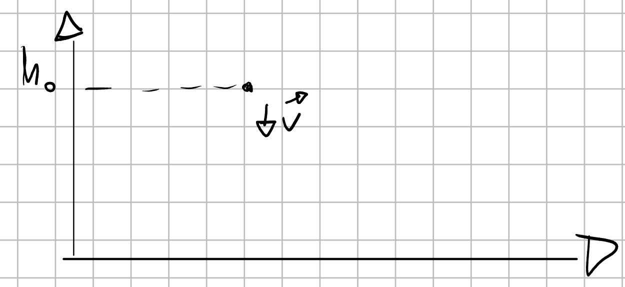
3 Dicembre 2024

Problema 1

Un corpo di massa m, inizialmente ad una quota y=h0, è lanciato verso il basso con velocità iniziale v0. Calcolare il modulo della velocità con la quale il corpo raggiunge il suolo (y=0). Trattare il corpo come un punto materiale.

Dati

m=78 kg, h0=15 metri, v0=3 m/s.



$$E = K + U \qquad K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

$$E_{IN} = E_{FIN} \qquad U = m \cdot g \cdot h^2$$

$$K_{IN} + U_{IN} = K_{FIN} + \underbrace{U_{FIN}}_{\simeq 0} \quad (h=0)$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_0^2 + m \cdot g \cdot h_0 = \frac{1}{2} m \cdot v_1$$

$$\frac{1}{2} v_0^2 + g \cdot h_0 = \frac{1}{2} v_1$$

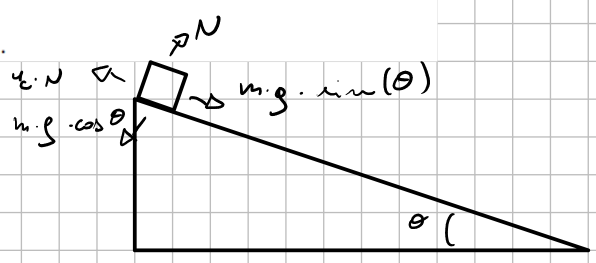
$$v_1 = \sqrt{v_0^2 + 2 g \cdot h_0} = \sqrt{3^2 + 2 \cdot 9.81 \cdot 15} \approx 17.4 \ m/s$$

Problema 2

Un blocco di legno massa M striscia su un piano inclinato in legno. La superficie inclinata del piano forma un angolo θ con il tavolo sul quale è appoggiato. Il coefficiente di attrito cinematico è μc. Assumendo che il blocco si trovi inizialmente ad una quota y=H, misurata rispetto al tavolo, e che la velocità iniziale del blocco sia nulla, calcolare lo spostamento del blocco e il lavoro che la forza di attrito cinematico compiono per spostare il blocco ad y=0.

Dati

θ=45 gradi, μc=0.65, H=15 cm, M=0.2kg, sinθ=cosθ=0.71.



$$L = F \cdot s$$

$$F = m \cdot a$$

$$N = m \cdot g \cdot \cos\theta$$

$$m \cdot g \cdot \sin\theta - \mu_c \, m \cdot g \cdot \cos\theta = m \cdot a$$

$$a = g(\sin\theta + \mu_c \cdot \cos\theta) = 9.81 \cdot (0.71 + 0.65 \cdot 0.71) \ m/s^2 = 11.49 \ m/s^2$$

Ho lato opposto e angolo. Mi serve l'ipotenusa.

SOH CAH TOA

$\hookrightarrow \sin(\theta) = \frac{0.15}{x} \Rightarrow x = \frac{0.15}{0.71} = 0.21 \ m$

