

# 10 Detektoren

Markus Lippitz

9. Juni 2022

**Ziele** Sie können einen passenden Photodetektor *auswählen*.

- Verstärkung und Quanteneffizienz
- noise-equivalent bandwidth
- noise-equivalent power

**Literatur** Horowitz/Hill Kap. 7.18–21, Handbook of Optics I Kap. 18, Saleh/Teich Kap. 18 (2. Aufl.) bzw. 17 (1. Aufl.)

## Überblick

---

Wir behandeln hier Licht im sichtbaren Spektrum, also einer Wellenlänge  $\lambda = 400 - 700 \text{ nm}$ , bzw. einer Frequenz  $f = 430 - 750 \text{ THz}$

Es gibt sehr viele Arten, Licht zu detektieren. Die Übersicht auf dem englischen [Wikipedia-Seite](#) ist ziemlich vollständig.

**Fotofilm** Belichtung führt zu bleibender chemischen Reaktion. Selbst einzelne Photonen können registriert werden. Dies war bis vor ca. 30 Jahren die Schlüsselmethode bzgl. Empfindlichkeit und räumlicher Auflösung.

**Thermisch** Idealerweise schwarzer Absorber. Die Temperaturdifferenz zur Umgebung wird in ein elektrisches Signal gewandelt. Wichtige Typen: Thermosäule (engl. Thermopile), Pyrodetektor (zeitliche Änderungen), Bolometer. Vorteile: Spektral Breitbandig, robust. Nachteile: langsame Anstiegszeit, Empfindlichkeit.

**Quanten-Sensoren** benutzen den Inneren oder äußeren Photoeffekt. Photomultiplier (-tube, PMT), Photoleiter, Photodioden. Einzelne Photonen können registriert werden, schnell, oft sub- $\mu\text{s}$ . Je niederenergetischer das Photon, desto komplizierter die Detektion.

In diesem Kapitel besprechen wir nur Quanten-Sensoren, im wesentlichen solche, die den inneren Photoeffekt benutzen. Wir folgendem dem Kapitel 17 bzw. 18 über Halbleiter-Photodetektoren in Saleh/Teich.

## Der äußere Photoeffekt

---

Beim äußeren Photoeffekt wird ein Elektron im Material durch Absorption eines Photons in ein freies Elektron überführt. In Metallen stammt dieses Elektron aus dem Leitungsband, und die Austrittsarbeit (engl. work function)  $W$  muss überwunden werden. Die verbleibende (kinetische) Energie des Elektrons ist dann

$$E_{max} = h\nu - W$$

Typische Werte für  $W$  liegen im Bereich von einigen eV. Am niedrigsten ist sie bei Cäsium (Cs) mit  $W_{Cs} \approx 2$  eV. Photokathoden aus Metall verlangen also blaue bis ultraviolette Photonen.

Bei Halbleitern ist das im Wesentlichen identisch. Das Elektron stammt dann aus dem Valenzband, da das Leitungsband quasi leer ist. Es muss die Energie der Bandlücke überwunden werden sowie die der Elektronen-Affinität  $\chi$ , also die Differenz der oberen Bandkante zum Vakuum. Insgesamt also

$$E_{max} = h\nu - (E_g + \chi)$$

Für bestimmte Materialien ist  $(E_g + \chi)$  aber relativ klein, z.B. bei NaKCsSb etwa 1.4 eV. Dieses Material bildet die oft benutzte S20-Photokathode.

der äußere Photoeffekt wird in PMTs benutzt. Licht fällt auf die Photokathode, ein Elektron wird freigesetzt und durch eine Potentialdifferenz hin zu einer ersten Elektrode beschleunigt. Dort werden weitere Elektronen herausgeschlagen, da das erste Elektron an dieser Stelle eine Energie hat, die viel größer als die des Photons ist. Die Elektronenzahl wird also multipliziert. Dieser Effekt wird mehrmals wiederholt. Man bekommt also einen messbaren Strom-Puls, der von einem einzigen Photon ausgelöst wurde, und etwa  $10^7$  Elektronen pro Photon umfasst.

