# Instrumentation

## => Exercice sur la densité spectrale de bruit

### 1. Bruit thermique d'une résistance

a - Calculer la densité spectrale de bruit d'une résistance de 1 kΩ à 25°C

On a $k_B = 1,38065 \cdot 10^{-23} \frac{m^2 kg}{s^2 K}$

$$\Rightarrow e_n = \sqrt{4 k_B T R} = 4 \cdot 10^{-6} \frac{V}{\sqrt{Hz}} \rightarrow \text{bruit blanc}$$

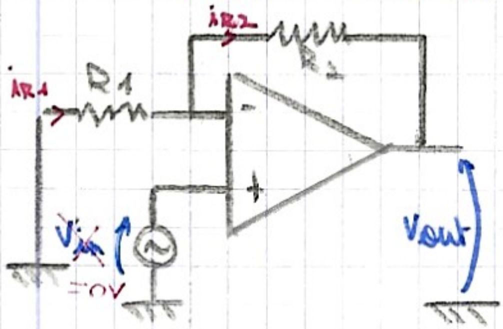
b - Sachant que la dens. spect de bruit d'un res $R = 1k\Omega$ vaut $4 \frac{nV}{\sqrt{Hz}}$, que vaut le bruit thermique d'une res de 100 kΩ ?

Comme $e_n \propto \sqrt{R} \rightarrow e_n(R = 100k\Omega) = 10\, e_n(R = 10k\Omega)$

$$\hookrightarrow e_n = \sqrt{100}\, 4 \cdot 10^{-6} = 40 \cdot 10^{-6} \frac{V}{\sqrt{Hz}}$$

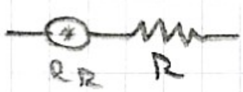
### 2. Montage non-inverseur et inverseur

a) Calculer la densité spectral de bruit en sortie due aux résistances du montage




$R_2 = 100k\Omega$, $R_1 = 1k\Omega$

On modélise les résistance et leur bruit : (on néglig $V_{in}$)




$R_1$ : $V_{out,e_{R1}} = \frac{R_2}{R_1} \cdot e_{R1}$ car $V_{in} = 0V \rightarrow \underbrace{V_+ = V_- = 0V}_{\text{zero virt}}$

$\hookrightarrow i_{R1} = \frac{e_{R1}}{R_1}$ et $i_+ = 0$

$\rightarrow i_{R2} = i_{R1} \rightarrow V_{R2} = i R_2 = \frac{R_2}{R_1} e_{R1}$

$R_2$ : Pareil : $V_{in} = 0V \rightarrow V_+ = V_- = 0V \rightarrow V_{R1} = 0 \Leftrightarrow i_{R1} = 0A$

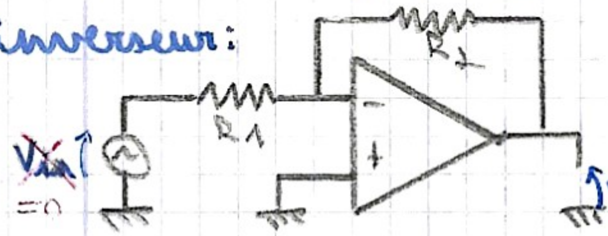
or $i_{R1} = i_{R2} \rightarrow V_{R2} = 0V$

$V_{out,e_{R2}} = e_{R2}$

$$\Rightarrow V_{out,total} = \sqrt{V_{out,e_{R1}}^2 + V_{out,e_{R2}}^2} = \ldots$$

~~b~~) Pareil pour ce montage

inverseur:




