



ECOLE
POLYTECHNIQUE
DE BRUXELLES

MATH-H304 AUTOMATIQUE

RAPPORT DE LABORATOIRE N°3

Positionneur d'anneau blanc

Filière EIT - Groupe 1

Sefa GÖNEN

Emmeran COLOT

Lucas PLACENTINO

Alexis BOLLENGIER

Professeur

Michel KINNAERT

Assistant

Maxime BUSSIOS

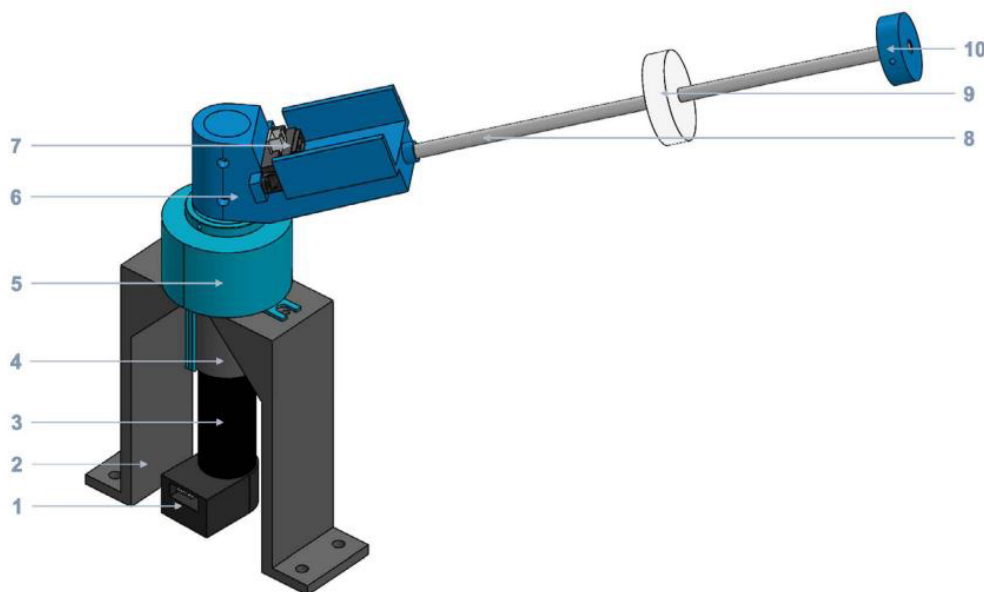


TABLE DES MATIÈRES

1	Introduction	2
2	Synthèse séance pratique 2	3
2.1	Système non-intégrateur	3
2.2	Système intégrateur	3
2.3	Conclusion	4
3	Amélioration du modèle du système réglé	5
3.1	Adaptation du logiciel d'optimisation pour l'estimation de la fonction de transfert .	5
3.2	Validation du modèle en simulation	6
4	Choix du gain du régulateur proportionnel et Lieu d'Evans	7
4.1	Relevé de la réponse à un échelon de consigne pour différentes valeurs du gain du régulateur proportionnel	7
4.2	Pôles de la boucle fermée	8
4.3	Lieu d'Evans	9
5	Relevé expérimental de deux points des courbes de Bode	10
5.1	Démarche expérimentale pour relever un point des courbes de Bode du système réglé	10
5.2	Relevé expérimental d'un point des courbes de Bode	10
5.3	Comparaison des valeurs expérimentales et des courbes de Bode obtenues à partir de la fonction de transfert	13

1 INTRODUCTION

Dans ce troisième laboratoire nous avons en premier lieu amélioré le modèle du système réglé en utilisant un logiciel d'optimisations pour déterminer la fonction de transfert. Par la suite, nous avons étudié le lieu d'Evans qui permet de déterminer la position des pôles de la boucle fermée dans le cas d'un régulateur proportionnel en fonction de la valeur du dit gain. Nous avons également déterminé les caractéristiques de la fonction de transfert $H(p)$. Pour finir nous avons relevé expérimentalement deux points sur les courbes de Bode et les avons ensuite comparés avec ceux obtenus à partir de la fonction de transfert $H(p)$.

2 SYNTHÈSE SÉANCE PRATIQUE 2

2.1 Système non-intégrateur

L'erreur statique vis-à-vis d'une **référence en échelon** et d'une perturbation nulle est non-nulle :

$$\begin{aligned}e_s(t) &= \lim_{p \rightarrow 0} p E(p) \\ \Leftrightarrow e_s(t) &= \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{1}{1 + k_p G(p)} \frac{A}{p} \\ \Leftrightarrow e_s(t) &= \frac{A}{1 + k_p G(0)} \neq 0\end{aligned}$$

L'erreur statique vis-à-vis d'une référence nulle et d'une **perturbation en échelon** :

$$\begin{aligned}e_s(t) &= \lim_{p \rightarrow 0} p E(p) \\ \Leftrightarrow e_s(t) &= \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{G(p)}{1 + k_p G(p)} \frac{A}{p} \\ \Leftrightarrow e_s(t) &= \frac{A G(0)}{1 + k_p G(0)} \neq 0\end{aligned}$$

Dans les deux cas, pour un système non-intégrateur, l'erreur statique est non-nulle.

