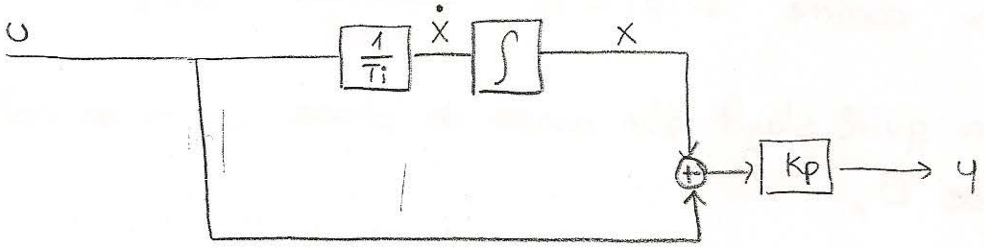
QUESTIONS ORAUX

1] Reg $\rightarrow$ $D(p) = K_p \dfrac{1 + T_i p}{T_i \cdot p} = K_p \left(1 + \dfrac{1}{T_i p}\right)$

- Régulateur PI
- Le mettre en variables d'état,

  - Schema fonctionel



$$\begin{cases} \dot{x} = \dfrac{1}{T_i} u \\ y = K_p x + K_p u \end{cases}$$

- Il demandait de mettre le régulateur en série avec une autre système et donner le description en variables d'état

P. ej. (de Séance 5),

$$G_{ss} = \begin{cases} \dot{x}_1 = -\theta x_1 + \theta C_e \\ C_s = x_1 \end{cases}$$

Si on le met en série, la sortie du regulateur serait l'entrée du systeme $y = C_e$,

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\theta x_1 + \theta K_p x + \theta K_p u \\ \dot{x} = \dfrac{1}{T_i} u \\ C_s = x_1 \end{cases}$$

Et alors

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\theta & +\theta K_p \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \theta K_p \\ \frac{1}{T_i} \end{pmatrix} u \quad \Bigg| \quad C_s = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x \end{pmatrix}$$

• Pourquoi il n'y a pas de matrice A pour le régulateur ?

Question 2

Régulateur à avance de phase

→ c'est défini comme $D(p) = K_c \cdot \frac{1+pT}{1+p\alpha T}$ $\quad \underline{\alpha < 1}$

→ on voit bien qu'il s'agit d'un avance de phase car si on calcule l'argument de D,

$$\arg D(j\omega) = \arg(1+j\omega T) - \arg(1+j\omega\alpha T)$$

MIRAR BIEN!

• Si $K_c > 0$ → $\operatorname{arctg}(\omega T) - \operatorname{arctg}(\alpha\omega T) > 0 \quad \forall \omega > 0$

• Si $K_c < 0$ → $\operatorname{arctg}(\omega T) - \operatorname{arctg}(\alpha\omega T) - \pi > 0 \quad \forall \omega > 0$

Question 3

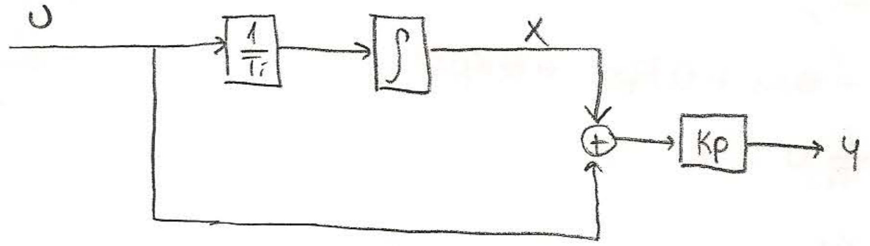
Soit le reg : $D(p) = K_p \cdot \frac{1+pT_i}{pT_i}$

→ Type de régulateur

À action proportionnelle et dérivée

→ Description en variables d'état

$D(p) = \frac{E(p)}{U(p)}$ Mirar esto, que parezco imbécil,



$$D = \begin{cases} \dot{x}_{R2} = \frac{1}{T_i} u \\ y = K_p x + K_p u \end{cases}$$

→ Soit le système,

$$\begin{cases} \dot{x} = ax + bu \\ y = x \end{cases} \qquad a, b \in \mathbb{R}^+$$

Mettre en série avec le régulateur

↳ Série → la sortie du rég est l'entrée du système

$$y_{reg} = u_{sys}$$

↳ Modèle,

$$\dot{x}_{reg} = \frac{1}{T_i} u$$

$$\dot{x} = ax + bKp\, x_{reg} + Kp\, u$$

$$y = x$$

↳ Forme matricielle,

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_{reg} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & bKp \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ x_{reg} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} Kp \\ \frac{1}{T_i} \end{pmatrix} u$$

$$y = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ x_{reg} \end{pmatrix}$$

→ Gouvernabilité du système

↳ Il faut etudier la matrice $C = [B \quad AB]$

$$AB = \begin{pmatrix} a & bKp \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Kp \\ \frac{1}{T_i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} aKp + bKpTi \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} Kp & aKp + bKpTi \\ \frac{1}{T_i} & 0 \end{bmatrix}$$

↳ Le déterminant de C, étant donnée que a et b $\in \mathbb{R}^+$ ne sera jamais nul, ~~et a~~ et alors, le système est gouvernable

(Ti o Kp pueden ser negativos?)

Question 4

Soit le régulateur PID : $D(p) = K_p + \frac{K_I}{p} + \frac{K_d \cdot p}{pT_f + 1}$

→ Définissez chaque terme et leur rôle,

K_p → action proportionel, sert à augmenter la gain
augmenter le gain prop. reduit l'erreur statique mais un grand gain destabilise presque tjs la BF et sollicite fortement les actionneurs

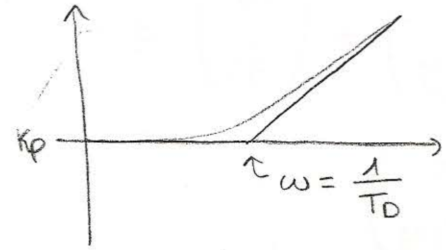
$\frac{K_I}{p}$ → action integration, sert à ameliorer les conditions en régime etabli, genre gain statique ~~anul~~ annule l'erreur statique vis-à-vis d'une pert. cte | ref mais effet destabilisant

$\frac{K_d p}{pT_f+1}$ → action derivée, améliore la réponse transitoire et augmente l'amortissement et a un effet stabilisant
le pôle de filtrage sert à assure que le reg. soit realisable, evite amplif. brui mesure.