=> on modelise les resistances de la même manière

↳ si on retire Vin, on a exactement le meme schéma

$R_1 : V_{out,R_1} = \frac{R_2}{R_1} e_{R1}$

$R_2 : V_{out,R_2} = e_{R2}$

c) Pour ces 2 montage, calculer la densité spectral de bruit référée à l'entré

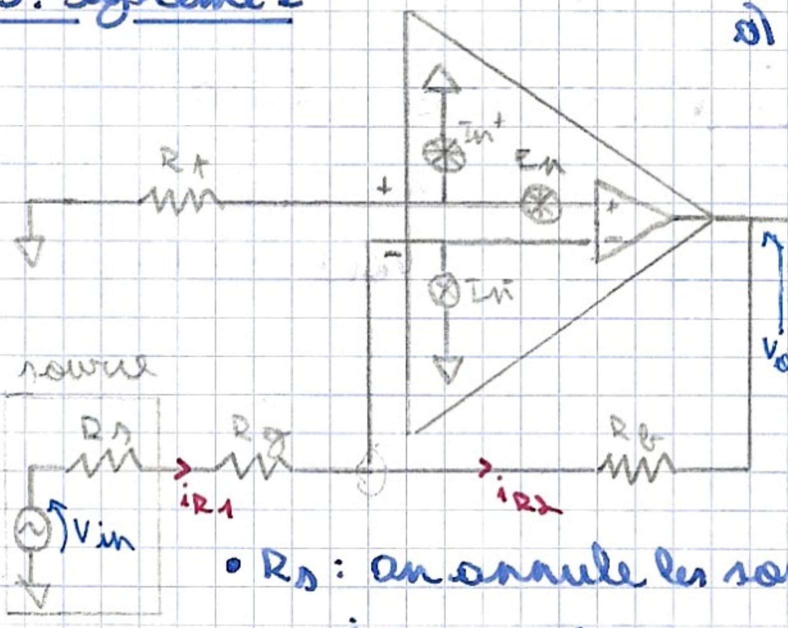
=> comme $V_{out} = G . V_{in}$

$\Leftrightarrow V_{in} = \frac{V_{out}}{G} \Rightarrow V_{in,bruit} = \frac{V_{out,bruit}}{G}$

non-inverseur: $G = (1 + \frac{R_2}{R_1}) = 101$

inverseur: $G = -\frac{R_2}{R_1} = 100$

## 3. Système I




a) On a les 2 bruits en courants $I_n^+$ et $I_n^-$ et le bruit en tension $E_n$
↳ calculer les densité spectral de bruit

$V_{out} = V_- + V_{Rf}$

- $R_s$ : on annule les sources de bruit $I_n$ et $E_n$

  $i_+ = 0 \to V_{Rt} = 0 \to V_+ = 0V$

  par le o virt, $V_+ = V_- = 0V$ → Ampli inverseur

  $\Rightarrow V_{out} = e_{Rs} \cdot \frac{Rf}{R_s + R_g}$

- $R_g$ : en ajoutan $e_{Rg}$ à gauche de $R_g$, on retombe sur la même chose que pour $R_s$

  $\Rightarrow V_{out} = e_{Rg} \cdot \frac{Rf}{R_s + R_g}$

- $R_f$ : on annule toute les source : $V_+ = 0V \to V_- = 0V$

  $\Leftrightarrow V_{Rs} + V_{Rg} = 0V \to i_{R_1} = 0A$

  $\Leftrightarrow i_{R_2} = 0A \to V_{Rf} = 0V$

  $\Rightarrow V_{out} = V_{Rf} + e_{Rf} = e_{Rf}$

- $R_t$ : Comme $i_+ = 0$, $V_{Rt} = 0 \to V_+ = e_{Rt} = V_-$

  $V_{Rs} + V_{Rg} = e_{Rt} = (R_g + R_s) i_1$ et come $i_- = 0$, $i_1 = i_2$

  ↳ $V_{Rf} = Rf \frac{e_{RT}}{R_s + R_g}$ $\Rightarrow V_{out} = e_{Rt} + \frac{Rf}{R_s + R_g} e_{Rt}$

  $= e_{Rt}\left(1 + \frac{Rf}{R_s + R_g}\right)$

- $I_{n+}$ : $V_{Rt} = R_t \cdot i_{n+}$

  ↳ mont ~~inv~~ non-inv

  $V_{out} = I_{n+} \cdot R_t \left(1 + \frac{Rf}{R_s + R_g}\right)$

• $I_{n^-}$ : $I_+ = 0 \rightarrow V_{R+} = 0 = V_+ = V_-$

$\hookrightarrow V_{Rs} + V_{R+} = 0 \rightarrow i_1 = 0$

et $i_2 = i_1 + i_- = i_{n^-}$

$V_{Rf} = R_f . i_{n^-} \rightarrow V_{out} = 0 + R_f . i_{n^-}$

• $E_n$

• $E_{tot}$ :

$e_{tot} = \sqrt{\Sigma e^2_{chaq\,comp}}$

$E_{tot} = \sqrt{\Sigma E_i^2}$

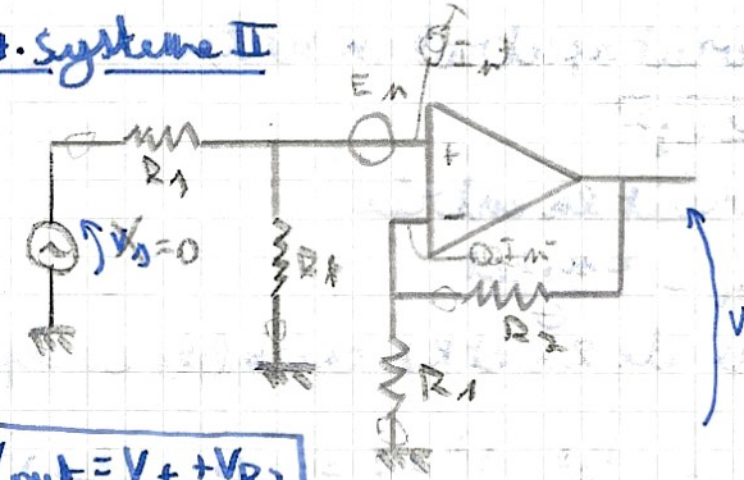
b) Donner la densité spectral de bruit à la sortie du generateur.

