

4 章 指数関数と対数関数

§ 1 指数関数 (p.102~p.109)

問 1

(1) $\sqrt[3]{20}$

(2) $\sqrt[5]{-9}$

(3) $\pm\sqrt[4]{7}$

問 2

$$\begin{aligned}
 (1) \text{ 与式} &= \sqrt{3 \times 27} \\
 &= \sqrt{81} \\
 &= \sqrt{9^2} \\
 &= 9
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \text{ 与式} &= \sqrt[5]{4^5 \sqrt{8}} \\
 &= \sqrt[5]{32} \\
 &= (\sqrt[5]{2})^5 \\
 &= 2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \text{ 与式} &= \sqrt[3]{4 \times 16} \\
 &= \sqrt[3]{64} \\
 &= (\sqrt[3]{4})^3 \\
 &= 4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (4) \text{ 与式} &= \sqrt[3]{\frac{405}{15}} \\
 &= \sqrt[3]{27} \\
 &= (\sqrt[3]{3})^3 \\
 &= 3
 \end{aligned}$$

問 3

$$\begin{aligned}
 (1) \text{ 与式} &= (2^{-3})^2 \times 2^4 \\
 &= 2^{-6} \times 2^4 \\
 &= 2^{-6+4} \\
 &= 2^{-2} \\
 &= \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \text{ 与式} &= (3 \times 5)^3 \times 3^{-4} \times (5^{-1})^2 \\
 &= 3^3 \times 5^3 \times 3^{-4} \times 5^{-2}
 \end{aligned}$$

$$= 3^{3-4} \times 5^{3-2}$$

$$= 3^{-1} \times 5^1$$

$$= \frac{1}{3} \times 5 = \frac{5}{3}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \text{ 与式} &= (a^{-2})^3 \times b^3 \times a^{-2} \times (b^{-1})^{-2} \\
 &= a^{-6} \times b^3 \times a^{-2} \times b^2 \\
 &= a^{-6-2} \times b^{3+2} \\
 &= a^{-8} \times b^5 \\
 &= \frac{1}{a^8} \times b^5 = \frac{b^5}{a^8}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (4) \text{ 与式} &= (2 \times 3 \times a^{-1} \times b^2)^3 \times (2 \times a \times b^{-1})^{-2} \\
 &= 2^3 \times 3^3 \times (a^{-1})^3 \times (b^2)^3 \times 2^{-2} \times a^{-2} \times (b^{-1})^{-2} \\
 &= 2^3 \times 2^{-2} \times 3^3 \times a^{-3} \times a^{-2} \times b^6 \times b^2 \\
 &= 2^{3-2} \times 3^3 \times a^{-3-2} \times b^{6+2} \\
 &= 2^1 \times 3^3 \times a^{-5} \times b^8 \\
 &= 2 \times 27 \times \frac{1}{a^5} \times b^8 = \frac{54b^8}{a^5}
 \end{aligned}$$

問 4

(1) 与式 $= a^{\frac{1}{2}}$

$$\begin{aligned}
 (2) \text{ 与式} &= (a^6)^{\frac{1}{5}} \\
 &= a^{\frac{6}{5}}
 \end{aligned}$$

(3) 与式 $= \sqrt[4]{a}$

$$\begin{aligned}
 (4) \text{ 与式} &= \frac{1}{\frac{3}{a^5}} \\
 &= \frac{1}{(a^3)^{\frac{1}{5}}} \\
 &= \frac{1}{\sqrt[5]{a^3}}
 \end{aligned}$$

問 5

(1) 与式 $= a^{-\frac{1}{3} \times 6}$

$$= a^{-2}$$

$$= \frac{1}{a^2}$$

$$(2) \text{ 与式} = a^{\frac{5}{2}-2}$$

$$= a^{\frac{1}{2}}$$

$$= \sqrt{a}$$

$$(3) \text{ 与式} = a^{2.4-1.6}$$

$$= a^{0.8}$$

$$= a^{\frac{8}{10}}$$

$$= a^{\frac{4}{5}}$$

$$= (a^4)^{\frac{1}{5}}$$

$$= \sqrt[5]{a^4}$$

問 6

$$(1) \text{ 与式} = \sqrt{(a^2)^{\frac{1}{3}}}$$

$$= \sqrt{a^{\frac{2}{3}}}$$

$$= \left(a^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= a^{\frac{2}{3} \times \frac{1}{2}}$$

