الگوریتم شبیه‌سازی تبرید SA

الگوریتم‌های فرا ابتکاری

حسین کریمی

مقدمه

- این روش توسط کرک‌پاتریک (Kirkpatrick) در سال ۱۹۸۳ ارائه شده و اولین الگوریتم فرا ابتکاری با جستجوی فردی بوده است.
- SA یک روش جستجوی تصادفی قوی است که به منظور یافتن یک جواب خوب (نه لزوما بهینه) برای مسائل بهینه‌سازی استفاده می‌شود.
- SA از فرایند فیزیکی خنک‌سازی مواد مذاب به حالت جامد الهام گرفته است.
- این روش برخلاف روش‌های جستجوی معمولی، در هر تکرار علاوه بر حرکت به سوی جواب بهتر، جواب‌های با مقدار تابع هدف بدتر را نیز با احتمال غیر صفری قبول می‌کند.

فرآیند خنک‌سازی فلزات

- اگر ماده‌های جامد مذاب بسیار آهسته تبرید شوند (تا حالت جامد) اتم‌های آن‌ها به صورت منظم در شبکه بلوری قرار گرفته و ماده جامد حاصل دارای حداقل سطح انرژی خواهد بود (پایدار) به این روش تبرید آهسته آنیل کردن گویند.
- در شرایط تعادلی (تبرید تدریجی) برای هر دمای داده شده ، احتمال این که ذرات ماده دارای سطح انرژی خاصی باشند ، طبق تابع توزیع بولتزمن محاسبه می‌گردد .

$$p_r\{E = E'\} = \frac{1}{Z(t)} Exp(-\frac{E}{kT})$$

فرآیند خنک‌سازی فلزات–ادامه

- این احتمال در ابتدا بزرگ است و ضمن اجرای روش متناسب با پارامتر مثبتی به نام دما (Temperature) کاهش پیدا می‌کند. در نتیجه روش SA از نظر تئوری با غلبه بر بهینگی محلی، قادر به یافتن جواب بهینه مطلق نیز خواهد بود.
- حال یک مساله عمومی مینیمم سازی را در نظر بگیرید. ایده اصلی در روش SA تولید جواب در همسایگی جواب فعلی و محاسبه موثر تغییر در مقدار تابع هدف، Δf می‌باشد. سپس ضمن ذخیره بهترین جواب به دست آمده اگر $\Delta f \leq 0$ باشد، جواب جدید قطعا پذیرفته می‌شود. در غیر این صورت، اگر $\Delta f > 0$ باشد، جواب جدید با احتمالی پذیرفته می‌شود.

فرآیند خنک‌سازی فلزات–ادامه

- T دمای سیستم که درجه تصادفی بودن حرکت به سوی جواب را تعیین می‌کند، مطابق با یک برنامه معین با پیشرفت روش حل، کاسته می‌شود.
- در واقع دمای سیستم مشخص کننده زیر فضای جواب مساله است که در هر تکرار مورد قبول قرار می‌گیرد.
- در دمای بالا تقریبا تمام جواب‌های تولید شده صرف نظر از مقدار تابع هدف پذیرفته می‌شوند. با پیشرفت الگوریتم و کاهش دما، جواب‌های نامناسب شانس کمتری برای پذیرفته شدن دارند. در واقع، در هر دما، احتمال پذیرفتن جواب با مقدار تابع هدف بیشتر، بستگی به اندازه افزایش Δf دارد.
- به منظور کاربرد SA برای هر مساله بهینه‌سازی باید دو دسته از پارامترها تعیین گردند. دسته اول پارامترهای مربوط به کنترل دما و تعداد جواب‌هایی که باید تولید شوند و دسته دوم مربوط به ویژگی های خاص مساله مورد نظر می‌باشد.

پارامترهای SA

- نقطه شروع : یک جواب قابل قبول که معمولا به صورت تصادفی ایجاد می‌شود .
- نقطه شروع بر سرعت همگرایی الگوریتم تا حدی موثر است .
- برای گسترش فضای جستجو و گریز از بهینه‌های محلی ، معمولا الگوریتم از چندین نقطه شروع مختلف اجرا می‌شود .
- دمای اولیه (C_0) : مقدار دمای اولیه تابع توزیع بولتزمن می‌باسیت به گونه‌ای ساخته باشد تا مقدار تابع نزدیک به یک باشد .

$$Exp(\frac{-\Delta f}{C_۰}) \approx ۱$$

پارامترهای SA– ادامه

- مقادیر بسیار بزرگ C_0 (به همراه نرخ سرمایش آهسته) موجب طولانی شدن مدت اجرا و گسترش فضای جستجو می‌شود .
- مقادیر بسیار کوچک C_0 ممکن است موجب همگرایی زود هنگام شده الگوریتم در بهینه محلی متوقف شود .

پارامترهای SA– ادامه

- انتخاب پارامترهای عمومی به مساله بهینه سازی و موارد خاص مورد نظر بستگی دارد.
- دمای اولیه باید به طریقی تعیین گردد که احتمال قبول و رد جواب‌ها برای حالت $\Delta f>0$ در تکرار اول روش برابر باشد.
- استراتژی خنک کردن سیستم، چگونگی کاهش دما را در حین تکرارهای روش تعیین می‌کند. کیفیت جواب SA به میزان زیادی بستگی به تعداد جواب‌هایی دارد که در هر دما مورد بررسی قرار می‌گیرند.

