Escopo do projeto de PLP
Linguagem Funcional

Integrantes do grupo:

- Carlos Antônio
- Mateus Baltazar
- Matheus Machado

Escopo:

O programa tem a função de identificar um ponto *P* no espaço vetorial *V* de dimensão *n*. Tal ponto será representado pela interseção dos subespaços vetoriais bidimensionais; denominados planos no R^n. Que serão gerados por *n* vetores atribuídos pelo usuário. Estes, são vetores dirigentes dos planos.

PS.: É relevante especificar que os vetores dados pelo usuário serão os vetores dirigentes dos planos, quando visto como entidade geométrica do Espaço Cartesiano R^n.
Também vale salientar que a representatividade de pontos no R^n só será validada quando o sistema, em geral, não homogêneo associado nXn tiver solução. Sendo, portanto, essa solução as coordenadas cartesianas na geometria induzida pelos planos do Espaço Vetorial R^n.

Podemos exemplificar como:
Considerando a dimensão do Espaço Vetorial *n=4,* temos o R^4. Portanto, o usuário terá de fornecer 4 vetores. Que sejam:

vetor_A: (a_1, a_2, a_3, a_4)
vetor_B: (b_1, b_2, b_3 b_4)
vetor_C: (c_1, c_2, c_3, c_4)
vetor_D: (d_1, d_2, d_3, d_4)

Para cada vetor não coplanar, gera-se um plano definido por: m.x+n.y+o.z+p.w = t (isso para o R^4). Dessa forma, dado os *n* planos, é calculado assim o ponto no R^4 na qual todos se intersectam.

Desses vetores associamos o sistema linear: A. X = C, onde A é a matriz cujo as linhas são os vetores (atribuídos pelo usuário), X é o vetor coordenado do ponto *P*, isto é, X = [x_1 x_2 x_3 x_4] e C é uma matriz de constantes (sendo a matriz coluna nula excepcionalmente quando o ponto P for a origem do sistema de coordenadas)

Exemplo prático: Caso 0! Gerando o ponto (0,0,0,0).

Para efeito de elucidação do que está sendo efetivamente feito no processo, consideremos os vetores: v_1 = (1,0,0,0), v_2 = (0,1,0,0), v_3 = (0,0,1,0) e v_4 = (0,0,0,1). Esses vetores são ortogonais entre si. No R^4 teremos então um conjunto de vetores gerando um cubo quadridimensional. Cada face do cubo é gerado por um plano. Se usarmos o apelo geométrico do R^3 podemos identificar as faces como sendo os planos gerados pelos vetores. Desse modo, a interseção dos planos gerados por esses vetores estaria gerando no R^4 o ponto (0,0,0,0).

Exemplo prático 2: Caso 1! Gerando um ponto (a,b,c,d)

Para podermos gerar um ponto genérico teremos que considerar transporte paralelo de um conjunto desses planos o que pode ser entendido como uma transferência do cubo gerado na origem para um lugar qualquer no Espaço quadridimensional.

Isso pode ser expresso da seguinte forma:

Se ao invés de considerar v_1 for considerado v_1 + *u*, onde *u* é um vetor genérico do R^4, teremos como efeito um transporte paralelo dos pontos do plano gerado por v_1 para o plano gerado por v_1 + *u*. Isso causa uma deformidade geométrica no Cubo tetradimensional fazendo com que agora tenhamos um sólido desregular no Espaço em que um dos pontos está fora nas coordenadas canônicas. E como efeito geramos uma coordenada diferente das unitárias, o que faz surgir no vetor coordenadas outros valores, por exemplo, teríamos um ponto *P*(1,b,0,0).

Exemplo prático 3: Caso 2! Usando de sistemas Lineares para gerar as coordenadas.

Considerando os vetores de entrada: v_1, v_2, v_3 e v_4. Podemos gerar o sistema linear na forma matricial:

A . X = C

Onde A^T = [v_1 v_2 v_3 v_4]. A matriz X^T = [x_1 x_2 x_3 x_4] e C = [a b c d]. Do sistema acima temos que, haverá solução e essa será única se, e somente se, o determinante da matriz A, *det(*A*)* for diferente de zero. Nos casos em que os vetores gerem matrizes com determinantes nulos será exibido o aviso: "*Vetores não independentes, por favor indique outros vetores*". Assim de um modo geral teremos um gerador de coordenadas para os pontos no R^4. Bastando para isso a indicação de quatro vetores independentes. E, reciprocamente, dado um ponto do R^4 é possível encontrar os vetores correspondentes àquele ponto fazendo as projeções ortogonais do ponto com relação aos planos canônicos. Isto é, dado o ponto *P*(a,b,c,d), basta considerar os vetores; $v_1 = (a,0,0,0)$, $v_2 = (0,b,0,0)$, $v_3 = (0,0,c,0)$, $v_4 = (0,0,0,d)$.

Observações:

A matriz C é exatamente a responsável pela geração dos pontos que não seja o (0,0,0,0).
Do contrário para uma escolha de C nula, para qualquer conjunto de 4 vetores iríamos gerar no máximo o ponto nulo (0,0,0,0).

Um layout do algoritmo seria:

Leia v_1;
Leia v_2;
Leia v_3;
Leia v_4;
Leia v_5; (esse vetor irá gerar a matriz coluna C)
Calcule *det(*A*)*.
Se *det(*A*)* = 0, então faça: Escreva: "*Vetores não independentes, por favor indique outros vetores"*
*Se det(*A*)* diferente de 0, então faça:
Resolva: (A . X = C, X ∈ Real); [X = A^{-1} . C]
Escreva: X = (x_1 , x_2, x_3, x_4).

PS.: Observe que as entradas da matriz C é responsável pela representatividade dos pontos fora da origem, visto que quando C for a matriz nula, o único ponto possível a ser gerado será exatamente a origem.
PS.: A independência dos vetores de entrada é necessária para garantir a inversibilidade da matriz A. E, portanto, a existência de solução para o sistema linear.