^{\frac{3}{4}}$  和  $e_2$  的“抛物面”

$$V_1 = -X|e_1|^{2(\frac{3}{4})} + Y|e_1|^{\frac{3}{4}}\text{sign}(e_1)e_2 - Ze_2^2 \quad (4.2.10)$$

与变量  $e_1$  和  $e_2$  的平面  $f(x_1, x_2, t, w(t))$

$$V_2 = -Bw_0e_1 - 2Cw_0e_2 \quad (4.2.11)$$

相交的上面部分, 而这个交线上的变量  $e_1$  的量级是与方程

$$Bw_0e_1 = X|e_1|^{2(\frac{3}{4})} \quad (4.2.12)$$

的根  $e_1 = \left(\frac{Bw_0}{X}\right)^{\frac{4}{3}}$  同级. 由  $X$  的表达式知,  $X$  与  $B\beta_{02}$  同级, 因此这个根  $e_1$  将与  $\left(\frac{w_0}{\beta_{02}}\right)^2$  同级, 这就是变量  $e_1$  的误差估计的界. 如果状态观测器(4.1.17)中取  $g_1(e_1), g_2(e_1)$  为线性函数  $\beta_{01}e_1, \beta_{02}e_1$ , 那么这个误差估计的界为  $\frac{w_0}{\beta_{02}}$ , 只要取  $\beta_{02} \geq w_0$ , 就有  $\left(\frac{w_0}{\beta_{02}}\right)^2 < \frac{w_0}{\beta_{02}}$ , 用非线性  $g_1(e_1), g_2(e_1)$  设计的状态观测器的状态跟踪效率比起线性状态观测器高得多.

### 4.3 扩张状态观测器

既然非线性状态观测器

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = z_1 - y \\ \dot{z}_1 = z_2 - \beta_{01}e_1 \\ \dot{z}_2 = -\beta_{02}|e_1|^{\frac{1}{2}}\text{sign}(e_1) + bu \end{cases} \quad (4.3.1)$$

对非线性系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(x_1, x_2) + bu \\ y = x_1 \end{cases} \quad (4.3.2)$$

的状态  $x_1(t), x_2(t)$  进行很好地跟踪, 我们把作用于开环系统的加速度  $f(x_1(t), x_2(t))$  的实时作用量扩充成新的状态变量  $x_3$ , 记作

$$x_3(t) = f(x_1(t), x_2(t)) \quad (4.3.3)$$

并记  $\dot{x}_3(t) = w(t)$ , 那么系统(4.3.2)可扩张成新的线性控制系统



$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 + bu \\ \dot{x}_3 = w(t) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (4.3.4)$$

按式(4.1.23)对这个被扩张的系统建立状态观测器

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = z_1 - y \\ \dot{z}_1 = z_2 - \beta_{01}e_1 \\ \dot{z}_2 = z_3 - \beta_{02}|e_1|^{\frac{1}{2}}\text{sign}(e_1) + bu \\ \dot{z}_3 = -\beta_{03}|e_1|^{\frac{1}{4}}\text{sign}(e_1) \end{cases} \quad (4.3.5)$$

则只要适当选择参数  $\beta_{01}, \beta_{02}, \beta_{03}$ , 这个系统也能很好地估计系统(4.3.4)的状态变量  $x_1(t), x_2(t)$  及被扩张的状态的实时作用量  $x_3(t) = f(x_1(t), x_2(t))$ , 即

$$z_1(t) \rightarrow x_1(t), z_2(t) \rightarrow x_2(t) \quad (4.3.6)$$

并且有

$$z_3(t) \rightarrow x_3(t) = f(x_1(t), x_2(t)) \quad (4.3.7)$$

如果函数  $f(x_1, x_2)$  中含有时间变量  $t$  和未知扰动作用  $w(t)$ , 那么同样, 令

$$x_3(t) = f(x_1(t), x_2(t), t, w(t)) \quad (4.3.8)$$

则从观测器(4.3.5)同样可以得到状态变量  $x_1(t), x_2(t)$  的估计  $z_1(t), z_2(t)$ , 而且还能估计出被扩张的状态变量 - 作用于系统的加速度的实时作用量

$$a(t) = f(x_1(t), x_2(t), t, w(t)) \quad (4.3.9)$$

我们把被扩张的系统的状态观测器(4.3.5)称为系统(4.3.2)的扩张状态观测器(Extended State Observer, ESO), 而变量  $x_3(t)$  称作被扩张的状态。

扩张状态观测器是一个动态过程, 它只用了原对象的输入 - 输出信息, 没有用到描述对象传递关系的函数  $f$  的任何信息, 其结构图如图 4.3.1 所示。

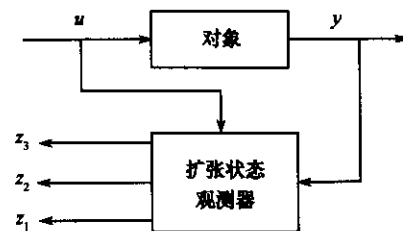


图 4.3.1

对扩张状态观测器(4.3.5)来说, 估计如下三种类型系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(t) + bu \\ y = x_1 \end{cases}; \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(x_1, x_2) + bu \\ y = x_1 \end{cases}; \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(x_1, x_2, t, w(t)) + bu \\ y = x_1 \end{cases}$$

的状态和被扩张的状态是没有什么区别的。实际上, 在这里不需要假定函数  $f(x_1, x_2, t, w(t))$  是连续的还是不连续的, 是已知的还是未知的, 只要它在过程进程中的实时作用量  $a(t) = f(x_1(t), x_2(t), t, w(t))$  是有界的, 并参数  $b$  已知, 我们总可以选择适当的参数  $\beta_{01}, \beta_{02}, \beta_{03}$ , 使得扩张状态观测器(4.3.5)都能很好地实时估计对象的状态  $x_1(t), x_2(t)$  和被扩张的状态  $x_3(t)$ 。因此扩张状态观测器(4.3.5)是独立于描述对象传递关系的函数  $f$  的具体形式的。

如果我们假定作用于系统的加加速度  $\dot{x}_3(t) = w(t)$  是常值  $\dot{x}_3(t) = w_0$ , 那么系统(4.3.4)与系统(4.3.5)的误差方程为

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 - \beta_{01}e_1, & e_1 = z_1 - y \\ \dot{e}_2 = e_3 - \beta_{02}|e_1|^{\frac{1}{2}}\text{sign}(e_1), & e_2 = z_2 - x_2 \\ \dot{e}_3 = w_0 - \beta_{03}|e_1|^{\frac{1}{4}}\text{sign}(e_1), & e_3 = z_3 - x_3 \end{cases} \quad (4.3.10)$$

当这个系统进入稳态时,方程右端全收敛于零

$$\begin{cases} e_2 - \beta_{01} e_1 = 0, \\ e_3 - \beta_{02} |e_1|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(e_1) = 0 \\ w_0 - \beta_{03} |e_1|^{\frac{1}{4}} \text{sign}(e_1) = 0 \end{cases} \quad (4.3.11)$$

因此误差系统的稳态误差为

$$|e_1| = \left(\frac{w_0}{\beta_{03}}\right)^4, |e_2| = \beta_{01} \left(\frac{w_0}{\beta_{03}}\right)^4, |e_3| = \beta_{02} \left(\frac{w_0}{\beta_{03}}\right)^2 \quad (4.3.12)$$

只要  $\beta_{03}$  足够大于  $w_0$ , 这些估计误差都会足够小.

扩张状态观测器(4.3.5)中的  $z_3(t)$  能够很好地跟踪开环系统加速度的实时作用量  $a(t) = f(x_1(t), x_2(t), t, w(t))$  的根本原因, 是只要系统满足能观测性条件, 那么不管加速度是什么形式, 只要它是在起作用, 那么其作用必定会反映在系统的输出上, 就有可能从系统输出信息中提炼出其作用量. 扩张状态观测器(4.3.5)就是从系统输出中提炼出系统加速度的实时作用量  $a(t) = f(x_1(t), x_2(t), t, w(t))$  的一种具体办法. 有了这个被扩张的状态  $x_3(t)$  的估计值  $z_3(t)$ , 只要参数  $b$  已知, 控制量可以取成

$$u = u_0 - \frac{z_3(t)}{b} \quad \text{或} \quad u = \frac{u_0 - z_3(t)}{b} \quad (4.3.13)$$

即控制量中补偿被扩张的状态  $x_3(t)$  的估计  $z_3(t)$ , 就能使对象变成

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(x_1, x_2) + b \left( u_0 - \frac{z_3(t)}{b} \right) \Rightarrow \\ y = x_1 \end{cases} \quad \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(x_1(t), x_2(t)) - z_3(t) + bu_0 \Rightarrow \\ y = x_1 \end{cases} \quad (4.3.14)$$

或

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(x_1, x_2) + b \frac{u_0 - z_3(t)}{b} \Rightarrow \\ y = x_1 \end{cases} \quad \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(x_1(t), x_2(t)) - z_3(t) + u_0 \Rightarrow \\ y = x_1 \end{cases} \quad (4.3.15)$$

即原来的非线性控制系统(4.3.2)变成线性的积分器串联型控制系统.

对非线性控制系统(4.3.2)用扩张状态观测器(4.3.5)估计的结果来把控制量取成(4.3.13)的形式, 使原非线性控制系统(4.3.2)变成线性控制系统(4.3.14)或(4.3.15)的过程, 称为动态补偿线性化过程(用系统输出  $y$  来改造系统输入  $u$  的过程).

这样, 无论对象(4.3.2)是确定性的还是不确定性的, 线性的还是非线性的, 时变的还是时不变的, 经过式(4.3.10)形式的补偿, 均可以把系统化成(4.3.13)或(4.3.14)形式的积分器串联型被控系统. 这样, 扩张状态观测器和(4.3.12)形式的补偿办法给予我们一种可能性, 用统一的方式来处理确定性和不确定性, 线性和非线性, 时变和时不变等控制系统的控制问题.

例1 设有系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = a \text{sign}(\sin(\omega t)) + 3 \cos\left(\frac{t}{2}\right) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (4.3.16)$$

式中,  $a = 1, w = 1.0$ . 假定系统中函数  $3 \cos\left(\frac{t}{2}\right)$  是已知的输入. 我们想用离散型扩张状态观测器

$$\begin{cases} e = z_1 - y, fe = |e|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(e), fe_1 = |e|^{\frac{1}{4}} \text{sign}(e) \\ z_1 = z_1 + h(z_2 - \beta_{01}e) \\ z_2 = z_2 + h(z_3 - \beta_{02}fe + 3\cos(\frac{t}{2})) \\ z_3 = z_3 + h(-\beta_{03}fe_1) \end{cases}$$

(4.3.17)

进行状态和被扩张的状态  $x_3(t) = a \text{sign}(\sin(\omega t))$  的实时估计的数值仿真结果如图 4.3.2 所示。这里, 状态变量  $x_1(t), x_2(t)$  和其估计值  $z_1(t), z_2(t)$  的差别已看不出来了, 但被扩张的状态和其估计  $z_3(t)$  的差别是可以从图 4.3.2 中看得出来。在这里参数取了如下值:

$$h = 0.01, \delta = h, \beta_{01} = 100, \beta_{02} = 300, \beta_{03} = 1000.$$

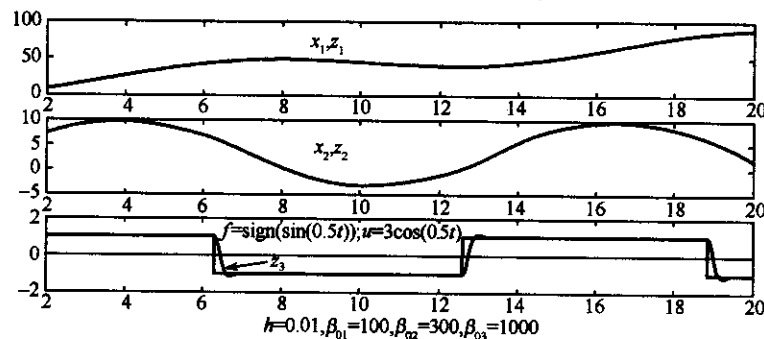


图 4.3.2

在进行数值仿真时, 为了避免高频颤振现象的出现, 我们把函数  $|e|^{\alpha} \text{sign}(e)$  改造成原点附近具有线性段的连续的幂次函数

$$\text{fal}(e, \alpha, \delta) = \begin{cases} \frac{e}{\delta^{\alpha-1}}, & |e| \leq \delta \\ |e|^{\alpha} \text{sign}(e), & |e| > \delta \end{cases}$$

式中:  $\delta$  为线性段的区间长度, 如图 4.3.3 所示。利用符号函数, 函数  $\text{fal}(e, \alpha, \delta)$  也可以写成

$$s = \frac{\text{sign}(e + \delta) - \text{sign}(e - \delta)}{2};$$

$$\text{fal}(e, \alpha, \delta) = \frac{e}{\delta^{1-\alpha}} s + |e|^{\alpha} \text{sign}(e) (1 - s)$$

式中:  $2\delta$  为  $\text{fal}(e, \alpha, \delta)$  函数中线性段区间长度。

在上面例子中我们是在参数  $b = 3$  和信号  $u = \cos(\frac{t}{2})$  为已知的假定下所作的仿真结果。如果参数  $b = 3$  和信号  $u = \cos(\frac{t}{2})$  未知, 那么在扩张状态观测器中不能用这个参数和信号, 扩张状态观测器只能建成

$$\begin{cases} e = z_1 - y, fe = \text{fal}(e, \frac{1}{2}, \delta), fe_1 = \text{fal}(e, \frac{1}{4}, \delta) \\ z_1 = z_1 + h(z_2 - \beta_{01}e) \\ z_2 = z_2 + h(z_3 - \beta_{02}fe) \\ z_3 = z_3 + h(-\beta_{03}fe_1) \end{cases}$$

(4.3.18)

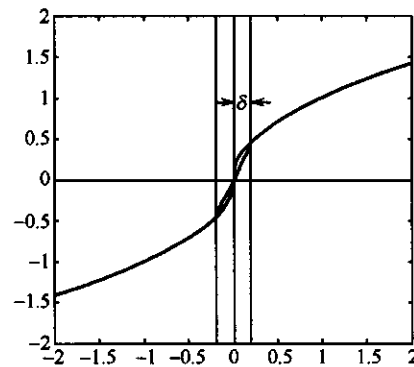


图 4.3.3

用这个扩张状态观测器不仅很好地跟踪系统状态  $x_1, x_2$ , 还很好地跟踪系统中的未知函数  $a \text{sign}(\sin(\omega t)) + 3\cos(\frac{t}{2})$ 。跟踪系统 (4.3.13) 的仿真结果如图 4.3.4 所示。

如果系统 (4.3.2) 的函数  $f(x_1, x_2)$  可分解为

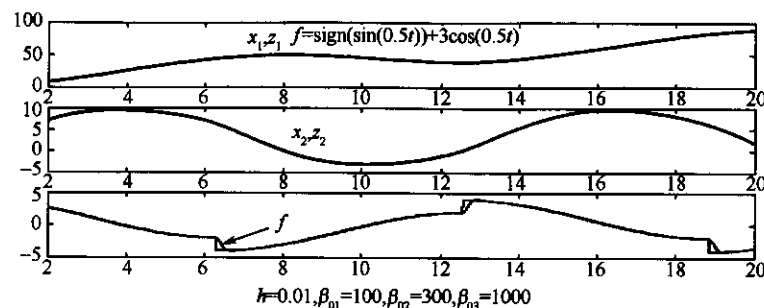


图 4.3.4

$$f(x_1, x_2) = f_0(x_1, x_2) + f_1(x_1, x_2, t, w(t))$$

而控制项部分被分解为

$$bu = (b - b_0)u + b_0u$$

其中, 函数  $f_0(x_1, x_2)$  和参数  $b_0$  是系统中确知的部分. 这时只要把扩张状态观测器(4.3.5)改造成

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = z_1 - y \\ \dot{z}_1 = z_2 - \beta_{01}e_1 \\ \dot{z}_2 = z_3 - \beta_{02}fe + f_0(z_1, z_2) + b_0u \\ \dot{z}_3 = -\beta_{03}fe_1 \end{cases} \quad (4.3.19)$$

即把系统的已知部分放进扩张状态观测器中, 那么就有

$$z_1(t) \rightarrow x_1(t), z_2(t) \rightarrow x_2(t),$$

$$z_3(t) \rightarrow x_3(t) = f_1(x_1(t), x_2(t), t, w(t)) + (b - b_0)u(t)$$

就是说, 只要在扩张状态观测器(4.3.17)中放入对象模型的完全已知部分, 那么被扩张的状态变量  $x_3(t)$  的估计值  $z_3(t)$  估计的是作用于系统的所有未知的加速度部分.

在系统(4.3.2)的加速度作用  $f(x_1, x_2, t, w(t))$  中通常包含三部分加速度: 系统已建模动态, 即确知的加速度部分  $f_0(x_1, x_2)$ 、系统的未建模动态, 即不确定的加速度部分  $f_1(x_1, x_2, t)$  和外扰作用部分  $w(t)$ . 我们把这三种加速度的“总和”作用看作作用于积分器串联型系统(4.3.11)的“总和扰动”作用. 那么扩张状态观

测器(4.3.5)估计的就是这个“总和扰动”力, 而扩张状态观测器(4.3.16)估计的却是系统中未知的作用力. 所谓被扩张的状态就是系统的“总和扰动”力或“未知扰动”力.

扩张状态观测器的大量仿真研究表明参数  $b$  即便是状态的函数或时变参数, 但其变化范围不很大, 仿真时只假定它的近似估计值为常值  $b_0$ , 那么扩张状态观测器将把控制力中未知部分  $(b - b_0)u(t)$  也作为总和扰动量的部分来进行估计, 但是相对误差  $(b - b_0)/b_0$  较大时, 如大于 0.5, 那么  $z_3(t)$  的估计就会差一些.

## 例 2 设有对象

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \text{sign}(\sin(0.05t)) + (1.5 + 0.5\text{sign}(\sin(0.03t)))\cos(0.02t) \\ y = x_1 \end{cases}$$

这里把函数  $b = 1.5 + 0.5\text{sign}(\sin(0.03t))$  估计成常值  $b_0 = 1.5$  并假定信号  $\cos(0.02t)$  已知. 于是可建立如下扩张状态观测器

$$\begin{cases} \dot{e} = z_1 - y, fe = \text{fal}(e, 0.5, \delta), fe_1 = \text{fal}(e, 0.25, \delta) \\ \dot{z}_1 = z_1 + h(z_2 - \beta_{01}e) \\ \dot{z}_2 = z_2 + h(z_3 - \beta_{02}fe + 3/2\cos(0.02t)) \\ \dot{z}_3 = z_3 + h(-\beta_{03}fe_1) \end{cases}$$

这里被扩张的状态为  $x_3(t) = \text{sign}(\sin(0.05t)) + 0.5\text{sign}(\sin(0.03t))\cos(0.02t)$ ,  $z_3(t)$  跟踪的就是这个量(图 4.3.5).