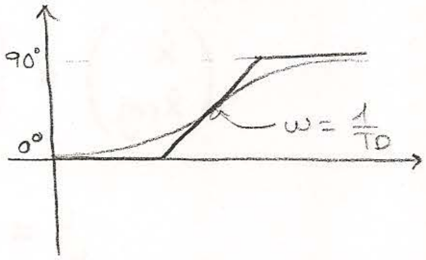
→ Tracé asymptotique des courbes de Bode du régulateur derivée

• Pour PD

$|D_{PD}(p)|$ →



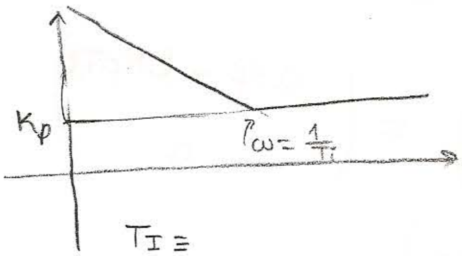
$\angle D(p)$



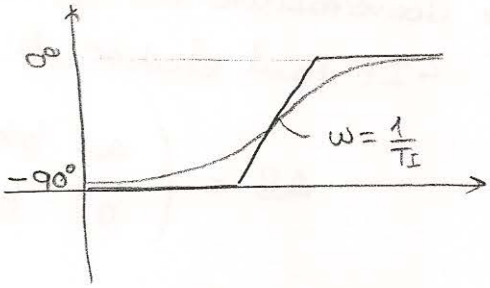
$T_D \equiv K_D / K_p$

• POUR PI

$|D|$



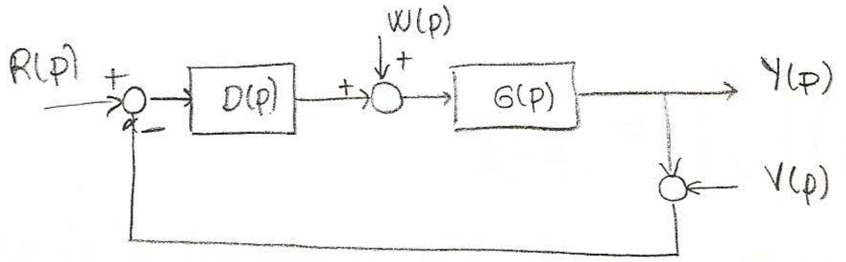
$T_I \equiv$



→ Boucle fermée à retroaction unitaire composée d'un système $G(p)$ et du $D(p)$. Comment évaluer la bande passante ?

↳ Bode pour la boucle ouverte, $D(p)G(p)$ et la bande passante sera l'intervalle ou $20\log|D(p)G(p)| > -3\,dB$

→ Faites le schéma bloc de la boucle fermée en tenant compte des bruits de mesure. FT entre $V(p)$ et $Y(p)$



→ Fonction de transfert

$$\frac{Y(p)}{V(p)} = \frac{-D(p)G(p)}{1 + D(p)G(p)}$$

Question 5

Système,

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix}$$

→ Sous quelle condition le ~~po~~ système est-il asymptotiquement stable ?

Polynome caracteristique de la matrice A → racines partie reelle negative

$$\begin{vmatrix} \alpha-\lambda & \beta \\ 0 & -1-\lambda \end{vmatrix} = 0 \rightarrow (\alpha-\lambda)(-1-\lambda) = 0 \rightarrow -\alpha+\lambda-\alpha\lambda+\lambda^2 = 0$$

$$\lambda^2 + (1-\alpha)\lambda - \alpha = 0 \leftarrow \text{Polynôme caracteristique}$$

→ Déterminez la fonction de transfert du système

$$H(p) = C(pI_n - A)^{-1}B$$

$$(pI_n - A)^{-1} = \frac{[\mathrm{adj}(\ )]^t}{|\ \ |} \quad ; \quad (pI_n - A) = \begin{pmatrix} p-\alpha & -\beta \\ 0 & p+1 \end{pmatrix}$$

$$\mathrm{adj}(\ )^t = \begin{pmatrix} p+1 & 0 \\ \beta & p-\alpha \end{pmatrix}^t = \begin{pmatrix} p+1 & \beta \\ 0 & p-\alpha \end{pmatrix}$$

$$|\ \ | = (p-\alpha)(p+1)$$

$$(pI_n - A)^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{p-\alpha} & \frac{\beta}{(p-\alpha)(p+1)} \\ 0 & \frac{1}{p+1} \end{pmatrix}$$

$$H(p) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{p-\alpha} & \frac{\beta}{(p-\alpha)(p+1)} \\ 0 & \frac{1}{p+1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{p+1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{p+1}$$

→ Ce système est-il observable? Dans la négative, quelle est la valeur propre inobservable?

$O = [C \quad CA]$ Si obs → rang $O = 2$

$$CA = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$O = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow \text{rang } O = 1 \rightarrow \text{inobservable}$$

↳ Valeur propre inobservable → α

Question 6

Il donne réponses indicielles d'un syst. BF à retroaction unitaire pour 2 K dif. et le lieu d'Evans associé

→ Pôles de la boucle ouverte,

Pour le lieu d'Evans on répresente $1 + KL(p)$, étant normalement $L(p)$ choisit comme la fonction de transfert de la boucle ouverte, et alors, les pôles de la BO seront les pôles de $1+KL(p)$. Les branches du lieu partent des pôles de $L(p)$ et alors, $p = -5$, $p=-1$ seront les pôles de $L(p)$ → BO

→ Associer les réponses indicielles à des segments spécifiques du lieu d'Evans ?

