



Antal blad /
Number of sheets

11 ✓

TENTAMEN / EXAMINATION

Anvisningar: Skriv din anonymitetskod på varje blad.
Endast en uppgift får lösas på varje blad.
Var vänlig skriv tydligt!

Instructions: Write your anonymous code on each sheet.
Answer only one question on each sheet.
Please write clearly!

Vänligen texta anonymitetskoden i textboxen enligt exempel nedan!
Please write the Anonymous Code clearly in the textbox like example below!

Bokstäver/Letters:

A-B-C-D-E-F-G-H-I-J-K-L-M-N-O
P-Q-R-S-T-U-V-W-X-Y-Z-Å-Ä-Ö

Siffror/Numbers:

Ø-1-2-3-4-5-6-7-8-9

Exempel:

A	B	C	1	7	Ø	-	Ø	1	7
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Stg 09 Matematik Statistik

Kurskod + Kurs / Course Code + Course:

Delkurs / Part course:

Anonymitetskod / Anonymous code = Kurskod + kodnr / course code + code number									
S	T	G	A	Ø	9	-	Ø	1	1

Tentamensdatum / Examination date:	
28/3-17 ✓	

Behandlade uppgifter / Solved problems

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
X	X	X	X	X	X	X	X							
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Ifylles av lärare / To be completed by the examiner

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0.5	2.5	3	2	3	2	0	1							
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Poäng / Marks gained: 14

Betyg / Grade: G

Max poäng / Total marks gained: 24

För Gk poäng / Marks gained to be passed: 12

Examin. lärare / Kursansvarig signatur / Signature of the examiner

Namnförtydligande / Clarification of the signature



STGA 09-011

1

1

0,5

klasser	antal	relativ frekvens	kumulativ frekvens
100-120	8	2,5%	2,5%
120-140	58	18,125%	20,625%
140-160	89	27,813%	48,438%
160-180	62	28,75%	77,188%
180-200	43	13,44%	90,628%
200-220	22	6,875%	97,5%
220-240	8	2,5%	100%
n=320		100%	

a) medianen är vid kumulativ frekvens = 50

$$50 - 48,438 = 1,562 \Rightarrow \text{antal efter } 140-160 \text{ klassen} + n \cdot 0,01562$$

är medianen

$$\text{Medianen} = 8 + 58 + 89 + (320 \cdot 0,01562)$$

$$\boxed{\text{Medianen} = 160}$$

$$Q = Q_3 - Q_1$$

 $Q_1 = 25\% \text{ kumulativ frekvens}$
 $Q_3 = 75\% \text{ kumulativ frekvens}$

$$Q_1 = 20,625\% + 4,375\% \Rightarrow Q_1 = (8 + 58 + 320 \cdot 0,04375)$$

kumulativ frekvens
efter 120-140 klassen

$$\boxed{Q_1 = 80}$$

det som ska vara för
att få 25%

$$Q_3 = 77,188\% - 2,188\% \Rightarrow Q_3 = 8 + 58 + 89 + 62 - (320 \cdot 0,22188)$$

kumulativ frekvens
efter 160-180 klassen

2,188% över
75%

$$\boxed{Q_3 = 240}$$

$$Q = Q_3 - Q_1 = 240 - 80 = 160$$

Svar: medianen = 160

$$Q = 160$$

$$Q_1 = 80$$

$$Q_3 = 240$$



Ange anonymitetskod / Write your anonymity code
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

STGA 09-011

Löpande sidnr
Consecutive no:

2

Uppgift nr /
Question no:

1

Poäng / Points
awarded:

Lärarens
anteckning
Examiner's remarks:

$$b) \xi \in N(165, 18)$$

$$E(\xi) = 165 = \mu$$

$$\sigma = 18 \Rightarrow V(\xi) = 18^2 = 324$$

$$\bar{x} = \frac{8 \cdot 110 + 58 \cdot 130 + 89 \cdot 150 + 92 \cdot 170 + 43 \cdot 190 + 22 \cdot 210 + 8 \cdot 230}{320}$$

$$\bar{x} = 162,625$$

$$\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma} = -0,132 \quad \Phi(-0,132) = 0,4483$$