实际上, 对象模型中的控制量放大系数  $b$  未知时, 把  $b$  的近似估计值  $b_0$  当作扩张状态观测器的可调参数来进行调整是完全可以的.

以上讨论的是对象为二阶的情形. 对于高阶的对象, 上述扩张状态观测器形式也是很容易推广, 例如, 对三阶对象

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \dot{x}_3 = f(x_1, x_2, t) + bu \\ y = x_1 \end{cases} \quad (4.3.20)$$

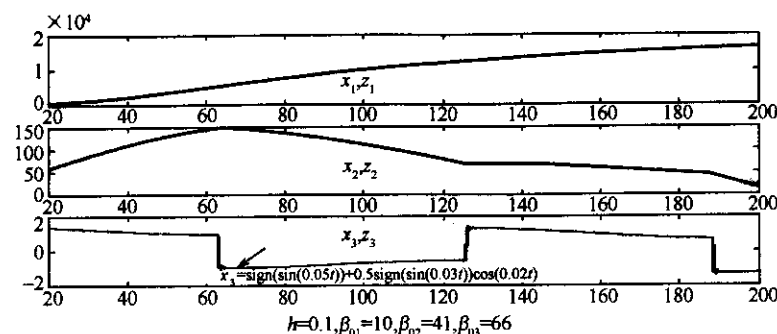


图 4.3.5

可以建立如下扩张状态观测器

$$\begin{cases} e = z_1 - y \\ \dot{z}_1 = z_2 - \beta_{01}g_1(e) \\ \dot{z}_2 = z_3 - \beta_{02}g_2(e) \\ \dot{z}_3 = z_4 - \beta_{03}g_3(e) + bu \\ \dot{z}_4 = -\beta_{04}g_4(e) \end{cases}$$

或

$$\begin{cases} e = z_1 - y \\ \dot{z}_1 = z_2 - \beta_{01}e \\ \dot{z}_2 = z_3 - \beta_{02}\text{fal}(e, 0.5, \delta) \\ \dot{z}_3 = z_4 - \beta_{03}\text{fal}(e, 0.25, \delta) + bu \\ \dot{z}_4 = -\beta_{04}\text{fal}(e, 0.125, \delta) \end{cases} \quad (4.3.21)$$

用这个扩张状态观测器来观测对象

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \dot{x}_3 = \text{sign}(\sin(t/2)) \\ y = x_1 \end{cases}$$

的状态和被扩张的状态的仿真结果如图 4.3.6 所示。这里取了如

下参数:

$h = 0.01, \delta = 5h, \beta_{01} = 100, \beta_{02} = 300, \beta_{03} = 1000, \beta_{04} = 1800$ .  
有意思的是在前一例子中用过的前三个参数  $\beta_{01} = 100, \beta_{02} = 300, \beta_{03} = 1000$  照样可以在这个例子中使用。这种现象称作扩张状态观测器参数对系统阶的“继承性”。

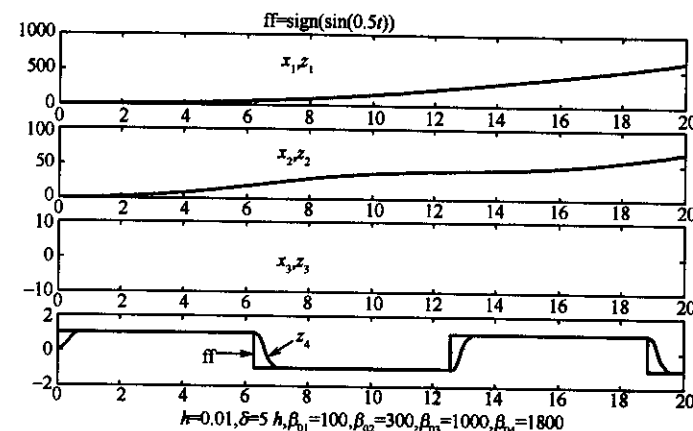


图 4.3.6

## 4.4 其他形式的扩张状态观测器

上面讨论的是固定形式的如下扩张状态观测器

$$\begin{cases} e = z_1 - y, fe = \text{fal}(e, 0.5, \delta), fe_1 = \text{fal}(e, 0.25, \delta) \\ \dot{z}_1 = z_1 + h(z_2 - \beta_{01}e) \\ \dot{z}_2 = z_2 + h(z_3 - \beta_{02}fe + bu) \\ \dot{z}_3 = z_3 + h(-\beta_{03}fe_1) \end{cases}$$

(4.4.1)

实际上,这里的函数  $\text{fal}(e, \alpha, \delta)$  可以取别的形式,如线性函数  $\text{fal}(e, 1.0, \delta) = e$ , 也可以取别的非线性函数形式,如  $\text{fal}(e, 0.0, \delta) = \text{sat}(e, \delta)$ . 从大的方面分类就是线性和非线性两大类。

在线性情况下扩张状态观测器的方程变成

$$\begin{cases} e = z_1 - y \\ z_1 = z_1 + h(z_2 - \beta_{01}e) \\ z_2 = z_2 + h(z_3 - \beta_{02}e + bu) \\ z_3 = z_3 + h(-\beta_{03}e) \end{cases} \quad (4.4.2)$$

其输入到输出  $z_1, z_2, z_3$  之间的传递关系分别为

$$\begin{aligned} z_1 &= w_1(s)y = \frac{\beta_{01}s^2 + \beta_{02}s + \beta_{03}}{s^3 + \beta_{01}s^2 + \beta_{02}s + \beta_{03}}y \\ z_2 &= w_2(s)y = \frac{\beta_{02}s^2 + \beta_{03}s}{s^3 + \beta_{01}s^2 + \beta_{02}s + \beta_{03}}y \\ z_3 &= w_3(s)y = \frac{\beta_{03}s^2}{s^3 + \beta_{01}s^2 + \beta_{02}s + \beta_{03}}y \end{aligned} \quad (4.4.3)$$

在“总和扰动”的变化范围不太大的情况下,用算法(4.4.2)进行估计的效果也不错.但要保证一定的估计精度,需要取比较大的增益,即系数  $\beta_{01}, \beta_{02}, \beta_{03}$  就要取得大一些,这就是所谓的“高增益状态观测器”形式.

例 对三阶对象

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \dot{x}_3 = y \operatorname{sign}(\sin(t/2)) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (4.4.4)$$

用线性扩张状态观测器

$$\begin{cases} e = z_1 - y \\ z_1 = z_1 + h(z_2 - \beta_{01}e) \\ z_2 = z_2 + h(z_3 - \beta_{02}e) \\ z_3 = z_3 + h(z_4 - \beta_{03}e + bu) \\ z_4 = z_4 + h(-\beta_{04}e) \end{cases} \quad (4.4.5)$$

进行估计的仿真结果如图 4.4.1 所示.

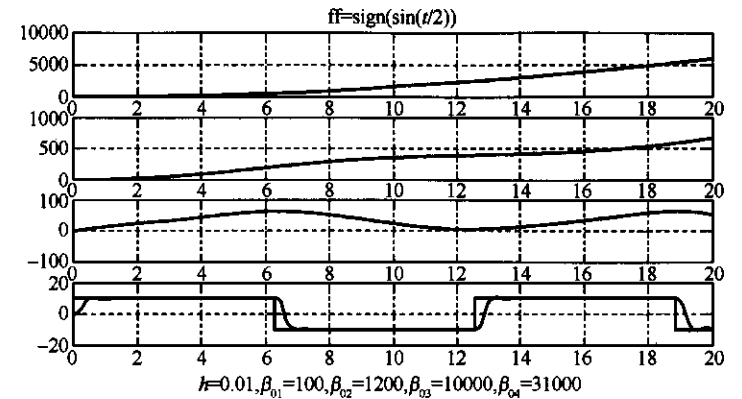


图 4.4.1

与 4.3 节的图 4.3.6 比较来看,这两个的跟踪精度相当.但这里的扩张状态观测器增益  $\beta_{02}, \beta_{03}, \beta_{04}$  比前者高很多,前者的增益为  $\beta_{01} = 100, \beta_{02} = 300, \beta_{03} = 1000, \beta_{04} = 1800$ ,而后者的增益却是  $\beta_{01} = 100, \beta_{02} = 1200, \beta_{03} = 10000, \beta_{04} = 31000$  相差一个数量级,这再一次说明适当的非线性函数的效率比线性函数高得多,也说明在一些情况下“高增益”观测器也是可以使用的有效工具.

美国克里夫兰州立大学高志强博士给出了用带宽概念确定线性扩张状态观测器参数的简便方法.我们知道线性扩张状态观测器

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 - \beta_{01}z_1 + \beta_{01}x_1 \\ \dot{z}_2 = z_3 - \beta_{02}z_1 + \beta_{02}x_1 + b_0u \\ \dot{z}_3 = -\beta_{03}z_1 + \beta_{03}x_1 \end{cases} \quad (4.4.6)$$

的特征方程为

$$s^3 + \beta_{01}s^2 + \beta_{02}s + \beta_{03}$$

为了估计好对象的状态和“总和扰动”,应该选取参数  $\beta_{01}, \beta_{02}, \beta_{03}$  使上述特征方程稳定的比较理想.一般的,稳定的比较好且能给出较好过渡过程的特征方程形式为  $(s + \omega)^3$ ,于是把参数  $\beta_{01}, \beta_{02}, \beta_{03}$

配置成  $3\omega, 3\omega^2, \omega^3$  形式, 至于取什么样的  $\omega$  是根据系统带宽的要求确定或在线整定。

当然, 对一阶、二阶、三阶对象来说分别配置成  $(s + \omega)^2, (s + \omega)^3, (s + \omega)^4$ , 因此相应地有

$$\begin{aligned}\beta_{01} &= 2\omega, \beta_{02} = \omega^2 \\ \beta_{01} &= 3\omega, \beta_{02} = 3\omega^2, \beta_{03} = \omega^3 \\ \beta_{01} &= 4\omega, \beta_{02} = 6\omega^2, \beta_{03} = 4\omega^3, \beta_{04} = \omega^4\end{aligned}\quad (4.4.7)$$

在一般情况下这个  $\omega$  的适应范围很宽, 因此很容易调整出合适的  $\omega$ 。

按这种方法确定了参数  $\beta_{01}, \beta_{02}, \beta_{03}$  之后, 跟踪系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + hx_2 \\ \dot{x}_2 = x_2 + h\gamma \text{sign}(\sin(\omega t)) \\ y = x_1 \end{cases}\quad (4.4.8)$$

的“总和扰动”—— $\gamma \text{sign}(\sin(\omega t))$ , 几乎不受扰动幅度  $\gamma$  的限制。

受如下形式

$$w(t) = \gamma \text{sign}(\sin(\omega t)), \omega = 0.00055/h \quad (4.4.9)$$

方波扰动的受扰对象

$$\begin{cases} f = \gamma \text{sign}\left(\sin \frac{0.00055}{h}t\right) \\ \dot{x}_1 = x_1 + hx_2 \\ \dot{x}_2 = x_2 + hf \\ y = x_1 \end{cases}\quad (4.4.10)$$

用扩张状态观测器

$$\begin{cases} e = z_1 - y \\ \dot{z}_1 = z_1 + h(z_2 - \beta_{01}e) \\ \dot{z}_2 = z_2 + h(z_3 - \beta_{02}e) \\ \dot{z}_3 = z_3 + (-\beta_{03}e) \end{cases}\quad (4.4.11)$$

来进行跟踪时, 跟踪好坏的指标定为

$$J = \frac{1}{T} \int_0^T |f - z_3| d\tau \quad (4.4.12)$$

式中,  $T = 20000h$  是整个计算时间。不管采样间隔多大, 只计算 20000 步。

对系统(4.4.10) 进行仿真计算结果概括如下: 步长在  $h = 1000000 \sim 0.000001$  范围内随便取定, 扰动幅度  $\gamma$  也在这个范围随便确定, 用扩张状态观测器(4.4.11) 来进行跟踪, 其跟踪扰动的误差指标  $J$  均在  $0.0013 \sim 0.0015$  之间。跟踪一阶对象

$$\begin{cases} f = \gamma \text{sign}\left(\sin\left(\frac{0.00055}{h}t\right)\right) \\ \dot{x}_1 = x_1 + hf \\ y = x_1 \end{cases}\quad (4.4.13)$$

的结果是在上述步长和扰动幅度范围内跟踪扰动的误差指标  $J$  均在  $0.00025 \sim 0.00026$  之间。不管一阶、二阶情形这些扩张状态观测器跟踪效果都是很好的。

## 4.5 系统输出被噪声污染时的扩张状态观测器

当系统输出被噪声污染时, 要想用扩张状态观测器得到比较好的估计值, 需要先滤波处理量测数据, 但采用不同的滤波方法会得到不同的估计效果。

设被观测对象为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(x_1, x_2, t, w(t)) \\ y = x_1 + n(t) \end{cases}\quad (4.5.1)$$

系统输出被一定强度的白噪声  $n(t)$  所污染。

如果不采用任何滤波处理, 那么用这个量测输出所作的扩张



$\beta_{02}, \beta_{03}, \beta_{04}$  中, 而且这组参数不受被估计扰动幅度  $\gamma$  的限制.

用于四阶以上对象的扩张状态观测器参数  $\beta_{01}, \beta_{02}, \beta_{03}, \beta_{04}, \beta_{05}$  等, 有没有这种具有“继承性”的公式? 尚不清楚, 是值得探索的有趣的问题.

通过大量计算机数字仿真研究我们发现著名的菲波纳奇数列与线性扩张状态观测器系数之间有很有意思的规律.

我们知道菲波纳奇数列是如下数列

$$f_0 = 0, f_1 = 1, f_{n+1} = f_n + f_{n-1}, n = 1, 2, 3, \dots \quad (4.8.2)$$

把这个数列并排两行, 从第一行去掉 0, 3, 21, 从第二行去掉 0, 1, 2, 5 后再排两行, 得

$$1, 1, 2, 5, 8, 13, 34, 55, \dots;$$

$$1, 3, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, \dots$$

由此再利用采样步长  $h$  可以构造出如下数列

$$\frac{1}{1^0}, \frac{1}{(3h)^1}, \frac{2}{(8h)^2}, \frac{5}{(13h)^3},$$

$$\frac{8}{(21h)^4}, \frac{13}{(34h)^5}, \frac{34}{(55h)^6}, \frac{55}{(89h)^7}, \dots$$

对每个数同除步长  $h$ , 得新数列

$$\begin{array}{cccc} \beta_{01}, & \beta_{02}, & \beta_{03}, & \beta_{04}, \\ \frac{1}{1^0 h}, & \frac{1}{(3h)^1 h}, & \frac{2}{(8h)^2 h}, & \frac{5}{(13h)^3 h}, \\ \beta_{05}, & \beta_{06}, & \beta_{07}, & \beta_{08} \end{array} \quad (4.8.3)$$

$$\frac{8}{(21h)^4 h}, \frac{13}{(34h)^5 h}, \frac{34}{(55h)^6 h}, \frac{55}{(89h)^7 h}, \dots$$

这些数列就是我们要找的具有“继承性”的扩张状态观测器的参数序列. 当系统阶次  $m \leq 7$  时, 扩张状态观测器的最后一个状态基本上跟得上作用于对象的扰动作用, 但系统阶次大于 4 次时, 跟踪速度就变慢了.

有没有具有“继承性”的任意阶次对象都能适应的扩张状态

观测器参数序列

$$\beta_{01}, \beta_{02}, \beta_{03}, \dots?$$

如果存在, 又如何去找出来? 是很有趣的问题.

## 4.9 扩张状态观测器用于动态补偿线性化

在 4.3 节我们已指出扩张状态观测器估计出来的对象加速度的补偿能使对象变成积分器串联型线性控制系统. 估计补偿对象总和扰动来使对象变成纯积分器串联型对象的过程叫做动态补偿线性化过程. 这个动态估计补偿总和扰动的技术是整个自抗扰控制技术中的最关键, 最核心的技术. 有了这个技术, 才有可能构造出不依赖于对象模型并具有强抗扰能力的自抗扰控制器. 如果对对象成功地实现了动态补偿线性化, 那么剩下的问题就是如何对纯积分器串联型对象设计好误差反馈的问题, 而且这个误差反馈的特征就决定着闭环的动静态特性.

下面讨论对被动态补偿线性化了的系统采用误差反馈来改善闭环动静态特性的问题.

对二阶对象

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(x_1, x_2, t, w(t)) + bu \\ y = x_1 \end{cases} \quad (4.9.1)$$

采用扩张状态观测器

$$\begin{cases} e = z_1 - y, fe = \text{fal}(e, 0.5, \delta), fe_1 = \text{fal}(e, 0.25, \delta) \\ z_1 = z_1 + h(z_2 - \beta_{01}e) \\ z_2 = z_2 + h(z_3 - \beta_{02}fe + bu) \\ z_3 = z_3 + h(-\beta_{03}fe_1) \end{cases} \quad (4.9.2)$$

来估计其状态和总和扰动作用  $x_3(t) = f(x_1(t), x_2(t), t, w(t))$ .

这里取  $\delta = 5h$ . 选择适当的  $\beta_{01}, \beta_{02}, \beta_{03}$ , 就能得

$$z_3(t) \rightarrow x_3(t) = f(x_1(t), x_2(t), t, w(t)) \quad (4.9.3)$$

于是, 只要取对象的控制量为如下形式

$$u = \frac{u_0 - z_3(t)}{b} \quad (4.9.4)$$

那么对象(4.9.1)就变成积分器串联型线性控制系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = u_0 \\ y = x_1 \end{cases} \quad (4.9.5)$$

我们要考察对这个系统实施状态反馈所形成的闭环系统的单位阶跃响应.