↳ Il y a pas des zéros finis de $L(p)$ et alors on a,

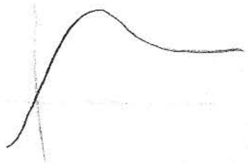
$$L(p) = \frac{1}{(p+5)(p+1)}$$

$$1 + K L(p) = 1 + \frac{K}{(p+5)(p+1)} \Rightarrow p^2 + 6p + 5 + K = 0$$

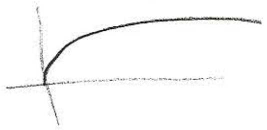
$$p_{1,2} = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 4(5+K)}}{2} = -3 \pm \sqrt{16 - 4K} = -3 \pm 2\sqrt{4-K}$$

↳ Alors, si $\begin{cases} K > 4 & \rightarrow \text{ racines } \text{~~imaginaires~~ complexes conjugées} \\ K < 4 & \rightarrow \text{ racines réelles} \\ K = 4 & \rightarrow \text{ racines confondues (Question suivante)} \end{cases}$

↳ Pour associer le lieu aux réponses indicielles,



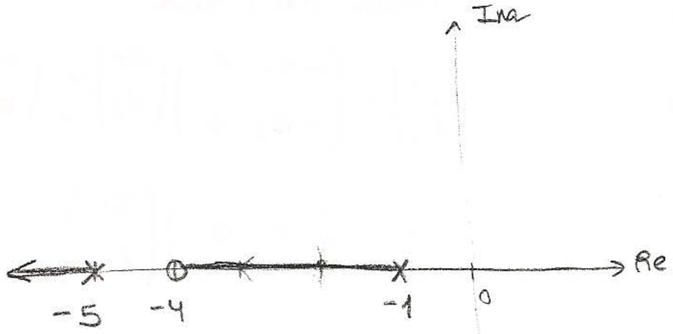
→ pour



→ pour

racines réelles

→ Comment le lieu serait-il modifié si la fonction de transfert possédait un zéro en $z_c = -4$



$$L(p) = \frac{p+4}{(p+5)(p+1)} \qquad \begin{cases} n = 2 \\ m = 1 \end{cases}$$

$$\alpha = \frac{-5 - 1 + 4}{1} = -2$$

angle,

$$\phi_\ell = \frac{-180}{1}$$

→ Pourrait-on encore obtenir ~~de~~ les deux types de réponses indicielles dans ce cas?

Non, parce que on serait toujours ~~dans~~ sur l'axe réel

Question 7

Soit

$$G(p) = \frac{b_0 + b_1 p}{p^2 + a_1 p + a_2 p} \quad \text{où } b_0, b_1, a_1, a_2 \text{ appartiennent à } \mathbb{R}^+$$

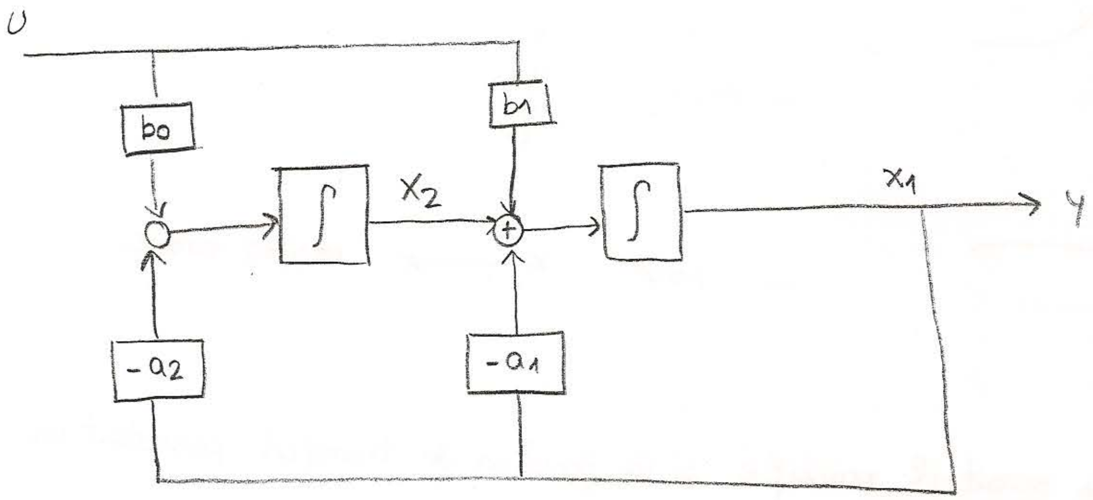
on suppose qu'il n'existe pas de simplification

→ ~~(Eq)~~ Écrivez les équations en variables d'état

$$\frac{b_0 + b_1 p}{p^2 + a_1 p + a_2} = \frac{Y(p)}{U(p)} \rightarrow b_0 U(p) + b_1 U(p) \cdot p = Y(p) p^2 + Y(p) a_1 p + Y(p) a_2$$

$$Y(p) = -\frac{Y(p)}{p} a_1 - \frac{Y(p)}{p^2} a_2 + \frac{U(p)}{p} b_1 + \frac{U(p)}{p^2} b_0$$

• Schéma fonctionnel



• Equations en variables d'état

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -a_1 x_1 + x_2 + b_1 u \\ \dot{x}_2 = -a_2 x_1 + b_0 u \\ y = x_1 \end{cases}$$

• Forme matricielle

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -a_1 & 1 \\ -a_2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_0 \end{pmatrix} u$$

$$y = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

→ À partir des valeurs de A comment savoir si le système est stable/instable?

↳ 2 possibilités :

- Valeurs propres de A partie réelle negative
- Zéros polynome caracteristique partie réelle negative

→ Qu'est-ce que c'est un système asymptotiquement stable?

