PRÁCTICA 1

1er Cuatrimestre 2023

1) a) $(p \neg q)$ No es una expresión bien formulada

b) $p \vee q \wedge True$ No es una expresión bien formulada ya que faltan paréntesis

c) $(p \rightarrow \neg p \rightarrow q)$ No es una expresión bien formulada, faltan paréntesis

d) $\neg(p)$ No es una expresión bien formulada, los paréntesis están de más

e) $(p \vee \neg p \wedge q)$ No es una expresión bien formulada, faltan paréntesis

f) $(True \wedge True \wedge True)$ Es una expresión bien formulada

g) $(\neg p)$ No es una expresión bien formulada, los paréntesis están de más

h) $(p \vee False)$ Es una expresión bien formulada

i) $(p = q)$ No es una expresión bien formulada

2) Sean $x : \mathbb{Z}$, $y : \mathbb{Z}$ y $z : Bool$

a) $\underbrace{(1 = 0)}_{False} \vee (x = y)$, es una expresión bien definida

cómo x e y pertenecen a $\mathbb{Z}$, esto se puede evaluar.

b) $(x + 10) = y$, es una expresión bien definida, ya que x e y pertenecen a $\mathbb{Z}$.

c) $(x \vee y)$ es una expresión mal definida ya que x e y no son del tipo Bool.

d) $z = true \leftrightarrow (y = x)$, es una expresión bien definida.

z : Bool ✓

esto devuelve true o False dependiendo de los valores que tomen x y y en $\mathbb{Z}$.

e) $(z=0) \vee (z=1)$, es una expresión mal definida, ya que no se puede evaluar $(z=1)$ e $(z=0)$ porque z no es un $\mathbb{Z}$

f) $y+\underbrace{(y<0)}_{\text{devuelve true o false dependiendo de los valores de } y}$, es una expresión mal definida, ya que no se puede sumar un Bool con un $\mathbb{Z}$.

3) $(3+7 = \pi - 8) \wedge \text{True} \Leftrightarrow (\underbrace{10 = -4{,}858}_{\text{Al evaluar nos de un valor de verdad, en este caso False}}) \wedge \text{True} \Leftrightarrow (\text{False} \wedge \text{True}) \Leftrightarrow \text{False}$

4)

a) $(\neg a \vee b) \Leftrightarrow (\neg \text{True} \vee \text{True}) \Leftrightarrow (\text{False} \vee \text{True}) \Leftrightarrow \text{True}$

b) $(c \vee (y \wedge x) \vee b) \Leftrightarrow (\text{True} \vee (\text{False} \wedge \text{False}) \vee \text{True}) \Leftrightarrow (\text{True} \vee \text{False} \vee \text{True}) \Leftrightarrow \text{True}$

c) $\neg(c \vee y) \Leftrightarrow \neg(\text{True} \vee \text{False}) \Leftrightarrow (\neg \text{True}) \Leftrightarrow \text{False}$

d) $(\neg(c \vee y) \Leftrightarrow (\neg c \wedge \neg y))$

$(\neg(\text{True} \vee \text{False}) \Leftrightarrow (\neg \text{True} \wedge \neg \text{False}))$

$(\neg \text{True} \Leftrightarrow (\text{False} \wedge \text{True}))$

$(\text{False} \Leftrightarrow \text{False})$

True

e) $((c \vee y) \wedge (x \vee b)) \Leftrightarrow ((\text{True} \vee \text{False}) \wedge (\text{False} \vee \text{True})) \Leftrightarrow (\text{True} \wedge \text{True}) \Leftrightarrow \text{True}$

f) $(((c \vee y) \wedge (x \vee b)) \Leftrightarrow (c \vee (y \wedge x) \vee b))$

$(((\text{True} \vee \text{False}) \wedge (\text{False} \vee \text{True})) \Leftrightarrow (\text{True} \vee (\text{False} \wedge \text{False}) \vee \text{True})$

$((\text{True} \wedge \text{True}) \Leftrightarrow (\text{True} \vee \text{False} \vee \text{True})$

$(\text{True} \Leftrightarrow \text{True})$

True

g) $(\neg c \wedge \neg y) \leftrightarrow (\neg True \wedge \neg False) \leftrightarrow (False \wedge True) \leftrightarrow False$

5) no voy a hacer todas las tablas :)

a) Tautología
b) Contradicción
c) Tautología
d) Contingencia
e) Tautología
f) Tautología
g) Tautología
h) Tautología
i) Tautología