为此先安排合适的过渡过程  $v_1(t)$  并获取其微分信号  $v_2(t)$ . 这时  $e_1 = v_1 - z_1, e_2 = v_2 - z_2$  是系统的状态误差, 现在取这些误差的线性反馈

$$u_0 = r^2 e_1 + 2re_2 \quad (4.9.6)$$

那么, 加上扰动补偿项之后的实际的误差反馈控制量为

$$u = \frac{r(re_1 + 2e_2) - z_3}{b} \quad (4.9.7)$$

从而闭环系统变成

$$\begin{cases} e_1 = v_1 - z_1 \\ e_2 = v_2 - z_2 \\ \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = r(re_1 + 2e_2) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (4.9.8)$$

我们假定系统(4.9.1)中的总和扰动项为  $f(x_1, x_2, t, w(t)) = \text{sign}(\cos(t))$ . 并取  $v_2(t) = \begin{cases} \sin(t)/2, & t < \pi \\ 0, & t \geq \pi \end{cases}, v_1(t) =$

$\int_0^t v_2(\tau) d\tau = (1 - \cos(t))/2$  作为安排的过渡过程的速度信号和过渡过程位置信号来所作的仿真结果如图 4.9.1 所示.

图 4.9.1 的上半部是安排的过渡过程和响应曲线, 下半部是实际加速度和扩张状态观测器给出的加速度的估计曲线. 只有加速度发生跳变的瞬间和其后的一段时间, 系统的响应才偏离设定值, 其余时间都稳定在设定值上. 偏离设定值的原因是加速度发生跳变时扩张状态观测器的  $z_3(t)$  没能及时跟上跳变而不能即时彻底补偿引起的.

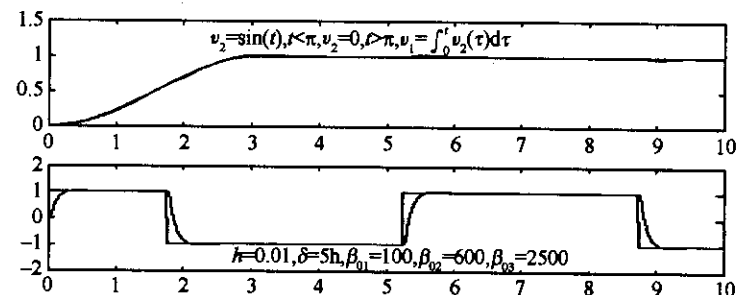


图 4.9.1

假定对象(4.9.1)为不稳定的非线性时变对象. 其总和扰动假定为

$f(x_1, x_2, t, w(t)) = \cos(0.7t)x_1^2 + \cos(0.6t)x_2^2 + \text{sign}(\sin(1.3t))$  照样用前述的扩张状态观测器(4.9.2)来估计系统的总和扰动, 并采用式(4.9.7)形式的控制量进行仿真的结果如图 4.9.2 所示. 这些仿真结果说明, 对于(4.9.4)形式的补偿和式(4.9.7)形式的反馈控制来说, 开环对象是稳定还是不稳定, 线性还是非线性, 时变还是时不变, 并不是要紧的事, 重要的是扩张状态观测器的输出  $z_3(t)$  能否跟得上对象的总和扰动  $x_3(t) = f(x_1(t), x_2(t), t, w(t))$  的问题. 只要  $z_3(t)$  能够跟上  $x_3(t)$ , 闭环系统的“抗扰”能力大大增强. 这是扩张状态观测器用于控制系统设计的最大好处.

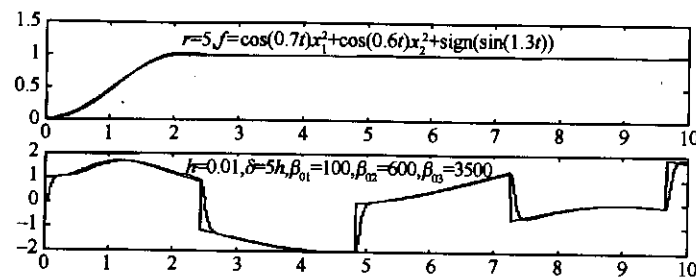


图 4.9.2

## 第五章 自抗扰控制器

本章将介绍用前几章介绍的跟踪微分器、扩张状态观测器及非线性组合等装置来组装出具有特殊功能的“非线性数字控制器”的方法。本章介绍的主要控制器形式有如下两大类：① 保留经典 PID 的基本框架而改进其局部功能而得的新型“非线性 PID 控制器”形式。它们是对经典 PID 作如下三个方面的改进：安排过渡过程，因此有生成安排的过渡过程的装置；用跟踪微分器来对被控输出提取微分信号，这里就有提取微分信号的装置；由误差的 P、I、D 的适当方式的非线性组合来生成控制量的装置。这三部分装置都有好几种可能的不同选择，因此会有几十种“非线性 PID 控制器”。② 具有扰动估计、补偿能力的自抗扰控制器形式，它们是由四个部分组成：安排过渡过程的装置；提取系统状态信息和扰动总和信息的扩张状态观测器装置；用状态误差信息来产生非线性误差反馈控制量的装置；依据扰动估计值对系统进行扰动补偿而生成最终控制量的补偿装置。在这里的四个部分都有好几种不同的选择，因此也有几十种自抗扰控制器。

本章先分别介绍几种非线性 PID 控制器，然后介绍自抗扰控制器结构及它们对一些典型的非线性、时变对象控制的仿真结果；并讨论控制器设计中“时间尺度”的作用。

### 5.1 非线性 PID 控制器

#### 5.1.1 经典 PID 控制器的缺陷

先看看经典 PID 控制器结构及它所固有的一些缺陷。经典

PID 是实现“用误差反馈来消除误差”原理的最原始的控制器结构,其框图如图 5.1.1 所示.

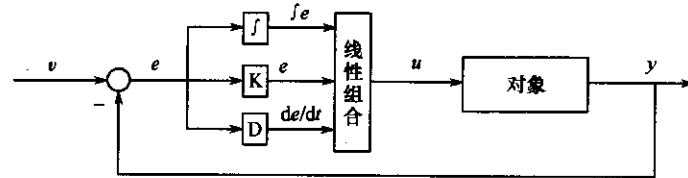


图 5.1.1

这是根据控制目标即设定值  $v$  与系统被控输出  $y$  之间的误差  $e$ , 这个误差信号的微分信号  $\dot{e}$  及其积分信号  $\int_0^t e(\tau) d\tau$  的加权和来生成驾驭被控对象的控制量  $u$  的办法, 是至今仍在控制工程实践中大量被应用的基本控制器结构. 但是, 在大量的控制工程实践中, 这种最简单的 PID 控制器结构逐渐显露出其固有的缺陷.

经典 PID 控制器结构的缺陷可归结为如下四个方面:

(1) 对象的被控输出  $y$  是动态环节的输出, 有一定的惯性, 其变化不可能跳变. 但是设定值  $v$  是由系统外部给定的, 可以跳变. 直接采用它们之间的误差信息  $e = v - y$  来消除这个误差, 就意味着让不可能跳变的量  $y$  来跟踪可以跳变的量  $v$ , 这是一个不合理的要求.

(2) PID 控制中要用误差的微分信号  $\dot{e}$ . 但是过去没有提取微分信号的合理办法和合适装置, 因此不能充分发扬误差微分的反馈作用.

(3) PID 中的误差反馈律是误差的现在 (P)、过去 (I)、将来 (变化趋势 (D)) 的加权和 (线性组合). 显然这些量的线性组合不一定是合适的组合形式, 可以在非线性范围内寻求更合适、更有效率的组合形式.

(4) 大量控制工程实践表明, 经典 PID 控制中的误差积分反馈的应用, 对抑制常值扰动的作用是显著的, 然而常常使闭环系统的反应迟钝、容易产生振荡和控制量饱和等的负作用.

对于这四个方面的缺陷, 我们将采用如下四个方面的措施来加以改进:

(1) 根据系统所能承受的能力、被控量变化的合理性和系统提供控制力的能力, 由设定值  $v$ , 先安排合适的过渡过程, 这是可以用跟踪微分器或适当的函数发生器来实现. 实际上安排过渡过程的手法在某些控制工程实践中已被广泛采用, 但是即使在这种场合也不太用安排的过渡过程的微分信号. 我们这里安排过渡过程的手续不仅给出过渡过程本身, 同时也给出过渡过程的微分信号.

(2) 误差的微分信号是可以利用噪声放大效应很低的跟踪微分器、状态观测器或扩张状态观测器来提取.

(3) 在非线性领域寻找更合适的组合形式来形成误差反馈律.

(4) 采用扩张状态观测器实时估计出作用于系统的扰动总和并予以补偿的办法替代误差积分反馈作用. 这种扰动估计补偿办法不仅能够抑制常值扰动的影响, 而且也能够抑制消除几乎任意形式的扰动影响.

先看看采用前三种办法来改进经典 PID 而得到的各种可能的非线性 PID 控制器结构 (图 5.1.2).

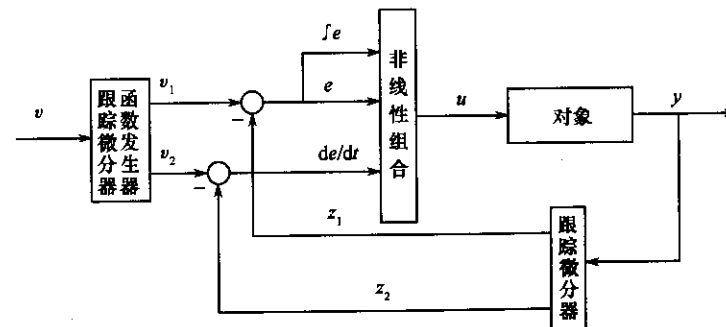


图 5.1.2

图 5.1.2 中,  $v_1, v_2$  分别是安排的“过渡过程”及其“微分信

号”,  $z_1, z_2$  分别是系统输出的跟踪值及其微分信号, 因此  $e, \frac{de}{dt},$

$\int_0^t e(\tau) d\tau$  分别是安排的过渡过程  $v_1$  与输出信号跟踪值  $z_1$  之间的误差、安排的过渡过程的微分信号  $v_2$  与输出信号微分的跟踪值  $z_2$  之间的误差信号和安排的过渡过程与输出信号跟踪值之间误差的积分信号。这三个量的适当组合来决定控制量  $u$ 。

这类控制器是由三个部分结构组合而成的: ①“安排过渡过程”的装置; ②“提取输出量微分信号”的装置; ③“误差及其微分、积分信号的合理组合”来生成误差反馈律的装置。这三个装置都有好几种可能的选择。比如“安排过渡过程”可以用跟踪微分器, 也可以用适当的函数发生器。用跟踪微分器可以用线性的或非线性的, 还有按经典的办法事先不安排过渡过程等。这样, “安排过渡过程”至少有四种可能的选择; “提取输出微分信号”可以用跟踪微分器, 也可以用状态观测器或扩张状态观测器。这两个装置也可以是线性的, 也可以是非线性的, 这样“提取输出微分信号”至少有六种可能的选择; “误差及其微分、积分信号的合理组合”形式也有线性的或两种非线性形式等至少三种不同的组合形式。这样, 我们可以组合出至少  $4 \times 6 \times 3 = 72$  种改进的线性的或非线性的 PID 控制器。

以下所采用的跟踪微分器是第二章中提出的离散形式的最速跟踪微分器

$$\begin{cases} fh = fhan(v_1 - v, v_2, r, h_0) \\ v_1 = v_1 + hv_2 \\ v_2 = v_2 + hfh \end{cases} \quad (5.1.1)$$

或线性跟踪微分器

$$\begin{cases} fh = -r^2(v_1 - v) - 2rv_2 \\ v_1 = v_1 + hv_2 \\ v_2 = v_2 + hfh \end{cases} \quad (5.1.2)$$

也可以用如下状态观测器的形式

$$\begin{cases} e = z_1 - y \\ fe = fal(e, \alpha, \delta), 0 < \alpha < 1 \\ z_1 = z_1 + h(z_2 - \beta_{01}e) \\ z_2 = z_2 + h(-\beta_{02}fe) \end{cases} \quad (5.1.3)$$

或如下扩张状态观测器的形式

$$\begin{cases} e = z_1 - y \\ fe = fal(e, 0.5, h) \\ fe_1 = fal(fe, 0.25, h) \\ z_1 = z_1 + h(z_2 - \beta_{01}e) \\ z_2 = z_2 + h(z_3 - \beta_{02}fe + b_0u) \\ z_3 = z_3 + h(-\beta_{03}fe_1) \end{cases} \quad (5.1.4)$$

来提取输出信号  $y$  的微分信号。

### 5.1.2 两个跟踪微分器来实现的“非线性 PID”

(1) 根据设定值  $v$  安排合适的过渡过程。

$$\begin{cases} fh = fhan(v_1 - v, v_2, r, h_0) \\ v_1 = v_1 + hv_2 \\ v_2 = v_2 + hfh \end{cases} \quad (5.1.5)$$

选适当的参数  $r, h_0 = h$  后, 按上式给出安排的过渡过程  $v_1$  及其微分信号  $v_2$ 。

(2) 提取系统输出的微分信号。再把系统的输出  $y$  送入跟踪微分器

$$\begin{cases} fh = fhan(z_1 - y, z_2, r_1, h_1) \\ z_1 = z_1 + hz_2 \\ z_2 = z_2 + hfh \end{cases} \quad (5.1.6)$$

选适当的参数  $r_1, h_1$  后按上式给出输出信号的跟踪值  $z_1$  与其微分信号  $z_2$ , 即输出信号的近似微分.

(3) 产生误差信号

$$e_1 = v_1 - z_1, e_2 = v_2 - z_2, e_0 = \int_0^t e_1(\tau) d\tau \quad (5.1.7)$$

(4) 产生误差反馈控制律

$$u = f(e_0, e_1, e_2) \quad (5.1.8)$$

这里, 用公式(5.1.5) 来安排的过渡过程是无超调, 无振荡地一次到位的过渡过程, 其参数  $r$  与设定值的幅值  $v_0$ , 达到设定值的过渡过程时间  $T_0$  之间有如下关系

$$r \frac{1}{2} \left( \frac{T_0}{2} \right)^2 = \frac{v_0}{2}, r = 4 \left( \frac{v_0}{T_0^2} \right) \quad (5.1.9)$$

如果给了设定值的幅值  $v_0$ , 又给定了达到设定值的过渡过程时间  $T_0$ , 就可以按公式(5.1.9) 算出参数  $r$ , 至于参数  $h_0$  的选取是看输入信号的噪声情况来决定. 由于安排过渡过程所需的设定值一般没有什么噪声, 可以取  $h_0 = h$ . 对于跟踪输出信号的公式(5.1.6) 来说, 为了尽可能好地提炼输出信号的微分, 通常  $r_1$  取得大一些, 但一般的系统输出均含有一定的噪声, 因此取适当大的滤波因子  $h_1$  来加强信号滤波功能是必要的. 最后误差的组合形式  $u = f(e_0, e_1, e_2)$  中的函数  $f(e_0, e_1, e_2)$  的选择有很大的自由度: 线性的, 非线性的, 光滑的, 非光滑的, 看哪一种形式的效率高, 易实现且适合被控对象, 就采用哪一种.

例 考察如下被控对象跟踪单位阶跃输入的控制效果. 设有被控对象

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \text{sign}(\sin(t)) + u \\ y = x_1 \end{cases} \quad (5.1.10)$$

把设定值  $v_0 = 1$  送入跟踪微分器来得到安排的过渡过程  $v_1$  及

其微分  $v_2$ , 把系统的被控输出  $y = x_1$  送入另一个跟踪微分器得到跟踪  $y$  的信号  $z_1$  及其微分  $z_2$ , 即  $y$  的近似微分, 然后取误差信号

$$e_1 = v_1 - z_1, e_2 = v_2 - z_2, e_0 = \int_0^t e_1(\tau) d\tau$$

最后控制量取成这些误差信号的线性组合

$$u = \beta_0 e_0 + \beta_1 e_1 + \beta_2 e_2$$

这样控制器的整个算法可以整理成

$$\begin{cases} fh_0 = fhan(v_1 - v_0, v_2, r, h_0) \\ v_1 = v_1 + hv_2 \\ v_2 = v_2 + hf_0 \\ fh_1 = fhan(z_1 - y, z_2, r_1, h_1) \\ z_1 = z_1 + hz_2 \\ z_2 = z_2 + hf_1 \\ e_1 = v_1 - z_1, e_2 = v_2 - z_2, e_0 = \int_0^t e_1(\tau) d\tau \\ u = \beta_0 e_0 + \beta_1 e_1 + \beta_2 e_2 \end{cases} \quad (5.1.11)$$

然后把这个控制量  $u$  作用于系统上, 所作的仿真结果如图 5.1.3 和图 5.1.4 所示.

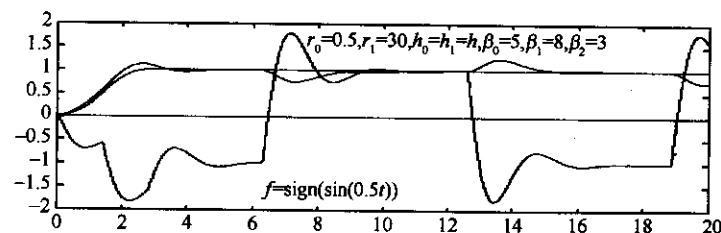


图 5.1.3

在这里, 有意思的是这两个仿真(图 5.1.3、图 5.1.4) 所用的误差反馈增益  $\beta_0, \beta_1, \beta_2$  相差 10 倍, 但控制效果都很好. 这在经典 PID 结构里是难以做到的.

对开环不稳定的对象

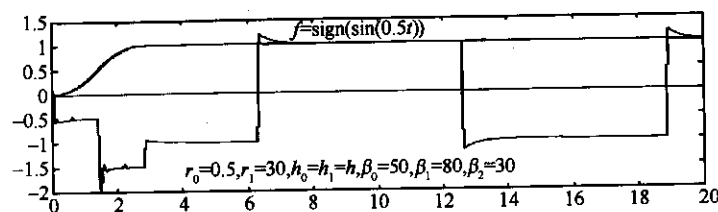


图 5.1.4

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_1 + x_2 + \text{sign}\left(\sin\left(\frac{t}{2}\right)\right) + u \\ y = x_1 \end{cases} \quad (5.1.12)$$

按式(5.1.11)算出的控制量  $u$  来进行控制的结果如图 5.1.5 所示. 在比较强的扰动作用下的不稳定对象也能控制好, 这主要是事先安排合适的过渡过程和合理提取微分信号的结果. 在上述计算中参数  $r_1$  达不到一定程度, 或输出的微分信号跟踪的不够好时, 控制的效果是不会好的.

