



Satisfação dos alunos da Matemática

Gabriel Mizuno^{a,b}, Larissa Estudante^{a,b},
Lyncoln Sousa^{a,b}, Marina Sudré^{a,b},
Rodolfo Hauret^{a,b}, Jony Arrais^{a,c}, Marcelo
Matsuda^d

^aDepartamento de Estatística - UFF

^bConsultor

^cOrientação

^dConsulente

Relatório de Consultoria

Áreas do Conhecimento:

Estatística, Amostragem

Palavras-Chave:

Análise de dados, Amostragem,
Satisfação

Este trabalho visa medir a proporção da satisfação dos alunos do curso de matemática, com o seu curso. Obteve-se um tamanho de amostra para a coleta de informação sobre a satisfação a fim de estimar a proporção da satisfação populacional.

Sumário

1 - Introdução	2
2 - Materiais e Métodos	3
3 - Resultados	5
4 - Conclusão	8
Referência Bibliográfica	8
5 - Apêndice	9

Lista de figuras

1 - Satisfação dos alunos do turno Diurno	7
2 - Satisfação dos alunos do turno Noturno	8

Lista de tabelas

1 - Tamanho populacional de cada estrato	2
2 - Tamanho da amostra para matrículas ativas	6
3 - Proporção da satisfação por estrato	9

1 - Introdução

Este trabalho consiste na apresentação do cálculo de tamanho amostral a fim de, com a amostra, estimar a proporção da satisfação dos alunos do curso de Matemática com o curso. Logo, a população alvo são os alunos do curso de matemática com a matrícula ativa a partir de 2013, isto é, os alunos que ainda estão no curso. Os alunos são divididos entre os turnos diurno e noturno.

O curso de matemática conta com um total de 600 alunos, nos quais 337 são do turno diurno e 263 são do turno noturno, distribuídos entre os anos de 2013 a 2020. Pode-se observar a distribuição dos alunos entre os anos na Tabela 1. Analisando a tabela percebe-se que há uma divisão natural dos alunos, logo utilizar do método de amostragem estratificada parece o mais natural.

Tabela 1: Tamanho populacional de cada estrato.

Ano de entrada para matrículas ativas	Diurno	Noturno	Total
2013	1	0	1
2014	3	1	4
2015	3	1	4
2016	10	3	13
2017	35	34	69
2018	90	71	161
2019	95	73	168
2020	100	80	180
Total	337	263	600

Para o cálculo do tamanho da amostra, os dados foram divididos em estratos, isto é, em grupos em que os elementos dentro apresentam a mesma característica. Com isso, os elementos foram divididos com base no ano e no turno simultaneamente, gerando um total de 16 estratos. Em seguida, foi calculado o peso de cada estrato para estimar quantos indivíduos de cada grupo fariam parte da amostra. Com isso, foi estimado um tamanho de amostra de 194 indivíduos.

Após a obtenção do tamanho da amostra, foi coletado a satisfação dos 194 indivíduos a fim de estimar a proporção da satisfação da população. A proporção da satisfação populacional foi estimada através da média ponderada da proporção de cada estrato e o peso de cada

estrato. Através deste cálculo, foi obtida uma satisfação estimada de 0.769, e uma estimação intervalar de [0.729 ; 0.809].

Este relatório está construído seguindo a seguinte estrutura, na seção de materiais e métodos são descritos de forma mais aprofundada as técnicas utilizadas para a estimação do tamanho da amostra e para o cálculo da proporção populacional. Na seção de resultados serão relatados os resultados obtidos durante os procedimentos realizados na seção de materiais e métodos. Na seção de conclusão será discutido os resultados obtidos neste estudo.

2 - Materiais e Métodos

A fim de realizar uma amostragem é necessário uma população alvo da qual será sorteada os indivíduos da amostra. O curso de matemática conta com um total de 600 alunos, estes alunos estão divididos entre os turnos diurno e noturno, e os anos de 2013 a 2020. Dada essa divisão dos alunos opta-se por realizar uma Amostragem Estratificada sem reposição, na qual define um peso para cada grupo com base no tamanho do estrato. O tamanho da amostra pelo método de Amostragem estratificada pode ser estimado pela Equação (1) (BOLFARINE; BUSSAB, 2005).