پارامترهای SA– ادامه

- بنابراین مقدار این پارامتر هم بستگی به ابعاد مساله دارد و با چند بار اجرای آزمایشی روش برای مقادیر مختلف تعیین می‌شود.
- تصمیمات اختصاصی شامل این است که در هر تکرار روش SA بایستی تعداد زیادی جواب تولید شوند تا یک تعادل حرارتی در هر دما برقرار گردد.

پارامترهای SA– ادامه

- اگرچه SA ضمن سادگی ابزاری قوی برای حل مسائل بهینه‌سازی ترکیباتی می‌باشد ولی دقت زیادی در انتخاب نحوه تولید موثر جواب‌ها، زمان‌بندی خنک کردن و کفایت تعداد جواب‌های تولید شده لازم است. با این وجود زمینه‌هایی نیز برای بهبود روش وجود دارد.
- همگرایی به یک راه حل بهینه در SA بعد از تعداد نامحدود تکرار ها به وسیله برنامه خنک‌سازی کنترل می‌شود. پارامتر کنترل اصلی در برنامه خنک‌سازی پارامتر دما T می‌باشد.

الگوریتم SA

- آغاز و آماده سازی: ورود اطلاعات مساله و تنظیم پارامترهای الگوریتم (دمای اولیه ، نرخ سرمایش و شرط توقف جواب اولیه تصادفی و موجه)

۱) تشکیل یک جواب در همسایگی جواب فعلی

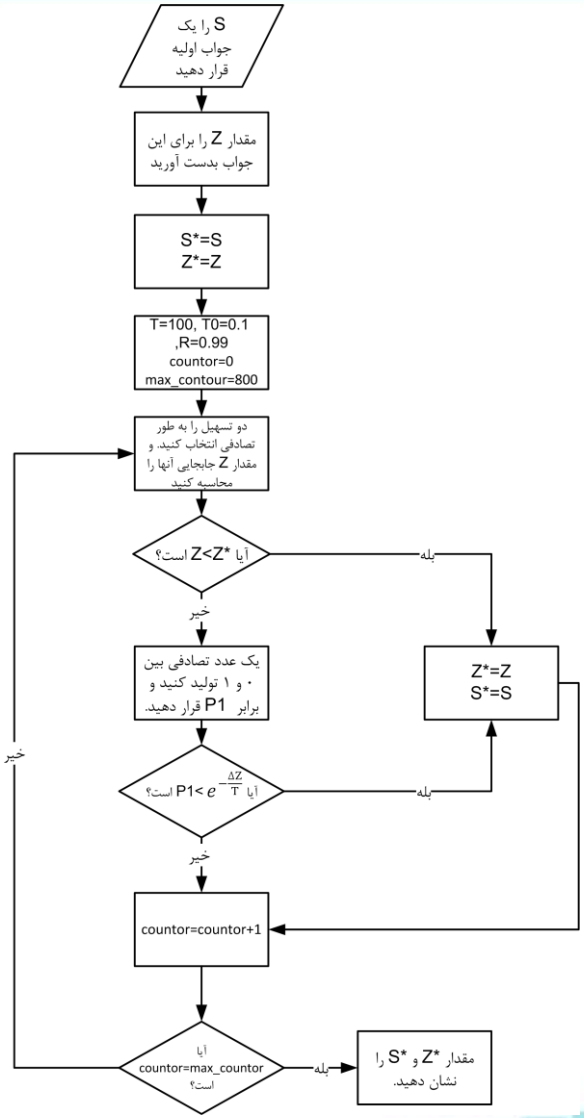
۲) ارزیابی جواب همسایگی:

۱-۲) همسایه از جواب فعلی بهتر است: حرکت به جواب جدید.

۲-۲) همسایه از جواب فعلی بهتر نیست: در این حالت، اگر تابع احتمال از عدد تصادفی یکنواخت بزرگتر باشد، حرکت به جواب جدید

- در غیر این صورت بازگشت به گام ۱
- ۳) به روز رسانی پارامترهای الگوریتم و مساله
- بهترین جواب را حفظ کنیم چون لزوما همیشه جواب نهایی بهترین نیست.
- و حرکت به گام ۱

الگوریتم SA–ادامه



تابع سرمایش

- سرعت همگرایی الگوریتم، وابسته به تابع سرمایش است
- (برنامه کاهش دما Cooling Schedule)
- مقدار دما (بر حسب تعداد تکرارها) در هر تکرار طبق تابع سـرمایش می‌بایست کاهش یابد
- تعیین تابع و نرخ سرمایش وابسته به بزرگی و ساختار مساله اسـت و توابع متعددی برای آن پیشنهاد شده است .

تابع سرمایش–ادامه

$$C_k = \frac{C_۰}{۱ + \log k}$$

$$C_k = \alpha . C_{k-۱}$$

$$C_k = \left(\frac{A-k}{A}\right) C_۰$$

$$۰.۹ < \alpha < ۱$$

تابع سرمایش–ادامه

- نرخ سرمایش بسیار بزرگ ، باعث همگرایی زود هنگام و حبس در بهینه محلی می‌شود .
- نرخ سرمایش کوچک ، زمان محاسباتی را افزایش می‌دهد .
- نرخ بهینه و دمای اولیه، مهم‌ترین پارامترهای الگوریتم هستند.

.

تابع سرمایش–ادامه

میزان کاهش دما در روش SA بسیار مهم است . برای کاهش دادن دما ، دمای فعلی را به ضریب α ضرب می‌کنیم . توجه کنید که α مقدار بین ۰ و ۱ است .

در الگوریتم SA دما به تدریج و بسیار آهسته کم می‌شود ، پس مقدار α باید به ۱ نزدیک باشد. کاهش دادن سریع دما باعث خواهد شد تا در مینیمم محلی گیر کنیم .