↳ Variables d'état bornées pour toute entrée bornée

→ Soit un reg. proportionnel à retroaction unitaire. Calculez les valeurs de K_p telles que le système en boucle fermée est stable

- Fonction de transfert de la boucle fermée

$$T = \frac{K_p \frac{b_0 + b_1 p}{p^2 + a_1 p + a_2}}{1 + K_p \frac{b_0 + b_1 p}{p^2 + a_1 p + a_2}} = \frac{BO}{p^2 + (a_1 + K_p b_1) p + (a_2 + K_p b_0)}$$

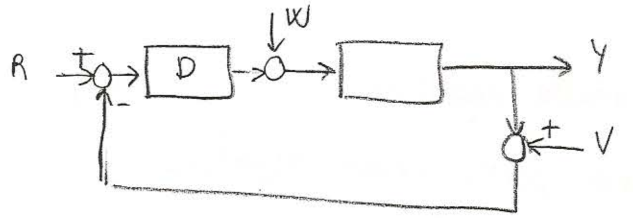
- On applique le critère de Routh

$$\begin{array}{lll} p^2: & 1 & a_2 + K_p b_0 \\ p^1: & a_1 + K_p b_1 & \\ p^0: & b_1^R & \end{array}$$

$$b_1^R = -\frac{\begin{vmatrix} 1 & a_2 + K_p b_0 \\ a_1 + K_p b_1 & 0 \end{vmatrix}}{a_1} = \frac{(a_1 + K_p b_1)(a_2 + K_p b_0)}{a_1}$$

¿POR QUÉ DICE QUE $\forall K_p$? Si $K_p < 0$ no funciona.

→ Calculer la fonction de transfert pour une perturbation de mesure d'entrée,



$$\frac{Y(p)}{V(p)} = \frac{-KG(p)}{1+KG(p)}$$

↳ on peut avoir une sortie telle qu'elle suit parfaitement la réference et rejette les bruits de mesure ?

Non, parce qu'il faudrait d'un côte un Kp infini et de l'autre un Kp nul. Le compromis c'est d'utiliser un filtre passe bas pour rejetter les bruits de mesure (situés aux hautes fréquences)

Question 8

→ Écrire la forme générique d'un régulateur à avance de phase et justifier,

↳ on a $$D(p) = K_c \cdot \frac{1+pT}{1+\alpha pT} \qquad \alpha < 1$$

↳ on peut voir s'il s'agit d'un avance de phase en regardant l'argument de la fonction de transfert,

$$\arg(D(j\omega)) = \underbrace{\arg(1+j\omega T) - \arg(1+j\alpha\omega T)}_{>0} \qquad \text{si } \alpha < 1$$

→ Écrire l'approximation discrète $D_c(z)$ de la fonction $D(p)$

• on emploi la methode de Tustin $p = \frac{2}{T_s} \cdot \frac{z-1}{z+1}$

$$D_c(z) = \frac{1 + \frac{2}{T_s}\cdot\frac{z-1}{z+1}\cdot T}{1+\frac{2}{T_s}\cdot\frac{z-1}{z+1}\alpha T} = \frac{T_s(z+1)+2(z-1)T}{T_s(z+1)+2(z-1)\alpha T} = \frac{(T_s+2T)z + (T_s-2T)}{(T_s+2\alpha T)z + (T_s-2\alpha T)}$$

→ En déduire l'equation de recursivité

$$D_c(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = \frac{(T_s+2T)\,z + (T_s-2T)}{(T_s+2\alpha T)\,z + (T_s-2\alpha T)}$$

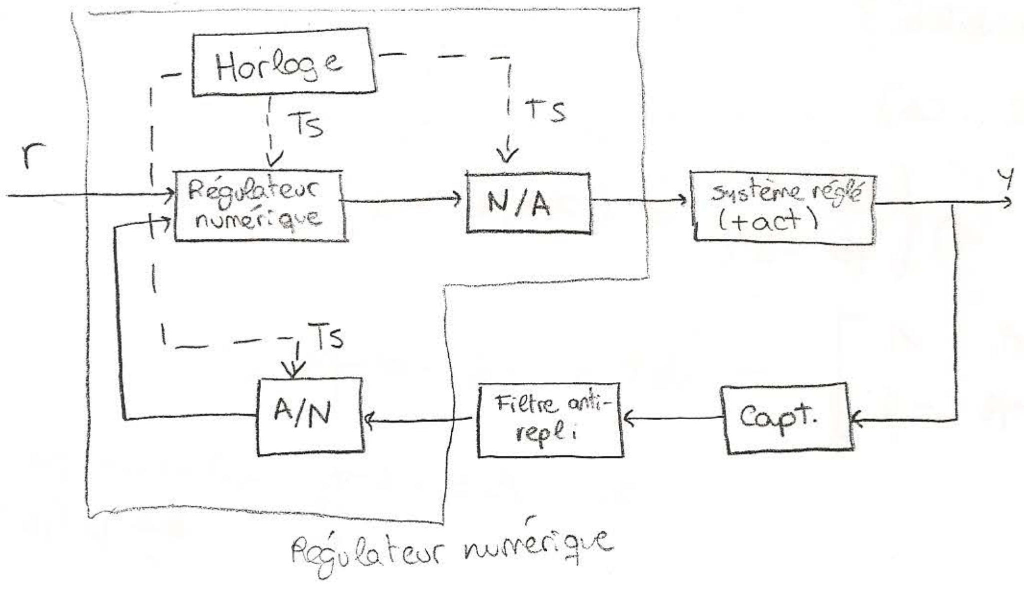
$$z\,U(z)(T_s+2\alpha T) + U(z)(T_s-2\alpha T) = (T_s+2T)\,z\,E(z) + (T_s-2T)\,E(z)$$

↳ Par transformée z-inverse z^{-1}

$$U(K+1)\,(T_s+2\alpha T) = -\,u(K)\,(T_s-2\alpha T) + e(K+1)(T_s+2T) + e(K)\,(T_s-2T)$$

$$u(K) = -\left(\frac{T_s-2\alpha T}{T_s+2\alpha T}\right) u(K-1) + \left(\frac{T_s+2T}{T_s+2\alpha T}\right) e(K) + \left(\frac{T_s-2T}{T_s+2\alpha T}\right) e(K-1)$$

→ Dessiner le schéma bloc d'un régulateur numérique,



* on mantient le signal grâce à un extrapolateur

→ À quoi sert le régulateur à avance de phase ?