# Der innere Photoeffekt

---

Beim inneren Photoeffekt wird ein Elektron durch Absorption eines Photons vom Valenzband ins Leitungsband angehoben. Im Valenzband verbleibt ein Loch. Durch Anlegen einer Spannung werden Loch und Elektron räumlich voneinander getrennt und ein Strom fließt. Das geschieht an der Grenze zwischen einem p- und einem n-dotierten Bereich in einer pn-Photodiode.

Die Elektronen-Multiplikation des PMT kann man auch im Halbleiter nachbilden. Dabei wird eine starke Beschleunigungsspannung über die Grenzschicht angelegt. Man erhält einen lawinenartig ansteigenden Strom, der passend gestoppt werden muss. Dies ist die Lawinen-Photodiode (engl. avalanche photodiode, APD). Sie verstärkt den Strom gegenüber einer pn-Diode und so können einzelnen Photonen detektiert werden.

## Parameter

---

### Quanteneffizienz

---

Die Quanteneffizienz  $\eta$  beschreibt, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein einzelnes Photon freie Ladungsträger erzeugt und so zum Photostrom beiträgt.  $\eta$  liegt natürlich zwischen 0 und 1. Darin geht ein, mit welcher Wahrscheinlichkeit das Photon überhaupt im Material absorbiert wird (Reflexivität der Oberfläche, Absorption des Materials), und mit welcher Wahrscheinlichkeit dies zu einem passenden Ladungsträger führt.

In Halbleiter-Photodioden ist Quanteneffizienz  $\eta$  wellenlängenabhängig. Bei zu großer Wellenlänge wird die Bandlücke  $E_g$  nicht überwunden und  $\eta \approx 0$ . In Richtung kleiner Wellenlänge / großer Energie ist der Bereich dadurch limitiert, dass das Photon quasi nicht in das Material eindringt, an der Oberfläche absorbiert wird, dort aber in Fallenzuständen endet und nicht zum Strom beiträgt.-

Typische Werte der Quanteneffizienz  $\eta$  sind etwa 0.5 bis 0.9.

# Empfindlichkeit

Die Empfindlichkeit (engl. responsivity) verknüpft den einfallenden Fluss an Photonen mit dem entstehenden Fluss an Elektronen, beschreibt also die elektrische Stromantwort auf einfallende Lichtleistung  $P$ . Der Strom ist

$$i_P = \eta e \Phi_{opt} = \frac{\eta e}{h\nu} P = R P$$

Die Empfindlichkeit  $R$  hat die Einheit A/W

$$R = \frac{\eta e}{h\nu} = \eta \frac{\lambda}{1240 \text{ nm}} \text{ A/W}$$

Die Empfindlichkeit hängt linear von der Wellenlänge  $\lambda$  ab, bei konstanter Quanteneffizienz. Dies hängt damit zusammen, dass ja eigentlich Photonen in Elektronen umgewandelt werden, und nicht optische Energie in Strom. Bei niedriger Wellenlänge bringt ein Photon viel Leistung mit; bei gleicher Lichtleistung  $P$  bekommt man also relativ wenig Elektronen.

Typische Werte der Empfindlichkeit sind  $R \approx 0.5 \text{ A/W}$ .

## Beispiel: Silizium-Photodiode

FDS100, [Thorlabs](#) bzw [hier](#) auf das '(i)' klicken.

```
1 using XLSX, DataFrames, Downloads
```