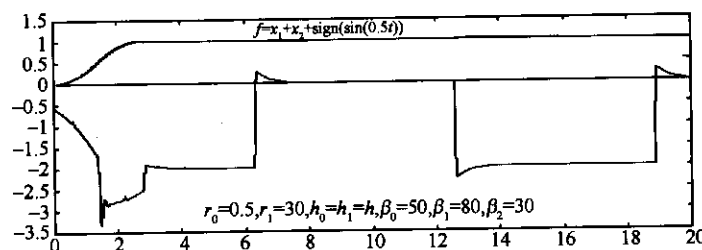


图 5.1.5

### 5.1.3 两个线性跟踪微分器来改造的“线性 PID”

在算法(5.1.11)中的非线性跟踪微分器改换成线性跟踪微分器来改造上述 PID 算法得

$$\begin{cases} fh_0 = -r_0(r_0(v_1 - v) + \sqrt{3}v_2) \\ v_1 = v_1 + hv_2 \\ v_2 = v_2 + hf_0 \\ fh_1 = -r_1(r_1(z_1 - y) + \sqrt{3}z_2) \\ z_1 = z_1 + hz_2 \\ z_2 = z_2 + hf_1 \\ e_1 = v_1 - z_1, e_2 = v_2 - z_2, e_0 = \int_0^t e_1(\tau) d\tau \\ u = \beta_0 e_0 + \beta_1 e_1 + \beta_2 e_2 \end{cases} \quad (5.1.13)$$

现在取参数  $r_0 = 1.0, r_1 = 100$ , 误差反馈增益取成  $\beta_0 = 30, \beta_1 = 50, \beta_2 = 20$  时, 不稳定对象(5.1.12)的控制效果显示于图 5.1.6.

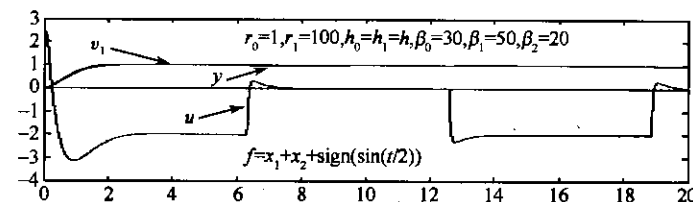


图 5.1.6

### 5.1.4 一个跟踪微分器和状态观测器实现的“线性 PID”

把上述处理系统输出信号  $y$  的部分改成状态观测器, 得到计算控制量的如下公式:

$$\begin{cases} f_0 = -r_0(r_0(v_1 - v) + \sqrt{3}v_2) \\ v_1 = v_1 + hv_2 \\ v_2 = v_2 + hf_0 \\ e = z_1 - y \\ fe = \text{fal}\left(e, \frac{1}{2}, \delta\right) \\ z_1 = z_1 + h(z_2 - \beta_{01}e) \\ z_2 = z_2 + h(-\beta_{02}fe) \\ e_1 = v_1 - z_1, e_2 = v_2 - z_2, e_0 = \int_0^t e_1(\tau) d\tau \\ u = \beta_0 e_0 + \beta_1 e_1 + \beta_2 e_2 \end{cases} \quad (5.1.14)$$

用这个公式算出的控制量  $u$  来控制非线性对象

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_1^3 + x_2^2 + \text{sign}\left(\sin\left(\frac{1}{2}t\right)\right) + u \\ y = x_1 \end{cases} \quad (5.1.15)$$

的仿真结果如图 5.1.7 所示.

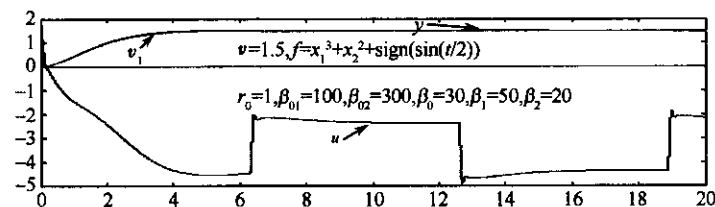


图 5.1.7

这里状态观测器中的参数  $\beta_{02}$  不大到一定程度,输出的微分信号跟不上,控制效果不会好.

### 5.1.5 函数发生器来安排过渡过程而实现的“线性 PID”

用跟踪微分器来安排过渡过程的部分改为用适当的函数发生器来直接安排过渡过程(先给出速度发生器,然后积分此速度函数得安排的过渡过程)得到如下算式

$$\begin{cases} v_2 = \frac{1}{4} \sin\left(\frac{\pi}{T_0}t\right) (1 - \text{sign}(t - T_0)) \\ v_1 = v_2 + h v_2 \\ e = z_1 - y \\ fe = \text{fal}\left(e, \frac{1}{2}, \delta\right) \\ z_1 = z_1 + h(z_2 - \beta_{01}e) \\ z_2 = z_2 + h(-\beta_{02}fe) \\ e_1 = v_1 - z_1, e_2 = v_2 - z_2, e_0 = \int_0^t e_1(\tau) d\tau \\ u = \beta_0 e_0 + \beta_1 e_1 + \beta_2 e_2 \end{cases} \quad (5.1.16)$$

从以上仿真结果来看,对经典 PID 结构,单单引入合理“安排过渡过程”和“微分信号提取”这两种手法,已经使 PID 控制器的功能大大提高.

### 5.1.6 不同误差组合方式所成的“非线性 PID”

在公式(5.1.9)、式(5.1.11)、式(5.1.12)、式(5.1.16)中只改变各误差量的“非线性组合”形式就能得到各种不同形式的非线性 PID 调节器. 我们推荐的可供选择的非线性组合方式为

$$\begin{cases} (1) u = \beta_0 \text{fal}(e_0, \alpha_0, \delta) + \beta_1 \text{fal}(e_1, \alpha_1, \delta) + \beta_2 \text{fal}(e_2, \alpha_2, \delta) \\ \alpha_0 < 0 < \alpha_1 < 1 < \alpha_2, \text{或 } 0 < \alpha_0 < \alpha_1 < 1 < \alpha_2 \\ (2) u = \beta_0 e_0 - \text{fhan}(e_1, e_2, r_1, h_1) \\ (3) u = -\text{fhan}(e_1, ce_2, r_2, h_2) \end{cases} \quad (5.1.17)$$

在(1)的组合方式中,参数  $\alpha_i, \delta$  事先可以确定,如:

$$\alpha_0 = -0.6, \alpha_1 = 0.6, \alpha_2 = 1.2 \text{ 或}$$

$$\alpha_0 = 0.25, \alpha_1 = 0.75, \alpha_2 = 1.5, \delta = h \text{ 或 } \delta = kh$$

这样,可调参数只有各误差的反馈增益  $\beta_0, \beta_1, \beta_2$  三个了;在(2)的组合方式中,可调参数也有三个:  $\beta_0, r_1, h_1$ ;而(3)的组合方式中也是有三个可调参数  $r_2, h_2, c$ . 总而言之,在上述三种不同的非线性组合形式,就像经典 PID 一样,可调参数只有三个  $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ , 或  $\beta_0, r_1, h_1$ , 或  $r_2, h_2, c$ .

例 我们考察用上述方法控制系统(5.1.10)时的阶跃响应. 这里状态误差量的非线性组合分别采用前述三种方法之一.

(1) 采用非线性组合

$$u = \beta_0 \text{fal}(e_0, \alpha_0, \delta) + \beta_1 \text{fal}(e_1, \alpha_1, \delta) + \beta_2 \text{fal}(e_2, \alpha_2, \delta)$$

时,先确定  $\alpha_0 = \frac{1}{4}, \alpha_1 = \frac{3}{4}, \alpha_2 = \frac{3}{2}, \delta = 2h, h = 0.01$ , 然后调整出  $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ , 得



$$\beta_0 = 10, \beta_1 = 5, \beta_2 = 100$$

用这组参数所作的仿真结果如图 5.1.8 所示。

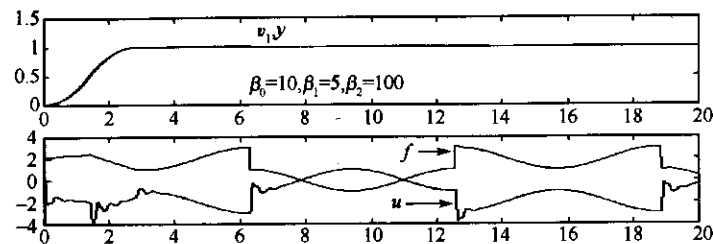


图 5.1.8

(2) 采用非线性组合

$$u = \beta_0 e_0 - f_{han}(e_1, e_2, r_1, h_1)$$

时,调整出参数  $\beta_0, r_1, h_1$ ,得

$$\beta_0 = 500, r_1 = 20, h_1 = 0.08$$

对应的仿真结果如图 5.1.9 所示。

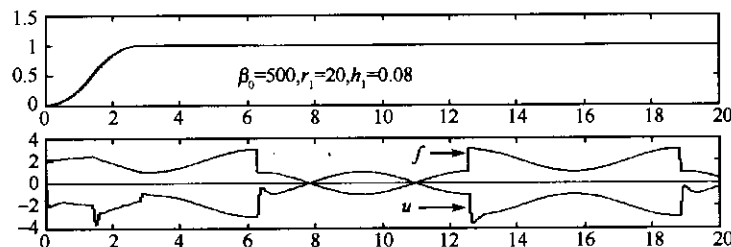


图 5.1.9

(3) 采用非线性组合

$$u = -f_{han}(e_1, ce_2, r_2, h_2)$$

时,调整出参数  $c, r_2, h_2$ ,得

$$c = 1, r_2 = 30, h_2 = 0.08$$

对应的仿真结果如图 5.1.10 所示。

在第三个组合方式中没有用到误差积分信息。说明即使在经典 PID 框架中适当采用非线性组合也是可以不用误差积分反馈

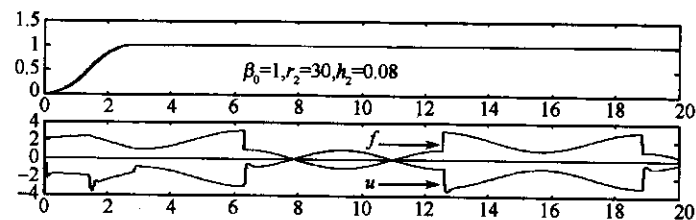


图 5.1.10

的,从而可以避免误差积分反馈的副作用。

以上讨论的是保留经典 PID 原始框架,采用安排过渡过程、合理提取微分信号及合适的组合方式来改造出新型 PID 控制器的基本办法。

这些控制器的信息流的基本框架如图 5.1.11 所示。

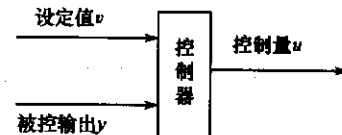


图 5.1.11

上述控制器都是以系统设定值与系统被控输出为其输入、输出控制量的装置。

下一节将介绍具有“自抗扰”能力的全新的实用控制器——各种“自抗扰控制器”。

## 5.2 自抗扰控制器

前一节讨论的是对经典 PID 框架中引入“安排过渡过程”和合理“提取微分信号”的手法及采用误差信号的“适当组合方式”来改善控制器功能和闭环系统品质的问题。本节将讨论用“扩张状态观测器”对扰动进行实时估计与补偿来构造出具有“自抗扰功能”的新型实用控制器的办法,并考察它们对闭环系统品质的影响。

具有“扰动估计补偿”功能的控制器是由如下几个部分组成:

(1) 安排过渡过程. 根据设定值  $v$  安排过渡过程  $v_1$  并提取其微分信号  $v_2$ .

(2) 根据对象的输出和输入信号  $y, u$  估计出对象的状态  $x_1, x_2$  和作用于对象的总和扰动  $x_3$ .

(3) 状态误差的非线性反馈律. 系统的状态误差是指  $e_1 = v_1 - z_1, e_2 = v_2 - z_2$ , 误差反馈律是根据误差  $e_1, e_2$  来决定的控制纯积分器串联型对象的控制规律  $u_0$ .

(4) 对误差反馈控制量  $u_0$  用扰动估计值  $z_3$  的补偿来决定最终控制量.

$$u = u_0 - \frac{z_3}{b_0} \text{ 或 } u = \frac{u_0 - z_3}{b_0}$$

这里, 参数  $b_0$  是决定补偿强弱的“补偿因子”, 作为可调参数来用 (图 5.2.1).

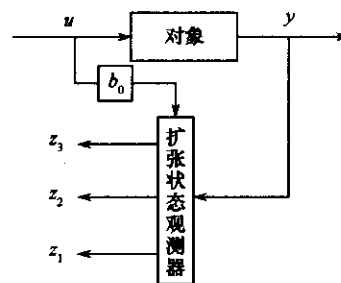


图 5.2.1

下面主要考察如下形式的误差反馈律

- (1)  $u_0 = \beta_1 e_1 + \beta_2 e_2$
- (2)  $u_0 = \beta_1 \text{fal}(e_1, \alpha_1, \delta) + \beta_2 \text{fal}(e_2, \alpha_2, \delta), 0 < \alpha_1 < 1 < \alpha_2$
- (3)  $u_0 = -\text{fhan}(e_1, e_2, r, h_1)$
- (4)  $u_0 = -\text{fhan}(e_1, ce_2, r, h_1)$

(5.2.1)

其中, 函数  $\text{fal}$ , 函数  $\text{fhan}$  的形式已在前面给出过. 当然还可以用其他形式的非线性组合.

由以上过渡过程的安排, 扩张状态观测器, 状态误差的反馈形式, 扰动估计的补偿四个部分组合而成的控制器称为自抗扰控制器. 自抗扰特性指的是实时估计扰动的功能及补偿的功能. 扰动的估计补偿能力就是抗干扰功能. 这个功能是自抗扰控制器的最本质的功能, 因此具有这两个功能的控制器都可以称作自抗扰控制器. 实际上, 在这两个功能中最重要的还是“实时跟踪估计扰动”的功能. 有了实时跟踪估计的结果才有可能进行补偿.

实时跟踪估计扰动可以有各种不同的具体办法, 但对控制器设计中引入“实时跟踪估计扰动环节”本身有很重要的意义. 某种意义上讲, 控制器设计问题其本质就是采用什么样的措施来抑制各种扰动作用的问题. 由于反馈本身具有抑制扰动的一定能力, 在系统设计中, 很多人致力于加强反馈的扰动抑制能力上下功夫来间接地改善控制器性能, 所谓灵敏度分析方法的主要研究目的就在于此.

直接处理扰动来抑制其影响, 历史上曾出现过两种办法: ① 苏联学者希巴诺夫在 20 世纪 40 年代提出的“绝对不变性原理”; ② 加拿大学者代维申和温纳模在 20 世纪 70 年代提出的“内模原理”. 它们都是直接认知扰动作用为基础的办法, 如“绝对不变性原理”要求能直接测量外扰作用. 设计控制器时必须遵守同时含有反馈稳定通道和扰动补偿通道的“双通道原理”. 控制器设计中常用的前馈补偿办法就来源于此. “内模原理”则要求事先知道外扰作用的“模型”. 设计控制器时必须要把扰动模型嵌入到控制器中. 把积分反馈嵌入控制器中来消除常值扰动作用是内模原理的具体体现. 但是这里引入的“实时跟踪估计扰动”的“扩张状态观测器”办法却是不用事先知道关于扰动本身的任何先验知识, 只要其作用能够影响系统输出且其作用范围是有限的, 就可以用扩张状态观测器来实时跟踪估计其作用, 从而可以用补偿的办法消除其影响.

关于扰动抑制问题,如果作用于系统的某一种扰动影响不了系统被控输出,那么对被控输出的控制来说,这种扰动是用不着去抑制的,需要抑制的是能够影响被控输出的扰动作用,即能影响被控输出的扰动,或由被控输出能观的那种扰动. 由于从被控输出能观,在被控输出信号中必定包含关于扰动的信息,因此必能从被控输出提炼出系统的扰动作用. 这就是“扩张状态观测器”能够实时估计系统扰动作用的根本机理.

具有扰动跟踪补偿能力的自抗扰控制器的完整的算法为:

(1) 以设定值  $v_0$  为输入,安排过渡过程

$$\begin{cases} e = v_1 - v_0 \\ fh = fhan(e, v_2, r_0, h) \\ v_1 = v_1 + hv_2 \\ v_2 = v_2 + hfh \end{cases} \quad (5.2.2)$$

(2) 以系统输出  $y$  和输入  $u$  来跟踪估计系统状态和扰动

$$\begin{cases} e = z_1 - y, fe = fal(e, 0.5, \delta), fe_1 = fal(e, 0.25, \delta) \\ z_1 = z_1 + h(z_2 - \beta_{01}e) \\ z_2 = z_2 + h(z_3 - \beta_{02}fe + b_0u) \\ z_3 = z_3 + h(-\beta_{03}fe_1) \end{cases} \quad (5.2.3)$$

式中,  $\beta_{01}, \beta_{02}, \beta_{03}$  为一组参数.

(3) 状态误差反馈律

$$\begin{cases} e_1 = v_1 - z_1, e_2 = v_2 - z_2 \\ u_0 = k(e_1, e_2, p) \end{cases} \quad (5.2.4)$$

式中,  $p$  为一组参数.

(4) 扰动补偿过程

$$u = u_0 - \frac{z_3(t)}{b_0} \text{ 或 } u = \frac{u_0 - z_3(t)}{b_0} \quad (5.2.5)$$

自抗扰控制器的结构图为图 5.2.2.

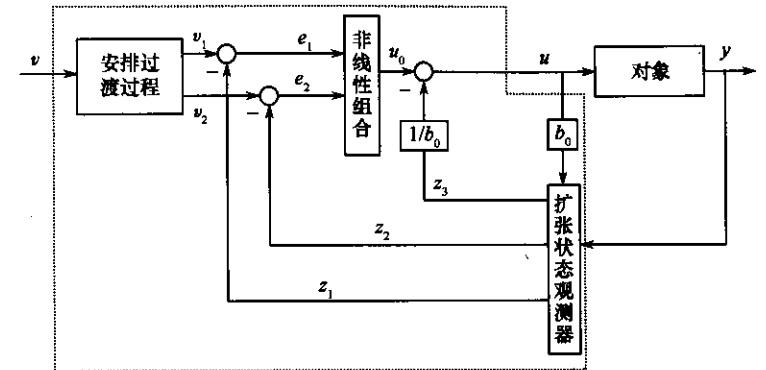


图 5.2.2

或者稍加改动上述框图,得图 5.2.3.