$F = m \cdot a = 0.2 \ Kg \cdot 11.43 \ m/s^2 \approx 2.3 \ N$

$L = F \cdot s = 2.3 N \cdot 21.12 \ m = 48.57 \ J$

4 Luglio 2024

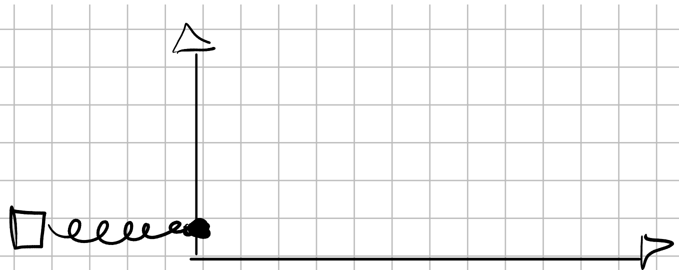
Problema 1

Un corpo di massa m, assimilabile ad un punto materiale, è collegato ad una molla di massa trascurabile e di costante elastica K su un piano orizzontale senza attrito. La massa, inizialmente in equilibrio nell'origine degli assi, è spostata lungo l'asse x nella posizione X_0, ed è poi rilasciata con velocità iniziale nulla. Calcolare il modulo della velocità del corpo quando questo raggiunge l'origine degli assi utilizzando esclusivamente la legge di conservazione dell'energia meccanica.

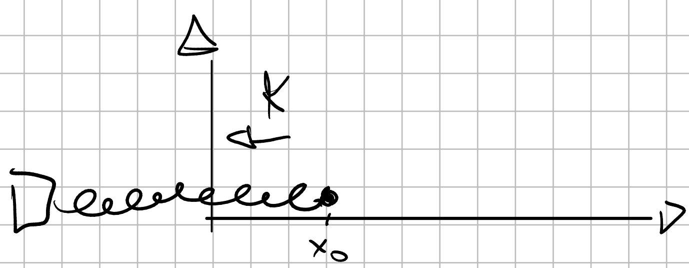
Dati

m =500 grammi, K = 50 N/m, X_0 = 20 cm.

t_0



t_1



$E = K + U \qquad K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \qquad U = \frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2 \qquad E_{IN} = E_{FIN}$

$A \ t_1 \ v = 0 \Rightarrow E_{IN} = \overset{0}{\cancel{K_{IN}}} + U_{IN} = \frac{1}{2} \cdot K \cdot x_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 50 \cdot 0.2^2 \ J = 1 \ J$

Quando la molla raggiunge l'origine $\Rightarrow x = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow E_{FIN} = K_{FIN} + \overset{0}{\cancel{U_{FIN}}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 0.5 \cdot v^2 \ J = \frac{v^2}{4} \ J$

$$1 = \frac{v^2}{4} \iff v = \sqrt{4} = 2 \quad m/s$$

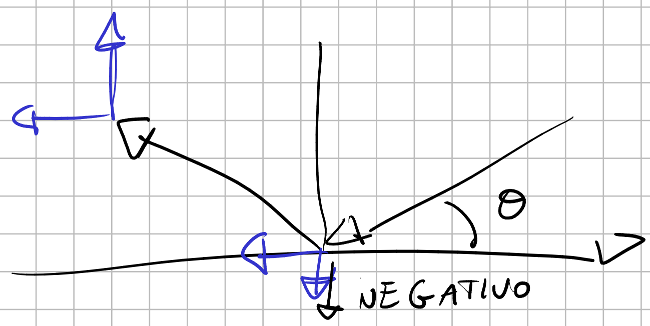
Problema 2

Una biglia metallica di massa m è lanciata contro una parete con una velocità v_1, a un angolo θ rispetto alla normale alla parete. La biglia rimbalza specularmente sulla parete, conservando il modulo della velocità. Calcolare l'impulso della forza che la parete esercita sulla biglia, nonchè il valor medio della stessa forza sapendo che il processo di urto dura Δt.

Dati

m=10 g, v_1=35 m/s, θ=45 gradi, Δt=0.005 s.

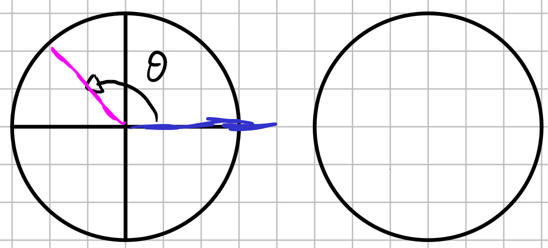
$$\vec{I} = \vec{p}(t_2) - \vec{p}(t_1)$$



