Distribuciones Estadísticas

Mario Calvarro Marines

Índice general

DISTRIBUCIONES DISCRETAS

DEGENERADA

Distribución que vale 1 en un solo punto h.

$$Deg\left(h\right)$$

Función de masa

La función de masa de la distribución es:

$$p_X\left(x\right) = \begin{cases} 1, & x = h \\ 0, & x \neq h \end{cases}$$

Función de distribución

La función de distribución es:

$$F_X\left(x\right) = \begin{cases} 0, & x < h \\ 1, & x \geq h \end{cases}$$

Momentos

Respecto del origen

La **esperanza** es:

$$E\left[X\right] = h$$

y un momento genérico:

$$E\left[X^k\right] = h^k$$

Respecto del centro

La **varianza** es:

$$V\left[X\right] = 0$$

Función característica

La función característica de la distribución es:

$$\varphi(t) = \exp\{ith\}$$

BERNOULLI

Distribución que mide la probabilidad de que un experimento acabe en "éxito" ó "fracaso".

$$Ber(p)$$

Función de masa

La función de masa de la distribución es:

$$p_X(x) = p^x (1-p)^{1-x}, \ x \in \{0,1\}$$

Función de distribución

La función de distribución es:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1-p, & 0 \leq x < 1 \\ 1, & 1 \geq x \end{cases}$$

Momentos

Respecto del origen

La **esperanza** es:

$$E[X] = p$$

y un momento genérico:

$$E\left[X^k\right] = p$$

Respecto del centro

La **varianza** es:

$$V[X] = p(1-p)$$

Función característica

La función característica de la distribución es:

$$\varphi(t) = (1-p) + p \cdot \exp\{it\}$$

BINOMIAL

Distribución que mide la probabilidad de que x experimentos, con probabilidad p, en n intentos sean "éxitos".

$$Bin\left(n,p\right)$$

Función de masa

La función de masa de la distribución es:

$$p_X\left(x\right)=\binom{n}{x}p^x\left(1-p\right)^{n-x}\;,\;x\in\left\{0,\ldots,n\right\}$$

Función de distribución

La función de distribución es:

$$F_X\left(x\right)=\sum_{i=1}^{x}\binom{n}{i}p^i\left(1-p\right)^{n-i}$$

Momentos

Respecto del origen

La **esperanza** es:

$$E\left[X\right]=np$$

Respecto del centro

La **varianza** es:

$$V\left[X\right]=np\left(1-p\right)$$

Función característica

La función característica de la distribución es:

$$\varphi\left(t\right)=\left(\left(1-p\right)+p\exp\left\{it\right\}\right)^n$$

POISSON

Distribución que mide la probabilidad de que ocurran x eventos, que tienen una "velocidad" λ, en un determinado intervalo de tiempo.

$$P\left(\lambda\right)$$

Función de masa

La función de masa de la distribución es:

$$p_X(x) = \frac{\lambda^x \exp\{-\lambda\}}{x!}, \; x \in \mathbb{N}_0$$

Función de distribución

La función de distribución es:

$$F_X(x) = \exp\{-\lambda\} \sum_{j=0}^{\lfloor x \rfloor} \frac{\lambda^j}{j!}$$

Poco importante.

Momentos

Respecto del origen

La **esperanza** es:

$$E[X] = \lambda$$

Respecto del centro

La **varianza** es:

$$V[X] = \lambda$$

Función característica

La función característica de la distribución es:

$$\varphi(t) = \exp\left\{\lambda\left(e^{it} - 1\right)\right\}$$

Otras características de interés

- Si tenemos $X_i \sim P(\lambda_i)$ para $i \in \{1, \dots, n\}$. Entonces:

$$\sum_{i=1}^{n} X_i \sim P\left(\sum_{i=1}^{n} \lambda\right)$$

- Si tenemos una binomial, con número de "éxitos" esperados se mantiene más o menos constante, y hacemos tender n, número de casos, a infinito, tenemos como resultado una Poisson con $\lambda = np$.

DISTRIBUCIONES CONTINUAS

UNIFORME

Distribución que mide la probabilidad de un suceso que puede estar de forma arbitraria en un intervalo con las mismas posibilidades.

$$\boxed{U(a,b)}$$

Función de masa

La función de densidad de la distribución es:

$$f_X(x) = \frac{1}{b-a} I_{(a,b)}(x)$$

Función de distribución

La función de distribución es:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 1, & x > b \end{cases}$$

Momentos

Respecto del origen

La **esperanza** es:

$$E[X] = \frac{1}{2} b + a$$

Respecto del centro

La **varianza** es:

$$V[X] = \frac{1}{12}(b-a)^2$$

Función característica

La función característica de la distribución es:

$$\varphi(t) = \begin{cases} \frac{e^{tb}-e^{ta}}{t(b-a)} & t \neq 0 \\ 1 & t = 0 \end{cases}$$

