Analyse Numérique

Travaux Pratiques 2021 – 2022 Séance 1

1. Entrez les instructions suivantes dans la fenêtre de commandes Octave, tâchant de comprendre leur fonctionnement. Aidez-vous de

 ${\tt help}\ commande$

pour comprendre ce que fait une commande particulière (exemple : help clc).

```
%%% 1 -- quelques opérations de base
            % notez que ; permet deux opérations sur une ligne
clear; clc
a = 1+pi
format long
b = exp(2); % notez que ; évite l'affichage de b
whos
clear; clc;
whos
  %%% 2 -- vecteurs et matrices
v = [1;2;3;4] % matrice 4x1 (vecteur)
w = [1 \ 2 \ 3 \ 4] % matrice 1x4
w = 1:4 % une manière plus concise de définir w
w' % transposée de w (à ne pas copier-coller)
M = [1 2; 3 4; 5 6] % matrice 3x2; notez le rôle des ; et d'espaces
length(v)
size(M)
     % élément 2 de v
       % sous-vecteur des éléments de 1 à 3 de v
M(2,2) % élément 2,2 de M
M(1:2,:) % sous-matrice contenant lignes 1 et 2 et toutes les colonnes
w = [v(1:3); v(4)] % concaténation verticale (car; ) de v(1:3) et v(4)
w = [v(1:3) \ v(4)] % concaténation horizontale: pourquoi une erreur?
v'*v % produit matriciel (à ne pas copier-coller)
v*v % produit matriciel: pourquoi une erreur?
v.*v % . pour une opération élément par élément
  %%% 3 -- graphes 2D
x = 0:0.5:4*pi; % vecteur d'éléments 0, 0.5, 1, ..., 12.5 (\approx 4*pi)
y = \sin(x); % vecteur d'éléments \sin(0), \sin(0.5), \sin(1), ..., \sin(12.5)
plot(x,y,'*') % affiche les points (x(i),y(i))
hold on % garde l'affichage précédent
plot(x,y,'-') % graphe reliant les points (x(i),y(i)) entre eux
% traçons le graphe de (sinx)^2
y2 = y*y; % doit-on utiliser la multiplication vectorielle?
y2 = y.*y; % ou élément par élément? justifiez!
hold off % efface l'affichage précédent
plot(x,y2,'-r')
exit % sort d'Octave; pour forcer la sortie utilisez plutôt Ctrl+c
```

- 2. Effectuez les opérations matricielles suivantes.
- a) Créez une matrice 5×5 aléatoire $A = (a_{ij})$; (aidez-vous de la commande rand).
- b) Créez une matrice identité L de mêmes dimensions; (aidez-vous de la commande eye).
- c) Remplacez la première colonne de L par la première colonne de A divisée par a_{11} ; inversez le signe des éléments hors diagonale de L;

(utilisez A(a:b,c)=B(a:b,c) pour remplacer A(a,c), A(a+1,c), ..., A(b,c) par les éléments correspondants de B).

- d) Calculez le produit matriciel LA. Que pouvez-vous dire de sa première colonne?
- e) Calculez L^{-1} (aidez-vous de la commande inv). Comparez L^{-1} et L.
- 3. Ecrivez une fonction Octave qui retourne le produit d'éléments diagonaux d'une matrice. Utilisez cette fonction pour vérifier que le déterminant (commande det) d'une matrice triangulaire est donné par le produit de ses éléments diagonaux.

(Sauvegardez la fonction dans un fichier du même nom avec l'extension .m; pour pouvoir l'utiliser, déplacez-vous dans le répertoire où elle se trouve à l'aide des instructions ls, cd répertoire ou cd ...).

4. Ecrivez une fonction Octave qui calcule

a)
$$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}: x \mapsto \frac{e^{x/\pi}}{\log(x+\pi)}$$

b)
$$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}: x \mapsto \begin{cases} 1 & \text{si } x = 0 \\ \frac{\sin(x)}{x} & \text{si non} \end{cases}$$

(aidez-vous des commandes pi, exp, log10 et sin). Affichez les graphes de ces fonctions sur l'intervalle [-1,1] à l'aide de la commande plot.

Pour ce qui est des logarithmes, Octave dispose des fonctions pour les logarithmes naturels (log), en base 2 (log2) et 10 (log10); est-ce limitatif?