6)

a) $\underbrace{False \rightarrow True}_{True}$ $\underbrace{True \rightarrow False}_{False}$

False es más fuerte que True.

b)

p	q	$(p \wedge q)$	$(p \vee q)$	$(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$	$(p \vee q) \rightarrow (p \wedge q)$
V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	V	F
F	V	F	V	V	F
F	F	F	F	V	F

como $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$ es una Tautología, $(p \wedge q)$ es más fuerte que $(p \vee q)$

c) $\underbrace{True \rightarrow True}_{True}$

True es más fuerte que True

d)

p	q	$(p \wedge q)$	$p \rightarrow (p \vee q)$	$(p \vee q) \rightarrow p$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	F	V	V
F	F	F	V	V

cómo $(p \vee q) \rightarrow p$ es una tautología, $(p \vee q)$ es más fuerte que p.

e) $\underbrace{False \rightarrow False}_{True}$

False es más fuerte que False.

f)

p	q	$(p \vee q)$	$p \to (p \vee q)$	$(p \vee q) \to p$
V	V	V	V	V
V	F	V	V	V
F	V	V	V	F
F	F	F	V	V

cómo $p \to (p \vee q)$ es una tautología, p es más fuerte que $(p \vee q)$

g)

p	q	$p \to q$	$q \to p$
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	V	F
F	F	V	V

cómo tanto $p \to q$ y $q \to p$ no són tautologías, ni p ni q es mas fuerte que el otro.

h)

p	q	$(p \to q)$	$p \to (p \to q)$	$(p \to q) \to p$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	V	V	F
F	F	V	V	F

como $p \to (p \to q)$ y $(p \to q) \to p$ no son tautologías, p no es mas fuerte que $(p \to q)$ y $(p \to q)$ no es más fuerte que p.

7) a)

$$((\neg p \vee \neg q) \vee (p \wedge q)) \to (p \wedge q)$$

$\downarrow$ regla del implica.

$$\neg((\neg p \vee \neg q) \vee (p \wedge q)) \vee (p \wedge q)$$

$\downarrow$ de Morgan

$$(\neg(\neg p \vee \neg q) \wedge \neg(p \wedge q)) \vee (p \wedge q)$$

$\downarrow$ de morgan

$$(\underbrace{(p \wedge q) \wedge (\neg p \vee \neg q)}_{\text{Falso}}) \vee (p \wedge q)$$

$\downarrow$

Falso $\vee (p \wedge q)$

el valor de verdad de esta función depende de solamente $(p \wedge q)$, por lo tanto las funciones del ejercicio son equivalentes.

b) $\neg p \rightarrow (q \wedge r)$

$\downarrow$ regla del implica

$\neg\neg p \vee (q \wedge r)$

$p \vee (q \wedge r)$

$\downarrow$ distribuimos

$(p \vee q) \wedge (p \vee r)$ son equivalentes

c) $\neg(\neg p) \rightarrow (\neg(\neg p \wedge \neg q))$

$p \rightarrow (\neg(\neg p \wedge \neg q))$

$\downarrow$ regla del implica

$\neg p \vee (\neg(\neg p \wedge \neg q))$

$\downarrow$ de Morgan

$\neg p \vee (p \vee q)$

$\downarrow$ Asociatividad

$\underbrace{(\neg p \vee p)}_{\text{False}} \vee q$ el valor de verdad solo depende de q.

$\downarrow$

q las funciones del ejercicio son equivalentes

d) $((\text{True} \wedge p) \wedge (\neg p \vee \text{False})) \rightarrow \neg(\neg p \vee q)$

$\downarrow$ De Morgan

$((\text{True} \wedge p) \wedge (\neg p \vee \text{False})) \rightarrow (p \wedge \neg q)$

Cuando p es verdadero

$\underbrace{(\text{True} \wedge \text{True})}_{\text{True}} \wedge \underbrace{(\neg\text{True} \vee \text{False})}_{\text{False}}$

$\underbrace{(\text{True} \wedge \text{False})}_{\text{False}}$

False

Cuando p es Falso

$(\underbrace{(\text{True} \wedge \text{False})}_{\text{False}} \wedge \underbrace{(\neg\text{False} \vee \text{False})}_{\text{True}})$

$\underbrace{(\text{True} \wedge \text{False})}_{\text{False}}$

False

$((\text{True} \wedge p) \wedge (\neg p \vee \text{False}))$ siempre es Falso sin importar el valor de p.