GAMMA

Distribución que mide la probabilidad de que en un tiempo a ocurran p eventos. (Puede que el tiempo sea $\frac{1}{a}$)

$$\boxed{\gamma(p,a)}$$

Función de masa

La función de masa de la distribución es:

$$f_X(x) = \frac{a^p}{\Gamma(p)} x^{p-1} e^{-ax}$$

Función de distribución

La función de distribución es:

$$F_X(x) = \frac{1}{\Gamma(p)} \gamma(p, ax)$$

(Poco importante)

Momentos

Respecto del origen

La **esperanza** es:

$$E[X] = \frac{p}{a}$$

Respecto del centro

La **varianza** es:

$$V[X] = \frac{p}{a^2}$$

Función característica

La función característica de la distribución es:

$$\varphi(t) = \left(1 - \frac{it}{a}\right)^{-p}$$

Otras características de interés

- Si tenemos $X_i \sim \gamma(p_i, a)$ para $i \in \{1, \dots, n\}$. Entonces:
$$\sum_{i=1}^{n} X_i \sim \gamma\left(\sum_{i=1}^{n} p_i, a\right)$$
- Si $X \sim \gamma(p, a) \Rightarrow$
$$cX \sim \gamma\left(p, \frac{a}{c}\right), \ c \in \mathbb{R}$$
- $\gamma(1, a) \equiv \exp(a)$

EXPONENCIAL

Distribución que vale 1 en un solo punto h.

Función de masa

La función de masa de la distribución es:
$$p_X(x) = \begin{cases} 1, & x = h \\ 0, & x \neq h \end{cases}$$

Función de distribución

La función de distribución es:
$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < h \\ 1, & x \geq h \end{cases}$$

Momentos

Respecto del origen

La **esperanza** es:
$$E[X] = h$$
y un momento genérico:
$$E\left[X^k\right] = h^k$$

Respecto del centro

La **varianza** es:
$$V[X] = 0$$

Función característica

La función característica de la distribución es:
$$\varphi(t) = \exp\{ith\}$$

BETA

Distribución que vale 1 en un solo punto h.

Función de masa

La función de masa de la distribución es:

$$p_X(x) = \begin{cases} 1, & x = h \\ 0, & x \neq h \end{cases}$$

Función de distribución

La función de distribución es:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < h \\ 1, & x \geq h \end{cases}$$

Momentos

Respecto del origen

La **esperanza** es:

$$E[X] = h$$

y un momento genérico:

$$E\left[X^k\right] = h^k$$

Respecto del centro

La **varianza** es:

$$V[X] = 0$$

Función característica

La función característica de la distribución es:

$$\varphi(t) = \exp\{ith\}$$

NORMAL

Distribución que vale 1 en un solo punto h.

Función de masa

La función de masa de la distribución es:

$$p_X(x) = \begin{cases} 1, & x = h \\ 0, & x \neq h \end{cases}$$

Función de distribución

La función de distribución es:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < h \\ 1, & x \geq h \end{cases}$$

Momentos

Respecto del origen

La **esperanza** es:

$$E[X] = h$$

y un momento genérico:

$$E\left[X^k\right] = h^k$$

Respecto del centro

La **varianza** es:

$$V[X] = 0$$

Función característica

La función característica de la distribución es:

$$\varphi(t) = \exp\{ith\}$$

DISTRIBUCIONES NORMALES

CHI CUADRADO

Distribución que vale 1 en un solo punto h.

Función de masa

La función de masa de la distribución es:

$$p_X(x) = \begin{cases} 1, & x = h \\ 0, & x \neq h \end{cases}$$

Función de distribución

La función de distribución es:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < h \\ 1, & x \geq h \end{cases}$$

Momentos

Respecto del origen

La **esperanza** es:

$$E[X] = h$$

y un momento genérico:

$$E\left[X^k\right] = h^k$$

Respecto del centro

La **varianza** es:

$$V[X] = 0$$

Función característica

La función característica de la distribución es:

$$\varphi(t) = \exp\{ith\}$$

T-STUDENT

Distribución que vale 1 en un solo punto h.

Función de masa

La función de masa de la distribución es:

$$p_X(x) = \begin{cases} 1, & x = h \\ 0, & x \neq h \end{cases}$$

Función de distribución

La función de distribución es:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < h \\ 1, & x \geq h \end{cases}$$

Momentos

Respecto del origen

La **esperanza** es:

$$E[X] = h$$

y un momento genérico:

$$E\left[X^k\right] = h^k$$

Respecto del centro

La **varianza** es:

$$V[X] = 0$$

Función característica

La función característica de la distribución es:

$$\varphi(t) = \exp\{ith\}$$

F-SNEDECOR

Distribución que vale 1 en un solo punto h.

Función de masa

La función de masa de la distribución es:

$$p_X(x) = \begin{cases} 1, & x = h \\ 0, & x \neq h \end{cases}$$

Función de distribución

La función de distribución es:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < h \\ 1, & x \geq h \end{cases}$$

Momentos

Respecto del origen

La **esperanza** es:

$$E[X] = h$$

y un momento genérico:

$$E\left[X^k\right] = h^k$$

Respecto del centro

La **varianza** es:

$$V[X] = 0$$

Función característica

La función característica de la distribución es:

$$\varphi(t) = \exp\{ith\}$$