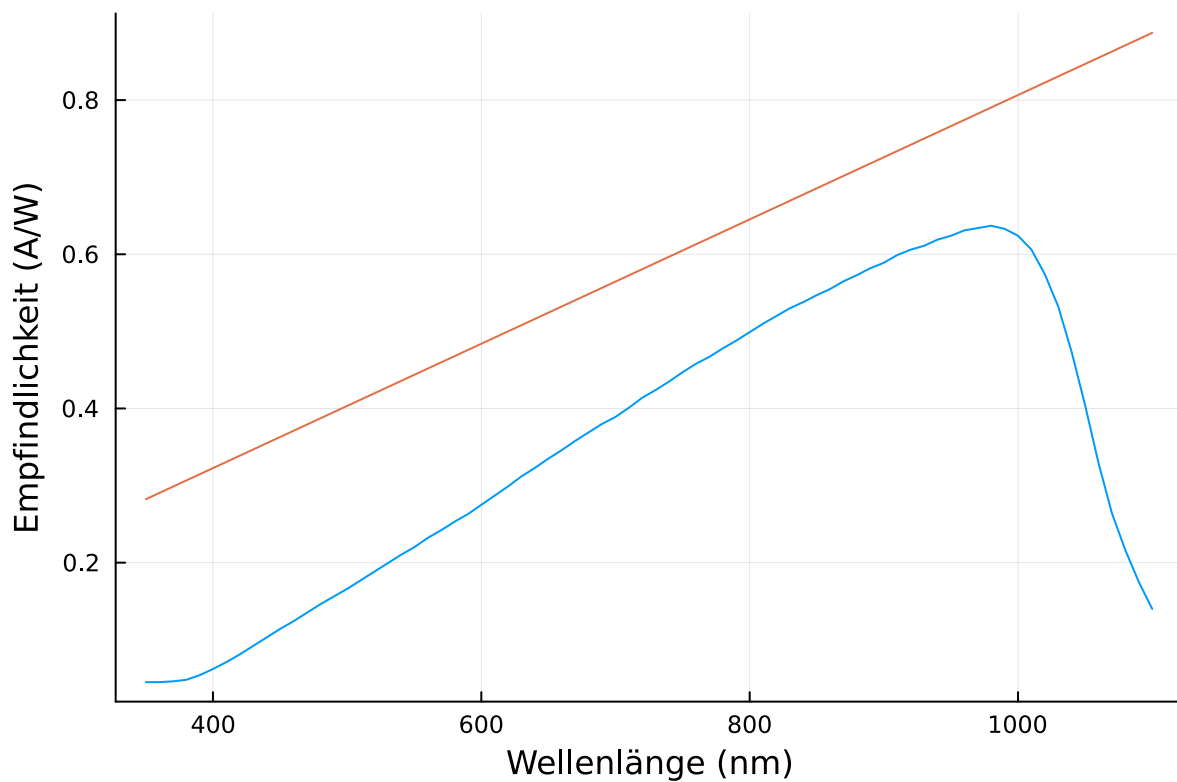
Thorlabs no-robots rules does not allow any more the automatic download of the FDS100 data sheet

```
1 # FDS100 =  
  DataFrame(XLSX.readtable(Downloads.download("https://www.thorlabs.com/images/popu  
pImages/FDS100_Res_data.xlsx"), "Responsivity", "C:D"; first_row=2)...) 
```

FDS100 =

	Wavelength (nm)	Responsivity (A/W)
1	350	0.045
2	360	0.045
3	370	0.046
4	380	0.048
5	390	0.054
6	400	0.062
7	410	0.071
8	420	0.081
9	430	0.092
10	440	0.103
: more		
77	missing	0.5049

```
1 FDS100 =  
  DataFrame(XLSX.readtable(Downloads.download("https://github.com/MarkusLippitz/tec  
a/raw/main/res/10-Detektoren/FDS100_Res_data.xlsx"), "Responsivity", "C:D";  
first_row=2))
```



```

1 begin
2   λ = FDS100[!,"Wavelength (nm)"]
3   R = FDS100[!,"Responsivity (A/W)"]
4
5   η = 1
6   Rmodel = @. η * (e / (h * c_0 / (λ * 1u"nm")))
7   Rmodel_AW = ustrip.(uconvert.(u"A/W", Rmodel))
8
9   plot(λ, R, legend=false, xlabel="Wellenlänge (nm)", ylabel="Empfindlichkeit
    (A/W)")
10  plot!(λ, Rmodel_AW)
11 end

```

```

1 import PhysicalConstants.CODATA2018: c_0, h, e

```

```

1 using Unitful

```

# Antwortzeit

Die Antwortzeit (engl. response time) beschreibt die Impulsantwort der Photodiode. Sie wird durch zwei Größen bestimmt: die Transit-Zeit und die RC-Zeitkonstante.

