

Distribuciones Estadísticas

Mario Calvarro Marines

Índice general

| | |
|---|----------|
| 1. Distribuciones Discretas | 1 |
| 1.1. Degenerada | 1 |
| 1.1.1. Función de masa | 1 |
| 1.1.2. Función de distribución | 1 |
| 1.1.3. Momentos | 1 |
| 1.1.4. Función característica | 2 |
| 1.2. Bernoulli | 2 |
| 1.2.1. Función de masa | 2 |
| 1.2.2. Función de distribución | 2 |
| 1.2.3. Momentos | 2 |
| 1.2.4. Función característica | 2 |
| 1.3. Binomial | 3 |
| 1.3.1. Función de masa | 3 |
| 1.3.2. Función de distribución | 3 |
| 1.3.3. Momentos | 3 |
| 1.3.4. Función característica | 3 |
| 1.4. Poisson | 3 |
| 1.4.1. Función de masa | 4 |
| 1.4.2. Función de distribución | 4 |
| 1.4.3. Momentos | 4 |
| 1.4.4. Función característica | 4 |
| 1.4.5. Otras características de interés | 4 |
| 2. Distribuciones Continuas | 5 |
| 2.1. Uniforme | 5 |

| | | |
|-----------|-----------------------------------|-----------|
| 2.1.1. | Función de masa | 5 |
| 2.1.2. | Función de distribución | 5 |
| 2.1.3. | Momentos | 5 |
| 2.1.4. | Función característica | 6 |
| 2.2. | Gamma | 6 |
| 2.2.1. | Función de masa | 6 |
| 2.2.2. | Función de distribución | 6 |
| 2.2.3. | Momentos | 6 |
| 2.2.4. | Función característica | 6 |
| 2.3. | Exponencial | 7 |
| 2.3.1. | Función de masa | 7 |
| 2.3.2. | Función de distribución | 7 |
| 2.3.3. | Momentos | 7 |
| 2.3.4. | Función característica | 7 |
| 2.4. | Beta | 7 |
| 2.4.1. | Función de masa | 7 |
| 2.4.2. | Función de distribución | 8 |
| 2.4.3. | Momentos | 8 |
| 2.4.4. | Función característica | 8 |
| 2.5. | Normal | 8 |
| 2.5.1. | Función de masa | 8 |
| 2.5.2. | Función de distribución | 8 |
| 2.5.3. | Momentos | 9 |
| 2.5.4. | Función característica | 9 |
| 3. | Distribuciones Normales | 11 |
| 3.1. | Chi Cuadrado | 11 |
| 3.1.1. | Función de masa | 11 |
| 3.1.2. | Función de distribución | 11 |
| 3.1.3. | Momentos | 11 |
| 3.1.4. | Función característica | 12 |
| 3.2. | T-Student | 12 |
| 3.2.1. | Función de masa | 12 |

| | | |
|--------|-----------------------------------|----|
| 3.2.2. | Función de distribución | 12 |
| 3.2.3. | Momentos | 12 |
| 3.2.4. | Función característica | 12 |
| 3.3. | F-Snedecor | 12 |
| 3.3.1. | Función de masa | 13 |
| 3.3.2. | Función de distribución | 13 |
| 3.3.3. | Momentos | 13 |
| 3.3.4. | Función característica | 13 |

DISTRIBUCIONES DISCRETAS

DEGENERADA

Distribución que vale 1 en un solo punto h .

$$Deg(h)$$

Función de masa

La función de masa de la distribución es:

$$p_X(x) = \begin{cases} 1, & x = h \\ 0, & x \neq h \end{cases}$$

Función de distribución

La función de distribución es:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < h \\ 1, & x \geq h \end{cases}$$

Momentos

Respecto del origen

La **esperanza** es:

$$E[X] = h$$

y un momento genérico:

$$E[X^k] = h^k$$

Respecto del centro

La **varianza** es:

$$V[X] = 0$$

Función característica

La función característica de la distribución es:

$$\varphi(t) = \exp\{ith\}$$

BERNOULLI

Distribución que mide la probabilidad de que un experimento acabe en “éxito” ó “fracaso”.

