TER Sur Le Problème Des Préflots

DUVILLIE Guillerme Ould Mohamed Abdellahi Cheikh Mehdi

Université Montpellier2 Master1-Informatique Spécialité-MOCA

24 avril 2012





Sommaire

- Introduction
 - Cadre du TER
 - Motivation
 - Définitions
- 2 Présentation de l'Algorithme de préflot-Générique
 - Principe
 - Les procédures
 - Exemple
 - Les algorithmes dérivés
- 3 Les tests
 - Le programme
 - Modus Operandi
 - Retour d'expériences
- Conclusion





Plan

- Introduction
 - Cadre du TER
 - Motivation
 - Définitions
- 2 Présentation de l'Algorithme de préflot-Générique
 - Principe
 - Les procédures
 - Exemple
 - Les algorithmes dérivés
- 3 Les tests
 - Le programme
 - Modus Operandi
 - Retour d'expériences
- 4 Conclusion





Plan

- Introduction
 - Cadre du TER
 - Motivation
 - Définitions
- 2 Présentation de l'Algorithme de préflot-Générique
 - Principe
 - Les procédures
 - Exemple
 - Les algorithmes dérivés
- 3 Les tests
 - Le programme
 - Modus Operandi
 - Retour d'expériences
- 4 Conclusion





Cadre et objectifs

- Ce TER se situe dans le cadre de Problème de flot maximum
- Il existe différents types d'algorithmes répondant à ce problème, certains basés sur la recherche de chaînes améliorantes (Edmonds-Karp, Ford Fulkerson, ...), d'autres sur les fonctions de préflots. Nous nous intéresserons à la seconde catégorie.





Plan

- Introduction
 - Cadre du TER
 - Motivation
 - Définitions
- 2 Présentation de l'Algorithme de préflot-Générique
 - Principe
 - Les procédures
 - Exemple
 - Les algorithmes dérivés
- 3 Les tests
 - Le programme
 - Modus Operandi
 - Retour d'expériences
- 4 Conclusion





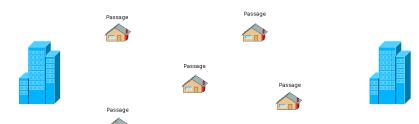
Considérons une entreprise de création de plaques d'égoûts, devant acheminer sa production depuis l'usine de création au lieu de stockage.







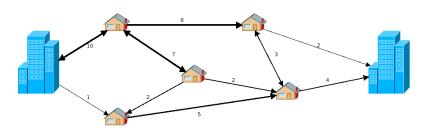
Il existe différents points, par lesquels peut transiter la production.







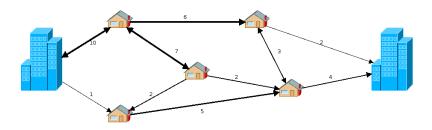
Chaque passage est reliés aux autres à l'aide de routes permettant un transit plus ou moins facile jusqu'à destination.







Chaque passage est reliés aux autres à l'aide de routes permettant un transit plus ou moins facile jusqu'à destination.



Bingo!

Il s'agit là d'un problème de flot maximum.



Plan

- Introduction
 - Cadre du TER
 - Motivation
 - Définitions
- 2 Présentation de l'Algorithme de préflot-Générique
 - Principe
 - Les procédures
 - Exemple
 - Les algorithmes dérivés
- 3 Les tests
 - Le programme
 - Modus Operandi
 - Retour d'expériences
- 4 Conclusion





Définitions

Nous allons définir quelques notions qui seront utlisées par la suite pour le déroulement de l'algorithme de préflot et ses dérivés.





Un flot est une fonction de graphes vérifiant certaines propriétés, qui sont :





Un flot est une fonction de graphes vérifiant certaines propriétés, qui sont :

le respect de la capacité de l'arc

La valeur du flot sur un arc ne peut être supérieure à la capacité de l'arc et ne peut être négative





Un flot est une fonction de graphes vérifiant certaines propriétés, qui sont :

le respect de la capacité de l'arc

$$\forall (i,j) \in A, \quad 0 \le x(i,j) \le c(i,j)$$

le respect de la loi de Kirchoff

Pour chaque noeud différent de la source et du puits, la quantité de flot entrant dans le noeud est égale à la quantité de flot sortant de ce dernier.