$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

$$\vec{v}_1(t) = \underbrace{-v_1 \cdot \sin(\theta)}$$

"OPPOSTA ALLA PARETE"



$$\vec{v}_2(t) = v_2 \cdot \sin(\theta)$$

$$I = m \cdot \vec{v}_2 - m \cdot \vec{v}_1 =$$

$$= m(v \cdot \sin\theta - (-v \cdot \sin\theta))$$

$$= 2 \cdot m v \cdot \sin\theta = 2 \cdot 0.01 \cdot 35 \cdot 0.707 \simeq 0.495 \text{ N}$$

IMPULSO MEDIO

$$\langle I \rangle = \frac{I}{\Delta t} = \frac{0.495}{0.005 s} = 99 \text{ N/s}$$

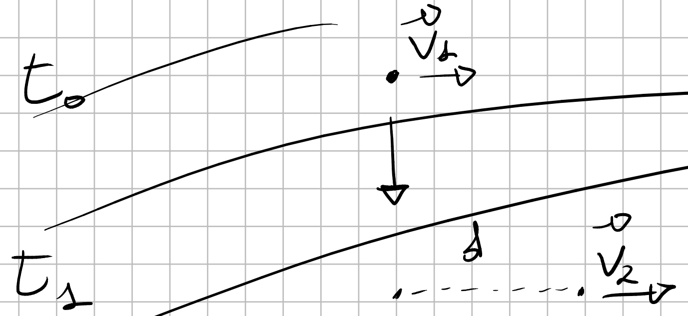
5 Settembre 2024

Problema 2

Ad un punto materiale di massa M è applicato un sistema di forze che lo accelera dalla velocità V_i a quella V_f. Il processo avviene in un intervallo di tempo Δt. Calcolare il lavoro compiuto dalle forze sul punto materiale. Specificare inoltre se (ed eventualmente come) la conoscenza di Δt è rilevante in questo problema.

Dati

M=100 kg, V_i=0 m/s, V_f=30 m/s, Δt=20 secondi.



$$U = -\frac{G M m}{d}$$

$$K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

$$G = 6.66 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$$

$$\underset{30\,m^2}{v_1^2} = \underset{0}{v_0^2} + \frac{2 \cdot G \cdot \overset{100}{M}}{d}$$

$$d = \frac{2 \cdot 6{,}66 \cdot 10^{-4} \cdot 100}{\underset{900}{30^2}} = 1.48 \cdot 10^{-4}\ m$$

$$L = \Delta K \qquad K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

$$L = K_B - K_A$$

$$L = \frac{1}{2} m \cdot V_0^2 + \frac{1}{2} m \cdot V_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 100 \cdot 30 = 600\ J$$

12 Febbraio 2024

Problema 1

Una particella di massa m=500 g e inizialmente situata alla quota h_0=1.2 m è lanciata verso l'alto, lungo la verticale, con velocità iniziale v_0=1.8 m/s. Trascurando l'attrito con l'aria, e utilizzando la conservazione dell'energia meccanica, calcolare la quota massima alla quale la particella arriva.

$$E = K + U \qquad E_{IN} = E_{FIN}$$

$$K_{IN} + U_{IN} = \overset{0}{K_{FIN}} + U_{FIN}$$

$$\frac{1}{2} m \cdot v_0^2 + m \cdot g \cdot h_0 = 0 + m \cdot g \cdot h_1$$

$$h_1 = \frac{\frac{1}{2} \cdot v_0^2 + g \cdot h_0}{g} = \frac{\frac{1}{2}\, 1.8^2 + 9.81 \cdot 1.2}{9.81} = 1{,}36\, m$$

Problema 2

Due mattoni, di massa m_1=m_2=1 kg, hanno entrambi calore specifico c=837 J/kg K. I due corpi sono in contatto termico tra loro e isolati dall'ambiente esterno. Sapendo che le loro temperature iniziali sono rispettivamente T_1=290 K e T_2= 313 K. Aspettando un tempo sufficientemente lungo, i due corpi raggiungono uno stato finale di equilibrio caratterizzato da $T_1=T_2=T_{eq}$. Calcolare T_{eq} e la variazione di entropia legata alla trasformazione.

