

# Distribuciones Estadísticas

Mario Calvarro Marines



# Índice general

---

<b>1. Distribuciones Discretas</b>	<b>1</b>
1.1. Degenerada . . . . .	1
1.1.1. Función de masa . . . . .	1
1.1.2. Función de distribución . . . . .	1
1.1.3. Momentos . . . . .	1
1.1.4. Función característica . . . . .	2
1.2. Bernoulli . . . . .	2
1.2.1. Función de masa . . . . .	2
1.2.2. Función de distribución . . . . .	2
1.2.3. Momentos . . . . .	2
1.2.4. Función característica . . . . .	2
1.3. Binomial . . . . .	3
1.3.1. Función de masa . . . . .	3
1.3.2. Función de distribución . . . . .	3
1.3.3. Momentos . . . . .	3
1.3.4. Función característica . . . . .	3
1.4. Poisson . . . . .	3
1.4.1. Función de masa . . . . .	4
1.4.2. Función de distribución . . . . .	4
1.4.3. Momentos . . . . .	4
1.4.4. Función característica . . . . .	4
1.4.5. Otras características de interés . . . . .	4
<b>2. Distribuciones Continuas</b>	<b>5</b>
2.1. Uniforme . . . . .	5

2.1.1.	Función de masa . . . . .	5
2.1.2.	Función de distribución . . . . .	5
2.1.3.	Momentos . . . . .	5
2.1.4.	Función característica . . . . .	6
2.2.	Gamma . . . . .	6
2.2.1.	Función de masa . . . . .	6
2.2.2.	Función de distribución . . . . .	6
2.2.3.	Momentos . . . . .	6
2.2.4.	Función característica . . . . .	6
2.2.5.	Otras características de interés . . . . .	7
2.3.	Exponencial . . . . .	7
2.3.1.	Función de masa . . . . .	7
2.3.2.	Función de distribución . . . . .	7
2.3.3.	Momentos . . . . .	7
2.3.4.	Función característica . . . . .	7
2.4.	Beta . . . . .	8
2.4.1.	Función de masa . . . . .	8
2.4.2.	Función de distribución . . . . .	8
2.4.3.	Momentos . . . . .	8
2.4.4.	Función característica . . . . .	8
2.5.	Normal . . . . .	8
2.5.1.	Función de masa . . . . .	8
2.5.2.	Función de distribución . . . . .	9
2.5.3.	Momentos . . . . .	9
2.5.4.	Función característica . . . . .	9
<b>3.</b>	<b>Distribuciones Normales</b>	<b>11</b>
3.1.	Chi Cuadrado . . . . .	11
3.1.1.	Función de masa . . . . .	11
3.1.2.	Función de distribución . . . . .	11
3.1.3.	Momentos . . . . .	11
3.1.4.	Función característica . . . . .	12
3.2.	T-Student . . . . .	12

3.2.1.	Función de masa . . . . .	12
3.2.2.	Función de distribución . . . . .	12
3.2.3.	Momentos . . . . .	12
3.2.4.	Función característica . . . . .	12
3.3.	F-Snedecor . . . . .	12
3.3.1.	Función de masa . . . . .	13
3.3.2.	Función de distribución . . . . .	13
3.3.3.	Momentos . . . . .	13
3.3.4.	Función característica . . . . .	13



# DISTRIBUCIONES DISCRETAS

---

## DEGENERADA

Distribución que vale 1 en un solo punto  $h$ .

$$Deg(h)$$

### Función de masa

La función de masa de la distribución es:

$$p_X(x) = \begin{cases} 1, & x = h \\ 0, & x \neq h \end{cases}$$

### Función de distribución

La función de distribución es:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < h \\ 1, & x \geq h \end{cases}$$

### Momentos

#### Respecto del origen

La **esperanza** es:

$$E[X] = h$$

y un momento genérico:

$$E[X^k] = h^k$$

#### Respecto del centro

La **varianza** es:

$$V[X] = 0$$

## Función característica

La función característica de la distribución es:

$$\varphi(t) = \exp\{it\}$$

## BERNOULLI

Distribución que mide la probabilidad de que un experimento acabe en “éxito” ó “fracaso”.

$$Ber(p)$$

## Función de masa

La función de masa de la distribución es:

$$p_X(x) = p^x (1-p)^{1-x}, \quad x \in \{0, 1\}$$

## Función de distribución

La función de distribución es:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1-p, & 0 \leq x < 1 \\ 1, & 1 \leq x \end{cases}$$