STGA 09-011

3

2

2,5

c) Form fel

oberoende ger

	Ja	Nej	
Ja	2	48	50
Nej	38	912	950
	40	960	

n = 1000

$$P(Y|F) = P(Y)$$

$$P(F|Y) = P(F)$$

$$b) P(F) = \frac{40}{1000} = 0,04$$

$$c) P(Y|F) = \frac{P(Y \cap F)}{P(F)} =$$

$$= \frac{2}{40} = 0,05$$

$$d) P(Y \cap F) = \frac{2}{1000} = 0,002$$

värden från tabellen ovan

$$e) P(F \cup Y) = P(F) + P(Y) - P(F \cap Y) = 0,04 + 0,05 - 0,002$$

$$P(F \cup Y) = 0,088$$

$$f) P(Y|F) = 0,05$$

$$P(Y|F) > P(F|Y) \text{ d.s. } 0,05 > 0,04$$

$$P(F|Y) = \frac{P(Y \cap F)}{P(Y)} = \frac{2}{50} = 0,04$$

Svar: Sannolikheten för Yt fel givet
form fel är större än sannolikheten
för form fel givet yt fel



STGA09-011

4

3

3

a) ξ = antal sålda bilar

$$\xi \in P_0(2) \quad \frac{e^{-x} \cdot x^x}{x!}$$

$$P(\xi \geq 3) = 1 - P(\xi \leq 2)$$

$$P(\xi = 0) = \frac{e^{-2} \cdot 2^0}{0!} = e^{-2} = 0,13533$$

$$P(\xi = 1) = \frac{e^{-2} \cdot 2^1}{1!} = 2e^{-2} = 0,2707$$

$$P(\xi = 2) = \frac{e^{-2} \cdot 2^2}{2!} = 0,2707$$

$$1 - P(\xi \leq 2) = 1 - 0,1353 - 0,2707 - 0,2707 = \boxed{0,3233}$$

R

b) fem dagar $\Rightarrow n=5$ $p=0,3233$ (från uppg A)

$$P(\eta \geq 3) = 1 - P(\eta \leq 2)$$

$$\eta \in \text{Bin}(5, 0,3233) \quad \binom{n}{x} \cdot p^x \cdot (1-p)^{n-x}$$

