- <u>Première question:</u>

  Soit une boucle fermée à rétroaction unitaire.

  D(p) = kp, G(p) = 1/(p+1)(p+2)(p+3)
  Soit R la référence, Y le signal réglé et U le signal entre D et G
  a) Déterminer les valeurs de kp telle que la boucle fermée est stable
  b) En supposant kp choisi tel que la boucle fermée est stable, trouver la
  limite pour t tendant vers l'infini de y(t) pour une référence du type
  alpha . nu(t) avec alpha >0
  c) calculer la fonction de transfert entre U et R
  a) On calcule la H(p) de la boucle fermée, on trouve le polynôme caractéristique et on applique le critère de Routh.

  Question subsidiaire: Pouvez-vous vérifier le résultat par un autre moyen?
  Oui, par exemple en traçant le lieu d'Evans.
  b) Utiliser le théorème de la valeur finale.

  Questions subsidiaire:
  Que se passe-t-il dans G(p), on remplace la (p+1) par p ?
  Alors il y a un pôle à l'origine et y(t) tend vers alpha (càd la référence).

  Que se passe-t-il si on rajoute une perturbation entre D et G, du même type
  que y(t), toujours dans le cas où on a remplacé p+1 par p ?
  La réponse à la perturbation vaut alors alpha/kp.

  Comment supprimer cette perturbation ?
  En introduisant un pôle à l'origine dans le régulateur (intégrateur)

  c) U/R = kp/(1+ kp *G)
  Questions subsidiaire:
  Donner la réponse à une entrée du type A*sin(w0 t)
  => A * |H(jw0)| * sin(w0 t + arg (H(jw0)))
  Comment calculer l'argument de H ?
  arctg(Re /Im)

- <u>Deuxième question:</u>

  On donne le tracé du lieu d'Evans réalisé pour G(p) = (p+2)/(p^2+p) et D(p) = kp * (p+2)/(p+10)

  a) De quel type de régulateur s'agit-il?
  b)

Donner la méthode pour trouver kp tel que la boucle fermée se comporte
comme un système du deuxième ordre avec facteur d'amortissement = 0.5
c) Que vaut la marge de gain dans ce cas?

a) Avance de phase car 2<10

b)
Tracer la droite qui fait un angle arcsin(0.5) = 30° avec l'axe
imaginaire. Prendre l'intersection de cette droite avec le lieu. Soit
l'intersection le point p1
Utiliser la condition sur le module : $|K * L(p)| = 1 \Rightarrow K = |1/L(p)|$ évalué en p1.
En calculant la fonction de transfert de la boucle fermée, on trouve K = 2*kp
=> kp = K/2

Question subsidiaire:

Orienter le lieu :

On part des pôles, m branches se terminent aux zéros finis et les autres aux zéros infinis.

c) Mg infinie car le lieu est dans le demi-plan gauche.

Questions subsidiaire:

Définir MG.
Définir MP.
Donne une méthode pour les visualiser

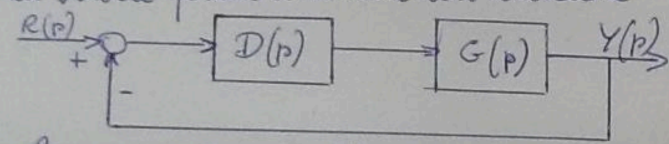
Tracer des courbes de bodes par exemple est montre dessus la marge de gain et de phase.

Quelle est l'influence d'un temps mort?

on rajoute - w t0 à la phase.

60

On considère la boucle fermée à rétroaction unitaire suivante :



où $G(p) = \frac{A_0}{p(p+a)}$, $A_0, a \in \mathbb{R}^+$. On souhaite concevoir un régulateur pour que le système en boucle fermée se comporte comme un système du deuxième ordre décrit par

$$T(p) = \frac{\omega_n^2}{p^2 + 2\zeta\omega_n p + \omega_n^2}$$

dont les caractéristiques sont les suivantes :

- temps de montée : 1 s
- facteur d'amortissement : 0,707

a) déterminez la région du plan complexe dans laquelle doivent se trouver les pôles de $T(p)$ pour vérifier les exigences.

b) esquissez la réponse indicielle de $T(p)$; précisez sa pente en $t=0$ et la valeur vers laquelle elle tend quand t tend vers l'infini.

c) peut-on obtenir le comportement souhaité pour la boucle fermée si l'on choisit $D(p) = k_P$ (régulateur proportionnel) ? Justifiez votre réponse.

