Université Libre de Bruxelles — Nom, Prénom :
Faculté des Sciences appliquées — Numéro :

Automatique
Examen du 11 juin 2012

Remarques importantes

- Répondez à chaque question sur la ou les feuilles (recto et verso) qui suivent directement cette question.
- Indiquez votre nom et le numéro placé sur votre table sur chaque feuille.
- Ne dégrafez pas les feuilles.
- L'examen écrit dure 3 heures.

Nom, Prénom :
Numéro :

Question 1

Soit un implant qui règle la glycémie (taux de sucre dans le sang) d'un patient diabétique insulino dépendant, composé d'une partie régulateur et d'une partie actionneur. Un tel patient peut être modélisé par (1) où $g_l(t)$ est la glycémie, $q_h(t)$ est la quantité d'insuline dans le sang et q_0 une quantité d'insuline sanguine telle que la glycémie reste constante. La partie actionneur de l'implant peut être modélisée par (2) où $u(t)$ est son entrée et $y(t)$ sa sortie.

$$\dot{g}_l(t) = \alpha(q_h(t) - q_0) \tag{1}$$

$$\dot{y}(t) = u(t) - y^2(t) \tag{2}$$

1. En considérant un régulateur proportionnel de gain k_p, déterminez les équations en variables d'états non-linéaires de la boucle ouverte avec $y(t) = q_h(t)$.
2. Linéarisez celles-ci autour de $q_h(t) = q_0$.
3. Représentez la caractéristique statique de l'implant ainsi que celle de son modèle linéarisé autour de $q_h(t) = q_0$.

Nom, Prénom :
Numéro :

Nom, Prénom :
Numéro :

Nom, Prénom :
Numéro :

Nom, Prénom :
Numéro :

Question 2

On considère la boucle fermée à rétroaction unitaire représentée à la figure 1 dans laquelle $G(p) = \frac{5}{p(p+10)}$ et $D(p) = k_p$, un régulateur proportionnel dont on souhaite ajuster le gain.

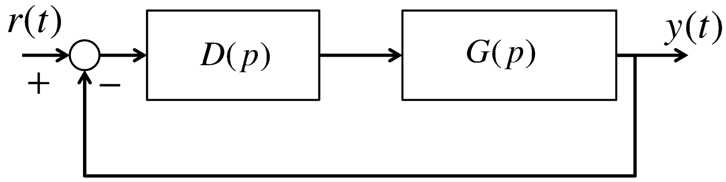

FIGURE 1 –

1. Esquissez le lieu des pôles de la boucle fermée.
2. A partir de ce tracé déterminez le gain k_p de sorte que la boucle fermée se comporte comme un système du second ordre avec un facteur d'amortissement $\zeta = \sqrt{2}/2$.
3. Déterminez l'erreur statique de cette boucle fermée vis-à-vis d'une consigne $r(t) = t\nu(t)$. Ce résultat est-il valable pour toute valeur de k_p ?

Nom, Prénom :
Numéro :

Nom, Prénom :
Numéro :

Nom, Prénom :
Numéro :

Nom, Prénom :
Numéro :

Question 3

On considère les courbes de Bode obtenues pour un système que l'on souhaite régler au moyen d'un régulateur proportionnel. La figure 2 correspond à la boucle ouverte, la figure 3 correspond au système réglé et la figure 4 correspond à la boucle fermée. Toutes ces courbes sont munies de leur tracé asymptotique.