$$Ber(p)$$

Función de masa

La función de masa de la distribución es:

$$p_X(x) = p^x (1-p)^{1-x}, \quad x \in \{0, 1\}$$

Función de distribución

La función de distribución es:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1-p, & 0 \leq x < 1 \\ 1, & 1 \leq x \end{cases}$$

Momentos

Respecto del origen

La **esperanza** es:

$$E[X] = p$$

y un momento genérico:

$$E[X^k] = p$$

Respecto del centro

La **varianza** es:

$$V[X] = p(1-p)$$

Función característica

La función característica de la distribución es:

$$\varphi(t) = (1-p) + p \cdot \exp\{it\}$$

BINOMIAL

Distribución que mide la probabilidad de que x experimentos, con probabilidad p , en n intentos sean “éxitos”.

$$Bin(n, p)$$

Función de masa

La función de masa de la distribución es:

$$p_X(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}, \quad x \in \{0, \dots, n\}$$

Función de distribución

La función de distribución es:

$$F_X(x) = \sum_{i=1}^x \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i}$$

Momentos

Respecto del origen

La **esperanza** es:

$$E[X] = np$$

Respecto del centro

La **varianza** es:

$$V[X] = np(1-p)$$

Función característica

La función característica de la distribución es:

$$\varphi(t) = ((1-p) + p \exp\{it\})^n$$

POISSON

Distribución que mide la probabilidad de que ocurran x eventos, que tienen una “velocidad” λ , en un determinado intervalo de tiempo.

$$P(\lambda)$$

Función de masa

La función de masa de la distribución es:

$$p_X(x) = \frac{\lambda^x \exp\{-\lambda\}}{x!}, \quad x \in \mathbb{N}_0$$

Función de distribución

La función de distribución es:

$$F_X(x) = \exp\{-\lambda\} \sum_{j=0}^{\lfloor x \rfloor} \frac{\lambda^j}{j!}$$

Poco importante.

Momentos

Respecto del origen

La **esperanza** es:

$$E[X] = \lambda$$

Respecto del centro

La **varianza** es:

$$V[X] = \lambda$$

Función característica

La función característica de la distribución es:

$$\varphi(t) = \exp\{\lambda(e^{it} - 1)\}$$

Otras características de interés

- Si tenemos $X_i \sim P(\lambda_i)$ para $i \in \{1, \dots, n\}$. Entonces:

$$\sum_{i=1}^n X_i \sim P\left(\sum_{i=1}^n \lambda_i\right)$$

- Si tenemos una binomial, con número de “éxitos” esperados se mantiene más o menos constante, y hacemos tender n , número de casos, a infinito, tenemos como resultado una Poisson con $\lambda = np$.

DISTRIBUCIONES CONTINUAS

UNIFORME

Distribución que mide la probabilidad de un suceso que puede estar de forma arbitraria en un intervalo con las mismas posibilidades.

$$U(a, b)$$

Función de masa

La función de densidad de la distribución es:

$$f_X(x) = \frac{1}{b-a} I_{(a,b)}(x)$$

Función de distribución

La función de distribución es:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 1, & x > b \end{cases}$$

Momentos

Respecto del origen

La **esperanza** es:

$$E[X] = \frac{1}{2}b + a$$

Respecto del centro

La **varianza** es:

$$V[X] = \frac{1}{12}(b-a)^2$$

Función característica

La función característica de la distribución es:

$$\varphi(t) = \begin{cases} \frac{e^{tb} - e^{ta}}{t(b-a)} & t \neq 0 \\ 1 & t = 0 \end{cases}$$

GAMMA

Distribución que vale 1 en un solo punto h .

Función de masa

La función de masa de la distribución es:

$$p_X(x) = \begin{cases} 1, & x = h \\ 0, & x \neq h \end{cases}$$

Función de distribución

La función de distribución es:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < h \\ 1, & x \geq h \end{cases}$$

Momentos

Respecto del origen

La **esperanza** es:

$$E[X] = h$$

y un momento genérico:

$$E[X^k] = h^k$$

Respecto del centro

La **varianza** es:

$$V[X] = 0$$

Función característica

La función característica de la distribución es:

$$\varphi(t) = \exp\{ith\}$$

EXPONENCIAL

Distribución que vale 1 en un solo punto h .