- Question 1 :

  a) On donne G(p) : A0*(w_n)^2 / (p^2 + 2*k*w_n*p + (w_n)^2)

  Déterminer la réponse indicielle de ce système en fonction de la position des pôles dans le plan complexe. Justifier.

  b) On donne G(p) = A0 / ((1 + pT1) * (1 + pT2)) dont la réponse indicielle est s(t) --> Déduire la réponse indicielle du système G1(p) = A0 * (1 + p*T_z) / ((1 + pT1) * (1 + pT2))
- Question 2 :

  On donne les courbes de Bode en BO d'un système réglé régulé au moyen d'un régulateur proportionnel D(p) = 3 & G(p) = 1 / ((0.5p+1) * (p+1) * (2p+1))

  a) Calculer la MP et MG.

  b) Quel régulateur faut-il employer pour assurer une erreur statique inférieure à 10% sans modifier la MP.

c) Donnez la fonction de transfert d'un régulateur à retard de phase.
d) Choisir le gain k du régulateur à retard de phase de sorte que la question b) soit satisfaite.

- Question 1 :

  Soit le système en variables d'état :
  \dot{x} = Ax + Bu
  y = Cx + Du
  avec A = [alpha 0 ; bêta -1] | B = [0 ; 1] | C = [1 1] | D = 0
  et alpha et bêta sont réels

  a) Quelles sont les conditions pour que le système soit asymptotiquement stable ?
  b) Est-ce que le système est observable ? Si non, à quelle valeur propre est associée l'inobservabilité ?
  c) Est-ce que le système est gouvernable ? Si non, à quelle valeur propre est associée l'ingouvernabilité ?

  Question subsidiaire : Que peut-on dire du dénominateur de la fonction de transfert du système ?

- Question 2 :

  Soit un système réglé G(p) = 2/p*(p+1)² et un régulateur D(p) = kp
  On considère le régulateur et le système réglé dans une rétroaction unitaire.

  a) Esquissez le lieu des pôles de la boucle fermée
  b) Indiquez comment trouver le(s) point(s) d'arrivée et/ou de départ du lieu sur l'axe réel
  c) Déterminez les points d'intersection du lieu avec l'axe imaginaire
  d) Le kp qu'on utilise vaut kpo. Quelle est la marge de gain de la boucle fermée ?

  Question subsidiaire : Quelle est l'erreur statique du système vis-à-vis d'une entrée en échelon ? et vis-à-vis d'une perturbation en échelon ?

- La question sur le réservoir où il donne une équation. Il faut donner les états d'équilibre du système, linéariser l'équation, donner la forme finale autour d'un point d'équilibre avec tous les termes en tildes. Ensuite il faut donner la fonction de transfert et tracer la réponse indicielle (théorème de la valeur finale + initiale).

- Il donne les courbes de Bode de la boucle ouvert. Il demande d'esquisser la courbe de Nyquist. A partir des courbes de Bode, donner la marge de gain et phase. A partir du paramètre kp du régulateur proportionnelle, discuter le nombre de pôles instables de la boucle fermée.

