

## QUESTIONS ORAL AUTOMATIQUE JUIN 2014

### Etudiant 1 (15-16/20)

J'ai tiré la question 1 et 7, j'ai eu 1h30 (!!) pour préparer la question 1 et 20 min pour la deuxième

### Question 1 :

On donne les matrices  $A = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $D = 0$

a) Sous quelles conditions le système est-il asymptotiquement stable?

rép : les valeurs propres de  $A$  (ici  $\alpha$  et  $-1$ ) doivent être de valeur réelle négative. Après, il a demandé la différence entre la stabilité asymptotique et stabilité BIBO.

b) Donner la fonction de transfert.

rép : Il faut utiliser la formule  $H(p) = C \cdot \text{adj}(I p - A) B / \det(I p - A)$ , on obtient une fonction qui est simplifiable  $(p - \alpha) / (p - \alpha)(p + 1)$ , expliquer que c'est non observable/gouvernable.

Montrer la différence de stabilité BIBO (stable, car les pôles de la fonction simplifiée sont négatifs) et stabilité asymptotique (stable si  $\alpha < 0$ )

c) Le système est-il observable? Si non, quel valeur propre n'est pas observable?

rép : non observable car  $O$  n'est pas de rang  $n$ . La valeur propre non observable est  $\alpha$ , car celle-ci se simplifie sur la fonction de transfert. Démontrer comment arriver à  $O$ . Donner la définition d'observabilité et de gouvernabilité.

### Question 2 :

On donne  $G(p) = (10^{-3} * (-100 + p)) / ((1000 + p)(10 + p))$  et  $D(p) = 1$

a) donner les courbes de Bode de GD.

rép : faire attention car il y a un zéro positif, sinon pas bien dur.

b) tracer la courbe de Nyquist. Donner la définition de MG et MP, les montrer sur la courbe. Définir le contour de Nyquist, ce qu'est la courbe de Nyquist, critère de l'argument.

c) Comment faut-il faire varier le gain du régulateur pour avoir une MP plus grande?

rép : montrer sur les courbes de Bode que si gain augmente, on a une translation de la courbe de gain vers le haut, donc MP diminue. Il faut donc diminuer  $K$  pour avoir MP plus grand.

Une autre manière d'obtenir une MP plus grande est d'utiliser un régulateur à avance de phase.

## Etudiant 2

Question 1: Fct de transfert  $G(p) = (b_0p+b_1)/(p^2+a_0p+a_1)$  avec un régulateur proportionnel  $k_p$

- a) décrire le système en variables d'états (état minimal) puis discuter de tout, forme modale, définition observabilité, gouvernabilité, ce que ça engendre les formes modales etc...
- b) syst de  $G(p)$  avec régulateur  $k_p$  en boucle fermée, et donner les valeurs de  $K_p$  qui satisfont au fait que la boucle fermée soit stable (critère de Routh).

Question 2: Il donne des courbes de bode,

- a) tracer Nyquist
- b) MG, MP
- c) discuter pour les valeurs de  $k_p$  car il y a un régulateur à gain proportionnel

## Etudiant 3 (12-13/20)

### Question 1

Soit la fonction de transfert  $G(p) = (b_0+b_1p)/(p^2+a_1p+a_0)$  où  $b_0, b_1, a_1, a_0$  appartiennent à  $\mathbb{R}^+$ . On suppose qu'il n'existe pas de simplification pôle zéro (pas de zéro/pôle communs).

- a) Écrivez les équations en variables d'état.

Il faut utiliser le schéma fonctionnel avec les intégrateurs et retrouver les équations décrites en variables d'état).

- b) Soit un régulateur proportionnel à réaction unitaire. Calculez les valeurs de  $k_p$  telles que le système en boucle fermée est stable.

Il faut utiliser la table de Routh

### Question 2

Il donne des courbes de bode,  $G(p) = 1/(p+1)(2p+1)(0,5p+1)$  et  $D(p) = 3$

- a)  $M_p, M_g$ , les montrer sur bode, les définir, écrire les formules générales

- b) Que mettre comme régulateur pour avoir  $\sigma < 10\%$  en conservant  $M_p$ ?

Régulateur à retard de phase

- c) Donner la formule générale du régulateur et tracer asymptotiquement ses courbes de bode

- d) Quel est le gain statique du régulateur qui vérifie ces conditions ?

### Remarque :

Il m'a souvent demandé de faire le lien avec les labos, surtout le 6.

Sachez bien ce que représentent les courbes de bode, les réponses indicielles etc et ce

qu'on met à l'entrée du système pour les obtenir, il a été assez pointilleux là-dessus avec moi.