- Améliore la réponse transitoire en augmentant la marge de phase
- Peut accentuer le bruit de mesure aux hautes fréquences

Question 9

Système

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ \beta & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u$$

$$y = (1 \quad 1) \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

→ Cond. système asymp. stable

↳ Valeurs propres de A à partie reelle negative

$$\det \begin{vmatrix} \alpha - \lambda & 0 \\ \beta & -1-\lambda \end{vmatrix} = 0 \to (\alpha-\lambda)(-1-\lambda) = 0 \quad \to \lambda < 0$$

$$\hookrightarrow \begin{cases} \lambda = -1 \\ \lambda = \alpha \end{cases}$$

→ Est-ce que le système est observable ? si non, à quelle valeur propre est associée l'inobservabilité ?

$$O = [C \quad CA]$$

$$CA = (1 \quad 1) \begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ \beta & -1 \end{pmatrix} = (\alpha + \beta \quad -1)$$

$$O = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \alpha+\beta & -1 \end{bmatrix} \to \det \to -1 - \alpha - \beta = 0$$

si $\beta = -1 - \underset{<0}{\underset{>0}{\alpha}}$ → Jamais, parce que β tjs >0

Le système est observable

→ Est-ce que le système est gouvernable? Si non, à quelle valeur propre est associée ~~la gou~~ l'ingouvernabilité ?

$$C = [B \quad AB]$$

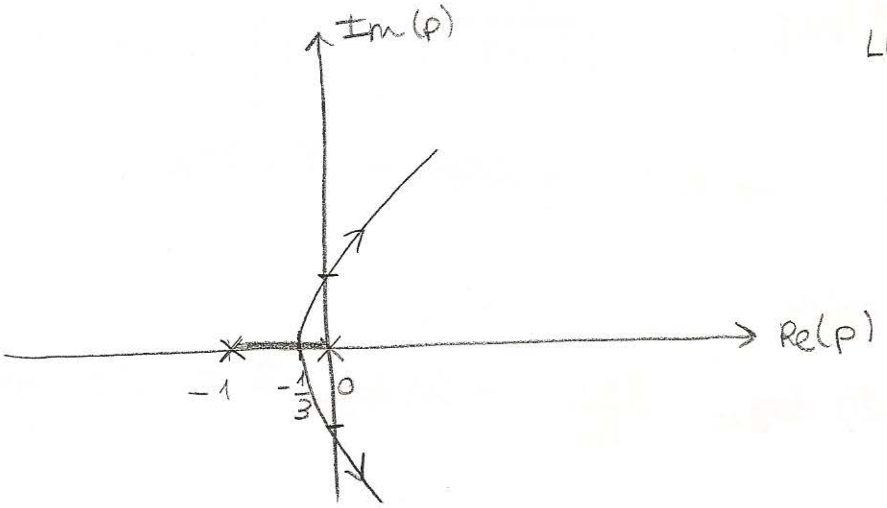
$$AB = \begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ \beta & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \to C = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \to \text{rang } C = 1$$

Le système est ingouvernable. L'ingouvernabilité est associé au $\lambda = \alpha$

Question 10

Soit $G(p) = \dfrac{2}{p(p+1)^2}$ et $D(p) = K_p$. On considère une retroaction unitaire.

→ Esquissez le lieu des poles de la BF. Points d'arrivée / départ sur l'axe réel. Points d'intersection avec l'axe imaginaire.



$$L(p) = \frac{1}{p(p+1)^2}$$

Gain d'Evans → $K = 2K_p$

↳ Points d'arrivée / depart, $1 + KL = 0 \rightarrow K = \frac{1}{L}$

$$\frac{dK}{dp} = 0 \rightarrow -\frac{(p+1)^2 + p\cdot 2(p+1) - p(p+1)^2\cdot 0}{1} = 0$$

$$p^2 + 2p + 1 + 2p^2 + 2p = 0$$

$$3p^2 + 4p + 1 = 0 \rightarrow p = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 4\cdot 3}}{6} = -\frac{4 \pm 2}{6}$$

$$p = \begin{cases} -\frac{1}{3} \\ -1 \end{cases}$$

↳ Intersection avec l'axe imaginaire (Routh)

· Eq. caracteristique $p(p+1)^2 + K = p^3 + 2p^2 + p + K$

p^3 :	1	1
p^2 :	2	K
p^1 :	$-\frac{K-2}{2}$	0
p^0 :	K	

$$b_1 = -\frac{\det\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & K \end{vmatrix}}{2} = -\frac{K-2}{2}$$

$$c_1 = -\frac{\det\begin{vmatrix} 2 & K \\ -\frac{K-2}{2} & 0 \end{vmatrix}}{-\frac{K-2}{2}} = K$$

$-\frac{K-2}{2} = 0 \rightarrow K = 2 \rightarrow 2p^2 + 2 = 0 \rightarrow p = \pm\sqrt{-1} \rightarrow \pm j$

→ Le Kp qu'on utilise vaut K_{po} . Quelle est la marge de gain de la boucle fermée ?

- Valeur maximale de K avant perdre la stabilité

→ Regle module

$$K = \frac{1}{|L(p)|_{p=j}} = \frac{1}{\left|\frac{1}{j(j+1)^2}\right|} = \frac{1}{\left|\frac{1}{j(-1+1+2j)}\right|} = \frac{1}{\left|\frac{1}{-2}\right|}$$

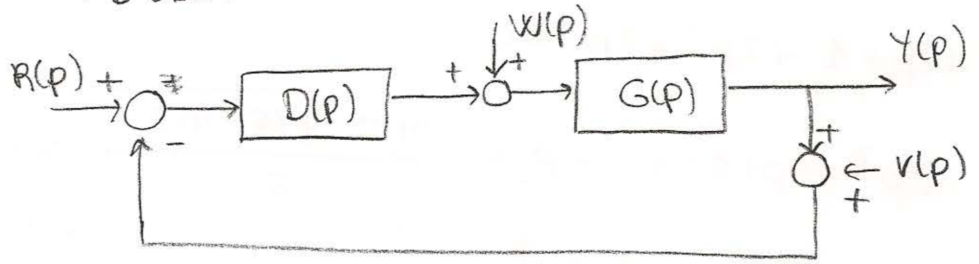
$$= 2 \quad \rightarrow K = 2 = 2K_{po} \rightarrow K = 2K_{po}$$

- Marge de gain

$$MG = 20 \log_{10} \frac{2K_{po}}{K_{po}} = 20 \log_{10} 2 = 6'02 \text{ dB}$$

→ Quelle est l'erreur statique (~~ct~~) du système vis-à-vis d'une entrée en echelon ? Et vis-à-vis d'une perturbation en échelon ?