2.2 Système intégrateur

L'erreur statique vis-à-vis d'une **référence en échelon** et d'une perturbation nulle est nulle :

$$\begin{aligned}e_s(t) &= \lim_{p \rightarrow 0} p E(p) \\ \Leftrightarrow e_s(t) &= \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{1}{1 + k_p \frac{G'(p)}{p}} \frac{A}{p} \\ \Leftrightarrow e_s(t) &= \lim_{p \rightarrow 0} \frac{A}{1 + k_p \frac{G'(p)}{p}} \\ \Leftrightarrow e_s(t) &\rightarrow 0\end{aligned}$$

L'erreur statique vis-à-vis d'une référence nulle et d'une **perturbation en échelon** est non-nulle car la perturbation est intégrée par le système réglé.

2.3 Conclusion

En conclusion, lorsque nous avons une référence en échelon, le système intégrateur produit une erreur statique nulle, ce qui n'est pas le cas d'un système non-intégrateur. Ainsi, si on veut avoir une erreur statique nulle dans ce dernier cas, il suffit d'ajouter un pôle à l'origine dans le régulateur.

En ce qui concerne la perturbation en échelon, les deux types de systèmes produisent des erreurs statiques non-nulles.

3 AMÉLIORATION DU MODÈLE DU SYSTÈME RÉGLÉ

3.1 Adaptation du logiciel d'optimisation pour l'estimation de la fonction de transfert

On a, dans un premier temps, chercher un modèle optimisé du second ordre :

$$G_{\text{opti2}} = \frac{5.027}{0.17p^2 + 2.27p + 1}$$

Mais comme on peut sur la figure 1, ce modèle induit des oscillations dans la boucle fermée, alors que le système réglé réel n'en présente pas.

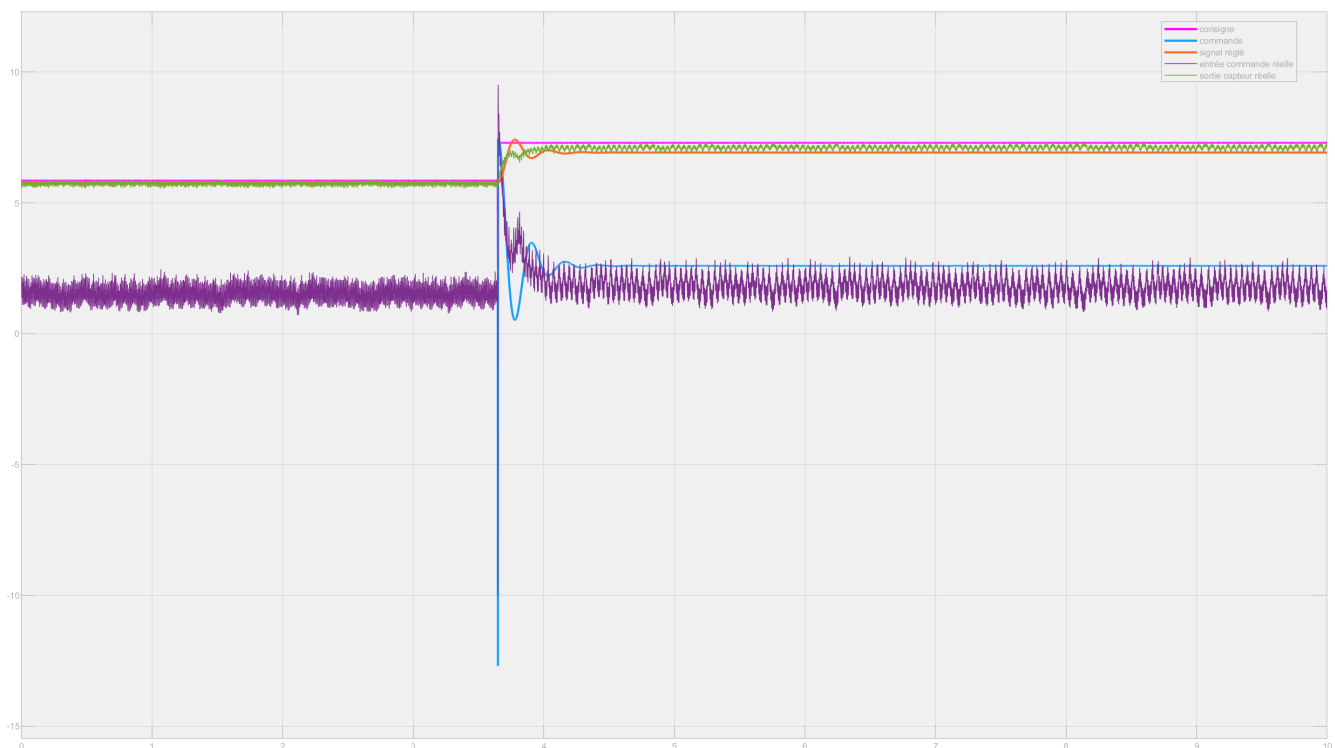


FIGURE 1 – Comparaison, en boucle fermée ($k_p=4.2$), du modèle optimisé du second ordre et du système réel. Axe X : temps [s], axe Y : tension [V]

C'est pourquoi nous avons décidé d'utiliser un modèle optimisé du premier ordre pour le reste du laboratoire :

$$G_{\text{opti1}} = \frac{5.075}{2.328p + 1}$$

3.2 Validation du modèle en simulation

On peut comparer les deux fonctions de transfert optimisées G_{opti1} (voir Figure 2) et G_{opti2} (voir Figure 3) avec la fonction de transfert G qu'on avait déterminée graphiquement lors de la première séance.