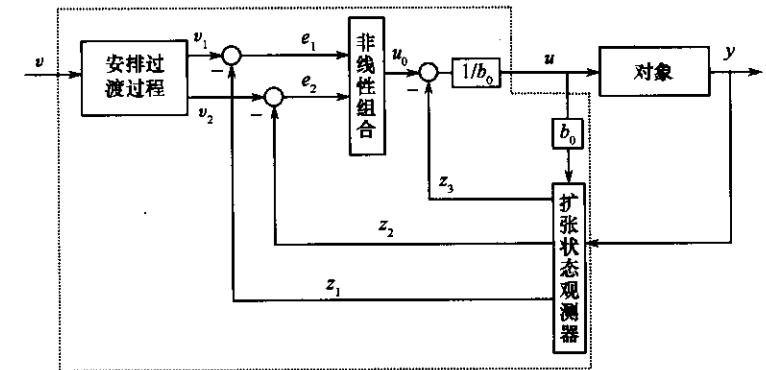


图 5.2.3

在图 5.2.3 中点线所框的部分为自抗扰控制器. 如果作用于对象的加速度中有已建模的确知部分  $f_0(x_1, x_2)$ , 那么扩张状态观测器中放入  $f_0(z_1, z_2)$ , 然后对结构图里补充一个函数  $f_0(z_1, z_2)$  的发生器成图 5.2.4 (或图 5.2.5) 形式.

相应的算法为

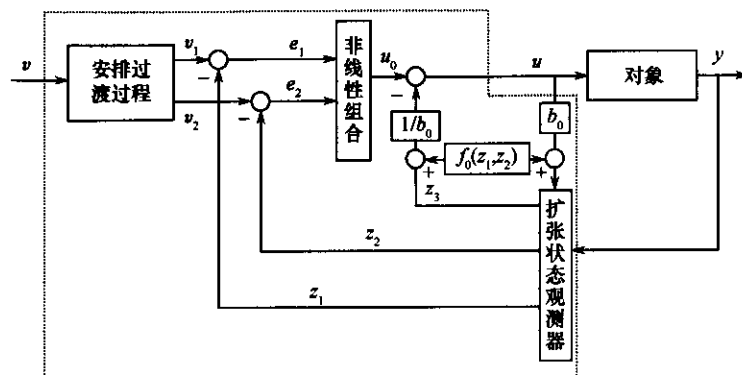


图 5.2.4

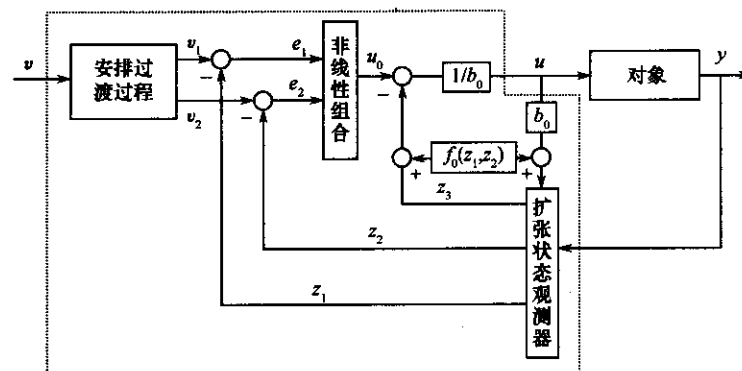


图 5.2.5

$$\begin{cases} fh = fhan(v_1 - v, v_2, r_0, h) \\ v_1 = v_1 + hv_2 \\ v_2 = v_2 + hfh \end{cases} \quad (5.2.6)$$

$$\begin{cases} e = z_1 - y, fe = fal(e, 0.5, h), fe_1 = fal(e, 0.25, h) \\ z_1 = z_1 + h(z_2 - \beta_{01}e) \\ z_2 = z_2 + h(f_0(z_1, z_2) + z_3 - \beta_{02}fe + b_0u) \\ z_3 = z_3 + h(-\beta_{03}fe_1) \end{cases} \quad (5.2.7)$$

$$\begin{cases} e_1 = v_1 - z_1, e_2 = v_2 - z_2 \\ u_0 = k(e_1, e_2, p) \\ u = u_0 - \frac{f_0(z_1, z_2) + z_3(t)}{b_0} \end{cases} \quad (5.2.8)$$

或

$$\begin{cases} fh = fhan(v_1 - v, v_2, r_0, h) \\ v_1 = v_1 + hv_2 \\ v_2 = v_2 + hfh \end{cases} \quad (5.2.9)$$

$$\begin{cases} e = z_1 - y, fe = fal(e, 0.5, h), fe_1 = fal(e, 0.25, h) \\ z_1 = z_1 + h(z_2 - \beta_{01}e) \\ z_2 = z_2 + h(f_0(z_1, z_2) + z_3 - \beta_{02}fe + b_0u) \\ z_3 = z_3 + h(-\beta_{03}fe_1) \end{cases} \quad (5.2.10)$$

$$\begin{cases} e_1 = v_1 - z_1, e_2 = v_2 - z_2 \\ u_0 = k(e_1, e_2, p) \\ u = \frac{u_0 - f_0(z_1, z_2) - z_3(t)}{b_0} \end{cases} \quad (5.2.11)$$

式中,  $p$  为一组参数. 函数  $k(e_1, e_2, p)$  的具体形式, 除式(5.2.1)给出的形式外, 还可以有各种不同的取法.

这些自抗扰控制器信息流的基本框架如图 5.2.6 所示.

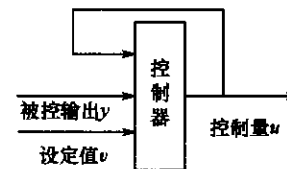


图 5.2.6

自抗扰控制器是以系统设定值  $v$ 、系统被控输出  $y$  和上一步算

出的控制量为其输入确定出新的控制量  $u$  的装置。这里和上一节的信息流框图图 5.1.11 不同的是多了一个控制量的返回通道,正是这个通道的增添才有可能实现控制器的“自抗扰”能力。

### 5.3 动态补偿线性化

以二阶控制系统为例说明“动态补偿线性化”的基本思想。  
设有控制系统

$$\ddot{x} = f(x, \dot{x}, w(t)) + bu, b \neq 0 \quad (5.3.1)$$

我们希望闭环的行为具有如下动态特性

$$\ddot{x} = g(x, \dot{x}) \quad (5.3.2)$$

那么当函数  $f(x, \dot{x}, w(t))$  已知时,在控制量  $u$  中补偿  $f(x, \dot{x}, w(t))$ ,把控制量取成  $u = u_0 - f(x, \dot{x}, w(t))/b$ ,使系统变成积分器串联型  $\ddot{x} = bu_0$ ;如果取成  $u = (u_0 - f(x, \dot{x}, w(t)))/b$ ,那么系统变成  $\ddot{x} = u_0$ 。然后对积分器串联型系统再实施状态反馈  $u_0 = g(x, \dot{x})/b$  或取成  $u_0 = g(x, \dot{x})$ ,那么闭环最后变成期望的动态系统  $\ddot{x} = g(x, \dot{x})$ 。在第三章中已论述过这种“直接反馈线性化”的基本思想。

但是当函数  $f(x, \dot{x}, w(t), t)$  未知时,又如何去实现闭环的期望动态特性?这是反馈系统设计要解决的基本问题。

假如有很好的加速度表能够获取在已知控制量  $u(t)$  的作用下变量  $x(t)$  的二阶导数  $\ddot{x}(t) = a(t)$ ,那么就有  $a(t) - bu(t) \approx f(x(t), \dot{x}(t), w(t))$ ,就能够估计出作用于系统的除控制量之外的加速度部分,于是取控制量为  $u(t) = u_0 - a(t)/b$ ,或取为  $u(t) = (u_0 - a(t))/b$ ,则闭环系统变成积分器串联型  $\ddot{x} = bu_0$  或  $\ddot{x} = u_0$ ,然后再取反馈  $u_0 = g(x, \dot{x})/b$  或  $u_0 = g(x, \dot{x})$  使闭环系统变成所期望的动态  $\ddot{x} = g(x, \dot{x})$ 。但是直接量测出输出的二阶导数是件很困难的事情,除特殊情形之外一般无法采用这种方法。

但是根据信号  $u(t), x(t)$  如果有办法能够估计出作用于系统

的加速度的实时作用量  $a(t) = f(x(t), \dot{x}(t), w(t))$ ,那么在控制量中实时“补偿”这个加速度的实时作用量,即取  $u(t) = u_0 - a(t)$ ,然后取反馈  $u_0 = g(x, \dot{x})$ ,就得所期望的闭环动态

$$\ddot{x} = f(x, \dot{x}, w(t)) + g(x, \dot{x}) - a(t) = g(x, \dot{x}) \quad (5.3.3)$$

我们就是根据系统的输入-输出信号  $u(t)$  和  $y(t) = x(t)$ ,利用特殊的非线性效应,有成效地实时估计出作用于系统的全部加速度(已建模的动态、未建模动态及未知外扰的总和的)作用  $a(t) = f(x(t), \dot{x}(t), w(t))$ 。因而对系统进行加速度  $a(t)$  的估计值  $z_3(t)$  的补偿,即取  $u = u_0 - z_3/b$ ,或  $u = (u_0 - z_3)/b$ ,使系统变成

$$\ddot{x} = f(x, \dot{x}, w(t)) + u = a(t) + b(u_0 - z_3/b) \approx bu_0 \text{ 或 } \ddot{x} = u_0 \quad (5.3.4)$$

即系统变成“线性积分器串联型”系统

$$\ddot{x} \approx bu_0, \text{ 或 } \ddot{x} \approx u_0 \quad (5.3.5)$$

利用扩张状态观测器进行实时估计补偿扰动作用,把原系统补偿成线性积分器串联型的过程叫做动态补偿线性化。这样把系统化线性积分器串联型之后就可以用一般的误差反馈办法再行设计(可以用线性误差反馈,也可以用效率更高的非线性误差反馈),使闭环具有满意的性能。

把非线性系统化为线性系统的办法,有经典的“状态反馈线性化”和所谓的“逆系统”方法,然而这些方法都要求对象模型为已知或能够辨识的假定为前提的。但是确定系统模型是件很困难的事情,能够辨识确定的模型也是很有限的。但上述动态补偿线性化办法不需要对象模型的任何先验知识(知道了更好,使扩张状态观测器的负担更轻,扰动估计更为精确)。因此不能不说“动态补偿线性化”方法是对“反馈线性化”方法的根本性突破。

### 5.4 自抗扰控制器的仿真研究

用上面给出的自抗扰控制器算法对如下对象进行仿真研究。

$$\begin{cases}
 fh' = -r_0'^2(v_1' - v_0) + 2r_0'v_2' \\
 \frac{dv_1'}{d\tau} = v_2' \\
 \frac{dv_2'}{d\tau} = fh' \\
 e' = z_1' - y \\
 \frac{dz_1'}{d\tau} = (z_2' - \beta_{01}'e') \\
 \frac{dz_2'}{d\tau} = (z_3' - \beta_{02}'e' + b_0u') \\
 \frac{dz_3'}{d\tau} = (-\beta_{03}'e') \\
 e_1' = v_1' - z_1', e_2' = v_2' - z_2' \\
 u' = \frac{\beta_{01}'e_1' + \beta_{02}'e_2' - z_3'}{b_0}
 \end{cases} \quad (5.6.13)$$

去掉各变量的“'”并把变量 $\tau$ 符号换成符号 $t$ ,那么式(5.6.13)又回到标准方程(5.6.6)了.这里式(5.6.12)是与式(5.6.4)完全一致.于是新旧时间尺度之间控制器参数的转换关系就是式(5.6.12)确定的关系.

## 5.7 自抗扰控制器设计的分离性原理

自抗扰控制器要涉及三个部分的设计问题:

- ① 安排过渡过程的部分;
- ② 扩张状态观测器设计;
- ③ 误差反馈设计.

虽然这三个部分组合成一个整体来起着自抗扰控制器作用,但自抗扰控制器的设计可以分成三个独立的组成部分来进行设计,即按各自的工程意义分别独立地设计出各个组成部分,然后组

合起来组成一个完整的自抗扰控制器.分别独立地设计出各个组成部分而组合出整体结构的过程称作设计过程的分离性原理,就像线性控制系统理论中状态观测器设计与极点配置设计分别独立地进行设计,然后组合出完整的闭环控制器一样.尽管对自抗扰控制器设计问题还没有给出分离性原理的理论证明,但是大量仿真研究说明,对自抗扰控制器的设计完全可以使用“分离性原理”,即分别独立地设计出“过渡过程安排”,“扩张状态观测器”,“误差反馈”,然后组合出完整的自抗扰控制器.

在二阶自抗扰控制器算法

$$\begin{cases}
 fh = fhan(v_1 - v, v_2, r_0, h) \\
 v_1 = v_1 + hv_2 & \text{安排过渡过程,} \\
 v_2 = v_2 + hfh \\
 e = z_1 - y \\
 z_1 = z_1 + h(z_2 - \beta_{01}e) \\
 z_2 = z_2 + h(z_3 - \beta_{02}e + b_0u) & \text{线性扩张状态观测器,} \\
 z_3 = z_3 + h(-\beta_{03}e) \\
 e_1 = v_1 - z_1, e_2 = v_2 - z_2 \\
 u_0 = -fhan(e_1, ce_2, r, h_1) & \text{误差反馈,} \\
 u = \frac{u_0 - z_3}{b_0}
 \end{cases} \quad (5.7.1)$$

中,“安排过渡过程”有两个参数:设定值 $v$ 和决定过渡过程快慢的参数 $r_0$ ;“线性扩张状态观测器”有三个参数 $\beta_{01}, \beta_{02}, \beta_{03}$ ;“误差反馈”部分有三个参数 $r, c, h_1$ ;还有一个参数——补偿因子 $b_0$ 需要调整,才能最后确定出最终控制量 $u$ .

控制二阶对象的情形,我们取“安排过渡过程”的参数为

## 第六章 自抗扰控制器的应用

本章介绍自抗扰控制器在几类典型的控制问题上的使用方法和一些实例上的具体应用方法,以便进一步了解结合具体问题如何灵活运用自抗扰控制技术来解决实际问题.

### 6.1 多变量系统的解耦控制

多输入-多输出系统的解耦控制方法无论是控制理论界还是控制工程界都是追求解决的重要问题.依靠系统模型的解决办法是有的,但是需要很大的计算量.用自抗扰控制技术来解决这个问题很简单,所需计算量也不大,特别是控制器的鲁棒性很好.

这一节将介绍自抗扰控制技术如何解决多变量控制系统的解耦控制问题.

设有多输入-多输出系统

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 = f_1(x_1, \dot{x}_1, \dots, x_m, \dot{x}_m) + b_{11}u_1 + \dots + b_{1m}u_m \\ \ddot{x}_2 = f_2(x_1, \dot{x}_1, \dots, x_m, \dot{x}_m) + b_{21}u_1 + \dots + b_{2m}u_m \\ \vdots \\ \ddot{x}_m = f_m(x_1, \dot{x}_1, \dots, x_m, \dot{x}_m) + b_{m1}u_1 + \dots + b_{mm}u_m \\ y_1 = x_1, y_2 = x_2, \dots, y_m = x_m \end{cases} \quad (6.1.1)$$

是  $m$  输入- $m$  输出系统,控制量的放大系数  $b_{ij}$  是状态变量和时间的函数  $b_{ij}(x, \dot{x}, t)$ .

假定矩阵

$$B(x, \dot{x}, t) = \begin{bmatrix} b_{11}(x, \dot{x}, t) & \dots & b_{1m}(x, \dot{x}, t) \\ \vdots & & \vdots \\ b_{m1}(x, \dot{x}, t) & \dots & b_{mm}(x, \dot{x}, t) \end{bmatrix}$$

可逆.在这里,我们把系统控制量之外的模型部分  $f(x_1, x_2, \dots, x_m) = [f_1 \ f_2 \ \dots \ f_m]^T$  叫做“动态耦合”部分,而把  $U = B(x, \dot{x}, t)u$  部分叫做“静态耦合”部分.

记

$$x = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_m]^T, f = [f_1 \ f_2 \ \dots \ f_m]^T, u = [u_1 \ u_2 \ \dots \ u_m]^T$$

并引入“虚拟控制量”  $U = B(x, \dot{x}, t)u$ . 系统方程(6.1.1)变为

$$\begin{cases} \ddot{x} = f(x, \dot{x}, t) + U \\ y = x \end{cases} \quad (6.1.2)$$

在这个系统中的第  $i$  通道的输入输出关系为

$$\begin{cases} \ddot{x}_i = f_i(x_1, \dot{x}_1, \dots, x_m, \dot{x}_m, t) + U_i \\ y_i = x_i \end{cases} \quad (6.1.3)$$

即第  $i$  通道上的输入为  $U_i$ ,而其输出为  $y_i = x_i$ . 这样每一个通道的虚拟控制量  $U_i$  与被控输出  $y_i$  之间是单输入-单输出关系,即第  $i$  通道的被控输出  $y_i$  和“虚拟控制量”  $U_i$  之间已被完全解耦了,而  $f_i(x_1, \dot{x}_1, \dots, x_m, \dot{x}_m, t)$  则是作用于第  $i$  通道上的“扰动总和”,因此只要有被控量  $y_i$  的目标值  $y_i^*(t)$  且  $y_i$  能被测量,那么在  $U_i$  和  $y_i$  之间嵌入一个自抗扰控制器是完全能够让  $y_i$  达到目标  $y_i^*(t)$ .

这个过程的框图为图 6.1.1.

这样,在控制向量  $U$  和输出向量  $y$  之间并行地嵌入  $m$  个自抗扰控制器就能实现多变量系统的解耦控制.这时,实际的控制量  $u = [u_1 \ u_2 \ \dots \ u_m]$  就能由虚拟控制量  $U = [U_1 \ U_2 \ \dots \ U_m]$  用公式

$$u = B^{-1}(x, \dot{x}, t)U \quad (6.1.4)$$

决定出来.