#### Etudiant 4 (17-18/20)

##### Question 1

Soit la fonction de transfert  $G(p) = (b_0 + b_1 p) / (p^2 + a_1 p + a_0)$  où  $b_0, b_1, a_1, a_2$  appartiennent à  $\mathbb{R}^+$ . On suppose qu'il n'existe pas de simplification pôle zéro (pas de zéro/pôle communs).

a) Écrivez les équations en variables d'état du système à réalisation minimale

Il faut utiliser le schéma fonctionnel avec les intégrateurs et retrouver les équations décrites en variables d'état). + expliquer ce qu'est la réalisation minimale = gouvernable et observable (c'est le cas car pas de simplifications pôle zéro possible voir énoncé). Expliquer si on pourrait avoir une erreur statique nulle vis à vis d'une référence en échelon dans une boucle fermée en rétroaction unitaire avec un régulateur de gain  $k_p$ . (oui si on met par exemple  $a_0=0 \Rightarrow$  1 pôle à l'origine  $\Rightarrow$  type 1, si on met  $a_1=0$  et  $a_0=0 \Rightarrow$  2 pôles à l'origine  $\Rightarrow$  type 2 "est ce que c'est ce qu'on avait besoin?" non, on n'avait besoin que d'un seul pôle. "erreur statique nulle vis à vis de quoi dans ce cas?" Vis à vis d'une référence en rampe. Même question vis à vis perturbation en échelon? Pas possible avec régulateur  $k_p$  (car pas de pôle à l'origine)  $\Rightarrow$  "Expliquez intuitivement (pas mathématiquement) pourquoi". Réponse assez "compliquée" voir slide ou il donne une interprétation intuitive avec schéma bloc de pourquoi il faut un pôle à l'origine (=intégrateur) et adapter à la question..

b) Soit un régulateur proportionnel à rétroaction unitaire. Calculez les valeurs de  $k_p$  telles que le système en boucle fermé est stable.

Il faut utiliser la table de Routh

##### Question 2 :

Il donne des courbes de Bode,

a) tracer Nyquist (expliquez Nyquist, principe de l'argument, moi j'avais pôle à l'origine  $\Rightarrow$  a expliquer par quoi ça se manifeste dans la courbe de Nyquist,...)

b) MG, MP sur Bode et Nyquist, A définir en français

c) discuter pour les valeurs de  $k_p$  car il y a un régulateur à gain proportionnel

##### Question subsidiaires :

Tracer Bode bcle fermée à partir de bode de la boucle ouverte sans calculer de pôles  $\Rightarrow$  intuitivement. Réponse :  $BF = B_0 / (1 + BO)$  J'avais 1)  $BO$  tendant vers 0 pr  $\omega$  à l'infini et 2)  $BO$  tendant vers l'infini pr  $\omega \Rightarrow 0$ .

$\Rightarrow$  1)  $\omega$  tend vers infini,  $BO$  tend vers 0  $\Rightarrow BF$  tend vers 0 (pente de -40 db car 2 pôles complexes)

$\Rightarrow$  2)  $\omega$  tend vers zéro,  $BO$  tend vers infini  $\Rightarrow BF$  tend vers 1 (0 db)

$\Rightarrow$  correspond à un filtre passe bas.

Montrer la bande passante  $\Rightarrow$  = bande avant  $\omega$   $BF = \omega$  où gain = -3 db.

---

## QUESTION 1

$D(p) = kp$ ,  $G(p) = 1/(p+1)(p+2)(p+3)$  dans une boucle à rétroaction unitaire

Soit  $R$  la référence,  $Y$  le signal réglé et  $U$  le signal entre  $D$  et  $G$

- Déterminer les valeurs de  $k_p$  telle que la boucle fermée est stable
- En supposant  $k_p$  choisi tel que la boucle fermée est stable, trouver la limite pour  $t$  tendant vers l'infini de  $y(t)$  pour une référence du type  $\alpha \cdot u(t)$  avec  $\alpha > 0$
- calculer la fonction de transfert entre  $U$  et  $R$

### QUESTION ORAL:

- Expliquez la table de Routh que j'ai fait, la CNS de stabilité concernant la table de Routh
- Qu'est ce qu'un système stable?
- Est-ce que c'était normal qu'à la sortie je n'obtenais pas  $\alpha$  mais  $(\alpha \cdot K_p)/(6 + K_p)$  ?
- Qu'est-ce qu'un système gouvernable? Qu'est-ce qu'un système observable?
- Comment je ferais pour déterminer si le système est ingouvernable, inobservable?
- Ecrire les matrices dans le cas où j'ai mis en forme modale (de manière générale, sans les vrais valeurs)
- Comment est-ce que je mettrai mon système réglé (uniquement) en variables d'état?
- ...