Die Transit-Zeit ist die Zeit, die benötigt wird, um alle Ladungsträger aus dem aktiven Bereich der Photodiode heraus zu bekommen. Wenn der aktive Bereich die Breite  $w$  hat und die Ladungsträger mit der Geschwindigkeit  $v(t)$  bewegt werden, dann ist der Strom

$$i(t) = -\frac{Q}{w} v(t)$$

mit  $Q = +e$  für Löcher und  $Q = -e$  für Elektronen. Je kleiner der aktive Bereich, desto schneller also die Antwort der Diode.

Die RC-Zeit entsteht dadurch, dass immer Widerstände  $R$  und Kapazitäten  $C$  vorhanden sind, selbst in der Diode allein. Dies führt dazu, dass obige Impulsantwort mit einem Exponentialgesetz zu falten ist

$$h_{rc}(t) = \frac{1}{RC} e^{-\frac{t}{RC}}$$

Für obige FDS100 gibt der Händler an:  $C \approx 24$  pF und  $\tau_{diode} \approx 10$  ns bei  $R = 50\Omega$

1.2 ns

```
1 let
2   R = 50.0u"Ω"
3   C = 24.0u"pF"
4   tau = R * C |> u"ns"
5 end
```

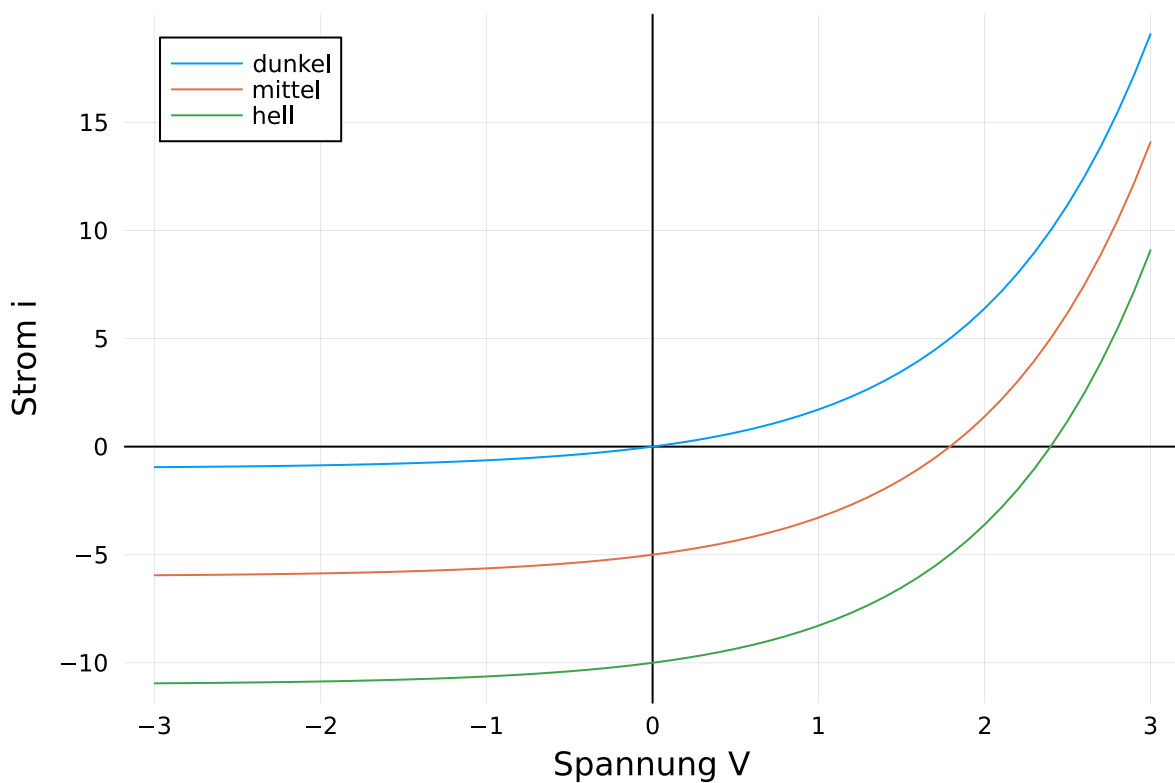
Die Impulsantwort wird also durch die Transit-Zeit dominiert.