- Soit la fonction de transfert G(p) = (b0+b1p)/(p²+a1p+a0p) où b0, b1, a1, a2 appartiennent à R+. On suppose qu'il n'existe pas de simplification pôle zéro (pas de zéro/pôle communs).

a) Écrivez les équations en variables d'état.
Il faut utiliser le schéma fonctionnel avec les intégrateurs et retrouver les équations décrites en variables d'état).
Questions subsidiaires :
À partir des valeurs de la matrice A, comment savoir si le système est stable/instable.
Deux réponses : on calcule les valeurs propres et leur partie réelle est négative ou alors on calcule les zéros du polynôme caractéristique et leur partie réelle est négative -> système de la BO stable.
- Qu'est-ce qu'un système asymptotiquement stable (variables d'état bornées pour toute entrée bornée)

b) Soit un régulateur proportionnel à rétroaction unitaire. Calculez les valeurs de kp telles que le système en boucle fermé est stable.
Il faut utiliser la table de Routh, et voir que la première colonne est positive pour tout paramètre kp.
Questions subsidiaires :
- Calculer la fonction de transfert pour une perturbation (la perturbation est une perturbation de mesure d'entrée).
Il suffit de faire -kpG/(1+kpG) et ensuite il demande si on peut avoir une sortie telle qu'elle suit parfaitement la référence et rejette les bruits de mesure. Ce n'est pas possible, car il faut d'un côté un kp infini et de l'autre un kp nul. Donc le compromis c'est d'uiliser un filtre passe-bas et non passe-haut car les perturbations de mesure sont à hautes fréquences
- Écrire la forme générique d'un régulateur à avance de phase et justifier.
On met la fonction de transfert D(p) sous la forme kp(1+pT)/(1+pTalpha) et on discute en fonction de la valeur de alpha pour avoir arg(D(jw)) positif.
Écrire l'approximation discrète Dc(z) de la fonction D(p)
En déduire l'équation de récursivité
Là il faut utiliser Tustin et poser p = 2/Ts((z-1)/(z+1))
- Dessiner le schéma bloc d'un régulateur numérique
Questions subsidiaires :
- À quoi sert le régulateur à avance de phase
Il sert à augmenter la marge de phase (il faut tout expliquer avec Nyquist)
- Il va prendre le schéma bloc et poser quelques questions dessus : quelle est la nature du signal à cet endroit (numérique/analogique, discret), bien savoir si on est en binaire ou pas, et décrire ce qu'on a à la sortie du convertisseur numérique/analogique (on maintient le signal grâce à un extrapolateur -> signal carré).

- le rôle du régulateur à avance de phase expliquer avec Nyquist, : le rôle du régulateur à avance de phase est bien d'augmenter la marge de phase. Alors il m'a demandé de définir la marge de phase. Je lui ai expliqué que c'était le déphasage qu'on peut introduire au système avant qu'il n'arrive en instabilité. Il n'était pas trop satisfait de ma réponse alors il m'a dessiné une courbe de Nyquist quelconque et m'a demandé de lui montrer et expliquer la marge de phase sur la courbe de Nyquist. Je lui ai donc dessiné un cercle de rayon 1 et là où la courbe coupait le cercle, tu dois expliquer en disant que c'est l'angle entre l'horizontale et la ligne que tu as tracé. Et puis il m'a demandé ce que représente sur la courbe de Nyquist un déphasage, je lui ai répondu qu'il s'agissait d'une rotation de la courbe de Nyquist dans le plan complexe.

- Question 1

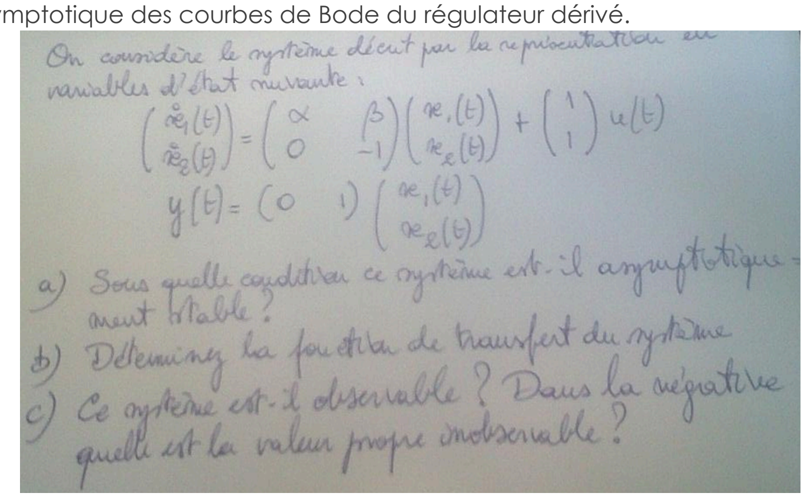
  Soit le régulateur suivant : D(p)=Kp*(1+pTi)/(pTi)

