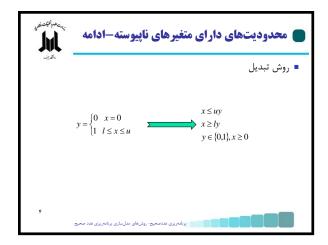
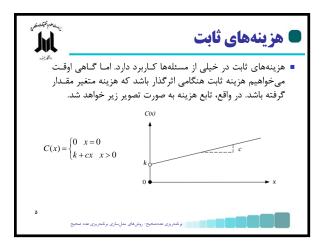
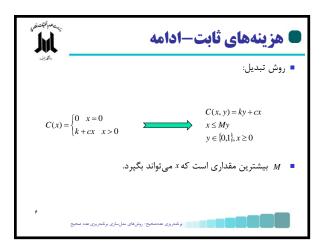




🗖 محدودیتهای دارای متغیرهای ناپیوسته
■ اگر متغیری بخواهد مقدارش یا صفر شود و یا عددی بـین یـک بـازه گیسته، آنگاه آن را نمیتوان به صورت خطی تبدیل کرد و راهی جـز استفاده از متغیرهای دودویی وجود ندارد.
$x = 0 \ orl \le x \le u$
$0 \qquad \qquad 0 \qquad \qquad 1 \qquad \qquad u \qquad \qquad x$
<ul> <li>مثال: فرض کنید که قرار از مقداری از مواد اولیه را از تامین</li> <li>کنندگانی سفارش دهید. حال اگر تامین کننده انتخاب شود، مواد</li> <li>اولیه به صورت دستهای در مقادیری بین یک حد بالا و پایین انتخاب</li> <li>خواهد شد.</li> </ul>
ا برنامریزی عدد محج برنامریزی عدد محج









# ا محدوديتهاي انتخاب

## انتخاب یکی از دو محدودیت

■ انتخاب یکی از محدودیت را نمی شود توسط برنامه ریزی خطی حل کرد، زیرا در برنامه ریزی خطی همه محدودیت هه برقرار هستند.

$$\sum_{j \in J} a_{i,j} x_j \le b_i \quad or \quad \sum_{j \in J} a_{i,j} x_j \le b_i$$

■ مثال: دو حالت تولیدی در مسائل برنامهریزی تولید می تواند اتفاق بیفتد. حل باید مدل بتواند یکی از آنها را انتخاب کند.

برنامهریزی عددصحیح- روشهای مدل سازی برنامهریزی عدد صحیح



#### محدوديتهاي انتخاب-ادامه

■ روش تبدیل

$$\sum_{j \in J} a_{ij} x_j \le b_i$$

$$\sum_{j \in J} a_{ij} x_j \le b_i + M_i y_i$$

$$\sum_{j \in J} a_{ij} x_j \le b_i + M_i y_i$$

$$\sum_{j \in J} a_{ij} x_j \le b_i + M_i y_i$$

$$y \in \{\cdot, 1\}$$

برنامه ریزی عدد صحیح - روش های مدل سازی برنامه ریزی عدد صحیح



# ا محدوديتهاي انتخاب-ادامه

 $m \le n$  متغیر باینری از  $\mathbf{n}$  متغیر باینری انتخاب حداکثر

$$\sum_{i=1}^{n} x_{j} \leq m$$

انتخاب حداقل m متغير باينرى از n متغير باينرى

$$\sum_{j=1}^{n} x_j \ge n$$

انتخاب m متغیر باینری از n متغیر باینری

$$\sum_{i=1}^{n} x_{j} = m$$

برنامه ریزی عددصحیح- روشهای مدل سازی برنامه ریزی عدد صحیح



# محدوديتهاي انتخاب-ادامه

 $m \le n$  انتخاب حداکثر m محدودیت از n محدودیت

$$\sum_{i=1}^{n'} a_{ij} x_{ij} \leq b_i + M_i y_i \qquad i = 1, 7, 7, ..., n$$

$$\sum_{i=1}^{n} y_i \ge n - m$$

$$v_i \in \{\cdot, 1\}$$
  $i = 1, 7, 7, \dots, n$ 



### ا محدوديتهاي انتخاب-ادامه

 $m \leq n$  انتخاب حداقل $m \leq n$  محدودیت از

$$\sum_{j=1}^{n'} a_{ij} x_{ij} \leq b_i + M_i y_i \qquad i = 1, \text{T,T,...,} n$$