# Kennlinie

Die Strom-Spannungs-Kennlinie einer Photodiode ist identisch der einer normalen Diode, zuzüglich einem Photostrom. Auch eine Solarzelle hat diese Kennlinie.

$$i = i_s \left[ \exp \left( \frac{eV}{kT} \right) - 1 \right] - i_p$$

mit dem Sättigungs(sperr)strom  $i_s$ , dem Photostrom  $i_p$  und der Spannung  $V$  (positiv in Durchlassrichtung)



```
1 let
2   x = (-3:0.1:3)
3   I(p) = exp.(x) .- 1 .- p
4   plot(x, I(0), label="dunkel")
5   plot!(x, I(5), label="mittel")
6   plot!(x, I(10), label="hell", xlabel="Spannung V", ylabel="Strom i", framestyle
7   = :zerolines)
7 end
```



Man kann die Diode bei verschiedenen Arbeitspunkten betreiben, je nach angelegter Spannung. 'open circuit' lässt keinen Strom fließen, weil (quasi) keine Last anliegt. Dies sind Punkte mit  $i = 0$ . 'short circuit' schließt die Diode kurz, ohne externe Spannung. Dies sind Punkte mit  $V = 0$ . Eine Solarzelle betreibt man im rechten unteren Quadranten, also bei  $V > 0$  und  $i < 0$ , idealerweise so, dass  $P = iV$  maximal wird.

Als Photodetektor will man einen linearen Verlauf zwischen dem einfallenden Photonenstrom und damit dem Photostrom  $i_p$  und dem gemessenen Gesamtstrom  $i$  erreichen. Man legt eine (negative) Bias-Spannung  $V_B$  an und setzt  $V = V_B$ .  $< 0$ . Wenn ein Last-Widerstand vorhanden ist, dann ist  $V = V_B + R_{Last} i$ .

Im Beispiel oben wurde  $V_B = -20 \text{ V}$  gewählt.

## Lawinenphotodioden

---

In einer Lawinenphotodiode (engl avalanche photo diode, APD) erzeugt ein Photon durch sehr hohe interne Beschleunigungsspannung via Stoßionisation eine Kaskade von Ladungsträgerpaaren. Dies entspricht einer internen Verstärkung  $G$ . Man kann diese Dioden 'analog' betreiben, also nur den Strom messen, oder im Geiger-Modus. Dabei wird mit einer passenden Schaltung die hohe Leitfähigkeit während der Lawine 'gelöscht', so dass einzelne Impulse entstehen. Diese können dann gezählt werden, womit man im Endeffekt einzelne Photonen zählen kann.

# Rauschen in Photodetektoren

Verschiedene Quellen tragen zum Rauschen von Photodetektoren bei

- Photonen-Rauschen: Photonen unterliegen der Poisson-Statistik, so dass bei  $n$  Photonen pro Zeitintervall die Standardabweichung  $\sqrt{n}$  beträgt
- Photoelektronen-Rauschen: Die Quanteneffizienz  $\eta$  ist immer kleiner 1. Damit entsteht zusätzliches Rauschen durch die 'Entscheidung', ob dieses Photon jetzt ein Elektron erzeugt oder nicht. Das ist äquivalent mit (und viel einfacher zu verstehen über) einer Reduktion des Photonenstroms von  $n$  auf  $\eta n$ . Man ersetzt einen realen Detektor durch einen idealen plus vorgeschalteten abschwächenden optischen Filter.
- Verstärkungs-Rauschen: in APDs ist die Größe der Lawine stochastisch und bewirkt einen zusätzlichen Rauschbeitrag
- Elektronisches Rauschen: alle elektronische Bauteile wie Widerstände und Transistoren tragen zum Rauschen bei.
- Hintergrund-Rauschen: Manchmal ist der Hintergrund nicht dunkel. Ein abwesendes Signal führt also *nicht* zur Detektion einer Null. Dies ist ärgerlich und unangenehm und sollte durch Verändern des Aufbaus beseitigt werden.