On a vu $V_{out,R_s} = \frac{R_f}{R_s + R_g} \cdot e_{R_s}$

or montage inverseur

$V_{in,R_s} = \frac{V_{out}}{G} = e_{R_s}$

# 4. Système II




• $R_2$ : $I_+=0$, $V_{R_f}=V_{R_s}=0=V_+$

↳ $V_-=V_+=0V \rightarrow V_{R_1}=0$

↳ $I_1=\frac{V_{R_1}}{R_1}=0=I_2$

$\Rightarrow V_{R_2}=0V$

↳ $V_{out,R_2}=e_{R_2}$

$\boxed{V_{out}=V_++V_{R_2}}$

• $R_s$ : comme $I_+=0$, on a une boucle $e_s$ $R_s$ $R_f$

↳ Diviseur résistif $V_+=e_s\frac{R_f}{R_s+R_f}$

↳ Montage non-inv : $G=1+\frac{R_2}{R_1}$ et $V_{in}=V_+$

$$V_{out,R_s}=\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\frac{R_f}{R_s+R_f}e_s$$

• $R_f$ : c'est pareil mais le div. res. change

$$V_{out,R_f}=\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\frac{R_s}{R_s+R_f}\cdot e_f$$

• $R_1$ : Montage inverseur ($V_+=0$) $\rightarrow V_{in}=e_{R_1}$

$$V_{out,R_1}=\frac{R_2}{R_1}e_{R_1}$$

• $E_n$ : comme $I_+=0$, $V_{R_s}=V_{R_f}=0 \rightarrow V_+=E_n$

Montage non-inv : $V_{out,E_n}=E_n\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)$

• $I_{n+}$ : $I_{n+}$ s'écoule dans $R_s$ et $R_f$

↳ $V_{in}=I_n^+\cdot(R_s/\!/R_f)=I_n^+\cdot\left(\frac{1}{\frac{1}{R_s}+\frac{1}{R_f}}\right)$

↳ Montag non-inv

$$V_{out,I_{n+}}=\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)\cdot\left(\frac{R_s\cdot R_f}{R_s+R_f}\right)\cdot I_n^+$$

• $I_{n-}$ : $I_{n-}$ s'écoule dans $R_2$ car $V_-=V_+=0V$

↳ $V_{R_1}=0V \rightarrow I_1=0$

↳ $I_{n^-}=I_2 \Rightarrow V_{R_2}=I_n^-\cdot R_2$

$$V_{out,R_2}=I_n^-\cdot R_2$$

=> Densité de bruit spectral en sortie

$$e_{n,tot} = \sqrt{\Sigma e_i^2}$$

=> Densité de bruit en entrée

$$e_{n,tot,entr} = \frac{e_{n,tot}}{G}$$

=> Équivalence de $R_s$ et $R_t$ ensemble ou séparé

$$E_{s+t}^2 = \left(E_s \cdot G \cdot \frac{R_t}{R_t+R_s}\right)^2 + \left(E_t \cdot G \cdot \frac{R_s}{R_t+R_s}\right)^2$$

$$= \left(\sqrt{4kTR_s} \cdot G \frac{R_t}{R_t+R_s}\right)^2 + \left(\sqrt{4kTR_t} \cdot G \frac{R_s}{R_t+R_s}\right)^2$$

$$= G^2 \cdot 4kT \left(R_s \left(\frac{R_t}{R_t+R_s}\right)^2 + R_t \left(\frac{R_s}{R_t+R_s}\right)^2\right)$$

$$= G^2 \cdot 4kT \overset{R_s R_t}{\left(R_t \left(\frac{1}{R_t+R_s}\right)^2 + R_s \left(\frac{1}{R_t+R}\right)^2\right)}$$

$$= G^2 \cdot 4kT \cdot R_s \cdot R_t \left(\left(\frac{1}{R_t+R_s}\right)^2 \cdot (R_t+R_s)\right)$$

$$= G^2 \cdot 4kT \cdot \frac{R_s \cdot R_t}{R_t+R_s} \equiv G^2 \cdot 4kT \cdot R_{s//t}$$

On observe bien que ce que nous avons trouvé est equivalent à mettre $R_s$ et $R_t$ en parrallèle