Un flot est une fonction de graphes vérifiant certaines propriétés, qui sont :

le respect de la capacité de l'arc

$$\forall (i,j) \in A, \quad 0 \le x(i,j) \le c(i,j)$$

le respect de la loi de Kirchoff

$$\forall i \in S - \{s, t\}, \quad \sum_{j \in A^+(i)} x(i, j) = \sum_{k \in A^-(i)} x(k, i)$$

Le respect de la contrainte de symétrie

Pour chaque arc du graphe, il n'y a aucun phénomène de perte entre le sommet de départ et le sommet d'arrivée.





Un flot est une fonction de graphes vérifiant certaines propriétés, qui sont :

le respect de la capacité de l'arc

$$\forall (i,j) \in A, \quad 0 \le x(i,j) \le c(i,j)$$

le respect de la loi de Kirchoff

$$\forall i \in S - \{s, t\}, \quad \sum_{j \in A^+(i)} x(i, j) = \sum_{k \in A^-(i)} x(k, i)$$

Le respect de la contrainte de symétrie

$$f = \sum_{j \in A^+(s)} x(s,j) = \sum_{k \in A^-(t)} x(k,t)$$





Un préflot est un flot ne respectant pas la loi de Kirchoff : la quantité de préflot sortant d'un noeud doit être inférieure ou égale à la quantité de préflot entrant dans celui-ci.





Un préflot est un flot ne respectant pas la loi de Kirchoff : la quantité de préflot sortant d'un noeud doit être inférieure ou égale à la quantité de préflot entrant dans celui-ci.

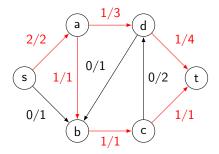
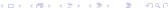


Figure: Un exemple de flot





Un préflot est un flot ne respectant pas la loi de Kirchoff : la quantité de préflot sortant d'un noeud doit être inférieure ou égale à la quantité de préflot entrant dans celui-ci.

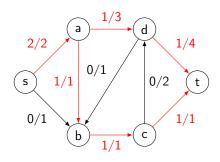


Figure: Un exemple de flot

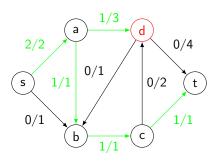


Figure: Un exemple de préflot



Noeud Actif

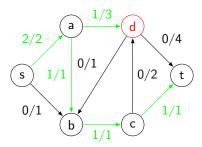
Un noeud dont la quantité de préflot entrant est supérieure à la quantité de préflot sortant est dit actif, la différence est appelée excédent et est notée e.





Noeud Actif

Un noeud dont la quantité de préflot entrant est supérieure à la quantité de préflot sortant est dit actif, la différence est appelée excédent et est notée *e*.



Remarque

Ici d est actif et e(d) = 1



Soit un graphe G(S,A), un flot (ou préflot) f et i,j deux sommets de G. On dira que l'arête (i,j) appartiendra au réseau résiduel A_f si et seulement si la capacité résiduelle est non nulle.

Autrement dit

$$r(i,j) = c(i,j) - x(i,j) > 0$$

On appelle alors r(i,j) la capacité résiduelle de l'arête (i,j).





Soit un graphe G(S,A), un flot (ou préflot) f et i,j deux sommets de G. On dira que l'arête (i,j) appartiendra au réseau résiduel A_f si et seulement si la capacité résiduelle est non nulle.

Autrement dit

$$r(i,j) = c(i,j) - x(i,j) > 0$$

On appelle alors r(i,j) la capacité résiduelle de l'arête (i,j).

Note

Si x(i,j) > 0 alors (j,i) appartient au réseau résiduel avec une capacité résiduelle r(j,i) = x(i,j).





Pour le flot suivant, ...