$$P(\eta = 0) = \binom{5}{0} \cdot 0,3233^0 \cdot 0,6767^5 = 0,1419$$

$$P(\eta = 1) = \binom{5}{1} \cdot 0,3233^1 \cdot 0,6767^4 = 0,3389$$

$$P(\eta = 2) = \binom{5}{2} \cdot 0,3233^2 \cdot 0,6767^3 = 0,3239$$

$$1 - P(\eta \leq 2) = 1 - 0,1419 - 0,3389 - 0,3239 = \boxed{0,1953}$$

R



$$c) \quad n = 90 \quad (\text{göveden})$$

$$p = 0,1453 \quad (\text{fren upf B})$$

$$X \in \text{Bin}(90, 0,1453)$$

$$P(X \geq 25) = 1 - P(X \leq 24)$$

$$P(X=0) = \binom{90}{0} \cdot 0,1453^0 \cdot 0,8047^{90} = 0,000000003$$

$$P(X=1) = \binom{90}{1} \cdot 0,1453^1 \cdot 0,8047^{89} = 0,000000070$$

$$P(X=2) = \binom{90}{2} \cdot 0,1453^2 \cdot 0,8047^{88} = 0,000000758$$

$$P(X=3) = \binom{90}{3} \cdot 0,1453^3 \cdot 0,8047^{87} = 0,000005$$

$$P(X=4) = \binom{90}{4} \cdot 0,1453^4 \cdot 0,8047^{86} = 0,000028$$

$$P(X=5) = \binom{90}{5} \cdot 0,1453^5 \cdot 0,8047^{85} = 0,00012$$

$$P(X=6) = \binom{90}{6} \cdot 0,1453^6 \cdot 0,8047^{84} = 0,00041$$

$$P(X=7) = \binom{90}{7} \cdot 0,1453^7 \cdot 0,8047^{83} = 0,00119$$

$$P(X=8) = \binom{90}{8} \cdot 0,1453^8 \cdot 0,8047^{82} = 0,002999$$

$$P(X=9) = \binom{90}{9} \cdot 0,1453^9 \cdot 0,8047^{81} = 0,00663$$

$$P(X=10) = \binom{90}{10} \cdot 0,1453^{10} \cdot 0,8047^{80} = 0,013037$$

$$P(X=11) = \binom{90}{11} \cdot 0,1453^{11} \cdot 0,8047^{79} = 0,02301$$

$$P(X=12) = \binom{90}{12} \cdot 0,1453^{12} \cdot 0,8047^{78} = 0,036767$$

$$P(X=13) = 0,0535$$

$$P(X=14) = 0,0714$$

$$P(X=15) = 0,08788$$

$$P(X=16) = 0,09981$$

$$P(X=17) = 0,1056$$

$$P(X=18) = 0,10356$$

$$P(X=19) = 0,0956$$

$$P(X=20) = 0,08238$$

$$P(X=21) = 0,0666$$

$$P(X=22) = 0,0507$$

$$P(X=23) = 0,0364$$

$$P(X=24) = 0,02466$$

$$P(X \leq 24) = 0,96187$$

$$1 - 0,96187 = 0,03812$$

Svar: Det är 3,812 %
 sannolikhet att han
 har en höjdarperiod

66!



$$a) f(x) = f'(x) \Rightarrow f(x) = 0,02x + 0,19$$

$$f(x) = \begin{cases} 0,02x + 0,19, & 1 \leq x \leq 5 \\ 0, & \text{för övrigt} \end{cases}$$

$$b) f(x) = \int_1^x 0,02t + 0,19 \, dx \Rightarrow F(x) = \left[0,01t^2 + 0,19t \right]_1^x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (0,01x^2 + 0,19x) - (0,01 + 0,19)$$

$$\Rightarrow 0,01x^2 + 0,19x - 0,20 \Rightarrow \text{bevisar att } f(x) \text{ är en frekvensfunktion av } F(x)$$

$$c) p(2 \leq \xi \leq 4) \Rightarrow \int_2^4 f(x) \, dx \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \int_2^4 0,02x + 0,19 \, dx \Rightarrow F(x) = \left[0,01x^2 + 0,19x \right]_2^4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (0,01 \cdot 4^2 + 0,19 \cdot 4) - (0,01 \cdot 2^2 + 0,19 \cdot 2) = 0,92 - 0,42 = 0,5$$

$$\boxed{\text{Svar: } p(2 \leq \xi \leq 4) = 0,5}$$

$$d) E(\xi) = \int_1^5 x \cdot f(x) \, dx \Rightarrow \int_1^5 0,02x^2 + 0,19x \, dx \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\frac{0,02x^3}{3} + \frac{0,19x^2}{2} \right]_1^5 \Rightarrow \left(\frac{0,02 \cdot 5^3}{3} + \frac{0,19 \cdot 5^2}{2} \right) - \left(\frac{0,02}{3} + \frac{0,19}{2} \right) =$$

$$= (0,833 + 2,375) - (0,007 + 0,095) = 3,106 \Rightarrow \boxed{E(\xi) = 3,106}$$



Ange anonymitetskod / Write your anonymity code
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

ST 6 A 09 - 011

Löpande sidnr
Consecutive no:

7

Uppgift nr /
Question no:

5

Poäng / Points
awarded:

3

Lärarens
anteckning
Examiner's remarks:

5) $\xi = \text{ Kroppslängd}$

$\xi \in N(167, 4)$

$P(\xi > 170)$

$P(Z > \frac{170 - 167}{2}) \Rightarrow P(Z > 0,5) \Rightarrow$

$\Rightarrow 1 - P(Z \leq 0,5) = 1 - 0,6915 = 0,3085$

R



$$\xi = \text{kroppslängd}$$

$$\xi \in N(167, 6)$$

$$b) P(\eta > 850)$$

$$E(\eta) = 5 \cdot 167 = 835$$

$$V(\eta) = 5 \cdot 6^2 = 180 \Rightarrow \sigma = 13,42$$

$$\eta \in N(835, 13,42)$$

$$P(Z > \frac{850 - 835}{13,42}) \Rightarrow P(Z > 1,1177) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 - P(Z \leq 1,1177) \Rightarrow 1 - \Phi(1,12) = 1 - 0,8686 =$$