$$T_{eq} = \frac{m_1 \cdot c_1 \cdot T_1 + m_2 \cdot c_2 \cdot T_2}{m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot c_2} = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{290 + 313}{2} K = 301.5 K$$

$$\Delta S = m \cdot c \cdot \log\left(T_{FIN}/T_{IN} \right)$$

$$\Delta S_1 = m \cdot c \cdot \log\left(\frac{T_{eq}}{T_1} \right) = 1 \cdot 837 \cdot \log \frac{301.5}{290} = 32.55\ J/K$$

$$\Delta S_2 = m \cdot c \log\left(\frac{T_{eq}}{T_2} \right) = 1 \cdot 837 \cdot \log \frac{301.5}{313} = -31.33\ J/K$$

$$\Delta S_{tot} = 1.22\ J/K$$

19 Settembre 2024

Problema 1

Un corpo celeste ha una massa M=1.2Ms, con Ms la massa del sole, e raggio R. Calcolare la velocità di fuga del corpo celeste.

Dati

Ms=2x10^{30}kg, R=10km.

$$V_F = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6.66 \cdot 10^{-11} \cdot 1.2 \cdot 2 \cdot 10^{30}}{10000}} = \qquad G = 6.66 \cdot 10^{-11}$$

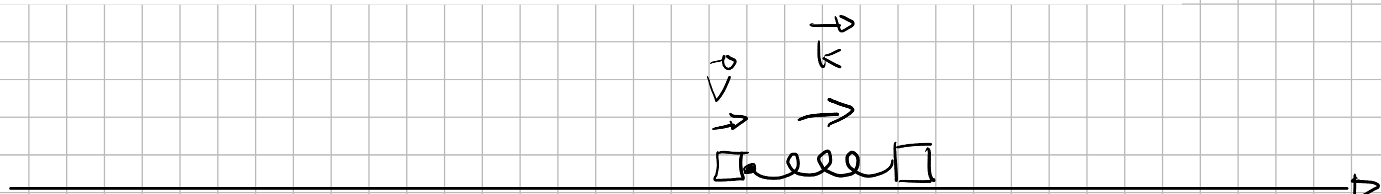
$$= 5,65 \cdot 10^{8}\ m/s$$

Problema 2

Un corpo assimilabile ad un punto materiale di massa M si muove con velocità V su un piano privo di attrito. Al tempo t=0 il corpo entra in contatto con una molla respingente a riposo, che ha costante elastica K. Supponendo che la direzione del moto del corpo e della molla coincidano, calcolare la massima variazione di lunghezza della molla per effetto dell'interazione con il corpo.

Dati

K=4000 N/m, M=1.5 kg, V=120 km/h.



$F = m \cdot a$

$F_{MOLLA} = -Kx$

$E_{IN} = E_{FIN}$

$K_{IN} + \overset{=0}{U_{IN}} = \overset{=0}{K_{FIN}} + U_{FIN}$

$120\ Km/h = 33.3\ m/s$

$\frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot K \cdot x_0^2$

$1.5 \cdot 33.3^2 = 4000 \cdot x_0^2 \Rightarrow x_0 = 0.64\ m$

20 Giugno 2024

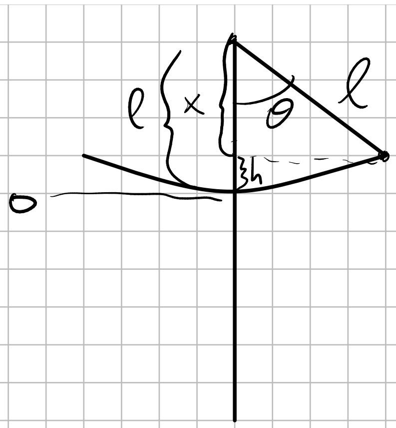
Problema 1

Un pendolo semplice è costituito da una massa m e un filo inestensibile di lunghezza l. Assumendo che inizialmente l'angolo tra il filo e la verticale sia θ_0, calcolare il lavoro che compie la forza peso quando la massa si sposta dalla posizione iniziale alla posizione $\theta=0$.

Dati

m =50 grammi, l=30 cm, θ_0=30 gradi, g=9.81 m/s^2.