$$\sum_{i=1}^{n} y_{i} \leq n - m$$

$$y_i \in \{\cdot, 1\}$$
  $i = 1, 7, 7, \dots, n$ 



# محدوديتهاي انتخاب-ادامه

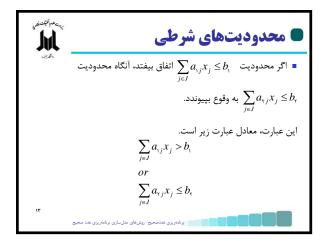
 $m \le n$ 

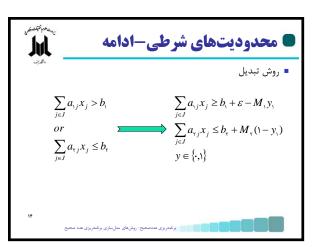
انتخاب m محدودیت از n محدودیت

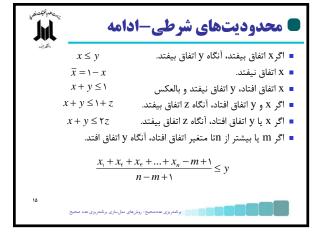
$$\sum_{j=1}^{n'} a_{ij} x_{ij} \leq b_i + \boldsymbol{M}_i \boldsymbol{y}_i \qquad i = 1, 7, 7, ..., n$$

$$\sum_{i=1}^{n} y_i = n - n$$

$$y_i \in \{\cdot, 1\}$$
  $i = 1, 7, 7, \dots, n$ 









#### ا محدوديتهاي شرطي-ادامه

#### مثال

اگر  $x \le a$  ، آنگاه  $b \ge 0$  ، در غیر این صورت  $x \le c$  ، فرض بر ایـن است که دو متغیر x,y عددصحیح هستند و  $b \ge c$  این شـرط را بـه صورت محدودیتهای خطی بنویسید.

#### ياسخ

 $\left(\left(LB_{x} \leq x \leq a\right) \& \left(b \leq y \leq UB_{y}\right)\right) XOR\left(\left(a + 1 \leq x \leq UB_{x}\right) \& \left(LB_{y} \leq y \leq c\right)\right)$ 

$$(a+1)z+LB_x(1-z)\leq x\leq UB_xz+a(1-z)$$

$$LB_{y}z + b(1-z) \le y \le cz + UB_{y}(1-z)$$

19

و برنامه ریزی عدد صحیح- روش های مدل سازی برنامه ریزی عدد صحیح



## ا محدودیتهای شرطی-ادامه

#### مثال

 شروط زیر را به صورت محدودیتها خطی بنویسید. (فرض کنید که متغیر x عدد صحیح است.)

$$x = a \longrightarrow y = 1$$

$$x \neq a \longrightarrow y = \cdot$$

$$x \le a - 1 \text{ or } x \ge a + 1$$

$$x \le (a - 1)z_1 + ay + UBz_2$$

$$x \ge LBz_1 + ay + (a + 1)z_2$$

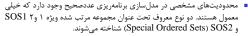
$$z_1 + y + z_2 = 1$$

17

برنامه ریزی عدد صحیح- روش های مدل سازی برنامه ریزی عدد صحیح



# امجموعه مرتبشده ويژه



#### SOS1

■ ۱) دریک مجموعه از تصمیمات صفر ویکی، حداکثریکی از متغیرها می تواند برابریک شود.

$$\sum_{i=1}^{n} y_i \leq 1$$

در حالت عمومی، اگر $u_i \leq x_i \leq x_i$  ، آنگاه محدودیت SOS1 به صورت زیر خواهد بود.