$$= \boxed{0,1314} \quad R$$

$$c) n=5 \quad p=0,3085 \quad (\text{från uppg A})$$

$$\binom{n}{x} \cdot p^x \cdot (1-p)^{n-x} \Rightarrow \binom{5}{5} \cdot 0,3085^5 \cdot 0,6915^0 =$$

$$= \boxed{0,0028} \quad R$$



STGA09-011

9

6

2

Skriv ej i detta område
Leave this area blank

$$95\% \text{ KI} \Rightarrow \alpha = 0,05$$

$$n = 7 + 7 = 14$$

$$\text{metod 1} = \bar{X} = \frac{152}{7} = 21,71$$

$$\hat{n}_1 = 7$$

$$\hat{n}_2 = 7$$

$$\text{metod 2} = \bar{Y} = \frac{235,5}{7} = 33,64$$

$$t_{\alpha/2, n-2} = 2,18$$

$$\bar{X} - \bar{Y} \pm t_{\alpha/2, n-2} \cdot \sqrt{\frac{s_p^2}{n_1} + \frac{s_p^2}{n_2}}$$

$$s_p = \sqrt{\frac{(n_1-1) \cdot s_1^2 + (n_2-1) \cdot s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}$$

$$s_1 = \sqrt{\frac{1}{6} \left(\sum_{i=1}^7 x_i^2 - \frac{1}{7} \left(\sum_{i=1}^7 x_i \right)^2 \right)} = \sqrt{\frac{1}{6} (3304,4 - \frac{1}{7} \cdot 471,32)} =$$

$$s_1 = \sqrt{539,51} = 23,22$$

$$s_2 = \sqrt{\frac{1}{6} \left(\sum_{i=1}^7 y_i^2 - \frac{1}{7} \left(\sum_{i=1}^7 y_i \right)^2 \right)} = \sqrt{\frac{1}{6} (7929,95 - \frac{1}{7} (1131,6496))}$$

$$s_2 = \sqrt{1294,7} = 35,98$$

$$s_p = \sqrt{\frac{6 \cdot 23,22^2 + 6 \cdot 35,98^2}{7+7-2}} = \sqrt{\frac{11002,37}{12}} = 30,3$$

$$\Rightarrow 21,71 - 33,64 \pm 2,18 \cdot \sqrt{\frac{30,3^2}{7} + \frac{30,3^2}{7}} = \begin{cases} -18,34 \\ -5,52 \end{cases}$$

Svar: Med 95% Säkerhet ligger $\mu_1 - \mu_2$
inom intervallet $[-18,34; -5,52]$



Ange anonymitetskod / Write your anonymity code
(Vid icke anonym tentamen ange kurskod + namn + personnummer)
(For non-anonymous exams write the course code + name + civic registration number)

STGA09-011

Löpande sidnr
Consecutive no:

(2

Uppgift nr /
Question no:
7

Poäng / Points
awarded:

0

Lärarens
anteckning
Examiner's remarks:

$$n=10 \Rightarrow df=9$$

$$\bar{x} = \frac{3540}{10} = 354$$

$$KI \ 90\% \Rightarrow t_{0,1}(|t|) = 1,83$$

$$S = \sqrt{\frac{1}{9} \left(\sum_{i=1}^{10} x_i^2 - \frac{1}{10} \left(\sum_{i=1}^{10} x_i \right)^2 \right)}$$

$$S = \sqrt{\frac{1}{9} (1384468,4)} = 392,2$$

$$\bar{x} \pm t_{\alpha/2, n-1} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} = \begin{cases} 127 \\ 581 \end{cases}$$





① $H_0: \mu > 20$

② $\alpha = 0,05$

$H_1: \mu \leq 20$ ✓

$n = 36$

σ känd \Rightarrow z-test

$\bar{x} = 21,3$

$\sigma = 2,7$

③ $\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$

$\lambda_{\alpha/2} = 1,645$ ✓

④ H_0 förkastas om $\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} < 1,645$

⑤ $\frac{21,3 - 20}{2,7/\sqrt{36}} = 2,89 > 1,645$ R

Da $\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} > 1,645$ förkastas inte H_0 hypotesen
och man kan med 95% säkerhet säga
att stina får lägre veckopeng än
genomsnittet. Med andra ord: resultatet
stöder stinas misstanke