$$n = \frac{n_0 N}{n_0 + N} \quad (1)$$

em que,

$$n_0 = \frac{z_{\alpha/2}^2}{D_p^2} \sum_{h=1}^H W_h P_h (1 - P_h) \quad (2)$$

O P_h é a proporção de satisfação de cada estrato, como não existe um estudo prévio, assume-se um cenário conservador, onde considera-se a proporção igual a 0.5. Com isso, a proporção é constante para todos os estratos, manipulando a fórmula (1) juntamente da equação (2), obtemos a seguinte fórmula para o tamanho da amostra

$$n = \frac{Np(1-p)}{ND^2 + z_{\alpha/2}^2 p(1-p)} \quad (3)$$

em que, p é a proporção no cenário conservador, isto é $p = 0.5$. D^2 é definido como $B/z_{\alpha/2}$, onde B é a margem de erro definida como 5%, $z_{0.05}$ é o quantil de 0,05 conforme a tabela da distribuição normal padrão e N é o tamanho da população-alvo.

Definido o tamanho da amostra, será definido agora o tamanho da amostra de cada estrato. Optou-se por utilizar a alocação proporcional, no qual o tamanho da amostra alocado em

cada estrato é proporcional ao número de unidades populacionais nesse estrato(SILVA; BIANCHINI; DIAS, 2020). Com esse método de alocação, os estratos maiores ficam com amostras maiores.

Nesse método, as unidades populacionais são distribuídas nos estratos segundo as proporções:

$$W_h = \frac{N_h}{N}, \quad h=1,2,\dots,H \quad \text{e} \quad \sum_{h=1}^H W_h = 1 \quad (4)$$

As proporções amostrais nos estratos são definidas como:

$$v_h = \frac{n_h}{n}, \quad h = 1,2,\dots,H \quad \text{e} \quad \sum_{h=1}^H v_h = 1 \quad (5)$$

Pelo critério de alocação proporcional $W_h = v_h$, com isso obtém-se:

$$n_h = \frac{N_h \times n}{N} \quad (6)$$

Vale ressaltar que a solução indicada não fornecerá resultados exatos, pois os tamanhos de amostra calculados podem não ser números inteiros. A prática usual é arredondar para cima os tamanhos de amostra calculados conforme a Equação (6), implicando em um pequeno aumento no tamanho total da amostra.

Após dividir a amostra entre os estratos, foi coletado as informações quanto a satisfação dos alunos. A variável da satisfação dos alunos é binária, isto é, o aluno respondia se estava satisfeito ou não com o curso. Com isso será estimada a proporção da satisfação populacional dos alunos do curso de matemática.

Seja y_{ih} , o valor da satisfação associada ao i-ésimo elemento populacional pertencente ao h-ésimo estrato, têm-se então que

$$y_{hi} = \begin{cases} 1 & \text{se o i-ésimo elemento populacional} \\ & \text{do h-ésimo estrato possui a característica} \\ & \text{de interesse.} \\ 0 & \text{se o i-ésimo elemento populacional do} \\ & \text{h-ésimo estrato não possui a característica} \\ & \text{de interesse.} \end{cases}$$

$\forall \quad i = 1, 2, \dots, N_h \quad \text{e} \quad h = 1, 2, \dots, H$

Serão calculadas as estimativas para a satisfação total e para a proporção da satisfação. O estimador não viesado para o total populacional no caso de amostra estratificada sem reposição é

$$\hat{Y} = \sum_{h=1}^H \frac{N_h}{n_h} \sum_{i \in s_h} y_i \quad (7)$$

O estimador não viesado da proporção populacional no caso de amostra estratificada sem reposição é

$$\hat{p} = \sum_{h=1}^H W_h p_h \quad (7)$$

em que,

$$p_h = \frac{\sum_{i=1}^{n_h} y_{hi}}{n_h} \quad (8)$$

Conclui-se então que o \hat{p} (7) é a média ponderada das proporções de cada estrato. Após obter a estimativa pontual para a proporção da satisfação será obtida a estimativa intervalar. Para isso será construído um intervalo de confiança. O intervalo de confiança para a proporção populacional é dado por

$$IC_{1-\alpha} = [\hat{p} - z_{\alpha/2} \sqrt{Var(\hat{p})} ; \hat{p} + z_{\alpha/2} \sqrt{Var(\hat{p})}]. \quad (9)$$

em que

$$Var(\hat{p}) = \frac{1}{N^2} \sum_{h=1}^H N_h(N_h - n_h) \frac{p_h(1-p_h)}{n_h - 1}. \quad (10)$$

3 - Resultados

A população de alunos do curso de Matemática conta com um total de 600 alunos, subdivididos em ano de entrada (a partir de 2013) e turno (diurno ou noturno), como mostrou a Tabela 1. Por este motivo, optou-se por fazer Amostragem Estratificada.