$\text{False} \rightarrow (p \wedge \neg q)$

$\downarrow$ regla del implica

$\neg\text{False} \vee (p \wedge \neg q)$

$\text{True} \vee (p \wedge \neg q)$

Como el valor de verdad de esta función no depende de $(p \wedge \neg q)$, se puede afirmar que las funciones del ejercicio NO son equivalentes

e) $p \vee (\neg p \wedge q)$

$\downarrow$ Distributividad

$\underbrace{(p \vee \neg p)}_{\text{True}} \wedge (p \vee q)$

el valor de verdad de la formula solo depende de $(p \vee q)$

$(p \wedge q)$

$\downarrow$ regla del implica

$\neg p \rightarrow q$

Son equivalentes

f) $\neg(p \wedge (q \wedge s))$

$\downarrow$ De Morgan

$(\neg p \vee \neg(q \wedge s))$

$\downarrow$ De Morgan

$\neg p \vee (\neg q \vee \neg s)$

$\downarrow$ Asociatividad

$(\neg p \vee \neg q) \vee \neg s$

$\downarrow$

$\neg s \vee (\neg p \vee \neg q)$

$\downarrow$ regla del implica

$s \rightarrow (\neg p \vee \neg q)$ Son equivalentes

g) $p \rightarrow (q \wedge \neg(q \rightarrow r))$

$\downarrow$ regla del implica

$\neg p \vee (q \wedge \neg(\neg q \vee r))$

$\downarrow$ De Morgan

$\neg p \vee (q \wedge (q \wedge \neg r)$

$\downarrow$ Distributividad.

$(\neg p \vee q) \wedge (\neg p \vee (q \wedge \neg r))$ Son equivalentes

8)

p	q	$p \wedge q$	$\neg p$	$\neg q$	$\neg(\neg p \vee \neg q)$
V	V	V	F	F	V
V	F	F	F	V	F
F	V	F	V	F	F
F	F	F	V	V	F

$p \wedge q$ es equivalente a $\neg(\neg p \vee \neg q)$

p	q	$p \to q$	$(\neg p \vee q)$
V	V	V	V
V	F	F	F
F	V	V	V
F	F	V	V

$p \to q$ es equivalente a $(\neg p \vee q)$

9) $f \equiv$ "es fin de semana" $e \equiv$ "Juan estudia"

$m \equiv$ "Juan escucha música."

a) • $f \to ((e \wedge m) \wedge \neg(e \wedge m)$

• $\neg f \to \neg e$

• $(f \wedge e) \to m$

b)

f	e	m	$\neg f \to \neg e$	$(f \wedge e) \to m$	$f \to ((e \vee m) \wedge \neg(e \wedge m)$
V	V	V	V	V	F
V	V	F	V	F	V
V	F	V	V	V	V
F	F	F	V	V	V
F	V	V	F	V	V
F	V	F	F	V	V

Cómo se ve en la tabla de verdad, para que las tres proposiciones se cumplan, e tiene que ser Falso, por lo tanto, se puede deducir que Juan no estudia

11) • $J \to C$ "Si conocen a Juan implica que conocen a Camila."

• $C \to G$ "Si conocen a Camila implica que conocen a Gonzalo."

Veamos si se cumple $J \to G$ cuando $J \to C$ y $C \to G$ son verdaderos

J	C	G	J → C	C → G	J → G
V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F
V	F	V	F	V	V
F	V	F	V	F	V
F	V	V	V	V	V
F	F	F	V	V	V

Como se ve en la tabla, en los casos cuando se cumple J → C y C → G, J → G se cumple, por lo tanto es cierto que si todos conocen a Juan entonces todos conocen a Gonzalo.

11) A: "Haroldo se pelea con sus compas"

B: "Haroldo tiene el ojo destrozado"

Si asumimos como verdadero A → B, queremos ver si pasa B, entonces B → A es verdadero:

A	B	A → B	B → A
V	V	V	V
V	F	F	V
F	V	V	F
P	F	V	V

Como se puede ver señalado con verde en la tabla, lo propuesto anteriormente no ocurre, esto se conoce como afirmación del consecuente.

12) a) Verdadero c) Indefinido e) Verdadero

b) Verdadero d) Indefinido f) Verdadero.