See figure 18.6-1 in Saleh/Teich

## Signal-zu-Rauschen

Das Verhältnis von Signal-Amplitude zu Rauschen (engl. signal to noise ration, SNR) ist die zentrale Größe. Sie ist definiert als

$$\text{SNR} = \frac{i}{\sigma_i} = \frac{n}{\sigma_n}$$

je nach dem, ob man einen Strom  $i$  misst oder  $n$  Photonen zählt. Manchmal, insbesondere in den Ingenieurwissenschaften, bezieht man sich auf detektierte Leistungen und nicht Amplituden, so auch in Saleh/Teich. Dann sind die rechten Seiten von obigen Gleichung quadriert.

# Noise-Equivalent Power (NEP)

Die NEP ist die optische Leistung  $P$ , die zu einem SNR von 1 führt. Manchmal wird sie auch 'minimum detectable signal' genannt. Im Folgenden diskutieren wir das SNR.

## Photonen-Rauschen

Falls nur Photonen-Rauschen vorliegt, bzw. dies der dominante Anteil ist, dann ist es einfach, SNR und NEP auszurechnen. Bei  $n$  detektierten Photonen beträgt die Standardabweichung  $\sigma = \sqrt{n}$ . Somit ist

$$\text{SNR} = \frac{n}{\sqrt{n}} = \sqrt{n}$$

Ein SNR von 1 erhält man bei einem detektierten Photon ( $n = 1$ ) pro Zeitintervall.

320.3944930885369 fW

```
1 let
2   T = 1.0u"μs"
3   λ = 620u"nm"
4   P = h * c_0 / (λ * T) |> u"fW"
5 end
```

Bei einer Integrationszeit von 1 μs und einer Wellenlänge von 620 nm beträgt die NEP also ca. 330 fW.

# Rauschen in Photostrom

Wir können das genauso aus der Sicht eines Photostroms betrachten. Eine optische Leistung  $P$  führt bei der Empfindlichkeit  $R$  zu einem Strom  $i = RP$ . Das Schrot-Rauschen auf einem Strom hat die Standardabweichung

$$\sigma = \sqrt{2ieB} = \sqrt{2RPeB}$$

mit der Bandbreite  $B$ . Also ist das SNR

$$\text{SNR} = \sqrt{\frac{RP}{2eB}}$$

(Jetzt wird auch deutlich, warum eine quadratische Definition des SNR sinnvoll sein kann). Die NEP ist dann unabhängig von quadratisch oder nicht

$$\text{NEP} = \frac{2eB}{R}$$

320.4353268 fW

```
1 let
2   B = 500u"kHz"
3   R = 0.5u"A/W"
4   P = 2 * e * B / R |> u"fW"
5 end
```

Man beachte, dass die Bandbreite einer Messung mit Integrationszeit  $T$  nur  $1/2T$  ist.

## Noise-equivalent bandwidth (NEBW)

Eine Nebenbemerkung zur Bandbreite  $B$ . Was wir hier benötigen, ist die 'Noise-equivalent bandwidth' NEBW. Der Frequenzverlauf der Transferfunktion des Detektionssystems geht vollständig ein, nicht nur die -3dB Grenzfrequenz des Filters. Es gilt

$$\text{NEBW} = \int_0^\infty \left| \frac{H(f)}{H(0)} \right|^2 df$$

Für ein einfachen RC-Tiefpassfilter ist die Transferfunktion

$$H(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + (\tau\omega)^2}}$$

mit  $\tau = RC$ . Damit wird

$$\text{NEBW} = \frac{\pi}{2\tau}$$

Bei steileren Filtern (höheren Filter-Ordnungen) wird der Faktor  $\pi/2$  zunehmend kleiner.