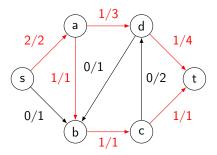


Figure: Un exemple de flot





... on a le réseau résiduel suivant :

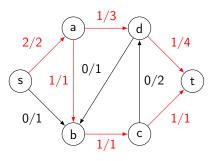


Figure: Un exemple de flot

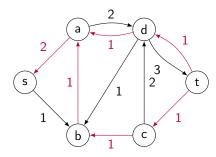


Figure: Le réseau résiduel associé





Une fonction de distance est une fonction représentant le plus court chemin en nombre d'arcs d'un noeud au puits, vérifiant les propriétés suivantes :





Une fonction de distance est une fonction représentant le plus court chemin en nombre d'arcs d'un noeud au puits, vérifiant les propriétés suivantes :

Distance de la source

la distance de la source est égale au nombre de sommets du graphe





Une fonction de distance est une fonction représentant le plus court chemin en nombre d'arcs d'un noeud au puits, vérifiant les propriétés suivantes :

Propriétés

$$d(s) = |S|$$

Distance du puits

la distance du puits est égale à zéro





Une fonction de distance est une fonction représentant la distance d'un noeud au puits, vérifiant les propriétés suivantes :

Propriétés

$$d(s) = |S|$$

$$d(t) = 0$$

Distances des sommets

si (i,j) appartient au réseau résiduel, la distance du sommet i est égale à la distance du sommet i plus un





Une fonction de distance est une fonction représentant la distance d'un noeud au puits, vérifiant les propriétés suivantes :

Propriétés

$$d(s) = |S|$$

$$d(t) = 0$$

$$\forall (i,j) \in A_f, \quad d(i) = d(j) + 1$$





Conséquences sur le réseau résiduel

Le réseau résiduel associé au flot suivant :

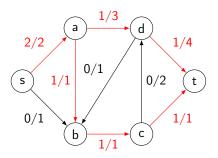


Figure: Un exemple de flot





Conséquences sur le réseau résiduel

Le réseau résiduel associé au flot suivant, devient :

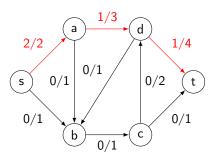


Figure: Un exemple de flot

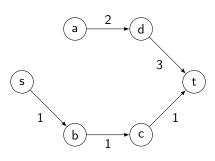
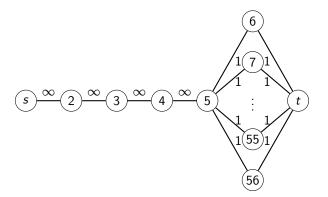


Figure: Le réseau résiduel associé



Introduction aux opérations

Considérons le graphe suivant :

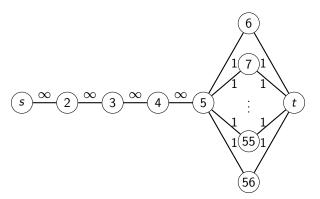






Introduction aux opérations

Considérons le graphe suivant :



Constat

Il met en défaut les algorithmes de recherche de chaînes améliorantes.



Poussage

Poussage : L'action de faire transiter le préflot d'un noeud i à un noeud j est appelée opération de poussage.





Poussage

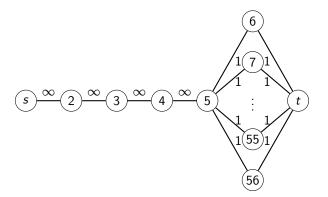
Poussage : L'action de faire transiter le préflot d'un noeud i à un noeud j est appelée opération de poussage.

Condition

On ne peut pas appliquer un poussage sur l'arrête (i,j) que si le sommet i est actif, C_f (i,j) > 0 et d(i) = d(j) + 1.

