

2023 年广东省重点中学信息学邀请赛 (GDKOI 2023)

提高组 第一试

2023 年 3 月 11 日

注意事项

1. 严格按照题目所要求的格式进行输入、输出，否则严重影响得分。
2. 题目测试数据有严格的时间限制，超时不得分。
3. C/C++ 中函数 `main()` 的返回值类型必须是 `int`，程序正常结束时的返回值必须是 0。
4. 输入文件格式不用判错；输入输出文件名均已给定，不用键盘输入。
5. 评测环境为 NOI 系列活动标准竞赛环境，编译器版本为 g++ 9.4.0。
6. 若无特殊说明，结果的比较方式为全文比较（过滤行末空格及文末回车）。
7. 对于 C++ 选手，64 位整数输入输出格式为 `%lld`。
8. 选手提交的程序源文件必须不大于 100KB。
9. 对于 C++ 语言的编译选项为 `-O2 -std=c++14`

试题名称	矩阵	错排	异或图
提交文件名	<code>matrix.cpp</code>	<code>qwq.cpp</code>	<code>graph.cpp</code>
输入文件名	<code>matrix.in</code>	<code>qwq.in</code>	<code>graph.in</code>
输出文件名	<code>matrix.out</code>	<code>qwq.out</code>	<code>graph.out</code>
时间限制	2 秒	2 秒	4 秒
空间限制	1024 MB	1024 MB	1024 MB
满分	100	100	100

第一题 矩阵

提交文件: `matrix.cpp`
 输入文件: `matrix.in`
 输出文件: `matrix.out`
 时间空间限制: 2 秒, 1024 MB

多次给定三个 $n \times n$ 的矩阵 A, B, C , 你需要判断 $A \times B$ 在模 998244353 意义下是否等于 C 。

其中 \times 为矩阵乘法, $C_{i,j} = \sum_{k=1}^n A_{i,k} B_{k,j}$ 。

本题读入量较大, 建议使用快速读入。

输入格式

第 1 行输入一个正整数 T , 表示数据组数。

接下来包含 T 组数据, 每组数据第一行为一个正整数 n , 表示矩阵大小。

接下来 n 行, 每行 n 个整数, 表示矩阵 A 。

接下来 n 行, 每行 n 个整数, 表示矩阵 B 。

接下来 n 行, 每行 n 个整数, 表示矩阵 C 。

输出格式

输出 T 行 Yes 或 No, 表示 $A \times B$ 在模 998244353 意义下是否等于 C 。

样例数据

matrix.in	matrix.out
3	Yes
1	No
2	Yes
3	
6	
2	
1 2	
3 4	
5 6	
7 8	
19 22	
43 51	
2	
1111111 2222222	
3333333 4444444	
5555555 6666666	
7777777 8888888	
39625305 256038638	
772687616 944903942	

数据范围

对于 20% 的数据, 满足 $\sum n \leq 300$ 。

对于另外 20% 的数据，满足 $A_{i,j} \neq 0$ 的位置不超过 n 个。

对于 100% 的数据，满足 $1 \leq T, n \leq 3000, \sum n \leq 3000, 0 \leq A_{i,j}, B_{i,j}, C_{i,j} < 998244353$ 。

第二题 错排

提交文件: qwq.cpp
输入文件: qwq.in
输出文件: qwq.out
时间空间限制: 2 秒, 1024 MB

小 X 最近学习了错排问题, 于是开始思考一个关于它的变种问题: 有多少个长度为 n 的排列 p , 满足对于 $i \leq m$ 的位置满足 $p_i > m$, 且对于所有位置 i 都满足 $p_i \neq i$?

小 X 一共想出了 T 个这样的问题, 你能告诉他每个问题的答案吗?

由于答案可能过大, 你只需要求出答案对 998244353 取模后的值即可。

输入格式

第一行输入一个整数 T , 表示询问组数。

接下来的 T 行, 每行输入两个整数 n, m 。

输出格式

输出 T 行, 每行一个整数表示答案对 998244353 取模后的值。

样例数据

qwq.in	qwq.out
6	14833
8 0	576
8 4	548326276
100 10	694205000
1000 100	493811811
10000 1000	135068319
100000 10000	

数据范围

对于 100% 的数据, $0 \leq T \leq 2 \times 10^5$, $0 \leq m \leq n \leq 2 \times 10^5$ 。

本题采用子任务捆绑测试。

subtask1(1pts): 保证 $T = 0$ 。

subtask2(9pts): 保证 $T \leq 10$, $n, m \leq 8$ 。

subtask3(10pts): 保证 $m = 0$ 。

subtask4(20pts): 保证 $n, m \leq 5000$ 。

subtask5(20pts): 保证 $T \leq 10$ 。

subtask6(40pts): 无特殊性质。

第三题 异或图

提交文件: graph.cpp
 输入文件: graph.in
 输出文件: graph.out
 时间空间限制: 4 秒, 1024 MB

给定一张 n 个点 m 条边的无向图和一个长度为 n 的数组 a_1, a_2, \dots, a_n 以及一个整数 C ，你需要求出有多少个长度为 n 的数组 b 满足：

- $0 \leq b_i \leq a_i, \forall 1 \leq i \leq n$ 。
- 对于每条边 (u, v) , $b_u \neq b_v$ 。
- $b_1 \oplus b_2 \oplus \dots \oplus b_n = C$, 其中 \oplus 代表异或。

答案对 998244353 取模。

输入格式

第一行输入三个整数 n, m, c 。

第二行输入 n 个整数 a_1, a_2, \dots, a_n 。

接下来的 m 行，每行输入两个正整数 u, v ，表示一条无向边。

输出格式

一行一个整数表示答案。

样例数据

graph.in	graph.out
3 1 2 1 2 3 1 2	4

样例解释

可行的 b 数组有 $(0, 1, 3), (0, 2, 0), (1, 0, 3), (1, 2, 1)$ 四种。

数据范围

对于所有数据，满足 $1 \leq n \leq 15, 0 \leq m \leq \frac{n(n-1)}{2}, 0 \leq a_i, C \leq 10^{18}$ 。

subtask1(20pts): $n \leq 5, 0 \leq a_i, C \leq 15$ 。

subtask2(50pts): $n \leq 13$ 。

subtask3(10pts): $m = 0$ 。

subtask4(20pts): 无特殊限制。