有意思的是系统的动态耦合作用  $f(x, \dot{x}, t)$  的各分量  $f_i(x, \dot{x}, t)$ ,

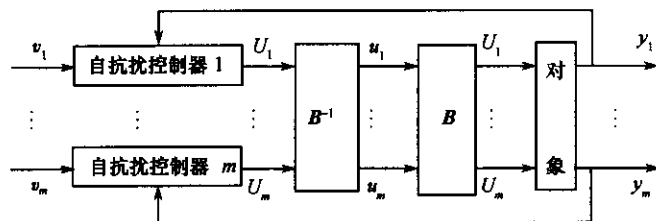


图 6.1.1

在这个解耦控制中被当作各自通道上的总和扰动来被估计并补偿掉的。因此用自抗扰控制器进行解耦控制时,我们不去考虑“动态耦合”部分  $f(x, \dot{x}, t)$ , 但是要用到“静态耦合”部分  $B(x, \dot{x}, t)$ 。大量的仿真研究表明,用自抗扰控制器进行解耦控制时,对“静态耦合”矩阵  $B(x, \dot{x}, t)$  的估计精度要求不高,即使有百分之几十的估计误差,只要保证矩阵  $B(x, \dot{x}, t)$  的可逆性,对闭环的控制品质无多大影响。即使矩阵  $B(x, \dot{x}, t)$  在系统运行过程中瞬间地出现不可逆的奇异现象也关系不大,可以在矩阵  $B(x, \dot{x}, t)$  附近找一个可逆矩阵来近似就可以了。

例 对  $2 \times 2$  耦合系统

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 = x_1^2 + x_2^2 + \dot{x}_1 \dot{x}_2 + \text{sign}(\sin(0.9t)) + b_{11}(t)u_1 + b_{12}(t)u_2 \\ \ddot{x}_2 = x_1 x_2 + \dot{x}_1^2 + \dot{x}_2^2 + \cos(0.7t) + b_{21}(t)u_1 + b_{22}(t)u_2 \\ y_1 = x_1 \\ y_2 = x_2 \end{cases} \quad (6.1.5)$$

考察取不同的设定值  $y_1^*(t), y_2^*(t)$  和不同的输入矩阵

$$B(t) = \begin{bmatrix} b_{11}(t) & b_{12}(t) \\ b_{21}(t) & b_{22}(t) \end{bmatrix} \quad (6.1.6)$$

时的控制效果。

设定值和静态耦合矩阵——输入矩阵  $B$  的真值为

$$\begin{cases} y_1^*(t) = 2, & y_2^*(t) = 1 \\ B_0 = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}, \Delta B = \begin{bmatrix} 0.5\cos(t) & 0.2\sin(0.8t) \\ -0.6\sin(0.6t) & 0.5\cos(0.7t) \end{bmatrix} \\ B(t) = B_0 + \Delta B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \end{cases} \quad (6.1.7)$$

$$\text{这时 } B^{-1}(t) = \frac{1}{bb} \begin{bmatrix} b_{22} & -b_{12} \\ -b_{21} & b_{11} \end{bmatrix}, bb = \det(B), B_0^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} \\ -1 & 1 \end{bmatrix}.$$

假定静态耦合矩阵  $B(t), B^{-1}(t)$  均已知,而系统各通道的加速度和外扰作用分别为

$$\begin{cases} f_1 = x_1^2 + x_2^2 + \dot{x}_1 \dot{x}_2 + \text{sign}(\cos(0.9t)) \\ f_2 = x_1 x_2 + \dot{x}_1^2 + \dot{x}_2^2 + \sin(0.7t) \end{cases} \quad (6.1.8)$$

记虚拟控制量为

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = B(t) \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (6.1.9)$$

用虚拟控制量所作的整个自抗扰控制器算法为

$$\begin{cases} fh = fhan(v_{11} - y_1^*, v_{12}, r_0, h) \\ v_{11} = v_{11} + hv_{12} \\ v_{12} = v_{12} + hf \\ e = z_{11} - y_1, fe = \text{fal}(e, 0.5, h), fe_1 = \text{fal}(e, 0.25, h) \\ z_{11} = z_{11} + h(z_{12} - \beta_{01}e) \\ z_{12} = z_{12} + h(z_{13} - \beta_{02}fe + U_1) \\ z_{13} = z_{13} + h(-\beta_{03}fe_1) \\ e_1 = v_{11} - z_{11}, e_2 = v_{12} - z_{12} \\ U_1 = -fhan(e_1, ce_2, r, h_1) - z_{13} \end{cases} \quad (6.1.10)$$



$$\begin{cases}
 fh = fhan(v_{21} - y_2^*, v_{22}, r_0, h) \\
 v_{21} = v_{21} + hv_{22} \\
 v_{22} = v_{22} + fh \\
 e = z_{21} - y_2, fe = fal(e, 0.5, h), fe_1 = fal(e, 0.25, h) \\
 z_{21} = z_{21} + h(z_{22} - \beta_{01}e) \\
 z_{22} = z_{22} + h(z_{23} - \beta_{02}fe + U_2) \\
 z_{23} = z_{23} + h(-\beta_{03}fe_1) \\
 e_1 = v_{21} - z_{21}, e_2 = v_{22} - z_{22} \\
 U_2 = -fhan(e_1, ce_2, r, h_1) - z_{23}
 \end{cases}
 \quad (6.1.11)$$

确定出虚拟控制量  $U_1, U_2$  以后,所需的实际控制量为

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = B^{-1}(t) \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} \quad (6.1.12)$$

把这个控制量送入对象(6.1.5)中进行仿真的结果如图 6.1.2 所示. 尽管开环系统很不稳定且受到时变强扰动作用,但是各通道的被控输出跟踪各自的设定值的效果很好,而且扩张状态观测器实时估计各自通道上的加速度和外扰总和作用也是很好的.

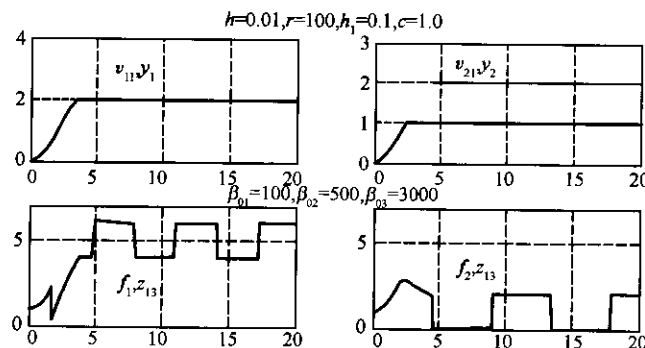


图 6.1.2

如果把各通道的设定值改成

$$y_1^* = \cos(t), y_2^* = 2\sin(t) \quad (6.1.13)$$

所得的仿真结果如图 6.1.3 所示. 在这里控制器的参数是和前面的完全相同,只是由于要跟踪时变轨迹,安排过渡过程的参数  $r_0$  取得大一些.

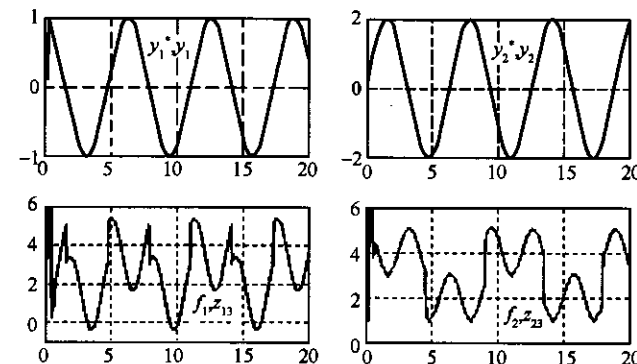


图 6.1.3

如果“静态耦合”矩阵  $B(t)$  的奇异性只在个别离散时刻上出现,如

$$B(t) = \begin{bmatrix} \cos(0.9t) & \sin(0.8t) \\ \sin(t) & \cos(0.7t) \end{bmatrix} \quad (6.1.14)$$

那么其行列式和逆矩阵的表达式为

$$bb(t) = \cos(0.9t)\cos(0.7t) - \sin(0.8t)\sin(t) \quad (6.1.15)$$

$$B^{-1}(t) = \frac{1}{bb} \begin{bmatrix} \cos(0.7t) & -\sin(0.8t) \\ -\sin(t) & \cos(0.9t) \end{bmatrix} \quad (6.1.16)$$

但行列式  $bb(t)$  的曲线如图 6.1.4 所示. 此曲线过 0 的时刻矩阵  $B(t)$  都是不可逆的,但是每个采样时刻  $bb(kh)$  不一定等于零,因此在采样时刻上矩阵  $B(t)$  是可逆的.

对系统(6.1.5)的静态耦合矩阵(6.1.6)换成矩阵(6.1.14)所作的仿真结果如图 6.1.5 所示.

以上是静态耦合矩阵  $B(t)$  完全已知的假定下进行的仿真.

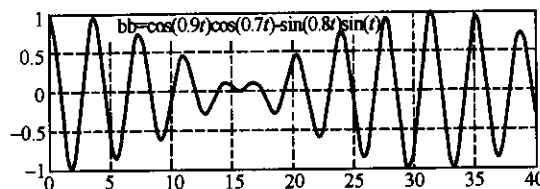


图 6.1.4

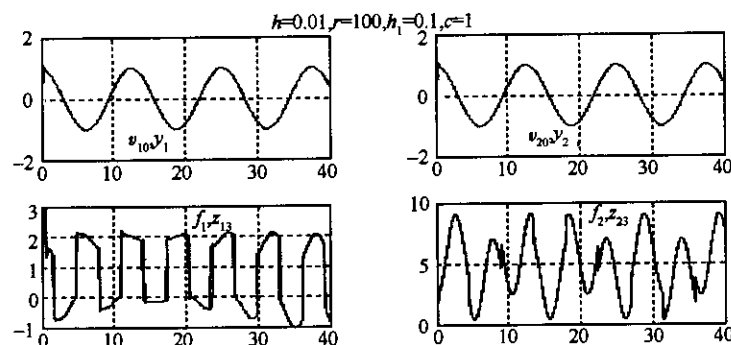


图 6.1.5

如果我们不完全知道静态耦合矩阵  $B(t)$  的真值, 只知道其近似矩阵  $B_0$ , 那么式(6.1.12) 只能改成

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = B_0^{-1} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} \quad (6.1.17)$$

来用. 只用  $B_0$  来近似  $B(t)$  所作的仿真结果如图 6.1.6 所示. 设定轨迹的跟踪是很好的. 这里  $\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix}$  和  $\begin{bmatrix} z_{13} \\ z_{23} \end{bmatrix}$  并不一致, 这是由于

$\begin{bmatrix} z_{13} \\ z_{23} \end{bmatrix}$  估计的并不是  $\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix}$ , 而是  $\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} + (B(t) - B_0) \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$ . 因为我们把原问题转化成如下形式来处理的

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} + B(t) \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \left( \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} + (B(t) - B_0) \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \right) + B_0 \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (6.1.18)$$

因此图 6.1.6 中的  $f_i, z_{23}$  之间的误差就是  $(B(t) - B_0) \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$  部分.

大量仿真研究表明  $B(t), B_0$  之间误差不能太大, 相对误差能小到 30% 以下, 自抗扰控制器是能够控制好的.

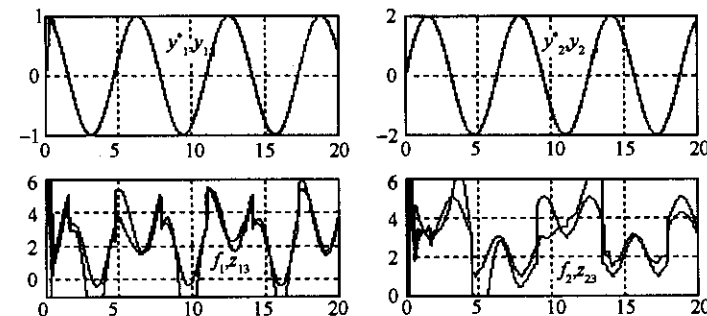


图 6.1.6

上述对象是时变、非线性、开环不稳定的系统, 在上述三个仿真中用的是同一个控制器参数.

更一般地, 设有控制系统

$$\ddot{X} = F(X, \dot{X}, W, U), X \in R^n, U \in R^m \quad (6.1.19)$$

$X$  的每个分量都是被控量. 今记  $F_0(X, \dot{X}, W, U) = F(X, \dot{X}, W, U) - U$ , 那么系统变成

$$\ddot{X} = F_0(X, \dot{X}, W, U) + U \quad (6.1.20)$$

如果  $B = \frac{\partial F}{\partial U}$  比较接近单位矩阵  $I$ , 那么在  $X$  和  $U$  之间并列  $m$  个自

抗扰控制器可以实现解耦控制, 如果  $B = \frac{\partial F}{\partial U}$  与单位矩阵  $I$  的差别比较大, 那么可以找一个比较接近  $B$  的可逆矩阵  $B_0$  把系统变成

$$\begin{aligned} \ddot{X} &= F(X, \dot{X}, W, U) - B_0 U + B_0 U \\ F_0(X, \dot{X}, W, U) &= F(X, \dot{X}, W, U) - B_0 U \\ \ddot{X} &= F_0(X, \dot{X}, W, U) + B_0 U \end{aligned} \quad (6.1.21)$$

然后按前述方法对这个系统进行解耦控制。

这样用自抗扰控制技术很容易实现很多耦合系统的解耦控制问题。

## 6.2 零极点配置设计方法

在 2.6 节 2 中已讨论过配置系统零点来与系统的已有极点相消,使系统的传递关系变成近似于 1 的闭环系统。下面一般地讨论在系统设计中采用系统零点结构配置办法来简化控制器设计的问题。

设有串级对象

$$y = w(s)u = \frac{1}{p_1(s)} \frac{1}{p_2(s)} u \quad (6.2.1)$$

其中假定多项式  $p_2(s)$  确切知道。这时令

$$U = \frac{1}{p_2(s)} u \quad (6.2.2)$$

为虚拟控制量,那么系统变成

$$y = \frac{1}{p_1(s)} U \quad (6.2.3)$$

在这里,如果我们决定了虚拟控制量  $U(t)$ ,那么就有

$$u = p_2(s)U \quad (6.2.4)$$

实际控制量  $u$  是由虚拟控制量  $U(t)$  的各阶微分的组合来确定的。

至于虚拟控制量  $U(t)$  是对系统

$$y = \frac{1}{p_1(s)} U(t) \quad (6.2.5)$$

采用自抗扰控制器设计办法来确定(图 6.2.1)。

例 1 设  $p_1(s) \equiv 1, p_2(s) = s^4 + 2s^3 + 3s^2 + 2s + 1$ , 是稳定多项式。设定值为  $v(t) \equiv 2$ 。这时

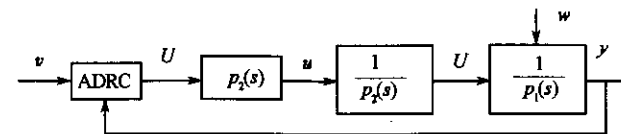


图 6.2.1

$$y \equiv \frac{1}{p_2(s)} u = U, u = p_2(s)U \quad (6.2.6)$$

现在我们确定  $U(t)$  是用四阶跟踪微分器来跟踪设定值  $v(t) \equiv 2$  的过程曲线,那么这个四阶跟踪微分器就同时给出过程曲线  $U(t)$  的一阶、二阶、三阶、四阶导函数,从而就可以确定出实际的控制量  $u = p_2(s)U$ 。跟踪设定值  $v(t) \equiv 2$  的四阶跟踪微分器为

$$\begin{cases} f_0 = -r(r(r(r(v_1 - v(t)) + 4v_2) + 6v_3) + 4v_4) \\ v_1 = v_1 + hv_2 \\ v_2 = v_2 + hv_3 \\ v_3 = v_3 + hv_4 \\ v_4 = v_4 + hf_0 \\ U(t) = v_1(t) \end{cases} \quad (6.2.7)$$

当然有  $\frac{dU}{dt} = v_2(t), \frac{d^2U}{dt^2} = v_3(t), \frac{d^3U}{dt^3} = v_4(t), \frac{d^4U}{dt^4} = f_0$ , 因此就有

$$u = p_2(t)U = f_0 + 2v_4 + 3v_3 + 2v_2 + v_1 \quad (6.2.8)$$

原系统的离散状态变量实现为

$$\begin{cases} ff = -x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 2x_4 \\ x_1 = x_1 + hx_2 \\ x_2 = x_2 + hx_3 \\ x_3 = x_3 + hx_4 \\ x_4 = x_4 + h(ff + u) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (6.2.9)$$

$$\begin{cases} fu = -(U_1 - U) - 2U_2 \\ U_1 = U_1 + hU_2 \\ U_2 = U_2 + hfu \\ u = U_1 \end{cases} \quad (6.2.19)$$

原对象运动轨迹的积分是按如下方式递推决定

$$\begin{cases} f = -a_1x_1 - a_2x_2 - a_3x_3 + \gamma \text{sign}(\sin(t/10)) \\ x_1 = x_1 + hx_2 \\ x_2 = x_2 + hx_3 \\ x_3 = x_3 + h(f + u) \\ y = x_1 + 2x_2 + x_3 \end{cases} \quad (6.2.20)$$

对象参数取  $a_1 = 1.0, a_2 = 2.0, a_3 = 3.0$ , 扩张状态观测器的参数为

$$\beta_{01} = 100.0, \beta_{02} = 3000.0, \beta_{03} = 30000.0, \beta_{04} = 200000.0$$

反馈增益取为

$$\beta_1 = 2.0, \beta_2 = 5.0, \beta_3 = 4.0$$

时的仿真结果如图 6.2.4 所示. 对象参数变成  $a_1 = -1.0, a_2 = -2.0, a_3 = -3.0$ , 即开环不稳定, 而控制器参数保持不变时的仿真结果如图 6.2.5 所示.

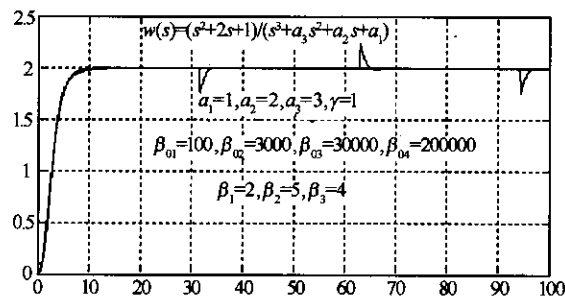


图 6.2.4

以上讨论说明, 在传递函数中如果有部分稳定极点是确知

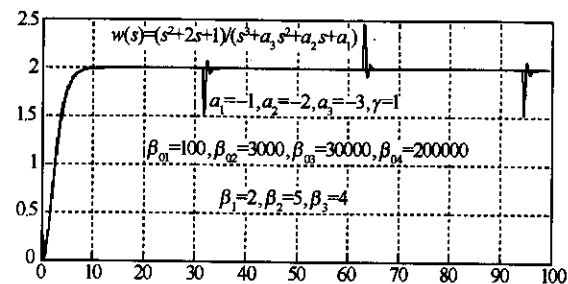


图 6.2.5

的, 那么可以用配置相应零点来抵消其作用, 从而改善闭环的动态品质. 如果部分稳定的零点是确知的, 那么也可以用配置相应极点来抵消其作用, 从而进一步改善闭环的动态品质.

在这里灵活选取应用“虚拟控制量”是很重要的一种手法.