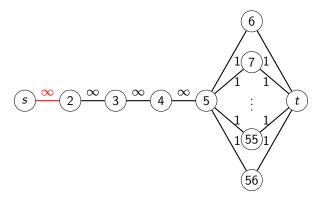






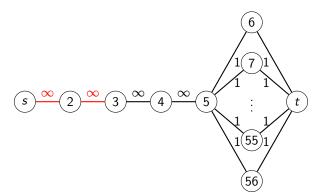






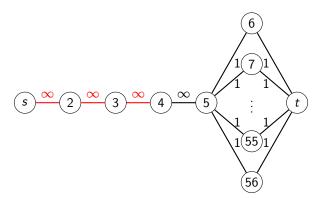






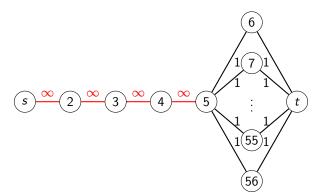






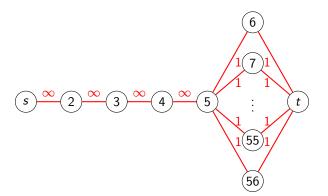








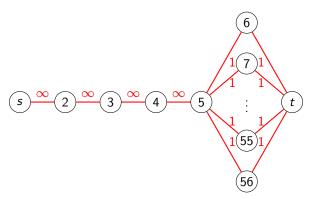








Reprenons le graphe précédent :



Et maintenant...

Que faire?



Réétiquetage

Réétiquetage : Le ré-étiquetage consiste à réévaluer la distance du noeud actif au noeud puits afin qu'il soit possible, après cette opération, d'effectuer une opération de poussage depuis ce noeud.





Réétiquetage

Réétiquetage : Le ré-étiquetage consiste à réévaluer la distance du noeud actif au noeud puits afin qu'il soit possible, après cette opération, d'effectuer une opération de poussage depuis ce noeud.

Condition

On ne peut pas réétiqueter que si i est actif et, pour tout $j \in S$ tel que $(i,j) \in A_f$. On a $d(i) \leq d(j)$.





Plan

- Introduction
 - Cadre du TER
 - Motivation
 - Définitions
- 2 Présentation de l'Algorithme de préflot-Générique
 - Principe
 - Les procédures
 - Exemple
 - Les algorithmes dérivés
- 3 Les tests
 - Le programme
 - Modus Operandi
 - Retour d'expériences
- 4 Conclusion





Plan

- Introduction
 - Cadre du TER
 - Motivation
 - Définitions
- 2 Présentation de l'Algorithme de préflot-Générique
 - Principe
 - Les procédures
 - Exemple
 - Les algorithmes dérivés
- 3 Les tests
 - Le programme
 - Modus Operandi
 - Retour d'expériences
- 4 Conclusion





Principe Les procédures Exemple Les algorithmes dérivés

Première approche

Le graphe est assimilé à un réseau de tuyaux de capacité donnée.





Le graphe est assimilé à un réseau de tuyaux de capacité donnée.

Chaque noeud possède un réservoir de capacité infinie.





Le graphe est assimilé à un réseau de tuyaux de capacité donnée.

Chaque noeud possède un réservoir de capacité infinie.

Seule la source possède un réservoir plein.





Le graphe est assimilé à un réseau de tuyaux de capacité donnée.

Chaque noeud possède un réservoir de capacité infinie.

Seule la source possède un réservoir plein.

À chaque noeud est associée une hauteur.





Le graphe est assimilé à un réseau de tuyaux de capacité donnée.

Chaque noeud possède un réservoir de capacité infinie.

Seule la source possède un réservoir plein.

À chaque noeud est associée une hauteur.

Deux actions possibles :

vidange du réservoir





Le graphe est assimilé à un réseau de tuyaux de capacité donnée.

Chaque noeud possède un réservoir de capacité infinie.

Seule la source possède un réservoir plein.

À chaque noeud est associée une hauteur.

Deux actions possibles :

- vidange du réservoir
- augmentation de la hauteur du réservoir





Le graphe est assimilé à un réseau de tuyaux de capacité donnée.

Chaque noeud possède un réservoir de capacité infinie.

Seule la source possède un réservoir plein.

À chaque noeud est associée une hauteur.

Deux actions possibles :

- vidange du réservoir
- augmentation de la hauteur du réservoir

On commence par vidanger la source, puis on cherche à vidanger les noeuds dont le réservoir n'est pas vide.