## Momentos

### Respecto del origen

La **esperanza** es:

$$E[X] = p$$

y un momento genérico:

$$E[X^k] = p$$

### Respecto del centro

La **varianza** es:

$$V[X] = p(1-p)$$

## Función característica

La función característica de la distribución es:

$$\varphi(t) = (1-p) + p \cdot \exp\{it\}$$



## BINOMIAL

Distribución que mide la probabilidad de que  $x$  experimentos, con probabilidad  $p$ , en  $n$  intentos sean “éxitos”.

$$Bin(n, p)$$

### Función de masa

La función de masa de la distribución es:

$$p_X(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}, \quad x \in \{0, \dots, n\}$$

### Función de distribución

La función de distribución es:

$$F_X(x) = \sum_{i=1}^x \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i}$$

### Momentos

#### Respecto del origen

La **esperanza** es:

$$E[X] = np$$

#### Respecto del centro

La **varianza** es:

$$V[X] = np(1-p)$$

### Función característica

La función característica de la distribución es:

$$\varphi(t) = ((1-p) + p \exp\{it\})^n$$

## POISSON

Distribución que mide la probabilidad de que ocurran  $x$  eventos, que tienen una “velocidad”  $\lambda$ , en un determinado intervalo de tiempo.

$$P(\lambda)$$

## Función de masa

La función de masa de la distribución es:

$$p_X(x) = \frac{\lambda^x \exp\{-\lambda\}}{x!}, \quad x \in \mathbb{N}_0$$

## Función de distribución

La función de distribución es:

$$F_X(x) = \exp\{-\lambda\} \sum_{j=0}^{\lfloor x \rfloor} \frac{\lambda^j}{j!}$$

Poco importante.

## Momentos

### Respecto del origen

La **esperanza** es:

$$E[X] = \lambda$$

### Respecto del centro

La **varianza** es:

$$V[X] = \lambda$$

## Función característica

La función característica de la distribución es:

$$\varphi(t) = \exp\{\lambda(e^{it} - 1)\}$$

## Otras características de interés

- Si tenemos  $X_i \sim P(\lambda_i)$  para  $i \in \{1, \dots, n\}$ . Entonces:

$$\sum_{i=1}^n X_i \sim P\left(\sum_{i=1}^n \lambda_i\right)$$

- Si tenemos una binomial, con número de “éxitos” esperados se mantiene más o menos constante, y hacemos tender  $n$ , número de casos, a infinito, tenemos como resultado una Poisson con  $\lambda = np$ .

# DISTRIBUCIONES CONTINUAS

---

## UNIFORME

Distribución que mide la probabilidad de un suceso que puede estar de forma arbitraria en un intervalo con las mismas posibilidades.

$$U(a, b)$$

### Función de masa

La función de densidad de la distribución es:

$$f_X(x) = \frac{1}{b-a} I_{(a,b)}(x)$$

### Función de distribución

La función de distribución es:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 1, & x > b \end{cases}$$

### Momentos

#### Respecto del origen

La **esperanza** es:

$$E[X] = \frac{1}{2}b + a$$

#### Respecto del centro

La **varianza** es:

$$V[X] = \frac{1}{12}(b-a)^2$$

## Función característica

La función característica de la distribución es:

$$\varphi(t) = \begin{cases} \frac{e^{tb} - e^{ta}}{t(b-a)} & t \neq 0 \\ 1 & t = 0 \end{cases}$$

## GAMMA

Distribución que mide la probabilidad de que en un tiempo  $a$  ocurran  $p$  eventos. (Puede que el tiempo sea  $\frac{1}{a}$ )

$$\gamma(p, a)$$

## Función de masa

La función de masa de la distribución es:

$$f_X(x) = \frac{a^p}{\Gamma(p)} x^{p-1} e^{-ax}$$

## Función de distribución

La función de distribución es:

$$F_X(x) = \frac{1}{\Gamma(p)} \gamma(p, ax)$$

(Poco importante)

## Momentos

### Respecto del origen

La **esperanza** es:

$$E[X] = \frac{p}{a}$$

### Respecto del centro

La **varianza** es:

$$V[X] = \frac{p}{a^2}$$

## Función característica

La función característica de la distribución es:

$$\varphi(t) = \left(1 - \frac{it}{a}\right)^{-p}$$

## Otras características de interés

- Si tenemos  $X_i \sim \gamma(p_i, a)$  para  $i \in \{1, \dots, n\}$ . Entonces:

$$\sum_{i=1}^n X_i \sim \gamma\left(\sum_{i=1}^n p_i, a\right)$$

- Si  $X \sim \gamma(p, a) \Rightarrow$

$$cX \sim \gamma\left(p, \frac{a}{c}\right), \quad c \in \mathbb{R}$$

- $\gamma(1, a) \equiv \exp(a)$

## EXPONENCIAL

Distribución que vale 1 en un solo punto  $h$ .