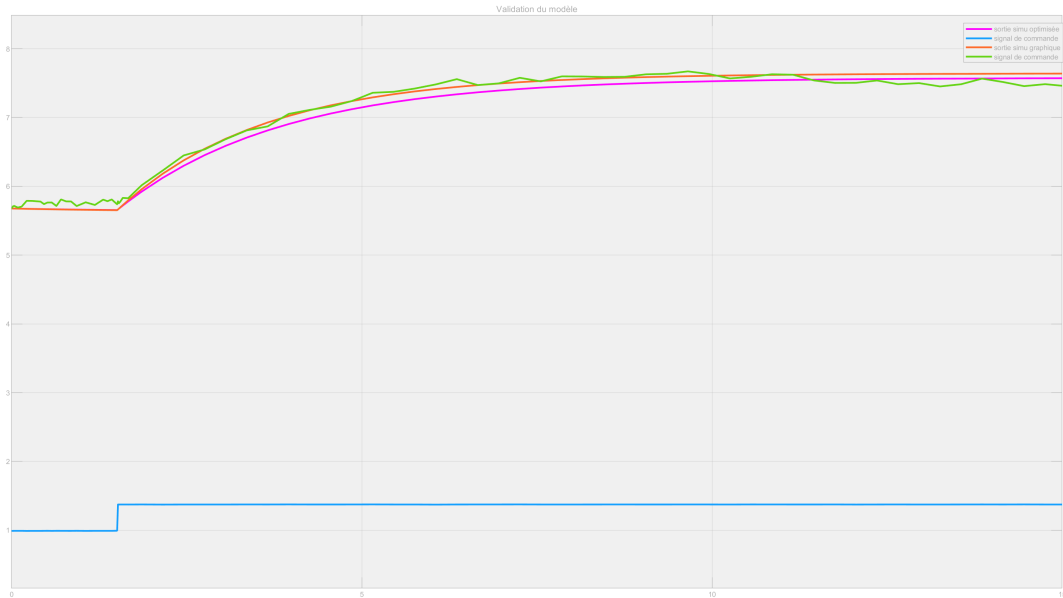


FIGURE 2 – Comparaison modèle optimisé du premier ordre et modèle graphique. Axe X : temps [s], axe Y : tension [V]

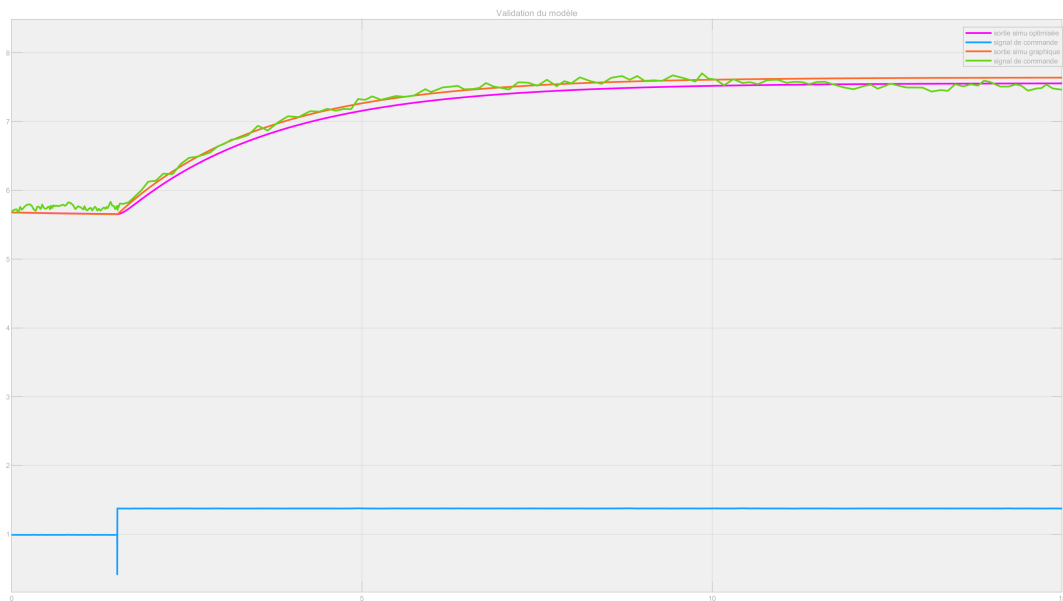


FIGURE 3 – Comparaison modèle optimisé du second ordre et modèle graphique. Axe X : temps [s], axe Y : tension [V]

4 CHOIX DU GAIN DU RÉGULATEUR PROPORTIONNEL ET LIEU D'EVANS

4.1 Relevé de la réponse à un échelon de consigne pour différentes valeurs du gain du régulateur proportionnel

Les figures 4 et 5 montrent les réponses en boucle fermée du système pour les différents gains.