- D'abord le schéma



- Fonctions de transfert

$$\frac{E(p)}{R(p)} = \frac{1}{1 + D(p)G(p)} \qquad \frac{E(p)}{W(p)} = -\frac{G(p)}{1 + D(p)G(p)}$$

- Pour un $R(p) = \frac{1}{p}$ (On applique la Théorème de la valeur finale)

$$\frac{\hat{G}(p)}{p} = G(p)$$

$$e_s = \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{p\to 0} p \cdot \frac{1}{1 + D(p)G(p)} \cdot R(p) = \lim_{p\to 0} p \cdot \frac{p}{p + D(p)\hat{G}(p)} \cdot \frac{1}{p} = 0$$

• Pour $W(p) = \frac{1}{p}$

$$e_s = \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{p\to 0} p \cdot \frac{-\frac{\tilde{G}(p)}{\cancel{p}}}{\frac{p + D(p)\tilde{G}(p)}{\cancel{p}}} \cdot \frac{1}{p} = -\frac{1}{D(0)} = -\frac{1}{K_{p_0}}$$

Question 11

Question sur le réservoir.

J'utilise l'exercice d'examen sur ça.

$$\begin{cases} \dot{H}_1(t) = \frac{-\gamma_1}{S_1}\sqrt{H_1(t)} + \frac{Q_e(t)}{S_1} \\ \dot{H}_2(t) = \frac{\gamma_1}{S_2}\sqrt{H_1(t)} - \frac{\gamma_2}{S_2}\sqrt{H_2(t)} \\ Q_s(t) = \gamma_2\sqrt{H_2(t)} \end{cases}$$

→ États d'equilibre

Derivées nulles

$$0 = \frac{-\gamma_1}{S_1}\sqrt{H_1} + \frac{Q_e}{S_1} \rightarrow Q_e = \gamma_1\sqrt{H_1}$$

$$0 = \frac{\gamma_1}{S_2}\sqrt{H_1} - \frac{\gamma_2}{S_2}\sqrt{H_2} \rightarrow \gamma_1\sqrt{H_1} = \gamma_2\sqrt{H_2}$$

Et alors, l'équilibre será pour $Q_e = Q_s$ Logique

→ Système linéarise autour $\overline{H_1}$, $\overline{H_2}$, $\overline{Q_e}$, $\overline{Q_s}$

$h_1 = H_1 - \overline{H_1}$ $\quad h_2 = H_2 - \overline{H_2}$ $\quad q_e = Q_e - \overline{Q_e}$, $q_s = Q_s - \overline{Q_s}$

→ on substitue

$$\dot{\overline{H_1}} + \dot{h_1} = \frac{-\gamma_1}{S_1}\sqrt{H_1 + h_1} + \frac{q_e + \overline{Q_e}}{S_1}$$

$$\dot{\overline{H_2}} + \dot{h_2} = \frac{\gamma_1}{S_1}\sqrt{H_1 + h_1} - \frac{\gamma_2}{S_2}\sqrt{H_2 + h_2}$$

$$\overline{Q_s} + q_s = \gamma_2\sqrt{H_2 + h_2}$$

→ On fait un développement en série de Taylor limité au premier ordre des fonctions non linéaires,

$$\sqrt{H_1} = \sqrt{\overline{H_1}} + \frac{1}{2\sqrt{\overline{H_1}}} \cdot (H_1 - \overline{H_1})$$

$$\sqrt{H_2} = \sqrt{\overline{H_2}} + \frac{1}{2\sqrt{\overline{H_2}}} (H_2 - \overline{H_2})$$

→ Et alors on a,

$$\cancel{\dot{\overline{H_1}}} + \dot{h_1} = \cancel{-\frac{r_1}{S_1}(\sqrt{\overline{H_1}})} - \frac{r_1}{S_1} \frac{1}{2\sqrt{\overline{H_1}}} \cdot h_1 + \cancel{\frac{\overline{Qe}}{S_1}} + \frac{qe}{S_1}$$

$$\cancel{\dot{\overline{H_2}}} + \dot{h_2} = \cancel{-\frac{r_2}{S_2}(\sqrt{\overline{H_2}})} - \frac{r_2}{S_2} \cdot \frac{1}{2\sqrt{\overline{H_2}}} \cdot h_2 + \boxed{\text{Falta el } \overline{H_1}}$$

$$\cancel{\overline{Q_s}} + q_s = \cancel{r_2 \sqrt{\overline{H_2}}} + r_2 \frac{1}{2\sqrt{\overline{H_2}}} \cdot h_2$$

→ Il reste les équations linéarisées,

$$\begin{cases} \dot{h_1} = -\frac{r_1}{S_1} \cdot \frac{1}{2\sqrt{\overline{H_1}}} h_1 + \frac{qe}{S_1} \\ \dot{h_2} = +\frac{r_1}{S_2} \cdot \frac{1}{2\sqrt{\overline{H_1}}} \cdot h_1 - \frac{r_2}{S_2} \cdot \frac{1}{2\sqrt{\overline{H_2}}} \cdot h_2 \\ q_s = r_2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{\overline{H_2}}} \cdot h_2 \end{cases}$$

→ Fonction de transfert

$$H(p) = C(pI_n - A)^{-1} B + D$$

→ Tracer la réponse indicielle

- Th. valeur finale → gain statique
- Th. valeur initiale → pente ?

