



APELLIDOS, NOMBRE: _____

- Para la evaluación del examen se valorarán la **corrección** y la **claridad** de las soluciones
- Solo se modifican y entregan los ficheros `NaturalSemantics2020.hs` y `StructuralSemantics2020.hs`
- Las definiciones semánticas y la implementación Haskell deben hacerse en las **secciones** señaladas mediante **comentarios** en el fichero correspondiente.

Tomaremos como base el lenguaje WHILE. El fichero `While2020.hs` contiene los tipos algebraicos para representar la sintaxis abstracta, así como las funciones semánticas `aVal` y `bVal` para evaluar expresiones aritméticas (**Aexp**) y Booleanas (**Bexp**), respectivamente.

El fichero `NaturalSemantics2020.hs` contiene la definición de la semántica natural de WHILE. El fichero `StructuralSemantics2020.hs` contiene la definición de la semántica estructural operacional de WHILE.

Problema 1. (1.0 + 1.0 + 0.5 ptos.) Una posible optimización al evaluar expresiones aritméticas del lenguaje **Aexp** consiste en reemplazar las subexpresiones constantes (es decir, aquellas en las que todos los operandos son constantes) por su valor. Por ejemplo, la expresión $x + 5 * 3$ puede ser reemplazada por la expresión equivalente $x + 15$. De la misma forma, podemos reemplazar la expresión $8 * y + (3 * 2 + 5)$ por la expresión $8 * y + 11$.

- a. Define formalmente una función **reduce** : **Aexp** \rightarrow **Aexp** que dada una expresión a devuelva una expresión a' equivalente en la que las subexpresiones constantes han sido reemplazadas por su valor.
- b. Implementa la función **reduce** en Haskell (en el fichero `NaturalSemantics2020.hs`).
- c. Enuncia y demuestra formalmente que la optimización propuesta por **reduce** es correcta; es decir, que preserva la semántica de **Aexp**. Solo es necesario demostrar los casos base y uno de los casos inductivos.

Problema 2. (1.0 + 1.0 ptos.) Añade al lenguaje WHILE la sentencia `swap`, que intercambia el valor de dos variables. La sintaxis de la sentencia `swap` es:

$$S ::= \text{swap } x \ y$$

- a. Define e implementa la semántica natural para `swap`.
- b. Define e implementa la semántica estructural operacional para `swap`.

Problema 3. (1.0 + 1.0 ptos.) Añade al lenguaje WHILE una sentencia iterativa `for` semejante al `for` de Java. La sintaxis de la sentencia `for` es:

$$S ::= \text{for}(S_1; b; S_2) S_3$$

donde S_1 es una sentencia que se evalúa siempre una sola vez antes de la ejecución del bucle; b es la guarda pre-comprobada del bucle, S_3 es el cuerpo del bucle y S_2 es una sentencia que se ejecuta después de cada iteración del bucle.

- Define e implementa la semántica natural para `for`.
- Define e implementa la semántica estructural operacional para `for`.

Problema 4. (1.0 + 1.0 ptos.) Demuestra que las sentencias **WHILE**:

```
if b then (S1; S) else (S2; S)
```

y

```
if b then S1 else S2; S
```

son semánticamente equivalentes según:

- la semántica natural
- la semántica estructural operacional

Puedes suponer que las sentencias `S1`, `S2` y `S` terminan en ambos casos.

Problema 5. (1.5 ptos.) Se desea añadir a **WHILE** una nueva sentencia iterativa no determinista cuya sintaxis es:

$$\begin{aligned} S &::= \text{do } G_S \text{ od} \mid \dots \\ G_S &::= b \rightarrow S; G_S \mid \epsilon \end{aligned}$$

donde $b \rightarrow S$ es una sentencia guardada: S solo se puede ejecutar si la guarda b que la precede es cierta. Para ejecutar una iteración no determinista se procede de la siguiente manera:

- Si hay varias sentencias guardadas cuya guarda sea cierta, se selecciona una de ellas de manera no determinista y se ejecuta esta sentencia; el resto de sentencias guardadas se ignora y se vuelve a ejecutar el bucle
- Si no hay ninguna sentencia guardada cuya guarda sea cierta, el bucle termina su ejecución.

Por ejemplo, dada la siguiente iteración no determinista:

```
do
  x > y  -> y := y + 1;
  x > y  -> y := y + 3;
od
```

Si $x = 3, y = 0$, son posibles tres resultados: $y = 3, y = 4$, o $y = 5$

Define formalmente la semántica natural de la iteración no determinista en el comentario apropiado del fichero `NaturalSemanticsWhile2020.hs`. No es necesario implementar la regla en Haskell.