Le graphe est assimilé à un réseau de tuyaux de capacité donnée.

Chaque noeud possède un réservoir de capacité infinie.

Seule la source possède un réservoir plein.

A chaque noeud est associée une hauteur.

Deux actions possibles :

- vidange du réservoir
- augmentation de la hauteur du réservoir

On commence par vidanger la source, puis on cherche à vidanger les noeuds dont le réservoir n'est pas vide.

Si on ne peut vidanger aucun réservoir et qu'il reste des réservoirs non vides, on augmente la hauteur de ces derniers.





Principe Les procédures Exemple Les algorithmes dérivés

Approche formelle

L'algorithme examine les noeuds actifs.





Principe Les procédures Exemple Les algorithmes dérivés

Approche formelle

L'algorithme examine les noeuds actifs.

Il cherche à réduire l'excédent de flot en l'envoyant vers un noeud voisin dans le graphe résiduel (Poussage).





Approche formelle

L'algorithme examine les noeuds actifs.

Il cherche à réduire l'excédent de flot en l'envoyant vers un noeud voisin dans le graphe résiduel (Poussage).

S'il n'existe aucun voisin, on augmente la distance du noeud au puits (Ré-étiquetage).





Approche formelle

L'algorithme examine les noeuds actifs.

Il cherche à réduire l'excédent de flot en l'envoyant vers un noeud voisin dans le graphe résiduel (Poussage).

S'il n'existe aucun voisin, on augmente la distance du noeud au puits (Ré-étiquetage).

Lorsque plus aucun noeud est actif, le préflot restant est un flot maximum.





Plan

- Introduction
 - Cadre du TER
 - Motivation
 - Définitions
- 2 Présentation de l'Algorithme de préflot-Générique
 - Principe
 - Les procédures
 - Exemple
 - Les algorithmes dérivés
- 3 Les tests
 - Le programme
 - Modus Operandi
 - Retour d'expériences
- 4 Conclusion





Initialisation

Consiste à calculer les distances de chacun des noeuds de façon à obtenir une fonction de distance valide.





Initialisation

Consiste à calculer les distances de chacun des noeuds de façon à obtenir une fonction de distance valide.

Procédure d'initialisation :

- 1: for $i \in S$ do
- 2: Calculer la distance d(i) en nombre d'arêtes de i à t
- 3: end for
- 4: for $a \in A(s)$ do
- 5: $x(a) \leftarrow c(a)$
- 6: end for
- 7: $d(s) \leftarrow |S|$





Principe Les procédures Exemple Les algorithmes dérivés

Examen des noeuds

Consiste à sélectionner un noeud actif et à effectuer un poussage si possible, ou un ré-étiquetage sinon.





Examen des noeuds

Consiste à sélectionner un noeud actif et à effectuer un poussage si possible, ou un ré-étiquetage sinon.

Procédure Pousser-Réétiqueter :

```
1: if e(i) > 0 then
 2:
       if \exists i tel que c(i, j) > 0 and d(i) = d(j) + 1 then
          \delta \leftarrow \min(e(i), c(i, i))
 3:
          f(i,i) \leftarrow f(i,i) + \delta
     e(i) \leftarrow e(i) - \delta
 5.
          e(i) \leftarrow e(i) + \delta
 6.
       else
 7.
           d(i) \leftarrow 1 + \min\{d(i)/(i,j) \in A_f\}
 8.
        end if
 g.
10: end if
```





La procédure principale

Consiste à initialiser le problème, et parcourir les noeuds pour l'application du poussage et ré-étiquetage.

Algorithme Générique :

- 1: Initialisation()
- 2: while II existe un noeud actif i do
- Pousser-Réétiqueter(i)
- 4: end while





Plan

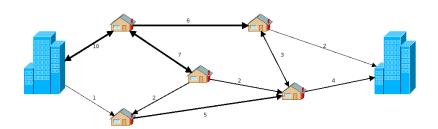
- Introduction
 - Cadre du TER
 - Motivation
 - Définitions
- 2 Présentation de l'Algorithme de préflot-Générique
 - Principe
 - Les procédures
 - Exemple
 - Les algorithmes dérivés
- 3 Les tests
 - Le programme
 - Modus Operandi
 - Retour d'expériences
- 4 Conclusion





Sur le graphe de départ

Reprenons notre entreprise ...