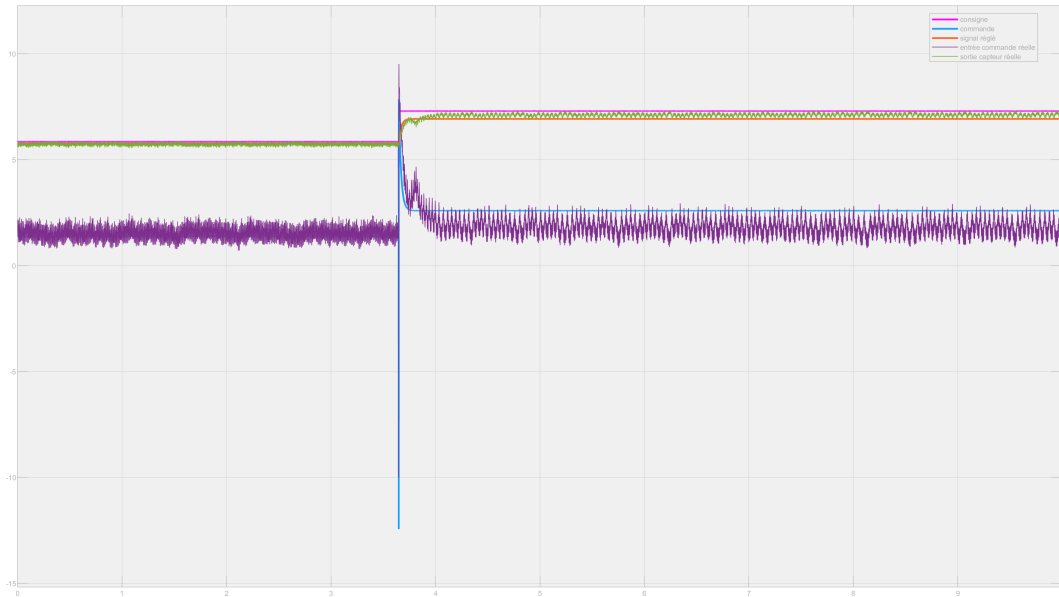


FIGURE 4 – Réponse de la boucle fermée avec un gain $k_p=4.2$ et comparaison avec le modèle optimisé du premier ordre. Axe X : temps [s], axe Y : tension [V]

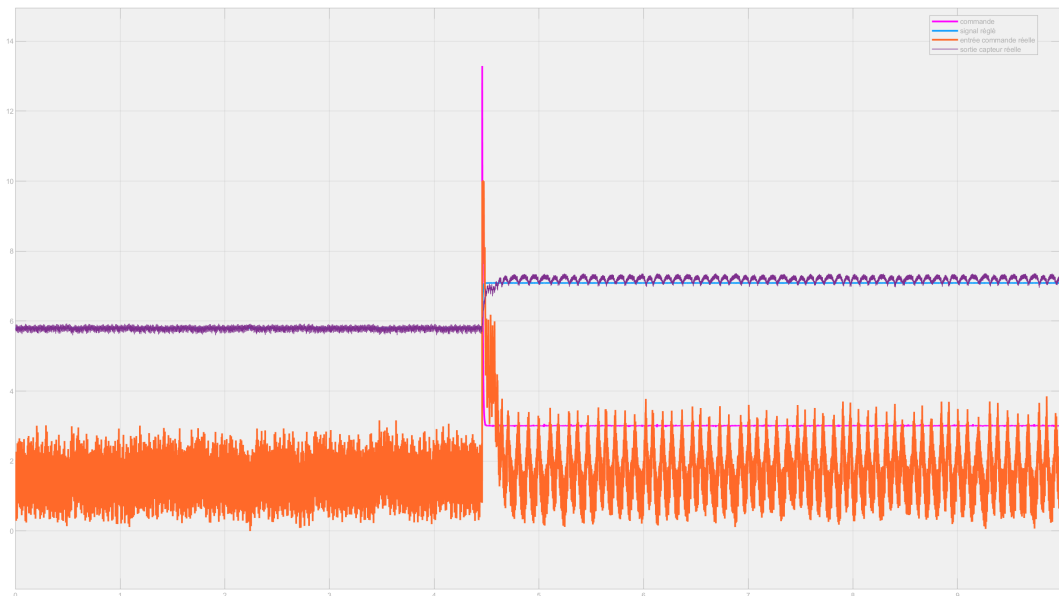


FIGURE 5 – Réponse de la boucle fermée avec un gain $k_p=8.3$ et comparaison avec le modèle optimisé du premier ordre. Axe X : temps [s], axe Y : tension [V]

4.2 Pôles de la boucle fermée

Calculons dans un premier temps les fonctions de transfert de la boucle fermée à partir du modèle optimisée et du gain.

$$H_{BF}(p) = \frac{k_p G_{opti1}(p)}{1 + k_p G_{opti1}(p)}$$

$$H_{BF}(p) = \frac{k_p A}{\tau p + 1 + k_p A}$$

Pour $k_p = 4, 2$, on a :

$$H_{[BF \ 4.2]}(p) = \frac{4.2 \times 5.075}{2.328p + 1 + 4.2 \times 5.075}$$

$$H_{[BF \ 4.2]}(p) = \frac{0.955187}{0.104324p + 1}$$

Pour $k_p = 8, 7$, on a :

$$H_{[BF \ 8.7]}(p) = \frac{8.7 \times 5.075}{2.328p + 1 + 8.7 \times 5.075}$$

$$H_{[BF \ 8.7]}(p) = \frac{0.97785}{0.0515586p + 1}$$

Cherchons ces fonctions de transfert à l'aide du code d'optimisation et des données expérimentales du point précédent. On a :

$$H_{[BF \ 4.2 \ opti]}(p) = \frac{0.9455}{0.06163p + 1}$$

$$H_{[BF \ 8.7 \ opti]}(p) = \frac{0.9582}{0.03825p + 1}$$

À partir des fonctions de transfert, on peut trouver les pôles (voir Table 1).