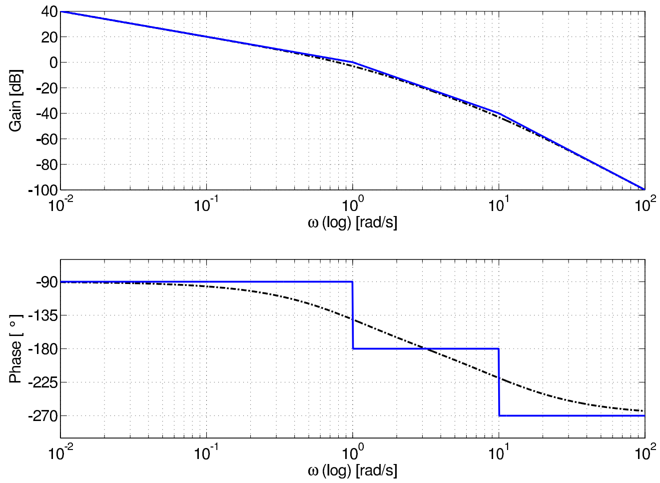

FIGURE 2 – Courbes de Bode de la boucle ouverte avec $k_p = 1$

Au moyen des courbes adéquates

1. Déterminez le nombre de pôles et de zéros de la fonction de transfert du système réglé. Calculez ensuite cette fonction de transfert.
2. Déterminez la marge de gain et de phase de la boucle fermée pour un gain $k_p = 1$.
3. Si l'actionneur peut être considéré comme parfait, représentez schématiquement la boucle fermée en y précisant les fonctions de transfert de chaque élément.
4. Tracez la courbe de Nyquist qui vous permettra de conclure quant à la stabilité de la boucle fermée. Quel intervalle de valeurs de k_p assure une boucle fermée stable ?
5. Déterminez le comportement asymptotique de la boucle fermée vis-à-vis d'une référence sinusoïdale de pulsation 1 rad s^{-1} et d'amplitude unitaire.

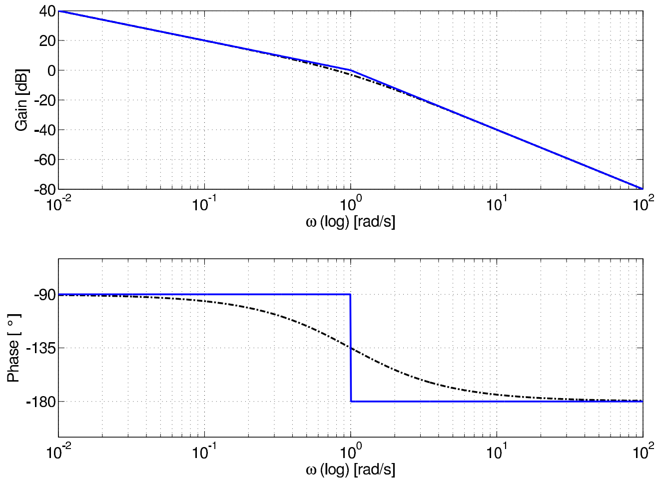

FIGURE 3 – Courbes de Bode du système réglé

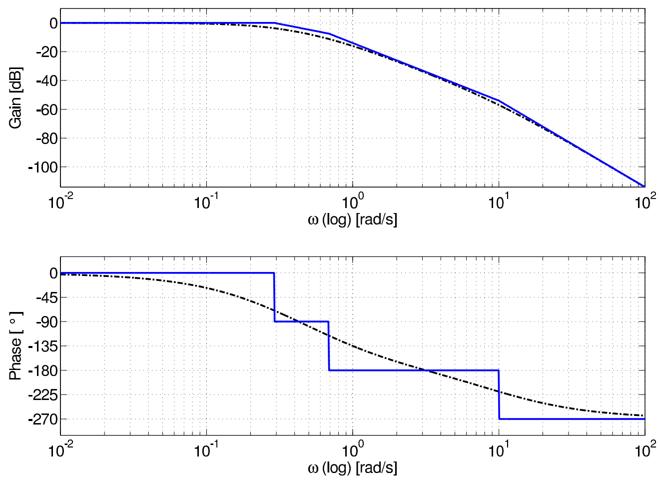

FIGURE 4 – Courbes de Bode de la boucle fermée avec $k_p = 1$

Nom, Prénom :
Numéro :

Nom, Prénom :
Numéro :

Question 4

Pour toutes les questions suivantes, u represente l'entrée du système, y la sortie et x le/les état(s).

1. Le système décrit par (3) est-il observable et gouvernable ?

$$\left\{ \begin{array}{lcl} \dot{x} & = & Ax + Bu \\ y & = & Cx + Du \end{array} \right. \tag{3}$$

avec $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}$ et $D = 1$.

2. Déterminez la fonction de transfert du système dont les équations d'état sont données par :

$$\left\{ \begin{array}{lcl} \dot{x} & = & Ax + Bu \\ y & = & Cx + Du \end{array} \right. \tag{4}$$

avec $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}$ et $D = 1$.

3. Le système dont les équations d'état sont données par (5) est-il linéaire et permanent ?

$$\left\{ \begin{array}{lcl} \dot{x} & = & x + ux \\ y & = & x \end{array} \right. \tag{5}$$

Nom, Prénom :
Numéro :