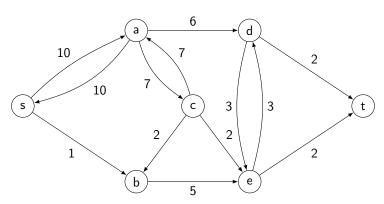






Sur le graphe de départ

... et associons lui un graphe.





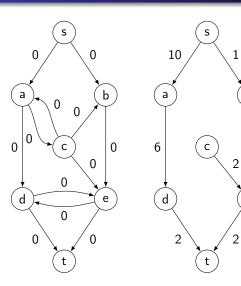


b

5

е

Initialisation

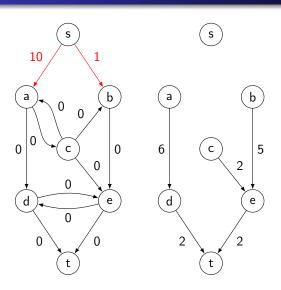


i	e(i)	d(i)
S	∞	7*
a	0	2
b	0	2
С	0	2
d	0	1
е	0	1





Initialisation

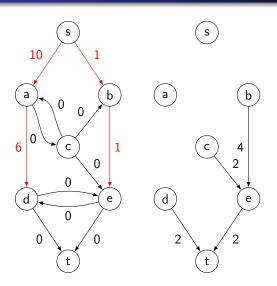


i	e(i)	<i>d</i> (<i>i</i>)
S	∞	7*
а	10	2
b	1	2
С	0	2
d	0	1
е	0	1





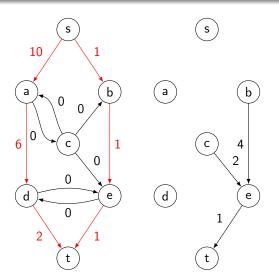
Phase 1



i	e(i)	d(i)
S	∞	7*
a	4	2
b	0	2
С	0	2
d	6	1
e	1	1



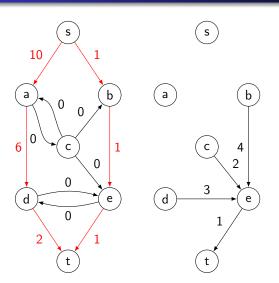




i	e(i)	d(i)
S	∞	7*
а	4	2
b	0	2
С	0	2
d	4	1
_	0	1



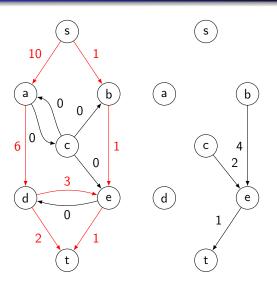




i	e(i)	d(i)
S	∞	7*
а	4	2
b	0	2
С	0	2
d	4	2
е	0	1







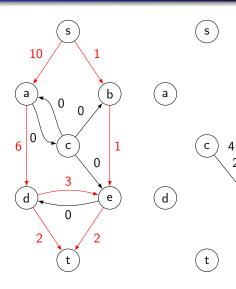
i	e(i)	d(i)
S	∞	7
a	4	2
b	0	2
С	0	2
d	1	2
_	3	1