### 6.3 时滞系统的自抗扰控制

本节主要讨论一阶惯性环节带时滞的对象的控制问题. 主要考察由如下传递函数

$$w(s) = \frac{e^{-\tau s}}{Ts + 1} \quad (6.3.1)$$

描述的对象

$$y = \frac{1}{Ts + 1} e^{-\tau s} u \quad (6.3.2)$$

的自抗扰控制问题. 这个对象的状态变量实现为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = -\frac{1}{T}(x(t) + u(t - \tau)) \\ y(t) = x(t) \end{cases} \quad (6.3.3)$$

因此, 当前算出的控制量  $u(t)$  只能过  $\tau$  时间之后才能对对象起作用, 即当前对系统起作用的控制量是  $\tau$  时间之前算出的控制量. 假定时滞大小  $\tau$  是采样步长  $h$  的整数倍, 即  $\tau = k_h, k_h$  为正整数. 那

么时滞的处理过程具体如下:

先开含  $k_i$  个数的一维数组并赋值 0, 即  $\bar{u}(i) = 0; i = 1, \dots, k_i$ ; 算出当前控制量  $u$ , 先把  $\bar{u}(i+1)$  赋给  $\bar{u}(i), i = 1, \dots, k_i - 1$ , 然后把算出的当前控制量  $u$  赋给  $\bar{u}(k_i)$ . 这样当前确定的控制量经过  $k_i$  步才能作用于对象上, 实现了“时滞”的延迟. 即其具体算法为

$$\begin{cases} \bar{u}(i) = 0, i = 1, \dots, k_i \\ \bar{u}(i) = \bar{u}(i+1), i = 1, \dots, k_i - 1 \\ \bar{u}(k_i) = u \end{cases} \quad (6.3.4)$$

处理时滞系统控制可以采用如下四种不同办法:

(1) 无视时滞法. 在传递函数中把时滞算子近似成单位 1, 那么对象变成无时滞的纯惯性环节. 对此我们用一阶自抗扰控制器来确定出当前控制量  $u$ , 然后在每一次循环执行一次算法 (6.3.4) 并用  $\bar{u}(1)$  来控制对象. 在这里, 根据时滞的大小需要适当调整补偿因子  $b_0$ , 误差增益  $\beta_1$  和 ESO 的参数  $\beta_{02}$ . 一般地, 时滞大时  $b_0$  几乎成比例地增大.

(2) 提高阶次法. 在传递函数中把时滞算子近似成一阶惯性环节

$$e^{-\tau s} \approx \frac{1}{1 + \tau s} \quad (6.3.5)$$

于是原来的时滞对象近似成二阶无时滞对象

$$w(s) = \frac{e^{-\tau s}}{Ts + 1} = \frac{1}{Ts + 1} \frac{1}{\tau s + 1} = \frac{1}{T\tau s^2 + (T + \tau)s + 1} \quad (6.3.6)$$

对此我们用二阶自抗扰控制器来决定当前控制量  $u$ . 然后在每一次循环执行一次算法 (6.3.4) 并用  $\bar{u}(1)$  来控制对象. 在此也需要适当调整参数  $b_0, \beta_1$ .

(3) 输出预估法. 我们把传递关系 (6.3.2) 改写成

$$y_0 = e^{\tau s} y = \frac{1}{Ts + 1} u \quad (6.3.7)$$

那么从  $u$  到新的虚拟输出  $y_0$  之间传递关系变成一阶惯性环节, 可以用一阶自抗扰控制器来决定出实际控制量  $u$ , 然后在每一次循环执行一次算法 (6.3.4) 并用  $\bar{u}(1)$  来控制对象. 在此也需要适当调整参数  $b_0, \beta_1$ . 这种做法实际上等价于著名 Smith 预估法.

(4) 输入预估法. 引入虚拟控制量

$$U = e^{-\tau s} u \quad (6.3.8)$$

那么从虚拟控制量  $U$  到实际输出  $y$  之间传递关系也变成一阶惯性环节, 可以用一阶自抗扰控制器来决定出虚拟控制量  $U$  并根据关系式  $u = e^{\tau s} U$  决定出实际控制量  $u$ , 然后在每一次循环执行一次算法 (6.3.4) 并用  $\bar{u}(1)$  来控制对象. 在此也需要适当调整参数  $b_0, \beta_1$ .

下面分别论述这四种方法并给出相应仿真结果.

(1) 无视时滞法. 我们把时滞算子近似成 1, 那么传递关系变成

$$y = \frac{1}{Ts + 1} u \quad (6.3.9)$$

对此对象的自抗扰控制算法为

$$\begin{cases} fh = fhan(v_1 - v(t), v_2, r_0, h_0) \\ v_1 = v_1 + hv_2 \\ v_2 = v_2 + fh \\ e = z_1 - y \\ z_1 = z_1 + h(z_2 + b_0 u) - \beta_{01} e \\ z_2 = z_2 - \beta_{02} e \\ e_1 = v_1 - z_1 \\ u = (\beta_1 e_1 - z_2) / b_0 \end{cases} \quad (6.3.10)$$

在时滞对象 (6.3.2) 中, 采样步长取  $h = 0.1s$ , 对象时间常数取  $T = 0.1$ , 控制算法 (6.3.10) 中的参数取  $r_0 = 0.02, \beta_{01} = 1, \beta_{02} = \frac{1}{3h}$ ; 然后根据不同时滞调节  $\beta_1, b_0$  所作的仿真结果如图

6.3.1 所示. 在这里误差放大系数取成  $\beta_1 = 1.0$ . 这个算法对对象时间常数是敏感的, 但是时间常数的估计误差不超过 20% 是可以用的.

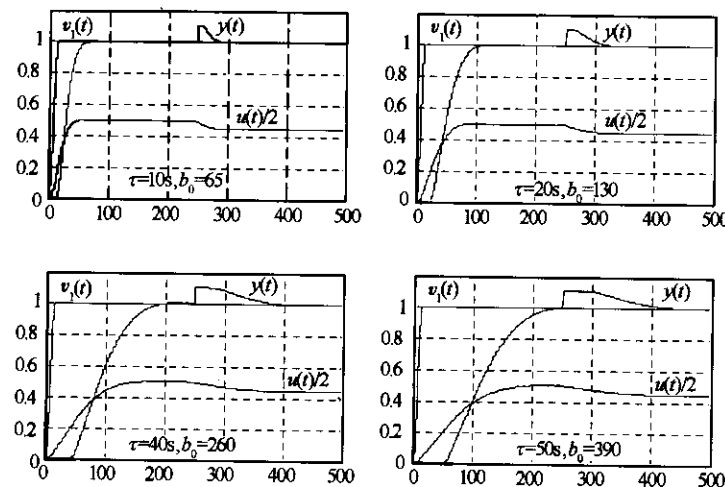


图 6.3.1

(2) 阶次提高法. 用一阶惯性环节近似时滞算子把时滞对象看成二阶无时滞环节, 用二阶自抗扰控制器进行控制, 其具体算法为

$$\begin{cases} fh = fhan(v_1 - v(t), v_2, r_0, h_0) \\ v_1 = v_1 + hv_2 \\ v_2 = v_2 + fh \\ e = z_1 - y \\ z_1 = z_1 + hz_2 - \beta_{01}e \\ z_2 = z_2 + h(z_3 + b_0u) - \beta_{02}e \\ z_3 = z_3 - \beta_{03}e \\ e_1 = v_1 - z_1; e_2 = v_2 - z_2 \\ u = -(fhan(e_1, ce_2, r, h_1) + z_3)/b_0 \end{cases} \quad (6.3.11)$$

控制算法 (6.3.11) 中的参数取  $r_0 = 0.003, \beta_{01} = 1, \beta_{02} = \frac{1}{3h}, \beta_{03} = \frac{1}{(8h)^2}$ , 然后根据时滞  $\tau$  的不同调节  $r = 10, c = 0.15, h_1 = 0.45$  所作的仿真结果如图 6.3.2 所示.

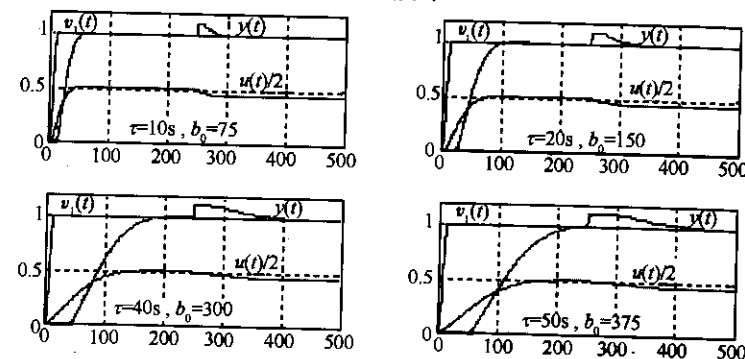


图 6.3.2

在这两种仿真结果的过渡过程时间基本上是时滞时间的五倍以上.

下面图 6.3.3 和图 6.3.4 分别显示的是控制器参数不变, 对象时间常数上浮 30% 和下浮 30% 时的情形.

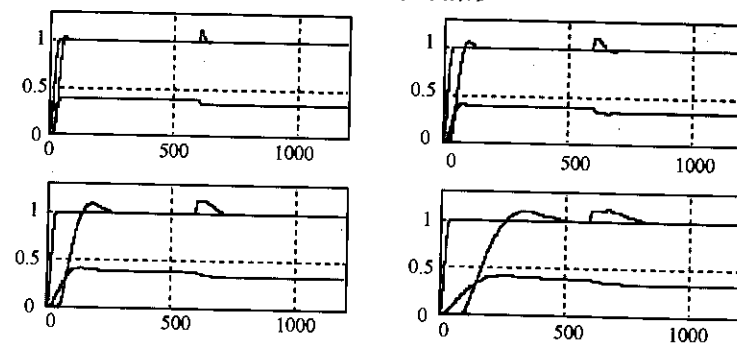


图 6.3.3

(3) 输出预估法. 我们先看看著名的 Smith 预估法的实质. Smith 预估法的基本框图为图 6.3.5.

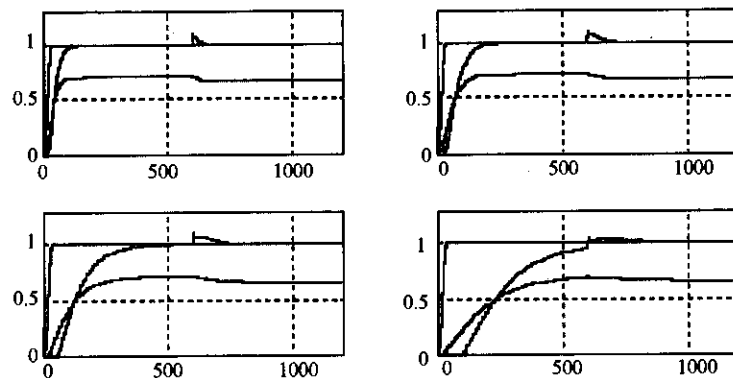


图 6.3.4

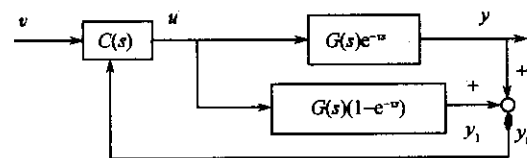


图 6.3.5

使输入  $u$  到新输出  $y_0$  之间传递关系变成没有时滞,从而可用常规办法设计出使闭环稳定的控制器. 那么把原输出  $y$  改造成新输出  $y_0$  的 Smith 预估法究竟是什么意思?

从信号  $u$  到  $y_0$  的传递关系为

$$y_0 = y + y_1 = G(s)e^{-\tau s}u + G(s)(1 - e^{-\tau s})u = G(s)u \quad (6.3.12)$$

现在我们把上式改写成

$$y_0 = y + y_1 = G(s)e^{-\tau s} \left( 1 + \frac{1 - e^{-\tau s}}{e^{-\tau s}} \right) u \quad (6.3.13)$$

那么由于

$$\left( 1 + \frac{1 - e^{-\tau s}}{e^{-\tau s}} \right) = \frac{1}{e^{-\tau s}} = e^{\tau s} \approx 1 + \tau s \quad (6.3.14)$$

于是

$$\begin{aligned} y_0 &= y + y_1 = G(s)e^{-\tau s}(1 + \tau s)u = \\ &= (1 + \tau s)G(s)e^{-\tau s}u = \\ &= y + \tau sy = \\ &= y + \tau \frac{dy}{dt} = y + y_1 \end{aligned} \quad (6.3.15)$$

最后一式明确表明 Smith“预估器”的含义:新输出  $y_0$  是对系统实际输出  $y$  加上用  $y$  的微分  $sy$  来外推  $\tau$  时间预报的信号.

由于我们有滤波功能很强的跟踪微分器,就有可能用微分预估法取代 Smith 预估法. 这里的基本思路就是用跟踪微分器先处理系统实际输出  $y$  来得到预估的新输出  $y_0$ , 然后对这个新输出量  $y_0$  设计自抗扰控制器来完成时滞系统的控制. 于是可以给出如下典型算法

$$\begin{cases} fh = fhan(v_1 - v(t), v_2, r_0, h_0) \\ v_1 = v_1 + hv_2 \\ v_2 = v_2 + hf_h \\ f_y = fhan(y_1 - y, y_2, r_1, h) \\ y_1 = y_1 + hy_2 \\ y_2 = y_2 + hf_y \\ y_0 = y_1 + \alpha_y y_2 \\ e = z_1 - y_0 \\ z_1 = z_1 + h(z_2 + b_0 u) - \beta_{01} e \\ z_2 = z_2 - \beta_{02} e \\ e_1 = v_1 - z_1 \\ u = (\beta_{11} e_1 - z_2)/b_0 \end{cases} \quad (6.3.16)$$

在这个控制算法中取参数  $r_0 = 0.1, r_1 = 0.1, \beta_{01} = 1, \beta_{02} = \frac{1}{2h}$ ,

$\beta_1 = 5, \alpha_y = 0.3$ , 然后根据时滞  $\tau$  的大小调节  $b_0$  所作的仿真结果如图 6.3.6、图 6.3.7 所示。

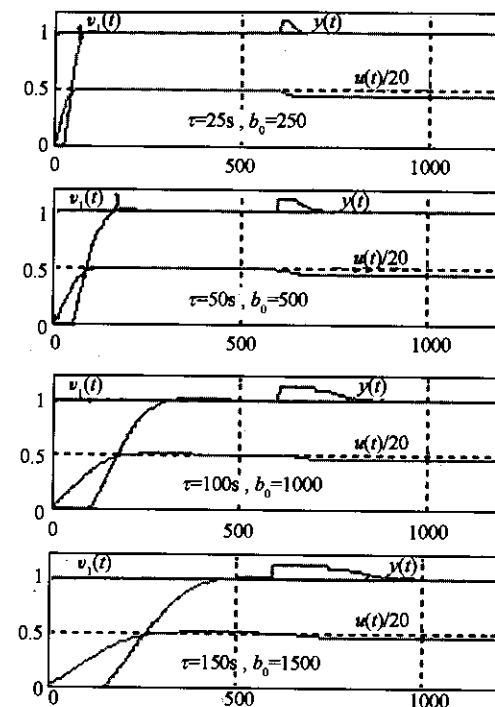


图 6.3.6

时间常数下降 20% 的情形, 提高误差增益所得结果如图 6.3.8 所示。这些仿真结果都使过渡过程时间缩短到滞时的 3.5 倍以下。

(4) 输入预估法。引入虚拟控制量  $U = e^{-\tau s} u$ , 那么从虚拟控制量  $U$  到对象实际输出  $y$  之间关系变成无时滞的一阶惯性环节, 于是就用一阶自抗扰控制器确定出虚拟控制量  $U$ , 然后根据关系式  $u = e^{\tau s} U$  由虚拟控制量超前的办法确定出实际控制量  $u$ 。其完整的控制算法为

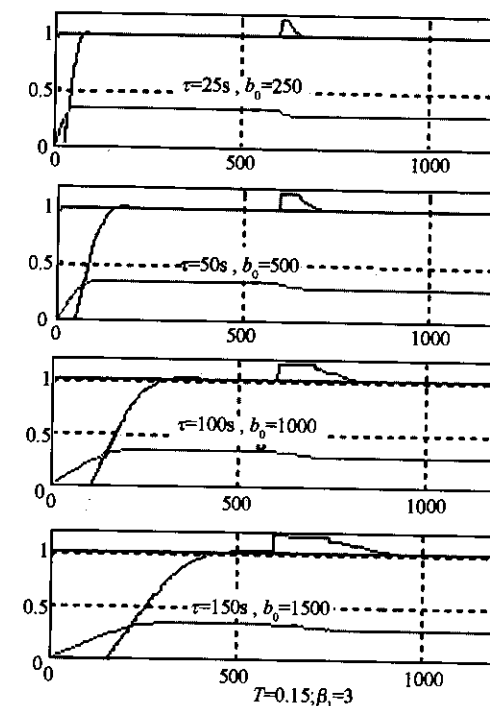


图 6.3.7

$$\begin{cases} fh = fhan(v_1 - v(t), v_2, r_0, h_0) \\ v_1 = v_1 + hv_2 \\ v_2 = v_2 + fh \\ e = z_1 - y \\ z_1 = z_1 + h(z_2 + b_0 U) - \beta_{01} e \\ z_2 = z_2 - \beta_{02} e \\ e_1 = v_1 - z_1 \\ U = (\beta_1 e_1 - z_2) / b_0 \\ fu = fhan(u_1 - U, u_2, r_1, h) \\ u_1 = u_1 + hu_2 \\ u_2 = u_2 + hfu \\ u = u_1 + \alpha_u u_2 \end{cases} \quad (6.3.17)$$



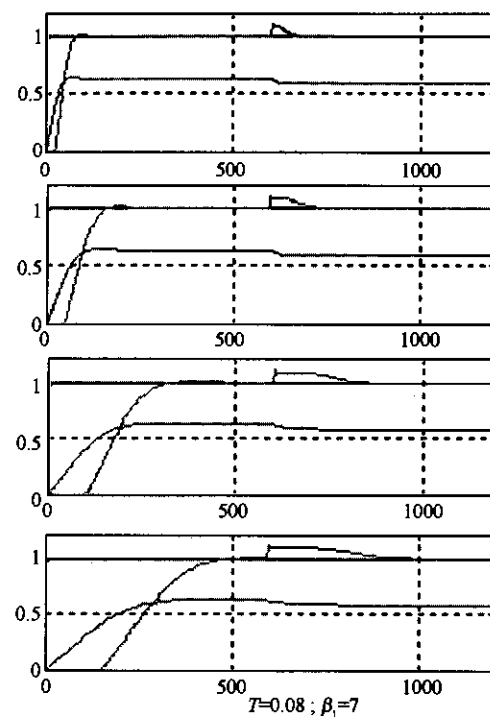


图 6.3.8

在这个算法中部分参数取成:  $r_0 = 0.1, r_1 = 0.1, \beta_{01} = 1, \beta_{02} = \frac{1}{2h}, \beta_1 = 5, \alpha_u = 0.3$ , 然后根据时滞  $\tau$  的大小调节  $b_0$  所做的仿真结果如图 6.3.9 所示.

