1ª Lista

Questão 1: Sejam os vetores $\mathbf{x}^\top = [1\ 3]$ e $\mathbf{y}^\top = [2\ \ -5]$:

a) plote os dois vetores;

b) determine o comprimento de cada vetor, o ângulo θ entre $\mathbf{x}$ e $\mathbf{y}$ e a distância entre eles.

Questão 2: Sejam as matrizes

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 4 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 6 & 4 & 2 \\ 4 & 4 & 0 \\ 2 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

a) Determie as inversas de $\mathbf{A}$ e $\mathbf{B}$;

b) Determine $\mathbf{AB}$ e sua inversa;

c) Verifique que $(\mathbf{AB})^{-1} = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{A}^{-1}$

Questão 3: Seja a matriz $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$:

a) Determine seus autovalores e autovetores;

b) construa uma matriz $\mathbf{P}$ com cada coluna formada pelos autovetores de $\mathbf{A}$;

c) verifique se $\mathbf{P}$ é ortonormal;

d) Construa a matriz $\Lambda = diag(\lambda_i)$, $i = 1, 2$, isto é, uma matriz em que os elementos da diagonal principal são os autovalores e os demais elementos são iguais a zero, e verifique se as igualdades valem: $\mathbf{A} = \mathbf{P}\Lambda\ \mathbf{P}^\top$ e $\Lambda = \mathbf{P}^\top\mathbf{A}\mathbf{P}$.

Questão 4: Instale o pacote *matrixcalc*. Seja a matriz $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 4,6 & 7,2 \\ 7,2 & 0,4 \end{bmatrix}$. Utilizando os comandos do R:

a) Obtenha o determinante de $\mathbf{A}$;

b) Verifique se $\mathbf{A}$ é positiva definida e se é positiva semi-definida;

c) Ache o posto de $\mathbf{A}$

d) Encontre o traço de $\mathbf{A}$;

e) Verifique se $\mathbf{A}$ é diagonal;

f) Encontre a decomposição espectral de $\mathbf{A}$.