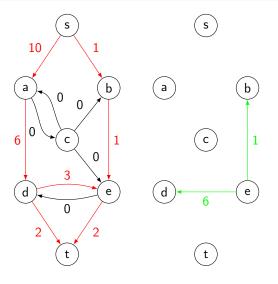
b

е



i	e(i)	d(i)
S	∞	7
а	4	2
b	0	2
С	0	2
d	1	2
е	2	1

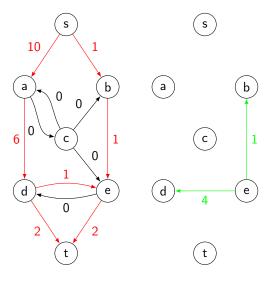




i	e(i)	d(i) 7*
S	∞	7*
а	4	2
b	0	2
С	0	2
d	1	2
е	2	3



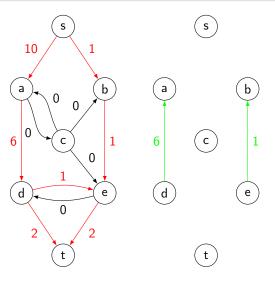




i	e(i)	d(i)
S	∞	7
а	4	2
b	0	2
С	0	2
d	3	2
е	0	3





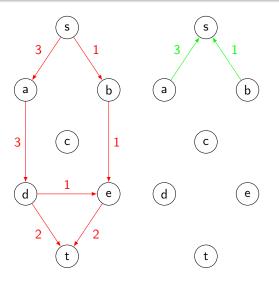


i	e(i)	d(i)
S	∞	7*
a	4	2
b	0	2
С	0	2
d	3	3
е	0	3





Quelques tours d'algorithme plus tard



i	e(i)	d(i)
S	∞	7
a	0	8
b	0	8
С	0	8
d	0	8
е	0	8





Plan

- Introduction
 - Cadre du TER
 - Motivation
 - Définitions
- 2 Présentation de l'Algorithme de préflot-Générique
 - Principe
 - Les procédures
 - Exemple
 - Les algorithmes dérivés
- 3 Les tests
 - Le programme
 - Modus Operandi
 - Retour d'expériences
- 4 Conclusion





Principe Les procédures Exemple Les algorithmes dérivés

Une question de choix

Les algorithmes dérivés sont basés sur un choix plus judicieux des sommets actfis à traiter.





Une question de choix

Les algorithmes dérivés sont basés sur un choix plus judicieux des sommets actfis à traiter.

L'algorithme FIFO : dès qu'un noeud devient actif, on le place dans une file. On traite alors les sommets de la file dans l'ordre *First In First Out*





Une question de choix

Les algorithmes dérivés sont basés sur un choix plus judicieux des sommets actfis à traiter.

L'algorithme FIFO : dès qu'un noeud devient actif, on le place dans une file. On traite alors les sommets de la file dans l'ordre *First In First Out*

L'algorithme High Label : on choisit de préférence, le noeud actif ayant la plus grande distance au puits





Complexités

		Algorithme	Complexité
	Chaînes améliorantes	Edmonds-Karp	$O(SA^2)$
	Cha	Dinic	$O(S^2A)$
	e age	Générique	$O(S^2A)$
	Poussage Réétiquetage	FIFO	$O(S^3)$
	Ré	High Label	$O(S^2\sqrt{A})$

Plan

- Introduction
 - Cadre du TER
 - Motivation
 - Définitions
- 2 Présentation de l'Algorithme de préflot-Générique
 - Principe
 - Les procédures
 - Exemple
 - Les algorithmes dérivés
- 3 Les tests
 - Le programme
 - Modus Operandi
 - Retour d'expériences
- 4 Conclusion





Plan

- Introduction
 - Cadre du TER
 - Motivation
 - Définitions
- 2 Présentation de l'Algorithme de préflot-Générique
 - Principe
 - Les procédures
 - Exemple
 - Les algorithmes dérivés
- 3 Les tests
 - Le programme
 - Modus Operandi
 - Retour d'expériences
- 4 Conclusion





• Deux états "relié" et "non relié"





- Deux états "relié" et "non relié"
- Initialise tous les noeuds sauf la source à "non relié"





- Deux états "relié" et "non relié"
- Initialise tous les noeuds sauf la source à "non relié"
- Construit un arbre





- Deux états "relié" et "non relié"
- Initialise tous les noeuds sauf la source à "non relié"
- Construit un arbre
- Calcule le nombre de voisins (loi de Poisson)





- Deux états "relié" et "non relié"
- Initialise tous les noeuds sauf la source à "non relié"
- Construit un arbre
- Calcule le nombre de voisins (loi de Poisson)
- Relie les points aléatoirement