  a) Quel type de régulateur est-ce ?
  b) Donnez la description en variable d'état.
  c) Soit un système de 1er ordre dont sa description en variable d'état est la suivante :
  dx/dt=a*x+b*u
  y=x où a,b appartiennent à l'ensemble réel positif.
  Donnez la description en variable d'état du système lors de la mise en série avec le régulateur.
  d) Que peut-on dire de la gouvernabilité du système obtenue au point c)

- Question 2

  Soit le régulateur PID : D(p)=Kp+(Ki/p)+(pKd)/(pTf+1)

  a) Définissez chaque terme et leur rôle
  b) Faire la tracé asymptotique des courbes de Bode du régulateur dérivé.
  c) Soit une boucle fermée à rétroaction unitaire composée d'un système réglée G(p) et du régulateur D(p). Comment pouvez vous évaluer la bande passante ?
  d) Faites le schéma bloc de la boucle fermée en tenant compte des bruits de mesure.
  Déterminer la fonction de transfert entre le bruit de mesure et du signal réglé.

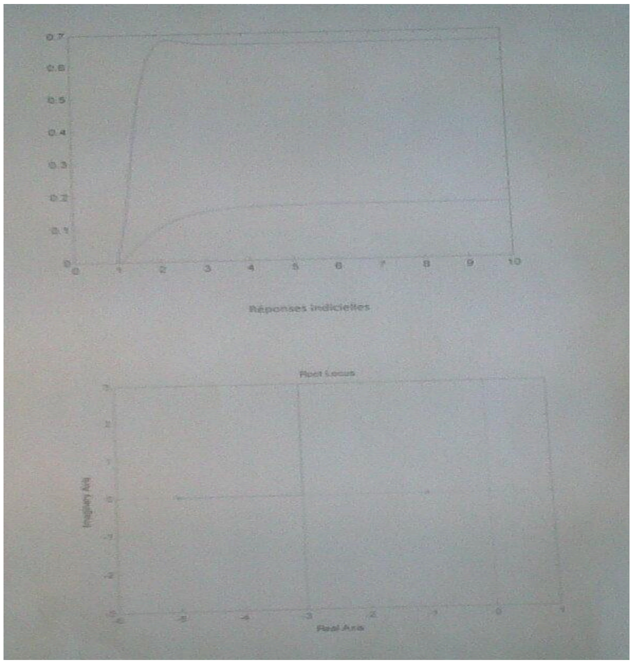

On considère le système décrit par la représentation en variables d'état suivante :

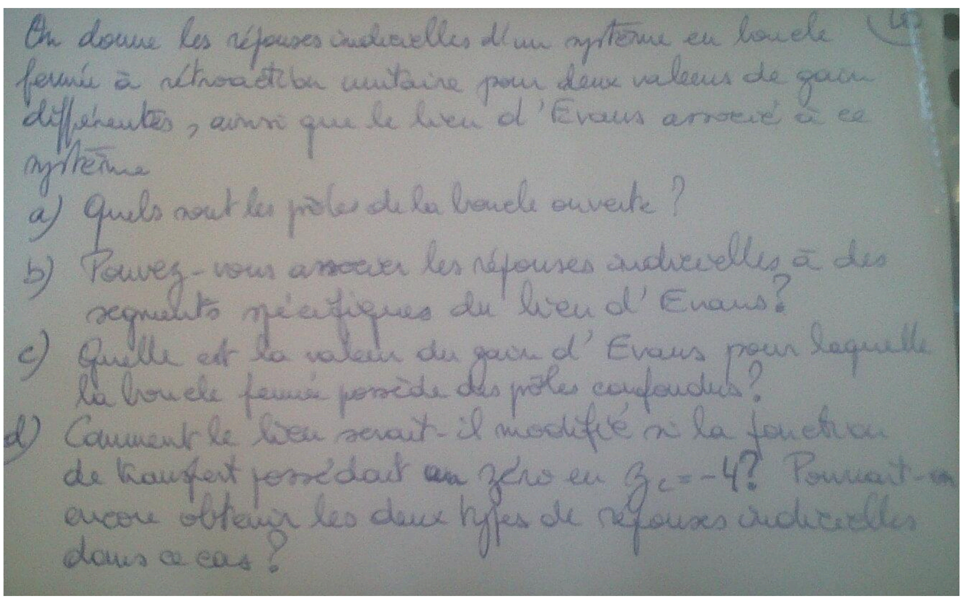
$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix}$$