对象时间常数提升 40% 时只降低误差增益  $\beta_1 = 3$ , 而时间常数降低 20% 时提升误差增益  $\beta_1 = 7$ , 其仿真效果如图 6.3.10、图 6.3.11 所示. 从这些仿真结果看, 时滞与对象时间常数之比  $\frac{\tau}{T}$  的大小已不能成为控制时滞对象易难的指标, 这里仿真研究的对象其比值  $\frac{\tau}{T}$  已不是小于 1 和一位数的问题, 而是几十到几万的数量级, 实际上可以说几乎没有限制. 对参数的选取来说, 只要对某一

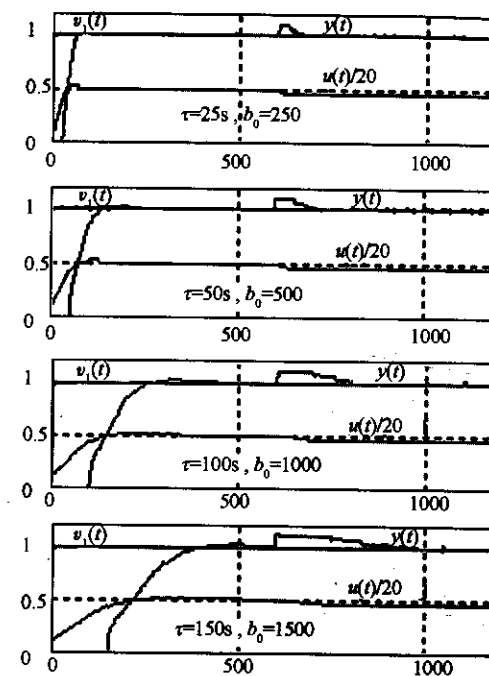


图 6.3.9

时滞调好控制器参数, 那么随时滞的大小只需成比例地变动补偿因子  $b_0$  就可以了. 一旦调好了参数, 对象的时间常数在 10% 之内的摄动是不会太影响被控量的控制效果的.

变时滞情形的具体处理办法如下: 以平均时滞  $hk_i$  上下浮动 50% 为例, 令  $k_i^0 = \text{aint}(1.5k_i)$

$$\begin{cases} u(i) = 0, i = 1, 2, \dots, k_i^0 \\ u(i) = u(i+1), i = 1, \dots, \text{aint}(1.5k_i^0) - 1 \\ u(k_i^0) = u \\ i_0 = 1 + k_i^0 - \text{aint}(k_i(1 + 0.5\sin(\omega t))) \end{cases} \quad (6.3.18)$$

然后把从前面数第  $i_0$  个量  $u(i_0)$  送入对象进行控制. 对上述对象 (6.3.9) 时滞在  $\tau = 100s$  附近上下变化 20% 的情形, 就用常时滞

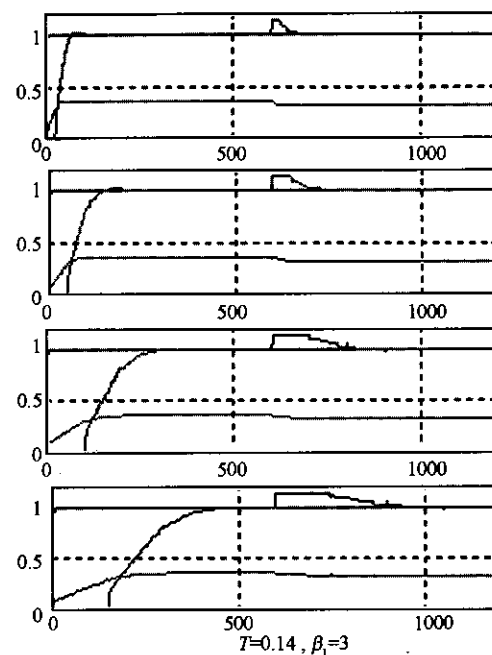


图 6.3.10

$\tau = 100\text{s}$  时的控制器参数来进行仿真的结果如图 6.3.12、图 6.3.13 所示。

图 6.3.12 是跟踪设定值的情形，而图 6.3.13 是时滞变化的曲线。

上述仿真结果表明：一阶惯性环节带时滞的对象的控制问题，如果对某一时间常数的对象调好了参数，那么随着时滞的大小只需成比例的增减补偿因子  $b_0$  一个参数就可以了。补偿因子  $b_0$  是控制时滞对象的最重要的参数。能否确定出对象的时间常数和补偿因子  $b_0$  之间的关系？是一个值得探讨的问题。如果对象本身是二阶对象，而用的是  $\text{fhan}(e_1, ce_2, r, h_0)$  反馈形式，那么除补偿因子  $b_0$  之外还有精度因子  $h_0$  也是需要调整的重要参数。一般地，随着时滞变大这两个参数都得调大才行。然而上述自抗扰控制器算法对对象时间常数的变化是比较敏感的，即控制器的鲁棒性差一些，但

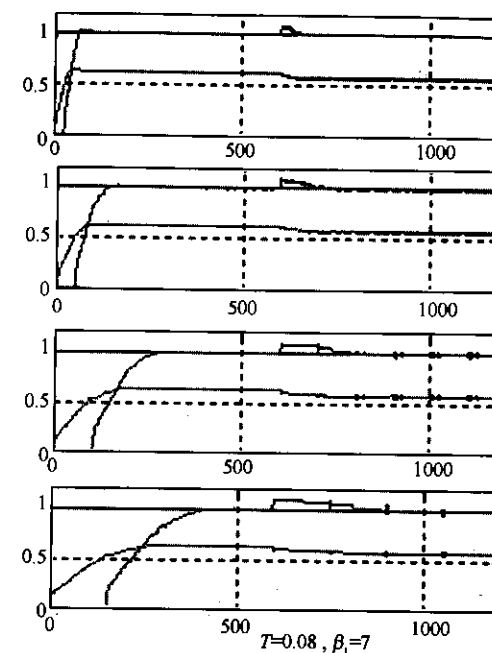


图 6.3.11

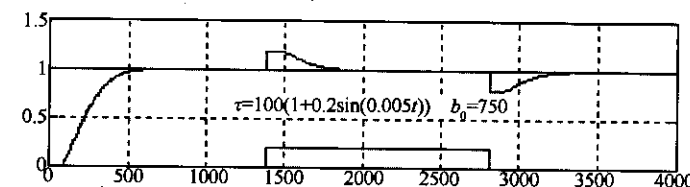


图 6.3.12

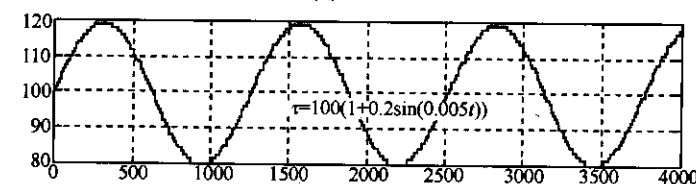


图 6.3.13

是对大时滞对象调好的参数，可以用于小时滞对象和无时滞对象的控制上（控制效果不一定理想，但能够达到控制目的）但反过来

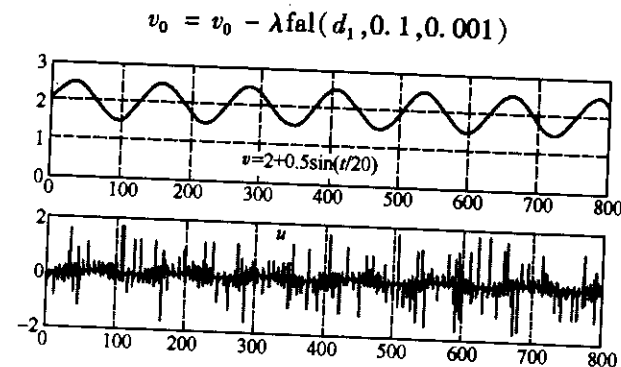


图 6.7.1

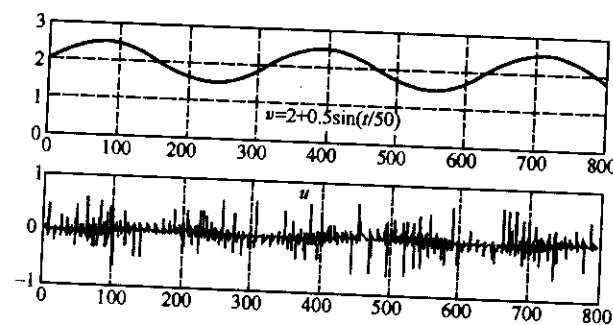


图 6.7.2

之后再作两次运算

$$\begin{cases} v_0 = \min(v_{\max}, v_0) \\ v_0 = \max(v_{\min}, v_0) \end{cases} \quad (6.7.12)$$

就可以了。取  $v_{\max} = 2.3, v_{\min} = 1.7$ , 并控制器参数是上面给定的参数。对此所作的仿真结果如图 6.7.3 所示。

从图 6.7.3 中可以看出, 在设定值限制范围, 设定值很好地跟踪扰动的变化而这时的控制量几乎等于 0, 但是扰动的变化超出设定值限制范围时控制量必须以非零增益来抵消这个超出限制范围的扰动作用。

从上述讨论和仿真结果看, 上面给出的“自适应最优控制”算法很有效, 说明自抗扰控制技术也能够用来解决一些“自适应最

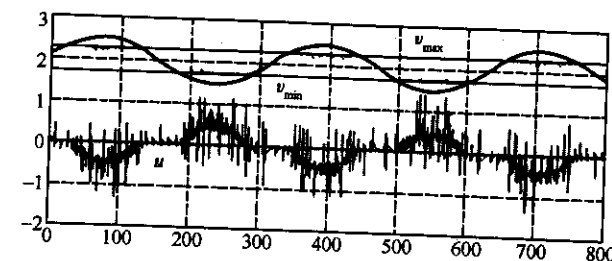


图 6.7.3

优控制”问题。

## 6.8 运用自抗扰控制技术的要点

要想成功地运用自抗扰控制技术来解决实际控制工程问题, 必须要掌握如下几个要点:

(1) 必须要理清在被控对象中哪一个量是要控制的被控输出, 控制被控输出的主要手段 - 控制量又是哪一个量, 即首先要搞清被控输出  $y$  和控制输入  $u$ 。

(2) 要分析清楚控制输入  $u$  的作用至少经过几个“积分器”的作用才能影响被控输出  $y$ ? 从控制输入  $u$  到被控输出  $y$  之间的路径可能很多, 但必有“最短”路径, 即此路径所含“积分器个数最少”。至于积分器之间信息转化关系是线性还是非线性、时变还是时不变并不重要的, 重要的是积分器之间有没有“信息通道”。这个最少积分器个数就是所谓系统的“相对阶数”。

例如, 对如下系统结构图 (图 6.8.1)。

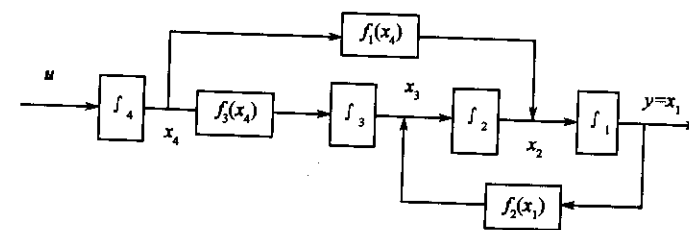


图 6.8.1

含有四个积分器,应该是四阶系统,相应的状态变量描述为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + f_1(x_4) \\ \dot{x}_2 = x_3 + f_2(x_1) \\ \dot{x}_3 = f_3(x_4) \\ \dot{x}_4 = u \\ y = x_1 \end{cases} \quad (6.8.1)$$

在这里,从控制输入  $u$  到被控输出  $y$  之间的路径有三条:

第一条为  $u \rightarrow \int_4 \rightarrow f_1(x_4) \rightarrow \int_1 \rightarrow y$  有两个积分器;

第二条为  $u \rightarrow \int_4 \rightarrow f_3(x_4) \rightarrow \int_3 \rightarrow \int_2 \rightarrow \int_1 \rightarrow y$  有四个积分器;

第三条为  $u \rightarrow \int_4 \rightarrow f_3(x_4) \rightarrow \int_3 \rightarrow \int_2 \rightarrow \int_1 \rightarrow f_2(x_1) \rightarrow \int_2 \rightarrow \int_1 \rightarrow y$  有六个积分器.

在这三条中,第一条为最短路径,只有两个积分器. 因此,尽管它是四阶系统但其相对阶数仅为“2”. 自抗扰控制器关注的就是这种相对阶数. 自抗扰控制器是通过估计补偿系统“总和扰动”的手段把系统转化为“纯积分器串联型”系统,然后对它设计“误差反馈律”. 这个相对阶数决定用于此对象的自抗扰控制器的“阶”.

实际上系统(6.8.1)可改写为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + f_1(x_4) \\ \dot{x}_4 = u \\ \dot{x}_2 = x_3 + f_2(x_1) \\ \dot{x}_3 = f_3(x_4) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (6.8.2)$$

令

$$\begin{cases} y_1 = x_1 \\ y_2 = x_2 + f_1(x_4) \end{cases} \quad (6.8.3)$$

那么

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2 \\ \dot{y}_2 = \dot{x}_2 + \frac{\partial f_1(x_4)}{\partial x_4} \dot{x}_4 = x_3 + f_2(x_1) + \frac{\partial f_1(x_4)}{\partial x_4} u \end{cases} \quad (6.8.4)$$

记  $w = x_3 + f_2(x_1)$ ,  $b = \frac{\partial f_1(x_4)}{\partial x_4}$ , 那么式(6.8.4)变成

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2 \\ \dot{y}_2 = w + bu \\ y = y_1 \end{cases} \quad (6.8.5)$$

即上述四阶对象就化简成二阶系统来进行自抗扰控制,其中  $w$  就是要估计并补偿的“总和扰动”量.

例 在式(6.8.1)中取  $f_1(x_4) = bx_4$ ,  $f_2(x_1) = x_1^2$ ,  $f_3(x_4) = \sin(x_4)$ , 并再加方波扰动,那么式(6.8.1)变成

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + w_0 + bx_4 \\ \dot{x}_2 = x_3 + 3x_1^2 \\ \dot{x}_3 = \sin(x_4) \\ \dot{x}_4 = u \\ y = x_1 \end{cases} \quad (6.8.6)$$

式中参数  $b$  是不确定参数,

$$w_0 = 0.5 \operatorname{sign}\left(\sin\left(\frac{t}{2}\right)\right) \quad (6.8.7)$$

对此系统,用标准二阶自抗扰控制器来进行控制的仿真结果如下,在此把未知参数取成  $b = 5$ . 然后把它估计成  $b_0 = 2, 5, 8$  的情形所作的仿真结果如图 6.8.2 ~ 图 6.8.4 所示.

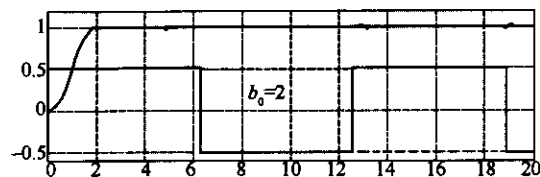


图 6.8.2

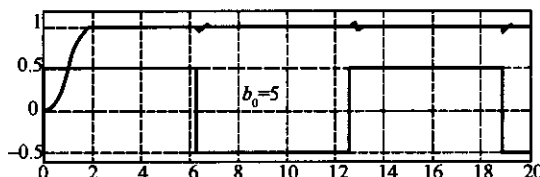


图 6.8.3

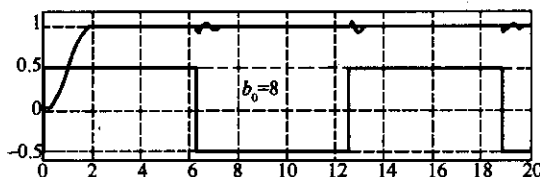


图 6.8.4

这里的控制器参数都是

$$h = 0.01; \beta_{01} = 100, \beta_{02} = 2000,$$

$$\beta_{03} = 14000; r = 100, c = 1, h_1 = 0.06$$

设有传递关系

$$y = \frac{b_1 s^2 + b_2 s + b_3}{s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3} u$$

今令

$$z = \frac{1}{s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3} u$$

从而

$$\frac{d^3 z}{dt^3} = -a_1 \ddot{z} - a_2 \dot{z} - a_3 z + u$$

那么

350

$$y = b_1 \ddot{z} + b_2 \dot{z} + b_3 z$$

$$\dot{y} = b_1 \frac{d^3 z}{dt^3} + b_2 \ddot{z} + b_3 \dot{z}$$

$$\dot{y} = b_1 (-a_1 \ddot{z} - a_2 \dot{z} - a_3 z + u) + b_2 \ddot{z} + b_3 \dot{z} = W(\cdots) + b_1 u$$

$$\dot{y} = W(\cdots) + b_1 u$$

式中,  $W(\cdots) = b_1 (-a_1 \ddot{z} - a_2 \dot{z} - a_3 z) + b_2 \ddot{z} + b_3 \dot{z}$  当作总和扰动. 因此这个对象当作一阶对象来进行控制是合适的. 这个一阶就是上述传递关系的相对阶, 分母分子次数之差.

(3) 如何把作用于被控对象的各种不确定因素和扰动作用归结为能够被估计补偿的总和扰动作用中. 这是把复杂问题进行简化的很关键的一步.

在上述例子中我们把变量  $x_2, x_3$  的作用同外扰  $w_0$  的作用都归结为要估计补偿的总和扰动项  $w$  中, 从而使四阶系统控制问题简化成二阶自抗扰控制问题.

(4) 灵活运用虚拟控制量. 这是把复杂问题化为简单问题的很好的手法. 我们在处理多变量解耦控制问题、串级系统控制问题、时滞系统控制问题时都成功的运用这种手法来解决相应问题. 另外, 控制量经非线性变换之后作用于对象的情形, 如控制量为  $u$ , 但直接给予系统的控制作用量是  $U = f(u)$ . 这时把  $U$  作为虚拟控制量来设计控制器, 然后用  $u = f^{-1}(U)$  的办法确定实际所需的控制量  $u$ . 当然这就需要满足可逆性条件  $\frac{df(u)}{du} \neq 0$ .