

题目选讲

hjk1030

July 19, 2020

[CF641F]Little Artem and 2-SAT

给定两组 2-sat 式子 f 和 g , 判断它们是否等价, 如果不等价给出一组使得两个式子取值不一样的解。

一组 2-sat 式子形如 $(x_1 \text{ or } x_2) \text{ and } (x_3 \text{ or } x_4) \text{ and } \dots$, 其中 x_i 是变量或变量取反。

两组 2-sat 式子 f, g 不等价当且仅当存在一组变量取值 x 使得 $f(x) \neq g(x)$ 。

变量个数 $n \leq 1000$, 条件个数 $m_1, m_2 \leq n^2$ 。

[CF641F]Little Artem and 2-SAT

首先我们可以判断出 f 和 g 是否能取到 1, 如果有不能取到的那么可以先特判。现在假设两个式子都存在取 1 的解, 建出两个式子对应的 2-SAT 图并对图跑传递闭包, 我们可以知道如果需要取到 1, 哪些变量需要被确定为 0 或者 1。如果在 f 中某个变量 x_i 是确定的而在 g 中没有确定, 或者在两个式子当中 x_i 确定的值不一样, 那么我们输出一组使 g 取 1 且 x_i 与在 f 中确定的值相反的解即可。

[CF641F]Little Artem and 2-SAT

现在我们可以不管已经确定的变量了。

我们考虑枚举 2-SAT 图上的一对点 (i, j) , 如果在 f 对应的图上 i 能到达 j 而在 g 对应的图上 i 不能到达 j , 那么我们可以找到一组使 g 为 1 的解, 且使得 i 对应条件为真而 j 对应条件为假。

如果以上条件都不满足, 那么在 f 和 g 中, 变量之间的关系都是相同的, 所以两个式子也是等价的。

复杂度为 $O(\frac{n^3}{\omega})$ 。