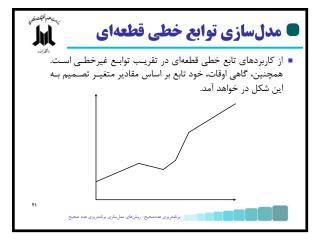
$$\sum_{i=1}^{n} a_i x_i \le b$$

برنامه ریزی عدد صحیح- روش های مدل سازی برنامه ریزی عدد صحیح











# ■ مدلسازي توابع خطى قطعهاي-ادامه

- .تابع شامل بازه $\left[a_i,b_i
  ight]$  است.
- به صورت کلی، این تابع به صورت زیر است.

$$f(x) = \begin{cases} f(a_i) + \frac{x - a_i}{b_i - a_i} [f(b_i) - f(a_i)] & \text{if } x \in [a_i, b_i], a_i < b_i \\ f(a_i) & \text{if } x = a_i = b_i \end{cases}$$

\*\*

برنامهریزی عددصحیح- روشهای مدلسازی برنامهریزی عدد صحیه



#### ■ مدلسازي توابع خطى قطعهاي-ادامه

■ فرمول تبدیل شده این تابع به صورت زیر است.

$$\bigvee_{i} \left( x = \lambda a_{i} + \mu b_{i} \\ z = \lambda f(a_{i}) + \mu f(b_{i}) \\ \lambda + \mu = 1 \right)$$

ست. وz نشان دهندهf(x)ست. وz نشان دهنده  $a_i,b_i$  است. وi

۲۱

برنامهریزی عددصحیح- روشهای مدلسازی برنامهریزی عدد صحیح



# ■ مدلسازی توابع خطی قطعهای-ادامه

شد محدودیتهای * و **	ا فرمول قبلی به فرمول زیر تبدیل خواهد
$x = \sum \lambda_i a_i$	همان مفهوم و کاربرد SOS2 است.

$$z = \sum \lambda_i f(a_i)$$

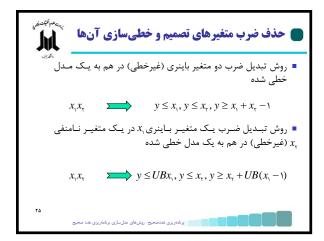
$$\sum \lambda_i = 1$$

$$\lambda_{i} \leq \delta_{i}, \lambda_{i} \leq \delta_{i-1} + \delta_{i}, \lambda_{I} \leq \delta_{I-1}$$

$$\sum_{i} \delta_{i} = 1$$

 $\delta_i \in \{\cdot, 1\}, \lambda_i \geq \cdot$ 

برنامه ریزی عدد صحیح- روش های مدل سازی برنامه ریزی عدد صحیح



ي نيازيان المال المارية

#### مطالعات بيشتر



- Guéret, C., Prins, C., & Sevaux, M. (1999). Applications of optimization with Xpress-MP. contract, 00034.
- Guide, A. M. (2012). Integer Programming Tricks. Paragon Decision Technology BV.
- Eiselt, H. A., & Sandblom, C. L. (2013). Integer programming and network models. Springer Science & Business Media.
- Hooker, J. N. Formulating Good MILP Models. Wiley Encyclopedia of Operations Research and Management Science.

۲

برنامه ریزی عددصحیح- روشهای مدل سازی برنامه ریزی عدد صحیح



#### 🐷 تمر بر

- دو مـدل دیگـر از نوشـتن محـدودیتهای تـابع خطـی قطعـهای را
   بنویسید.
- دو مـدل دیگـر از نحـوه تبـدیل ضـرب دو متغیـر بـاینری بـه محدودیتهای خطی را بنویسید.
- ارائه پر ایمفهوم SOS2، یک نوع تبدیل برای متغیر |x| ارائه دهید.
  - عبارت زیر را خطیسازی کنید.

$$z = \sum_{i=1}^{x} a_i y$$

 $y_i \ge \cdot, x \in Z$ 

برنامهریزی عددصحیح- روشهای مدلسازی برنامهریزی عدد صحی