	Non optimisé	Optimisé
$k_p = 4.2$	$\sigma = -9.58$	$\sigma = -16.23$
$k_p = 8.7$	$\sigma = -19.39$	$\sigma = -26.14$

TABLE 1 – Pôles de la fonction de transfert de la boucle fermée en fonction du gain et de la méthode de calcul de la fonction de transfert

Les différences entre les valeurs des pôles sont dues à deux phénomènes. Tout d'abord, dans le cas non optimisé, les bruits sont plus importants (ce qui fausse les résultats) que dans le

cas optimisé puisque dans ce dernier, nous cherchons la fonction de transfert en boucle fermée (la boucle fermée rejette le bruit). Ensuite, plus le gain augmente, plus la réponse est rapide (le système est soumis à de plus hautes fréquences). Ceci amène des limites de modélisation en premier ordre, il faudrait affiner notre modèle pour augmenter la précision des valeurs des pôles.

4.3 Lieu d'Evans

Le lieu d'Evans est, dans le plan complexe, le lieu géométrique des pôles du système en boucle fermée lorsque le gain k_p varie. Nous le représentons à la figure 6.

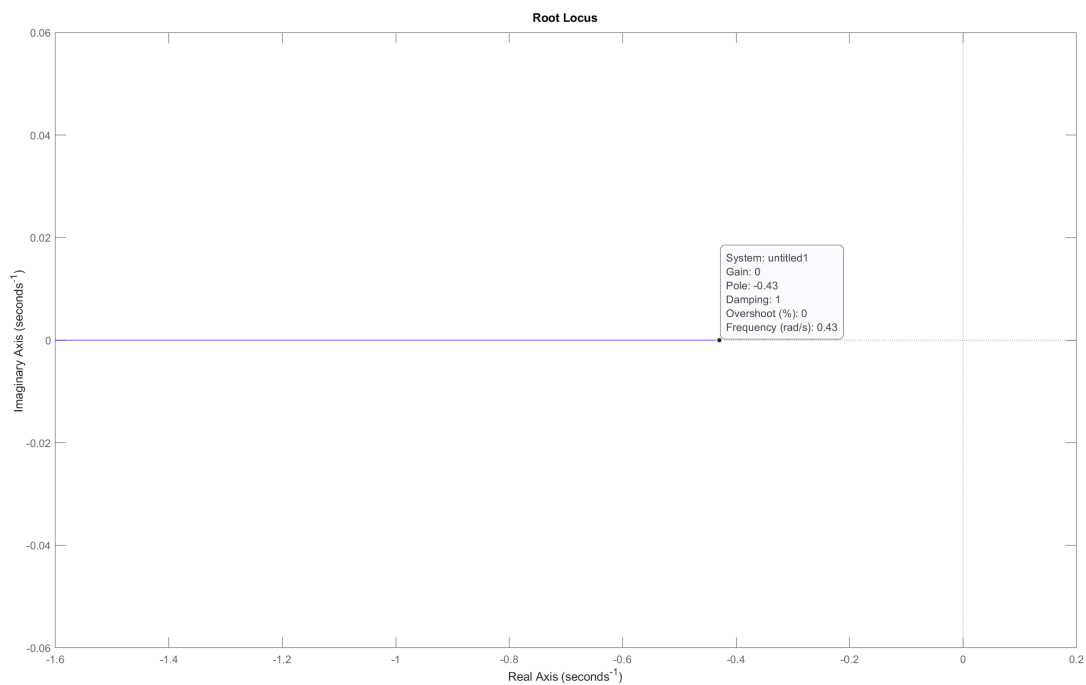


FIGURE 6 – Lieu d'Evans premier ordre

En ce qui concerne la cohérence de ce résultat, le fait que le lieu d'Evans soit une droite est cohérent au fait que le système en boucle fermée est du premier ordre. Ensuite, on peut voir que le lieu d'Evans (positif puisque nous travaillons avec des gains positifs) contient l'axe réel négatif en dessous de -0.43 . Les pôles trouvés au-dessus (voir Table 1) en font bien partie ce qui valide la cohérence du modèle.

5 RELEVÉ EXPÉRIMENTAL DE DEUX POINTS DES COURBES DE BODE

5.1 Démarche expérimentale pour relever un point des courbes de Bode du système réglé

Afin de relever des point des courbes de Bode d'un système **non-intégrateur**, nous devons nous positionner à un point de fonctionnement du système et y ajouter un signal sinusoïdal de faible amplitude (de manière à rester dans la fenêtre linéaire du procédé). On compare ensuite le signal réglant et le signal réglé en amplitude et en phase. Pour simplifier le câblage et puisque le régulateur est proportionnel, on a mis un signal sinusoïdal en référence, ce qui donne bien un signal réglant sinusoïdal.