Nestes termos, o tamanho da amostra obtido foi de 188. Devido aos arredondamentos realizados ao calcular n_h o tamanho da amostra estimada foi de 194 alunos. Para garantir representatividade da população, foram definidas quotas de duas características relevantes no contexto, ano de entrada no curso e turno em que estuda. O tamanho amostral de cada uma das quotas está definido abaixo

Tabela 2: Tamanho da amostra para matrículas ativas.

Ano de entrada para matrículas ativas	Diurno	Noturno	Total
2013	1	0	1
2014	1	1	2
2015	1	1	2
2016	4	1	5
2017	11	11	22
2018	29	23	52
2019	30	23	53
2020	32	25	57
Total	109	85	194

De acordo com o tamanho da amostra total e de cada estrato, definidos conforme a Tabela 2, foram coletadas as respostas dos alunos na pesquisa de satisfação a fim de verificar a proporção estimada da satisfação dos estudantes com o curso.

Feito isso foi calculada a satisfação estimada sobre as respostas a fim de concluir qual a opinião dos alunos.

O valor estimado para o total de estudantes satisfeitos com o curso foi de 461, isto é, foi estimado que 461 alunos do curso de matemática estão satisfeitos com o curso. Já o valor estimado para a proporção de estudantes satisfeitos com o curso foi de 0.769, portanto, é possível inferir que aproximadamente 77% dos alunos estão satisfeitos com o curso de Matemática.

Também foram calculadas as satisfações estimadas dos alunos de acordo com os estratos que se encontravam. Os resultados obtidos estão presentes na Tabela 3 no apêndice.

É válido destacar que a única proporção de satisfação abaixo da metade (50%) é encontrado no período noturno de 2019, com 47% de satisfação. Já no período noturno de 2013, o valor estimado de 0% se dá pela ausência de alunos no mesmo. Com exceção deste mencionado, do ano de 2013 até 2016, todas as proporções estimadas foram de 100%.

A Figura 1 mostra o número de alunos satisfeitos e não-satisfeitos com o curso de Matemática no turno Diurno. Nela, pode-se notar uma grande disparidade nos alunos que se matricularam em 2020, visto que, dos 32 alunos observados, 30 se declararam satisfeitos com o curso e apenas 2 não-satisfeitos. A maior insatisfação pode ser observada

no ano de 2019, visto que 10 (33,3%) dos alunos do turno diurno se disseram insatisfeitos com o curso.

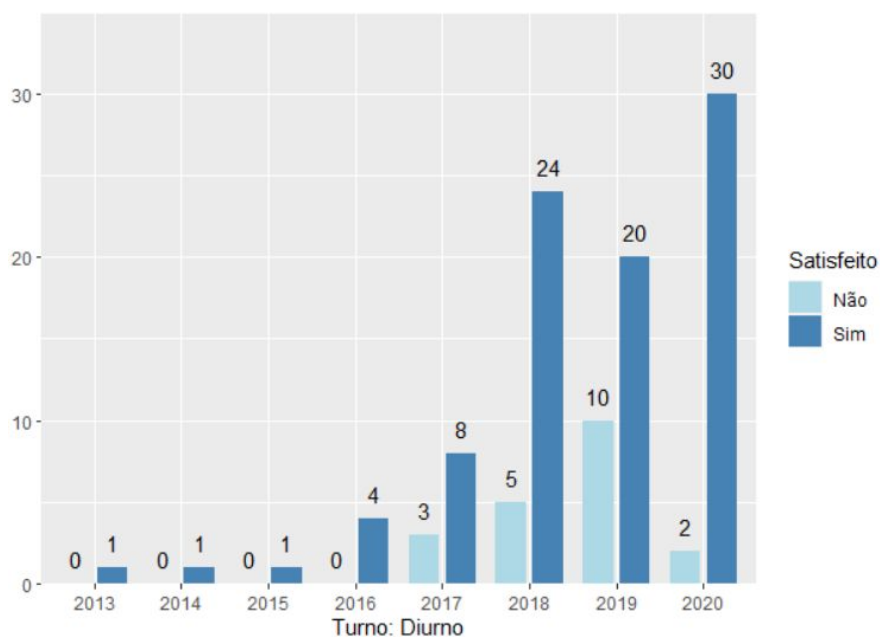


Figura 1: Satisfação dos alunos do turno Diurno

Complementando essa análise, a Figura 2 ilustra a satisfação dos alunos do turno noturno com o curso. Pode-se destacar o ano de 2019, em que 52.17% alunos observados se declararam insatisfeitos com o curso. Assim como no turno diurno, em 2020 observa-se, no geral, que os alunos estão satisfeitos.