## QUESTION 2

Sur base des courbes de Bode de la mise en série d'un régulateur proportionnel et d'un système réglé:

- Déterminez s'il y a des pôles à l'origine et dans l'affirmative, combien et pourquoi?
- Sur base de ces courbes de Bode, déterminer la MP et la MG de la boucle fermée à rétroaction unitaire se basant sur cette boucle ouverte?
- On estime qu'il faut un régulateur à avance de phase, donnez la formule de ce régulateur et ces courbes de Bode

### QUESTION ORAL:

- Pourquoi il y a une marge de gain infinie?
- Où est-ce que je placerais le maximum de phase du régulateur à avance de phase?
- Esquisser la courbe de Bode de la boucle fermée sur base de celle de la boucle ouverte
- Sur la courbe de Bode, combien vaut la pulsation de coupure?
- Donner un exemple de déphaseur à gain unitaire (réponse: un temps mort)
- ...

## Etudiant 5 ("un gros 14"/20)

### Question 3)

Il donne la fonction de transfert du système réglé  $1/((p+1)(p+2)(p+3))$  ainsi que le régulateur qui est proportionnel

**A)** Déterminer pour quelle zone de  $K$  la boucle fermée est stable => Application du critère de Routh (résultat  $-6 < K < 60$ , un  $K$  positif n'est pas spécifié dans la consigne donc j'ai laissé le -6)

**B)** Obtenir le gain final quand on applique un échelon (de hauteur  $\alpha$ )  $\Rightarrow$  Application du théorème de la valeur final, j'obtenais  $(k \cdot \alpha) / (k+6)$  ou quelque chose du genre

**C)** Exprimer  $U$  en fonction de  $R$  ( $U$  étant la sortie du régulateur, donc le signal juste avant le système réglé)

---

### Question 1

On a  $G(p) = A0 / (p \cdot (p+a))$

$D(p) = Kp$

On veut obtenir  $T(p)$  = forme du second degré (avec les  $\zeta$  et  $\omega_n$ )

Consignes:  $\tau_r \leq 1s$ , amortissement  $\geq 0.707$

1) Le lieu des pôles respectant ces conditions  $\Rightarrow$  Utiliser  $\omega_n \cdot \tau_r = 1.8$  et  $\theta = \arcsin \zeta$

2) Esquisser la réponse indicielle ainsi que la pente à l'origine et la valeur asymptotique  $\Rightarrow$  calculer  $t_s$ ,  $t_p$ ,  $M_p$  pour l'esquisse, TVI et TVF pour la pente et la valeur asymptotique (conditions d'utilisation des théorèmes)

3) Peut-on obtenir ces caractéristiques en boucle fermée pour  $D(p) = Kp$  ?  $\Rightarrow$  Utiliser  $D(p) \cdot G(p) / (1 + D(p) \cdot G(p))$  et se rendre compte que le  $Kp$  n'apparaît que dans le terme indépendant du numérateur et n'influence donc que le  $\omega_n$  (l'amortissement diminue si on augmente  $\omega_n$ ) même si l'amortissement est indirectement dépendant.

Bonus: Si on ajoute des perturbations entre  $G(p)$  et  $D(p)$  quelle sera l'erreur statique par rapport à ces perturbations  $\Rightarrow$  erreur constante (en effet, le pôle à l'origine se trouve sur  $G(p)$ , pour avoir une erreur nulle, le pôle à l'origine doit être placé avant la perturbation)

### Question 2

On a  $G(p) = 3 / (p \cdot (p+1) \cdot (p+2))$

$D(p) = K_i / p$

1) Pour  $K_i$  positif, le lieu des pôles  $\Rightarrow$  Lieu d'Evans positif (3 asymptotes, à gauche d'un nombre impair de pôle, point de départ des asymptotes, angles des asymptotes)

2) Point de décollement et trouver le  $K_i$  correspondant à ce point  $\Rightarrow dK/dp = 0$  (on trouve deux racines, une correspondant au lieu des pôles négatifs) puis critère du module en remplaçant par la valeur du pôle.

3) Trouver la MG  $\Rightarrow$  La définir, trouver en quel point le système devient instable (condition sur  $K$  et donc sur  $K_i$ ) et  $MG = K / \text{pôle}$