1 Zahlensysteme

1.1 Dezimalsystem

- Basis: 10
- Ziffern: $\{0, ..., 9\}$
- $2 \cdot 10^0 + 3 \cdot 10^1 + 9 \cdot 10^2 + ...$

1.2 Binaersystem

- Basis: 2
- Ziffern: $\{0, 1\}$
- $1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^2 + ...$

1.3 Hexadezimalsystem

- Basis: 16
- Ziffern: $\{0, ..., 9, A, ..., F\}$ (dabei steht der Buchstabe fuer die Ziffer 15)
- $9 \cdot 16^0 + A \cdot 16^1 + F \cdot 16^2 + ...$

2 Arithmetische Operationen

2.1 Vorzeichenlose Arithmetik

$\rightarrow$ Zahlenraum: $[0, 2^n - 1]$ (n := Anzahl der Bits)

2.1.1 Addition

Aehnlich zu Arithmetik in Dezimalsystem $\rightarrow$ Weitergeben des Ueberlaufs

$$\begin{array}{r} 01001_2 \\ +00111_2 \\ \hline 10000_2 \end{array}$$

2.1.2 Subtraktion

Aehnlich zu Arithmetik in Dezimalsystem $\rightarrow$ Rueckholen von Bits

$$\begin{array}{r} 01001_2 \\ -00111_2 \\ \hline 00010_2 \end{array}$$

2.2 Vorzeichenbehaftete Arithmetik

2.2.1 Darstellungsvariante: Sign Bit

- fuehrendes Bit besagt Vorzeichen: 0 - positiv, 1 - negativ
- zwei Darstellungen fuer 0 $(+/-0)$

$\rightarrow$ Zahlenraum: $[-2^{n-1}-1, 2^{n-1}-1]$

2.2.2 Darstellungsvariante: Zweierkomplement

Zweischrittumwandlung - anhand Bsp. $7 \rightarrow$ zu -7 :

1. Schritt - Invertieren: $\text{Inv}(0000\ 0111_2) = 1111\ 1000_2$
2. Schritt - Inkrement: $1111\ 1000_2 + 1 = 1111\ 1001_2$

$\rightarrow$ -7 := $1111\ 1001_2$
$\rightarrow$ analog dazu die Rueckumwandlung
$\rightarrow$ daraus resultiert ein Zahlenrand (und somit ein fester Zahlenraum)
$\rightarrow$ Zahlenraum: $[-2^{n-1}, 2^{n-1}-1]$

2.2.3 Addition

Aehnlich zur Addition mit vorzeichenlosen Binaerzahlen

$\rightarrow$ Ueberlauf kann jedoch dazu fuehren, dass wir nun eine negative Zahl darstellen (hier $1+7=-8$ aufgrund der begrenzten Bits)

$$\begin{array}{r} 0111_2 \\ +0001_2 \\ \hline 1000_2 \end{array}$$

2.2.4 Subtraktion

Die Subtraktion mit vorzeichenbehafteten Zahlen erfolgt in 2 Schritten:

1. Schritt - Komplementbildung des Subtrahenden
2. Schritt - Addition der nun neuen Zahl

$$\begin{array}{r} 01001_2 \\ -00111_2 \\ \hline - \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 01001_2 \\ +11001_2 \\ \hline 00010_2 \end{array}$$