DUDA AQUÍ

Question 12

Il donne les courbes de Bode de la BO. Demande esquisser la courbe de Nyquist.

- Comment le faire à partir de Bode

[Usando la diapositiva 58]

Point A →

Point B →

Point C →

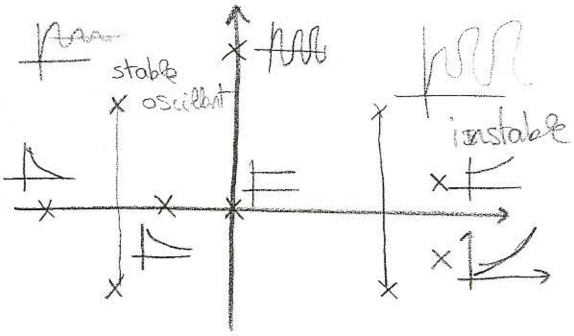
Point D →

Point E →

Question 13

On donne $G(p) = A_0 \dfrac{\omega_n^2}{p^2 + 2\xi\omega_n p + \omega_n^2}$

→ Déterminer la réponse indicielle de ce système en fonction de la position des poles dans le plan complexe



→ Rappeller formules :

On donne $G(p) = \dfrac{A_0}{(1+pT_1)(1+pT_2)}$ dont la reponse indicielle est (donnée).

→ Deduire la réponse indicielle du système $G'(p) = \dfrac{A_0 \cdot (1+pT_z)}{(1+pT_1)(1+pT_2)}$

On ajoute un zéro $z = -\dfrac{1}{T_z}$ (On suppose $T_z > 0$)

- Si $-\dfrac{1}{T_z} \gg -\dfrac{1}{T_1}, -\dfrac{1}{T_2}$ la réponse indicielle ne sera pas affecté

- En cas contraire, les effets seront:
  - → Augmentation du depassement indiciel
  - → Tends à accelerer la réponse
  - → Pas d'influence sur t_s

Question 14

on donne Bode en BO d'un système réglé au moyen d'un regulateur prop.

$$D(p) = 3 \qquad G(p) = \frac{1}{(0'5p+1)(p+1)(2p+1)}$$

→ Calculer la MP et MG

MP → angle jusqu'à $-180°$ dès le point w_c (où la gain en dB passe par 0)

$$MP = 180° + \arg(D(jw_c)G(jw_c))$$

MG → gain pour arg $= -180°$

$$MG = -20 \log |D(j\omega_{180})\, G(j\omega_{180})|$$

→ Quel régulateur faut-il employer pour assurer une es $< 10\%$ sans modifier la MP

Régulateur à retard de phase

→ Fonction de transfert

$$D(p) = K_c \cdot \frac{1+pT}{1+\alpha pT} \qquad \alpha > 1$$

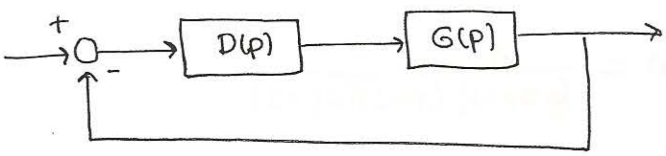
→ Choisir le gain du régulateur à retard de phase de sorte que la 2ème question soit satisfaite

$$e_s = \lim_{p\to 0} p \cdot \left[\frac{1}{1+D(p)G(p)}\right] \cdot \underbrace{R(p)}_{\frac{1}{p}} = \frac{1}{1+D(0)G(0)} = \frac{1}{K_c} < 0'1$$

$$K_c > 10$$

Question 15

On considère la boucle fermée à rétroaction unitaire



où $G(p) = \dfrac{A_0}{p(p+a)}$, $A_0, a \in \mathbb{R}^+$

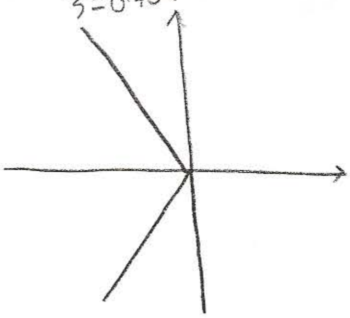
On souhaite concevoir un régulateur pour que le système en boucle fermée se comporte comme

$$T(p) = \frac{\omega_n^2}{p^2 + 2\xi\omega_n p + \omega_n^2}$$

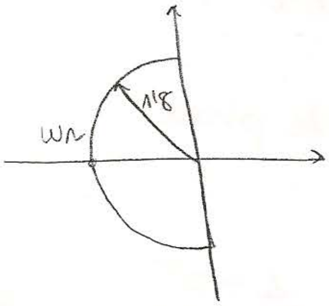
dont → t_r 1s , $\xi = 0'707$.

→ Région du plan complexe dans laquelle doivent se trouver les pôles de T(p) pour vérifier les exigences

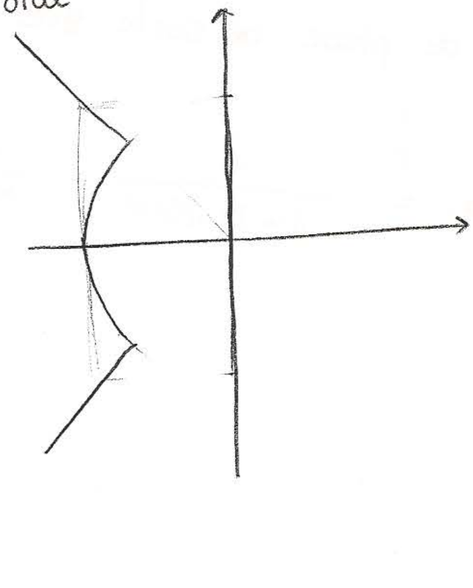
$\xi = 0'707$



$\omega_n t_r \cong 1'8 \rightarrow \omega_n = 1'8$



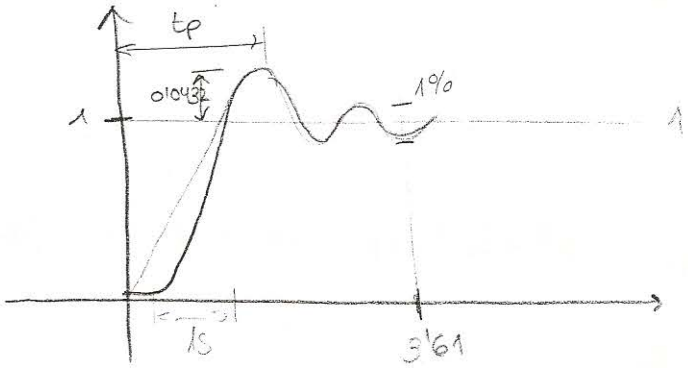
En total



→ Esquissez la reponse indicielle de T(p)