5.2 Relevé expérimental d'un point des courbes de Bode

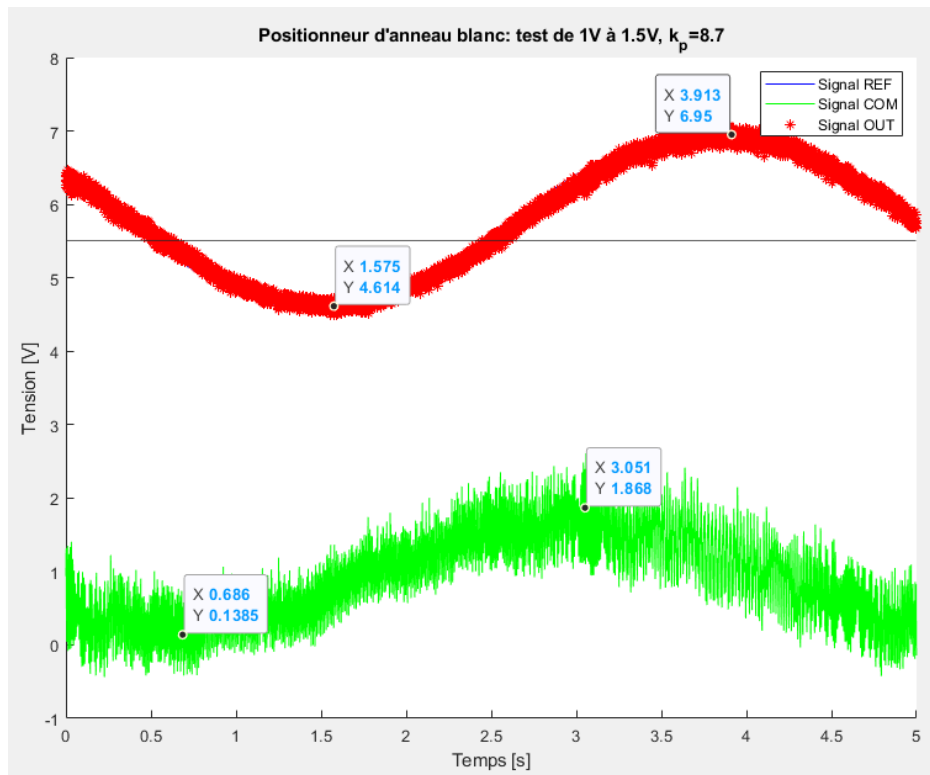


FIGURE 7 – Réponse harmonique à 0.2Hz

On déduit de la courbe [Figure 7] le gain et le déphasage du système en boucle fermée à 0.2Hz :

$$\begin{aligned}\text{Gain} &= \frac{6.95 - 4.614}{1.868 - 0.1385} = 1.35 \\ \phi &= (0.686 - 1.575) \times 0.2 \times 360 = -64\end{aligned}\tag{1}$$

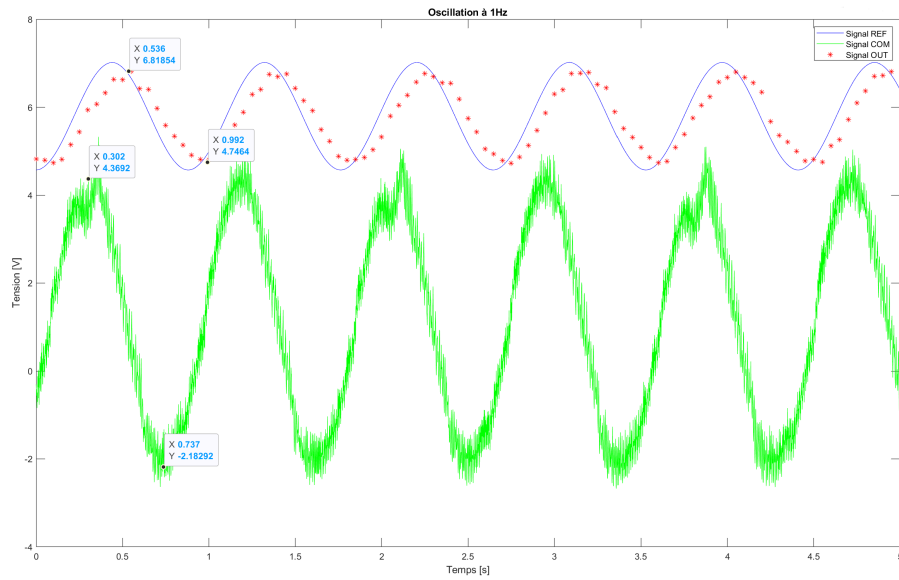


FIGURE 8 – Réponse harmonique à 1Hz

De même pour la figure 8 :

$$\text{Gain} = \frac{6.81 - 4.74}{4.36 + 2.18} = 0.3165 \quad (2)$$

$$\phi = (0.737 - 0.992) \times 1 \times 360 = -91.8$$

On va essayer¹ de retrouver ces valeurs à partir des courbes de Lissajous (voir figure 9 et 8) en appliquant les formules suivantes, où $A = 1.168$.