$$= a^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{a}$$

$$(2) \text{ 与式} = (a^3)^{\frac{1}{5}} \times a^{-\frac{1}{2}}$$

$$= a^{\frac{3}{5}} \times a^{-\frac{1}{2}}$$

$$= a^{\frac{3}{5} - \frac{1}{2}}$$

$$= a^{\frac{6-5}{10}}$$

$$= a^{\frac{1}{10}} = \sqrt[10]{a}$$

$$(3) \text{ 与式} = \frac{a \times a^{\frac{1}{3}}}{a^{\frac{5}{6}}}$$

$$= a \times a^{\frac{1}{3}} \times a^{-\frac{5}{6}}$$

$$= a^{1+\frac{1}{3}-\frac{5}{6}}$$

$$= a^{\frac{6+2-5}{6}}$$

$$= a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$$

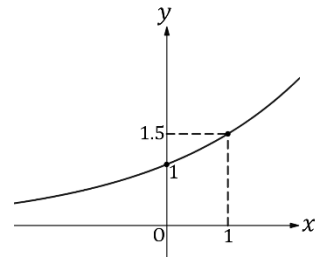
問 7

$$(1) x=0 \text{ のとき, } y=1.5^0=1$$

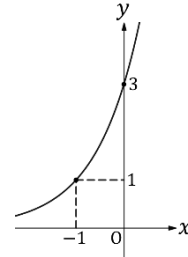
$$x=1 \text{ のとき, } y=1.5^1=1.5$$

グラフは、2点(0, 1), (1, 1.5)を通り、

単調に増加する曲線となる。

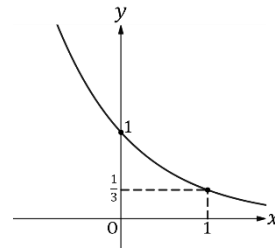


(2) この関数のグラフは、 $y=3^x$ のグラフを、 x 軸方向に -1 平行移動したものである。



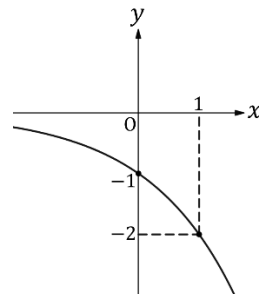
$$(3) y = (3^{-1})^x = 3^{-x}$$

この関数のグラフは、 $y=3^x$ のグラフと、 y 軸に関して対称である。

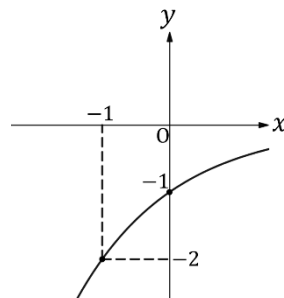


問 8

(1) この関数のグラフは、 $y=2^x$ のグラフと、 x 軸に関して対称である。



(2) この関数のグラフは、 $y=2^x$ のグラフと、原点に関して対称である。



問 9

$$(1) \quad 3^{x+1} = 3 \times 3^{\frac{1}{2}}$$

$$3^{x+1} = 3^{1+\frac{1}{2}}$$

$$3^{x+1} = 3^{\frac{3}{2}}$$

よって

$$x+1 = \frac{3}{2}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$(2) \quad 2^{-x} = (2^3)^{\frac{1}{4}}$$

$$2^{-x} = 2^{\frac{3}{4}}$$

よって

$$-x = \frac{3}{4}$$

$$x = -\frac{3}{4}$$

$$(3) \quad 2^x = X > 0 \text{ とおく.}$$

$$(2^x)^2 + 2 \times 2^x = 24$$

$$X^2 + 2X = 24$$

$$X^2 + 2X - 24 = 0$$

$$(X-4)(X+6) = 0$$

$$X = 4, -6$$

$$X > 0 \text{ より, } X = 4$$

よって

$$2^x = 4$$

$$2^x = 2^2$$

$$x = 2$$

問 10

$$(1) \quad (2^2)^x < 2^3$$

$$2^{2x} < 2^3$$

底が1より大きいので

$$2x < 3$$

$$x < \frac{3}{2}$$

$$(2) \quad (3^{-1})^x > \frac{1}{3^3}$$

$$3^{-x} > 3^{-3}$$

底が1より大きいので

$$-x > 3$$

$$x < 3$$