$\omega_n = 1'8$ $\qquad t_r = 1s$ $\qquad t_s = \frac{4'6}{\xi \omega_n} = \frac{4'6}{0'707 \cdot 1'8} = 3'61\,s$

$M_p = e^{-\frac{\pi \xi}{\sqrt{1-\xi^2}}} = 0'0432$ $\qquad t_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\xi^2}} = 2'46$



• Th. valeur initial, Mirar lo de la pendiente!

$\lim_{t \to 0} = \lim_{p \to \infty} p \cdot \frac{T(p)}{p} = \cancel{0}\,1$

• Th. valeur finale

$\lim_{t \to \infty} = \lim_{p \to 0} p \cdot \frac{T(p)}{p} = 1$

• $d = e^{-\frac{2\pi \xi}{\sqrt{1-\xi^2}}} =$

MIRAR!

→ Peut-on obtenir le comportement sohuaitée pour la BF si on choisit $D(p) = K_p$?

Polynôme caract. → $p^2 + ap$

BF → $\dfrac{\frac{K_p}{p^2+ap}}{1 + \frac{K_p}{p^2+ap}}$ → $\dfrac{K_p \, A_0}{p^2 + ap + K_p}$

$K_p = \sqrt{\omega_n} = 1'34$

$a = 2\xi\omega_n = 2'54$

JUSTIFICATION!

Question 16

$$D(p) = K_p, \qquad G(p) = \frac{1}{(p+1)(p+2)(p+3)}$$

→ Déterminez les valeurs de K_p telle que la boucle fermée est stable

• Critère de Routh

Polynôme caracteristique,

$$(p^2+2p+p+2)(p+3) + K_p = p^3+3p^2+2p+3p^2+9p+6+K_p =$$

$$= p^3+6p^2+11p+K_p$$

• Table de Routh

p^3: 1 $\quad 11$

p^2: 6 $\quad K_p$

p^1: $-\frac{K_p-66}{6}$ $\quad 0$

p^0: K_p $\quad 0$

$$b_1 = -\frac{\begin{vmatrix} 1 & 11 \\ 6 & K_p \end{vmatrix}}{6} = -\frac{K_p-66}{6}$$

$$c_1 = -\frac{\begin{vmatrix} 6 & K_p \\ -\frac{K_p-66}{6} & 0 \end{vmatrix}}{-\frac{K_p-66}{6}} = K_p$$

• La première colomne doit être positive

$$K_p > 0$$

$$-\frac{K_p-66}{6} > 0 \rightarrow K_p - 66 < 0 \rightarrow K_p < 66$$

$$\underline{0 < K_p < 66}$$

↳ Pouvez vous vérifier le résultat par un autre moyen?

Oui, p.ex. Lieu d'Evans

→ En supposant K_p pour BF stable, limite $t\to\infty$ de $y(t)$ pour une ref du type $\alpha \cdot u(t)$

$$\lim_{t\to\infty} y(t) = \lim_{p\to 0} \cancel{p} \cdot \frac{D(p)G(p)}{1+D(p)G(p)} \cdot \frac{\alpha}{\cancel{p}} = \frac{D(0)G(0)}{1+D(0)G(0)} \cdot \alpha$$

$$= \frac{K_p \cdot \frac{1}{6}}{1+\frac{1}{6}\cdot K_p} \cdot \alpha = \frac{\cancel{K_p\,\alpha}}{\cancel{7}} \quad \frac{K_p}{6+K_p} \cdot \alpha$$

↳ Que se passe dans $G(p)$ si on remplace $(p+1)$ par p

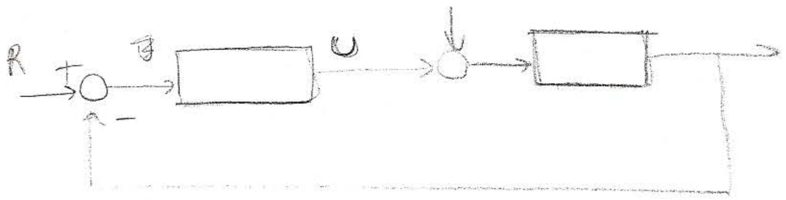
$$\lim_{t \to \infty} y(t) = \alpha$$

↳ Que se passe-t-il si on rajoute une perturbation entre D et G, du même type que $y(t)$ toujours dans le cas où on a remplacé $p+1$ par p

$$p \, \frac{G(p)}{\cancel{1+}p + DG(p)} \cdot \frac{\alpha}{p} \rightarrow \frac{\alpha}{K_p}$$

↳ Comment supprimer cette perturbation ?
En introduisant un pôle à l'origine dans le régulateur

→ Calculer la fonction de transfert entre U et R



$$\frac{U}{R} = \frac{D}{1+DG}$$

Question 17

On donne la tracé du lieu d'Evans réalisé pour $G(p) = \frac{p+2}{p^2+p}$ et

$$D(p) = K_p \cdot \frac{p+2}{p+10}$$

→ De quel type de régulateur s'agit il ?

$$\frac{2\left(\frac{1}{2}p + 1\right)}{10\left(\frac{1}{10}p + 1\right)}$$

Un avance de phase car

$$P_c > Z_c$$

→ Donner la methode pour trouver