$$A_u = 2A |\sin(\arg(H(j\omega_0)))| \quad (3)$$

$$A_y = 2A |H(j\omega_0)| \cdot |\sin(\arg(H(j\omega_0)))|$$

1. Les points sont assez approximatifs.

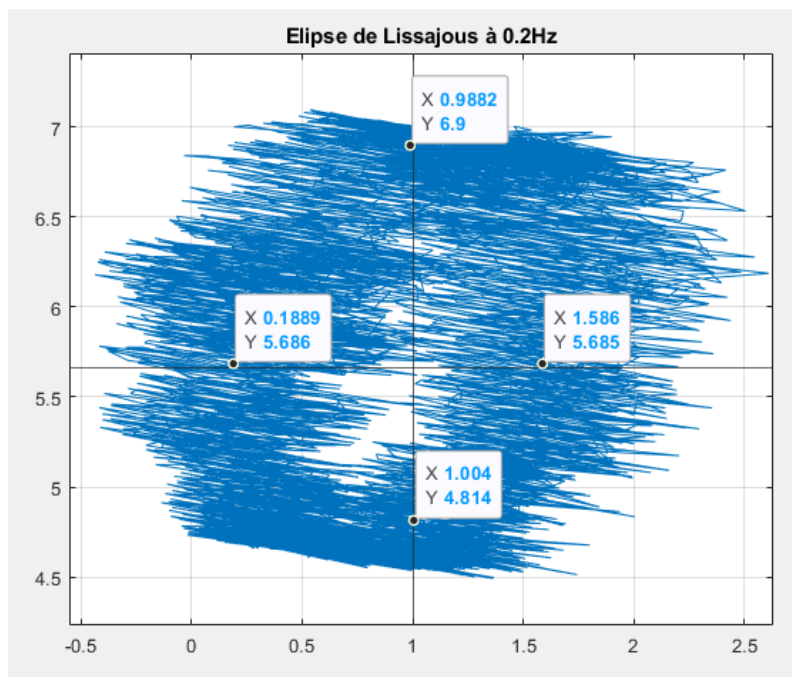


FIGURE 9 – Lissajous 0.2Hz. Axe X : signal réglant [V], axe Y : signal réglé [V]

$$A_u = 1.586 - 0.1889 = 1.3971$$

$$A_y = 6.9 - 4.814 = 2.086$$

On en déduit :

$$\arg(H(j\omega_0)) = 36.73$$

$$|H(j\omega_0)| = 1.4931$$

La valeur de gain est proche de celle déterminée avec le relevé temporel des grandeurs réglantes et réglées. La phase quant à elle est loin d'être bonne (*écart de 90° qu'on a d'abord imputé à une inversion des axes dans le plot des ellipses, explication qui a été rejetée au final puisque seul le signe ne serait bon dans ce cas*).

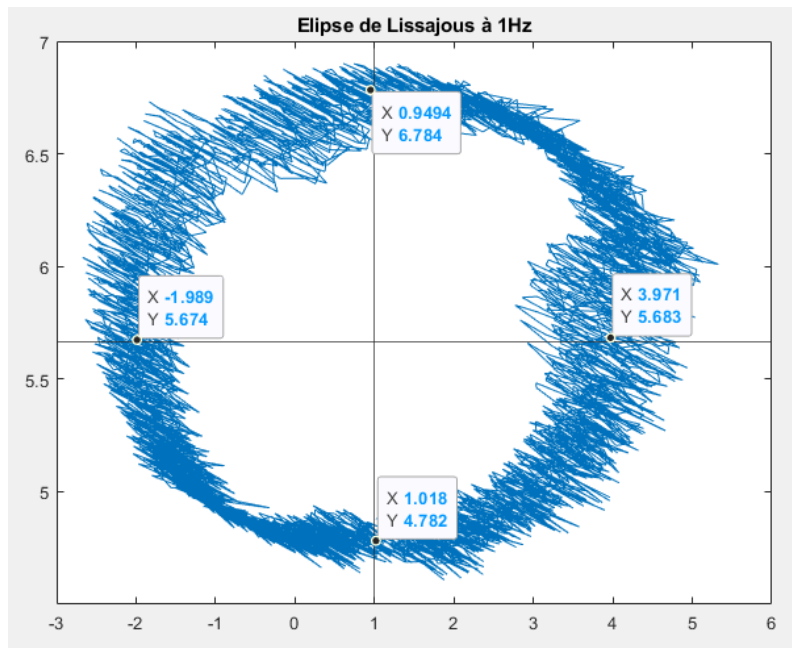


FIGURE 10 – Lissajous 1Hz. Axe X : signal réglant [V], axe Y : signal réglé [V]

$$A_u = 3.971 - (-1.989) = 5.96$$

$$A_y = 6.784 - 4.782 = 2.002$$

Ce qui nous donne un $\sin(\arg(H(j\omega_0))) > 1$, nous ne savons donc pas calculer le déphasage à partir du Lissajous à 1Hz et le gain non plus.