a) Sous quelle condition ce système est-il asymptotiquement stable ?
b) Déterminez la fonction de transfert du système
c) Ce système est-il observable ? Dans la négative quelle est la valeur propre inobservable ?

-

- 



On donne les réponses indicielles d'un système en boucle fermé à rétroaction unitaire pour deux valeurs de gain différentes, ainsi que le lieu d'Evans associé à ce système

a) Quels sont les pôles de la boucle ouverte ?

b) Pouvez-vous associer les réponses indicielles à des segments spécifiques du lieu d'Evans?

c) Quelle est la valeur du gain d'Evans pour laquelle la boucle fermée possède des pôles confondus?

d) Comment le lieu serait-il modifié si la fonction de transfert possédait un zéro en $z_c = -4$? Pourrait-on encore obtenir les deux types de réponses indicielles dans ce cas?

- G(p)=(b0p+b1)/(p²+a1p+a2) a mettre en variable d'état, puis dire pour quel valeur de kp il y a stabilité lorsqu'on rajoute un régulateur proportionnel dans une boucle fermée.

- courbes de Bode, j'ai du dire si il y avait un pôle à l'origine, calculer Marge de gain et Marge de phase et enfin en rajoutant un régulateur à avance de phase,tracer les courbes de Bode de ce régulateur.

- Régulation d'un système, on veut une fonction de Transfert du deuxième ordre, on donne des spécification : facteur d'amortissment et temps de montée, déduire position des pôles et discuter

- On donne une fonction de transfert, tracé courbe de Bode + Déduire nyquist, parler de la stabilité via Nyquist et Bode

- il donne une boucle fermée avec D(p)=k*(1+pT1)/(1+pT2) ; G(p)=A0/p; H(p)=1
  a) Donnez le gain statique b) Donnez l'erreur statique pour une consigne en échelon r(t)=alpha.v(t) ou alpha est une constante positivec) Donnez la réponse pour une consigne r(t)=4 cos(3t)
  Ces trois questions sont pas trop dures, mais après ils posent énormément de questions, genre c'est quoi un système stable, un système asymptotiquement stable, puis il enchaine sur les systèmes en variables d'état,et rebolote pleins de questions, il m'a demander d'exprimer X(p) en fonction de U(p) en partant de l'expression généraled'un système en variables d'état (attention à l'ordre des termes pour les calculs matriciel !), il m'a aussi demandé de fairedes liens avec ce qu'on a vu en labo, du genre comment mesuré le gain statique en pratique (checker la réponse indicielle pour une entrée en échelon pour un temps suffisamment long), ...

- Il file des courbes de Bode et il demande
  a) Y a-t-il des pôles à l'origine dans l'expression de G(p) ? (oui, un)b) Déterminer MP et MGc) Esquissez le tracé asymptotique des courbes de Bode d'un régulateur à avance de phase.
  Pareil après il pose la dose de questions, du style comment le régulateur à avance de phase va modifierles courbes de Bode, qu'en est-t-il de la fréquence de coupure ? (elle augmente) et de la bande passante ? (augmente aussi),redéfinir MG et MP, est-ce que les pôles de G(p) sont à partie réelle positive ou négative? (négative), ...

- Questions subsidiaires supplémentaires :

  - tracer le schéma blog de la boucle fermée pour un système linéarisé autour d un point d équilibre. Et comment faire si on ne connaît pas bien le point de fonctionnement du système réglé pour annuler l erreur statique introduite par cette erreur de modélisation.