Plan

- Introduction
 - Cadre du TER
 - Motivation
 - Définitions
- 2 Présentation de l'Algorithme de préflot-Générique
 - Principe
 - Les procédures
 - Exemple
 - Les algorithmes dérivés
- 3 Les tests
 - Le programme
 - Modus Operandi
 - Retour d'expériences
- 4 Conclusion



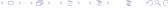


• Définit un ratio : $r = \frac{m}{n}$



- Définit un ratio : $r = \frac{m}{n}$
- Fait varier le nombre de noeuds





- Définit un ratio : $r = \frac{m}{n}$
- Fait varier le nombre de noeuds
- Réalise les trois algorithmes sur 100 graphes aléatoires différents





- Définit un ratio : $r = \frac{m}{n}$
- Fait varier le nombre de noeuds
- Réalise les trois algorithmes sur 100 graphes aléatoires différents
- Trace les courbes





Plan

- Introduction
 - Cadre du TER
 - Motivation
 - Définitions
- 2 Présentation de l'Algorithme de préflot-Générique
 - Principe
 - Les procédures
 - Exemple
 - Les algorithmes dérivés
- 3 Les tests
 - Le programme
 - Modus Operandi
 - Retour d'expériences
- 4 Conclusion





Pour un ratio de n:



Pour un ratio de n:

• Une complexité en $O(n^4)$ pour Dinic





Pour un ratio de n:

- Une complexité en $O(n^4)$ pour Dinic
- ullet Une complexité en $O(n^3)$ pour les algorithmes FIFO et High Label





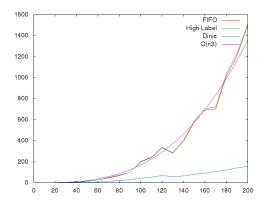
Pour un ratio de n:

- Une complexité en $O(n^4)$ pour Dinic
- ullet Une complexité en $O(n^3)$ pour les algorithmes FIFO et High Label
- Une exécution plus rapide pour FIFO et High Label





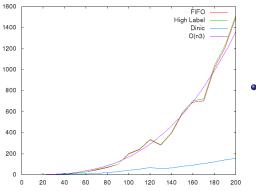
Les résultats obtenus







Les résultats obtenus

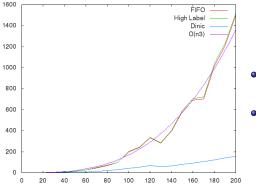


• $O(n^4)$ pour tous les algorithmes





Les résultats obtenus



- $O(n^4)$ pour tous les algorithmes
- Dinic plus rapide





Les causes plausibles de ce résultats sont :



Les causes plausibles de ce résultats sont :

Erreur d'appréhension du réseau résiduel





Les causes plausibles de ce résultats sont :

- Erreur d'appréhension du réseau résiduel
- Erreur d'implémentation





Les causes plausibles de ce résultats sont :

- Erreur d'appréhension du réseau résiduel
- Erreur d'implémentation
- Pré-traitement très long





Plan

- Introduction
 - Cadre du TER
 - Motivation
 - Définitions
- 2 Présentation de l'Algorithme de préflot-Générique
 - Principe
 - Les procédures
 - Exemple
 - Les algorithmes dérivés
- Les tests
 - Le programme
 - Modus Operandi
 - Retour d'expériences
- Conclusion





Etat de l'art

• Changement de conception des réseaux résiduels



Etat de l'art

- Changement de conception des réseaux résiduels
- Tests de structures de graphe différentes (implémentation matricielles)





Etat de l'art

- Changement de conception des réseaux résiduels
- Tests de structures de graphe différentes (implémentation matricielles)
- Recherche des différentes améliorations découvertes





Conclusion

 Algorithmes intéressants (complexités, principes, fonctions de préflots, ...)



Conclusion

- Algorithmes intéressants (complexités, principes, fonctions de préflots, ...)
- Parmis les plus rapides en pratique et en théorie





Conclusion

- Algorithmes intéressants (complexités, principes, fonctions de préflots, ...)
- Parmis les plus rapides en pratique et en théorie
- Un travail du code est donc nécessaire



