1 Gradfolge

- jedem einfachen Grad laesst sich eine Gradfolge zuordnen
  $\rightarrow (deg(v_1), ..., deg(v_k))$ fuer $V = \{v_1, ..., v_k\}$
- ein Graph heisst k-regulaer $\Leftrightarrow \forall\ v \in V : deg(v) = k$
- der vollstaendige Graph K_n ist $(n-1)$-regulaer
- der Kreisgraph C_n mit $n \geq 3$ ist 2-regulaer
- der Hyperwuerfel Q_n ist n-regulaer
- wichtig: 2 nicht isomorphe Graphen koennen dieselbe Gradfolge besitzen
  $\rightarrow$ Gradfolge kein Beweis fuer Isomorphie

1.1 Handschlaglemma

$$2|E| = \sum_{i \in [n]} deg(v_i)$$

$\rightarrow$ ein einfacher Graph existiert $\Leftrightarrow$ die Summe gerade ist
$\rightarrow$ ein einfacher Graph muss eine gerade Anzahl an Knoten ungeraden Grades haben
$\rightarrow$ ein einfacher Graph mit $|V| > \frac{1}{2} \sum_{i \in [n]} d_i + 1 \Rightarrow |V| > |E| + 1$ kann nicht zshg. sein

1.2 Realisierbarkeit von Gradfolgen - Havel Hakimi

1.2.1 1. Phase

Rekursive Reduktion der Gradfolge bis man eine Abbruchbedingung erreicht
$\rightarrow$ es werden immer so viele Grafolgen reduziert wie gross die Gradfolge des zu entfernenden Knoten ist
$\rightarrow$ nach jedem Schritt neu aufsteigend die uebrig gebliebende Gradfolge sotieren

Bsp.: $(1, 1, 2, 3, 4, 4, 5) \rightarrow (0, 1, 1, 2, 3, 3) \rightarrow (0, 0, 1, 1, 2) \rightarrow (0, 0, 0, 0)$

Falls wird nicht bei einem Tupel aus nur 0 enden ist die Gradfolge
nicht realisierbar.

1.2.2 2. Phase

Bottom-up Konstruktion einer Gradfolge beginnend bei 0 um die Existenz eines Graphens und seiner zugehoerigen folge zu beweisen.

2 Baume

- ein einfacher Graph welcher zshg. und kreisfrei ist, ist ein Baum
 $\rightarrow$ ein Graph ist ein Baum $\Leftrightarrow |E| = |V| - 1$
- ein Knoten mit $deg(u) = 1$ wird als Blatt bezeichnet, sonst als innerer Knoten
- zu einem Baum mit $n \geq 4$ Knoten gibt es $n - 1$ Isomorphe Baeume
- ein Graph dessen maximale Zshgkomponenten Baeume sind nennt man Wald
- jeder Graph hat mindestens einen Spannbaum