Función de masa

La función de masa de la distribución es:

$$p_X(x) = \begin{cases} 1, & x = h \\ 0, & x \neq h \end{cases}$$

Función de distribución

La función de distribución es:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < h \\ 1, & x \geq h \end{cases}$$

Momentos

Respecto del origen

La **esperanza** es:

$$E[X] = h$$

y un momento genérico:

$$E[X^k] = h^k$$

Respecto del centro

La **varianza** es:

$$V[X] = 0$$

Función característica

La función característica de la distribución es:

$$\varphi(t) = \exp\{ith\}$$

BETA

Distribución que vale 1 en un solo punto h .

Función de masa

La función de masa de la distribución es:

$$p_X(x) = \begin{cases} 1, & x = h \\ 0, & x \neq h \end{cases}$$

Función de distribución

La función de distribución es:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < h \\ 1, & x \geq h \end{cases}$$

Momentos

Respecto del origen

La **esperanza** es:

$$E[X] = h$$

y un momento genérico:

$$E[X^k] = h^k$$

Respecto del centro

La **varianza** es:

$$V[X] = 0$$

Función característica

La función característica de la distribución es:

$$\varphi(t) = \exp\{ith\}$$

NORMAL

Distribución que vale 1 en un solo punto h .

Función de masa

La función de masa de la distribución es:

$$p_X(x) = \begin{cases} 1, & x = h \\ 0, & x \neq h \end{cases}$$

Función de distribución

La función de distribución es:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < h \\ 1, & x \geq h \end{cases}$$

Momentos

Respecto del origen

La **esperanza** es:

$$E[X] = h$$

y un momento genérico:

$$E[X^k] = h^k$$

Respecto del centro

La **varianza** es:

$$V[X] = 0$$

Función característica

La función característica de la distribución es:

$$\varphi(t) = \exp\{ith\}$$

DISTRIBUCIONES NORMALES

CHI CUADRADO

Distribución que vale 1 en un solo punto h .

Función de masa

La función de masa de la distribución es:

$$p_X(x) = \begin{cases} 1, & x = h \\ 0, & x \neq h \end{cases}$$

Función de distribución

La función de distribución es:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < h \\ 1, & x \geq h \end{cases}$$

Momentos

Respecto del origen

La **esperanza** es:

$$E[X] = h$$

y un momento genérico:

$$E[X^k] = h^k$$

Respecto del centro

La **varianza** es:

$$V[X] = 0$$

Función característica

La función característica de la distribución es:

$$\varphi(t) = \exp\{ith\}$$

T-STUDENT

Distribución que vale 1 en un solo punto h .

Función de masa

La función de masa de la distribución es:

$$p_X(x) = \begin{cases} 1, & x = h \\ 0, & x \neq h \end{cases}$$

Función de distribución

La función de distribución es:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < h \\ 1, & x \geq h \end{cases}$$

Momentos

Respecto del origen

La **esperanza** es:

$$E[X] = h$$

y un momento genérico:

$$E[X^k] = h^k$$

Respecto del centro

La **varianza** es:

$$V[X] = 0$$

Función característica

La función característica de la distribución es:

$$\varphi(t) = \exp\{ith\}$$

F-SNEDECOR

Distribución que vale 1 en un solo punto h .

Función de masa

La función de masa de la distribución es:

$$p_X(x) = \begin{cases} 1, & x = h \\ 0, & x \neq h \end{cases}$$

Función de distribución

La función de distribución es:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < h \\ 1, & x \geq h \end{cases}$$

Momentos

Respecto del origen

La **esperanza** es:

$$E[X] = h$$

y un momento genérico:

$$E[X^k] = h^k$$

Respecto del centro

La **varianza** es:

$$V[X] = 0$$

Función característica

La función característica de la distribución es:

$$\varphi(t) = \exp\{ith\}$$