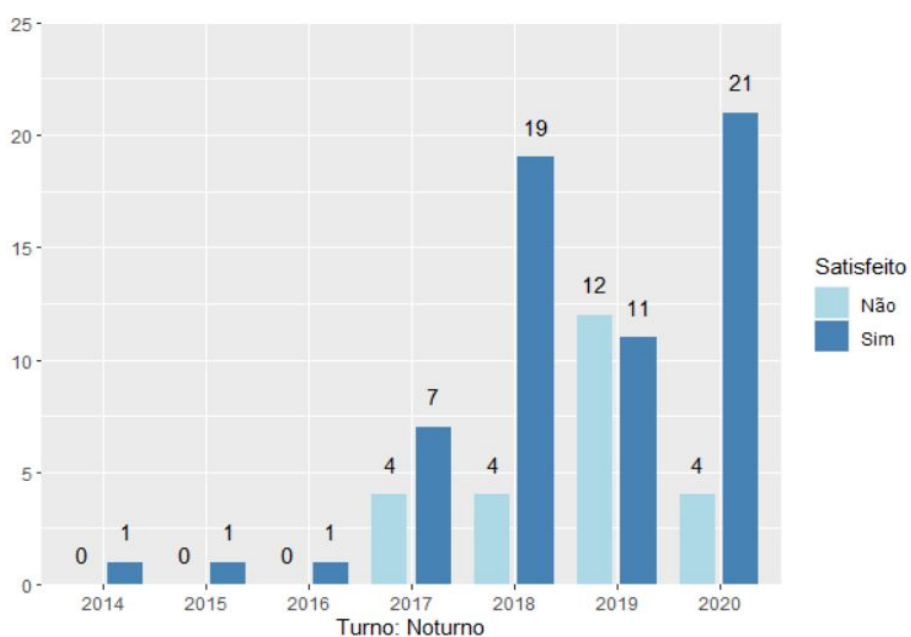


Figura 2: Satisfação dos alunos do turno Noturno

É possível complementar a análise observando o intervalo de 90% de confiança para a proporção de alunos satisfeitos com o curso.

$$IC(p, 90\%) = [0.729 ; 0.809]$$

Então, pode-se dizer que, com 90% de confiança, a verdadeira proporção de alunos que estão satisfeitos com o curso está entre 72.9% e 80.9%. Como este intervalo está completamente acima de 50%, é possível concluir que a proporção real de alunos satisfeitos é maior que a de alunos insatisfeitos.

4 - Conclusão

Com base nos resultados observados, nota-se que, com exceção de 2019 no turno noturno, todos os extratos apresentaram uma satisfação elevada com o curso. Além disso, a única proporção estimada abaixo de 0.5 também é dos alunos com matrícula de 2019 que estudam a noite. De maneira geral, é possível afirmar que os alunos do curso de Matemática estão satisfeitos com o curso.

Referência Bibliográfica

BOLFARINE, H.; BUSSAB, W.. **Elementos de amostragem**. São Paulo: Editora Blucher. Elementos de amostragem. São Paulo: Editora Blucher, 2005. p. 274.

SILVA, P. L. S.; BIANCHINI Z. M.; DIAS, A. J. R.. **Amostragem: Teoria e Prática Usando R**, 2020.

5 - Apêndice

Tabela 3: Proporção da satisfação por estrato

Estrato	Proporção
2013-Diurno	1.00
2013-Noturno	0.00
2014-Diurno	1.00
2014-Noturno	1.00
2015-Diurno	1.00
2015-Noturno	1.00
2016-Diurno	1.00
2016-Noturno	1.00
2017-Diurno	0.72
2017-Noturno	0.63
2018-Diurno	0.82
2018-Noturno	0.82
2019-Diurno	0.66
2019-Noturno	0.47
2020-Noturno	0.93
2020-Diurno	0.84