Déduire les valeurs des courbes de Lissajous s'avèrent difficile. Dans la suite, les données expérimentales utilisées sont celles obtenues par les signaux temporels.

5.3 Comparaison des valeurs expérimentales et des courbes de Bode obtenues à partir de la fonction de transfert

En convertissant les valeurs de dB en gain réel, nous avons obtenu des valeurs expérimentales proches des valeurs théoriques calculées sur la figure 11.

Les écarts proviennent des bruits de mesures. En effet, on perd en précision lors des calculs des valeurs expérimentales.

Pour la courbe de Bode du second ordre. La phase à 1Hz n'est cependant pas en accord avec les résultats théoriques

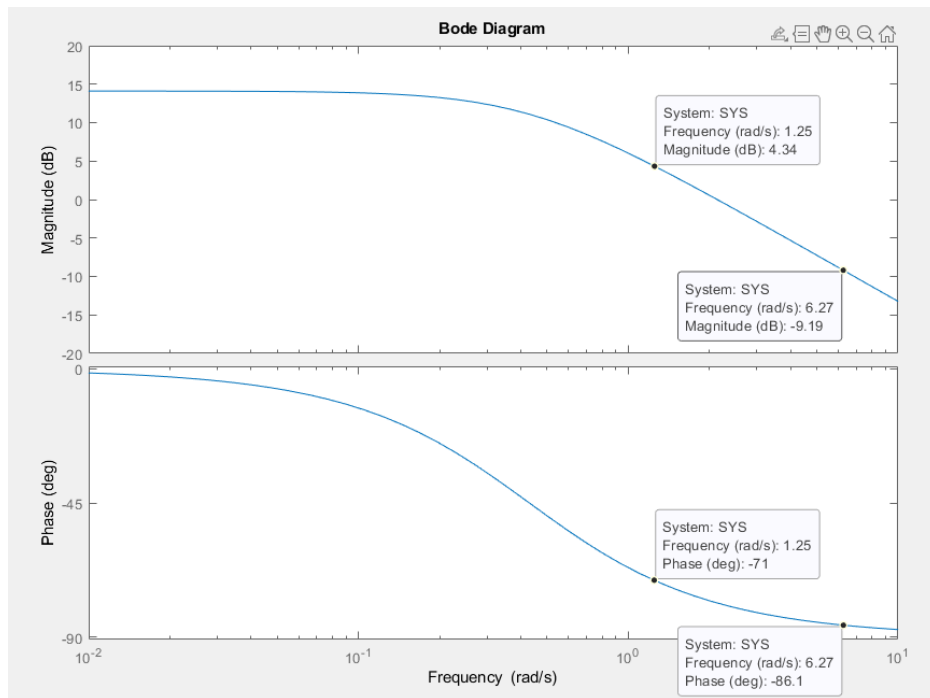


FIGURE 11 – Courbes de Bode pour le modèle du premier ordre

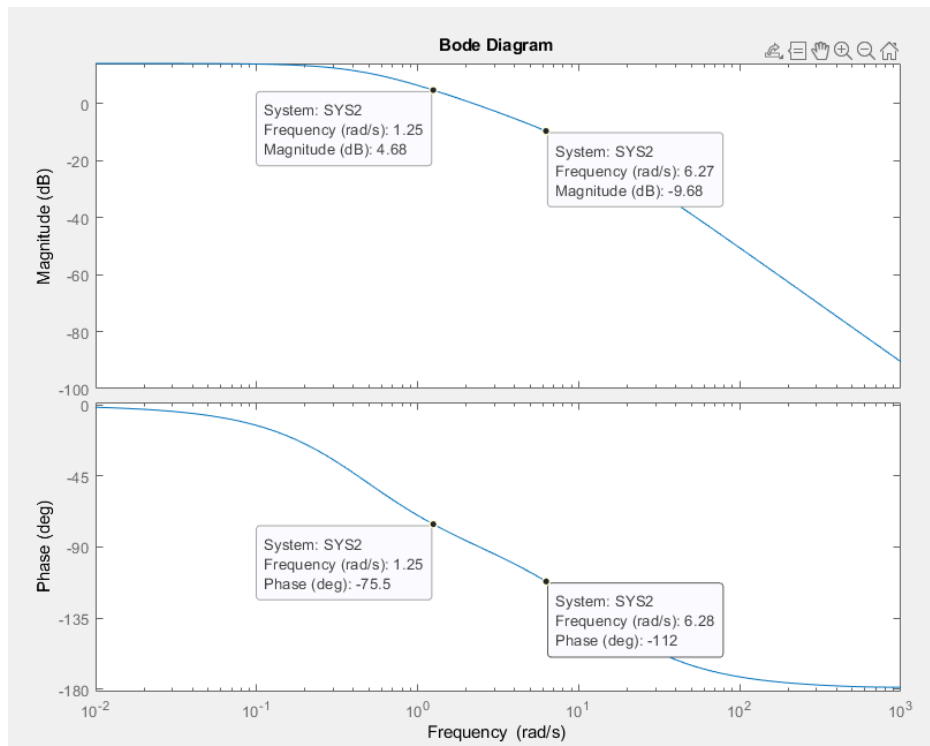


FIGURE 12 – Courbes de Bode pour le modèle du second ordre