  - expliquer et démontrer comment un zéro introduit un dépassement indiciel.

  - expliquer ce qu est un système à déphasage non minimal (démontrer)

- Il me donne un modèle en variable d'état (que je ne connais plus par coeur mais ce n'était pas un compliqué) et je devais dire s'il est obsolument stable, trouver la fonction de transfert et dire s'il est observable. RIen de compliqué à tout ça.

  Après lui avoir calculé la fonction de transfert, j'ai bien précisé que c'était la fonction de transfert du système APRES les éventuelles

simplifications pôles-zéros.
Donc il m'a demandé si à mon avis il y avait eu des simplifications pôles zéros et je lui répondu que oui car le polynome caractéristique de la matrice A n'était pas égal au dénominateur de la fonction de transfert. Or le polynome caractéristique de la matrice A vaut le dénominateur de la fonction de transfert AVANT les éventuelles simplifications pôles-zéros.
Il m'a ensuite demandé de démontrer pq le polynome caractéristque de la marice A vaut le dénominateur de la fonction de transfert avant les simplifications pôles)zéros et ça je n'ai pas su faire.

- Pour la 2ième questions:

  Je devais tracer le lieu de L(p)=2k/(p(p+1) d'Evans en calculant les assymptotes, les points d'intersection avec l'axe imaginaire, etc, il fallait bêtement appliquer les règles unes à unes pour tracer un lieu dEvans.

  Ensuite je devais dire qu'elle était la marge de gain du système en boucle fermée lorsque k vaut k0.
  Et comme question subsidières, je devais définir la marge de gain. Ce qu'il attendait comme réponse c'est que la marge de gain est le gain par lequel on peut multiplier le système de sorte à ce qu'il reste stable.

- Soit le système en variables d'état :
  dot{x} = Ax + Bu
  y = Cx + Du
  avec A = [alpha 0 ; bêta -1] | B = [0 ; 1] | C = [1 1] | D = 0
  et alpha et bêta sont rééls

  a) Quelles sont les conditions pour que le système soit asymptotiquement stable ?
  Alpha < 0, c'est la seule condition. Là il demande de demande de définir système asymptotiquement stable.
  b) Est-ce que le système est observable ? Si non, à quelle valeur propre est associée l'inobservabilité ?
  Il faut calculer la matrice d'observabilité. On voit que son rang est deux donc observable. Là il demande de définir observabilité.
  c) Est-ce que le système est gouvernable ? Si non, à quelle valeur propre est associée l'ingouvernabilité ?
  Il faut calculer la matrice de gouvernabilité. On voit que son rang est 1 donc ingouvernable. Là il demande aussi de définir gouvernabilité

Question subsidiaire : Que peut-on dire du dénominateur de la fonction de transfert du système ?
Ben à la base c'est a priori (p-alpha)*(p+1) mais comme x1 est ingouvernable et que x1 est lié à alpha, il y a simplification pôle/zéro de cette valeur donc le dénominateur est finalement (p+1).
Comme la question est courte et qu'on a du temps, j'ai aussi tout diagonalisé. C'était pas terrible comme idée parce que je me suis trompé en calculant Cd donc il m'a demandé d'où venait ma diagonalisation et plein d'autres questions théoriques sur le sujet. Faites-le juste si vous gérez bien la théorie derrière tout ça ;)!

- Il donne les courbes de Bode de la boucle ouverte.
  a) Il demande d'esquisser la courbe de Nyquist.
  Vous la tracez. Là il demande en question subsidiaire le contour de Nyquist, pourquoi il y a un demi-cercle si grand (demi-cercle de rayon infini).
  b) A partir des courbes de Bode, donner la marge de gain et phase.
  Définir ces notions est sa question subsidiaire!
  c) A partir du paramètre kp du régulateur proportionnel, discuter le nombre de pôles instables de la boucle fermée.
  Il faut lui appliquer le critère de Nyquist. Ensuite il demande s'il existe une autre manière de le voir. Ce qu'il veut c'est Evans!