► (1.5703, 1.5708)

```
1 let
2   df = 0.001
3   f = (0:df:1000);
4   H = @. 1 / sqrt(1 + f^2)
5   (sum(H.^2) .* df , pi/2)
6 end
```

# Verstärkungs-Rauschen

Wenn die Verstärkung durch den Lawinen-Prozess einer APD immer gleich groß wäre, dann würde deren Faktor  $G$  in Zähler und Nenner des SNR gleichermaßen eingehen und sich kürzen. Das Problem sind Fluktuationen in  $G$ , also die Varianz  $\sigma_G$ . Man beschreibt das über einen 'excess noise factor'  $F$

$$F = 1 + \frac{\sigma_g^2}{\langle G \rangle^2}$$

Das SNR wird damit

$$\text{SNR} = \sqrt{\frac{R P}{2e B F}}$$

Typische Werte von  $F$  liegen zwischen kurz über 1 und 2.

# Elektronisches Rauschen

Elektronische Bauteile rauschen. Thermisches Johnson-Rauschen am Shunt-Widerstand parallel zur Photodiode führt zu

$$\sigma_{\text{Johnson}} = \sqrt{\frac{4kT}{R_{\text{shunt}}}} B$$

Der Dunkelstrom der Diode führt zu

$$\sigma_{\text{dunkel}} = \sqrt{2I_{\text{dunkel}} e B}$$

Für obige Diode ist ein Dunkelstrom von  $I_{\text{dunkel}} = 1 \text{ nA}$  angegeben.

17.900707438534376 fA Hz<sup>-1/2</sup>

```
1 begin
2   I_dunkel = 1u"nA"
3   sigma_dunkel = sqrt(2 * I_dunkel * e) |> u"fA/Hz^0.5"
4 end
```

29.834512397557294 fW Hz<sup>-1/2</sup>

```
1 begin
2   R900 = 0.6u"A/W"
3   NEP900 = σ_dunkel / R900 |> u"fW/Hz^0.5"
4 end
```

Angegeben sind im Datenblatt  $NEP = 12 \text{ fW} / \sqrt{\text{Hz}}$ . Das scheint nicht ganz mit dem Dunkelstrom zusammenzupassen. Zusätzliches Johnson-Rauschen würde dies nur schlechter machen.

# Photodetektor OE-200 von Femto

Wir betrachten als Beispiel diesen Photodetektor bestehend aus Diode und Verstärker.

- [website](#)
- [Datenblatt](#)

## Q1

Licht (Wellenlänge 532 nm, Leistung 100 μW) fällt auf den Detektor, der im niedrigsten Verstärkungsbereich eingestellt ist. Wie groß ist die Spannung des Ausgangssignals ?

## Q2

Licht der Wellenlänge 850 nm wird mit  $f_m = 300 \text{ kHz}$  moduliert. Welche Eingangsleistung wird mindestens benötigt, um ein Signal bei  $f_m$  am Ausgang mit der Amplitude von 10 V zu erhalten?

## Q3

Es wird Licht der Leistung  $P = 1 \text{ μW}$  bei einer Wellenlänge von 850 nm detektiert. Wie groß ist die zu erwartende spektrale Rausch-Leistungsdichte durch Schrotrauschen? In welcher Einstellung ist das Rauschen des Detektors kleiner als dieser Wert?

```
1 using PlutoUI
```

## ☰ Inhalt

### Überblick

#### Der äußere Photoeffekt

#### Der innere Photoeffekt

#### Parameter

Quanteneffizienz

Empfindlichkeit

Beispiel: Silizium-Photodiode

Antwortzeit

Kennlinie

#### Lawinenphotodioden

#### Rauschen in Photodetektoren

Signal-zu-Rauschen

Noise-Equivalent Power (NEP)

Photonen-Rauschen

Rauschen in Photostrom

Noise-equivalent bandwidth (NEBW)

Verstärkungs-Rauschen

Elektronisches Rauschen

#### Photodetektor OE-200 von Femto

Q1

Q2

Q3