

# Metoda nejmenších čtverců: Identifikace autoregresního modelu

Lukáš Hromadník

## 1 Řešení

Matice  $\mathbf{M}$  je velikosti  $(T - p + 1) \times (p + 1)$ . Její předpis je

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & y_{p-1} & y_{p-2} & \cdots & y_0 \\ 1 & y_p & y_{p-1} & \cdots & y_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & y_{T-1} & y_{T-2} & \cdots & y_{T-p} \end{bmatrix}$$

Vektor hodnot  $\mathbf{b}$  je dán ze zadání. Jelikož musejí sedět rozměry při řešení soustavy, vektor  $\mathbf{b}$  má rozměr  $(T - p + 1) \times 1$ . Jeho předpis vypadá následovně

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} y_p \\ y_{p+1} \\ \vdots \\ y_T \end{bmatrix}$$

Po vyřešení úlohy s použitím matic výše získáme následující řešení

$$\min_a \|\mathbf{M}\mathbf{a} - \mathbf{b}\|^2 = 1.3621e^{-27}.$$

Pro řešení úlohy můžeme použít algoritmus využívající QR rozklad. Algoritmus má následující implementaci

```
function output = solve_ls(A, b)
    [Q, R] = qr(A, 0);

    output = my_inversion(R) * Q' * b;
end
```

kde funkce `my_inversion` slouží jako náhrada za systémovou funkci `inv` pro výpočet inverzní matice.

Pokud porovnáme řešení pomocí  $\mathbf{M} \setminus \mathbf{b}$  a výpočet pomocí QR rozkladu, získáme následující rozdíl:

$$\|\hat{a}_1 - \hat{a}_2\| = 6.3395e^{-13}$$

Výsledný graf porovnání syntetického a originálního zvuku gongu vypadá následovně