13)

p	q	p ∧ q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

P	q	P ∧ q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F
V	⊥	⊥
F	⊥	F
⊥	V	⊥
⊥	F	⊥
⊥	⊥	⊥

14)

p	q	p ∨ q
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

sigue

14)

p	q	$p \vee_L q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F
V	⊥	V
F	⊥	⊥
⊥	V	⊥
⊥	F	⊥
⊥	⊥	⊥

15)

p	q	$p \to q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

p	q	$p \to_L q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V
V	⊥	⊥
F	⊥	V
⊥	V	⊥
⊥	F	⊥
⊥	⊥	⊥

16) b y c verdadero , a falso , x e y Indefinido

a) $(\neg x \vee_L b)$

(¬ Indefinido $\vee_L$ Verdadero)

↓

(Indefinido $\vee_L$ Verdadero)

↓

Indefinido.

b) $((c \vee_L (y \wedge_L a)) \vee b)$

↓

((Verdadero $\vee_L$ (Indef $\wedge_L$ Falso)) $\vee$ Verdadero)

↓

((Verdadero $\vee_L$ Indefinido) $\vee$ Verdadero)

↓

(Verdadero $\vee$ Verdadero)

↓

Verdadero.

c) $\neg(c \vee_L y)$

↓

¬ (Verdadero $\vee_L$ Indefinido)

¬(Verdadero)

↓

Falso

d) $(\neg(c \vee_L y) \leftrightarrow (\neg c \wedge_L \neg y))$

$\downarrow$

$(\neg(\text{Verdadero} \wedge_L \text{Indefinido}) \leftrightarrow (\neg \text{Verdadero} \wedge_L \neg y))$

$(\neg \text{Indefinido}) \leftrightarrow (\text{Falso} \wedge \neg \text{Indef}))$

$\text{Indef} \leftrightarrow \text{Falso}$

Indefinido

e) $((c \vee_L y) \wedge_L (a \vee_L b))$

$\downarrow$

$((\text{Verdadero} \vee_L \text{Indefinido}) \wedge_L (\text{Falso} \vee_L \text{Verdadero}))$

$\downarrow$

$\text{Verdadero} \wedge_L \text{Verdadero}$

$\downarrow$

Verdadero

f) $(((c \vee_L y) \wedge_L (a \vee_L b) \leftrightarrow (c \vee_L (y \wedge_L a) \vee_L b))$

$(((\text{Verdadero} \vee_L \text{Indef}) \wedge_L (\text{Falso} \vee_L \text{Verdadero}) \leftrightarrow (\text{Verdadero} \vee_L (\text{Indef} \wedge_L \text{Falso}) \vee_L \text{Verdadero}))$

$\downarrow$

$(\text{Verdadero} \wedge_L \text{Verdadero}) \leftrightarrow (\text{Verdadero} \vee_L \text{Indef} \vee_L \text{Verdadero})$

$\downarrow$

$\text{Verdadero} \leftrightarrow \text{Verdadero}$

$\downarrow$

Verdadero.

g) $(\neg c \wedge_L \neg y)$

$\downarrow$

$(\neg \text{Verdadero} \wedge_L \neg \text{Indefinido})$

$\downarrow$

$\text{Falso} \wedge_L \text{Indefinido}$

$\downarrow$

Indefinido

17) No :)

18)

I) x está ligada al cuantificador $(\forall x : \mathbb{Z})$, las variables y, n e z son libres

II) x está ligada al cuantificador $(\forall x : \mathbb{Z})$, y está ligada al cuantificador $(\forall y : \mathbb{Z})$, las variables n, m e z son libres

III) la variable j está ligada al cuantificador $(\forall j : \mathbb{Z})$

IV) j está ligada a $(\forall j : \mathbb{Z})$ y a, s, b son variables libres

V) Idem II

VI) Idem III

VII) Idem III

b) I) $n=1$ $y=z=1$

II) $n=m=1$, $z=0$

III) No es posible

IV) $s=\text{True}$, $b=1$, $a=0$

V) siempre verdadero

VI) Depende de $P(j)$

VII) depende de $P(j)$

19) a) pred a() $\{(\forall x : \mathbb{Z})(0 \leq x < 10 \land P(x)) \longrightarrow_L Q(x)\}$

b) pred b() $\{\neg((\exists x : \mathbb{Z})(0 \leq x < 10) \land P(x) \land Q(x))\}$