### Función de masa

La función de masa de la distribución es:

$$p_X(x) = \begin{cases} 1, & x = h \\ 0, & x \neq h \end{cases}$$

### Función de distribución

La función de distribución es:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < h \\ 1, & x \geq h \end{cases}$$

## Momentos

### Respecto del origen

La **esperanza** es:

$$E[X] = h$$

y un momento genérico:

$$E[X^k] = h^k$$

### Respecto del centro

La **varianza** es:

$$V[X] = 0$$

### Función característica

La función característica de la distribución es:

$$\varphi(t) = \exp\{ith\}$$

## BETA

Distribución que vale 1 en un solo punto  $h$ .

### Función de masa

La función de masa de la distribución es:

$$p_X(x) = \begin{cases} 1, & x = h \\ 0, & x \neq h \end{cases}$$

### Función de distribución

La función de distribución es:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < h \\ 1, & x \geq h \end{cases}$$

### Momentos

#### Respecto del origen

La **esperanza** es:

$$E[X] = h$$

y un momento genérico:

$$E[X^k] = h^k$$

#### Respecto del centro

La **varianza** es:

$$V[X] = 0$$

### Función característica

La función característica de la distribución es:

$$\varphi(t) = \exp\{ith\}$$

## NORMAL

Distribución que vale 1 en un solo punto  $h$ .

### Función de masa

La función de masa de la distribución es:

$$p_X(x) = \begin{cases} 1, & x = h \\ 0, & x \neq h \end{cases}$$

## Función de distribución

La función de distribución es:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < h \\ 1, & x \geq h \end{cases}$$

## Momentos

### Respecto del origen

La **esperanza** es:

$$E[X] = h$$

y un momento genérico:

$$E[X^k] = h^k$$

### Respecto del centro

La **varianza** es:

$$V[X] = 0$$

## Función característica

La función característica de la distribución es:

$$\varphi(t) = \exp\{ith\}$$





# DISTRIBUCIONES NORMALES

---

## CHI CUADRADO

Distribución que vale 1 en un solo punto  $h$ .

### Función de masa

La función de masa de la distribución es:

$$p_X(x) = \begin{cases} 1, & x = h \\ 0, & x \neq h \end{cases}$$

### Función de distribución

La función de distribución es:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < h \\ 1, & x \geq h \end{cases}$$

### Momentos

#### Respecto del origen

La **esperanza** es:

$$E[X] = h$$

y un momento genérico:

$$E[X^k] = h^k$$

#### Respecto del centro

La **varianza** es:

$$V[X] = 0$$

## Función característica

La función característica de la distribución es:

$$\varphi(t) = \exp\{ith\}$$

## T-STUDENT

Distribución que vale 1 en un solo punto  $h$ .

## Función de masa

La función de masa de la distribución es:

$$p_X(x) = \begin{cases} 1, & x = h \\ 0, & x \neq h \end{cases}$$

## Función de distribución

La función de distribución es:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < h \\ 1, & x \geq h \end{cases}$$

## Momentos

### Respecto del origen

La **esperanza** es:

$$E[X] = h$$

y un momento genérico:

$$E[X^k] = h^k$$

### Respecto del centro

La **varianza** es:

$$V[X] = 0$$

## Función característica

La función característica de la distribución es:

$$\varphi(t) = \exp\{ith\}$$

## F-SNEDECOR

Distribución que vale 1 en un solo punto  $h$ .

## Función de masa

La función de masa de la distribución es:

$$p_X(x) = \begin{cases} 1, & x = h \\ 0, & x \neq h \end{cases}$$

## Función de distribución

La función de distribución es:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < h \\ 1, & x \geq h \end{cases}$$

## Momentos

### Respecto del origen

La **esperanza** es:

$$E[X] = h$$

y un momento genérico:

$$E[X^k] = h^k$$

### Respecto del centro

La **varianza** es:

$$V[X] = 0$$

## Función característica

La función característica de la distribución es:

$$\varphi(t) = \exp\{ith\}$$