$2\pi : 360 = x : 30°$



$\frac{2\pi \cdot 30}{360}$

CAH

$\cos\theta = \frac{x}{l} \Rightarrow$

$x = 30 \cdot \cos 30° \approx 26\ cm = 0.26\ m$

$L = -\Delta U$

$h = l - x = 0.3 - 0.26 = 0.04\ m$

$L = U_{IN} - U_{FIN}$

$L = m \cdot g \cdot \Delta h = m \cdot g \cdot h = 0.05 \cdot 9.81 \cdot 0.04 = 0.0196$

Problema 2

Si consideri il sistema stellare *doppio* INTERNAZIONALE-FC-2024, formato da due stelle di massa M_1 ed M_2. Sapendo che le due stelle hanno masse $M_1=M_2=30M_{sole}$ (stelle molto luminose, appartenenti alla classe spettrale O), stimare l'energia potenziale gravitazionale media del sistema sapendo che la distanza media tra le due stelle è r_{media}=20 unità astronomiche (UA).

Dati

$G=6.67\text{x}10^{-11}$ Nm^2/kg^2, Msole=$2\text{x}10^{30}$ kg, 1UA=$1.5\text{x}10^{11}$ m.

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11}$$

$$U = -\frac{GMm}{d}$$

$$U_1 = U_2 = -\frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 30 \cdot 2 \cdot 10^{30} \cdot 30 \cdot 2 \cdot 10^{30}}{20 \cdot 1.5 \cdot 10^{11}} = 8 \cdot 10^{40}\ J$$

$$U_{MEDIO} = 8 \cdot 10^{40}\ J$$

25 Marzo 2024

Problema 1

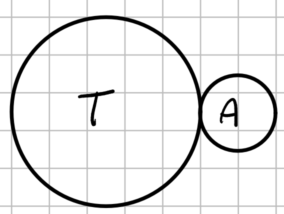
Si stima che l'asteroide che ha colpito la Terra circa 65 milioni di anni fa nella regione di Chicxulub abbia ceduto alla Terra un'energia di 10^{24} Joule. Trattando per semplicità l'asteroide come un punto materiale, e assumendo che all'impatto tutta l'energia (cinetica più potenziale) dell'asteroide sia stata trasferita alla Terra, stimare la massa dell'asteroide.

Suggerimento

Osservare che al momento dell'impatto, la distanza tra asteroide e centro della Terra è pari a R_T.

Dati

Raggio della Terra $R_T=6.4\text{x}10^3$ km, Massa della Terra $M_T=6\text{x}10^{24}$ kg, $G=6.67\text{x}10^{-11}$ N m^2/kg^2, velocità all'impatto v=20 km/s.



$$E_A = K_A + U_A$$

$$K_A = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \qquad U_A = -\frac{G \cdot M \cdot m}{d}$$

$$10^{24} = \frac{1}{2} m \cdot v^2 - \frac{G \cdot M \cdot m}{d}$$

$$m = \frac{10^{24}}{\frac{1}{2} v^2 - \frac{G \cdot M}{d}} = \frac{10^{24}}{\frac{1}{2}(2 \cdot 10^4)^2 - \frac{6.67 \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot 10^{-11}}{6.4 \cdot 10^6}} =$$

$$= 7.27 \cdot 10^{15}\ Kg$$

Problema 2

Nella partita Napoli-Inter giocatasi nella 14° giornata di Serie A, conclusasi col punteggio di 0-3, il primo goal dei Nerazzurri è nato da un cross perfetto eseguito da Dimarco per Dumfries. Sapendo che la quota massima raggiunta dal pallone nel cross è stata H_{max} e che l'angolo tra la velocità iniziale del pallone e il piano del campo da gioco era θ, calcolare il modulo della velocità iniziale del pallone lanciato da Dimarco e la distanza, d, tra Dimarco e Dumfries. Trattare il pallone come un punto materiale, e trascurare l'attrito con l'aria.

Dati

H_{max}=15 m, $\theta=\pi/4$, g=9.81 m/s², $\cos^2(\theta)=1/2$.

$$E_{in} = E_{fin}$$

$$\frac{1}{2} m V_{0y}^2 = m g h$$

$$V_{0y} = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9.81 \cdot 15} = 17.15 \text{ m/s}$$

$$x(t) = V_{0x} \cdot t + \overset{0}{x_0}$$

$$y(t) = \frac{1}{2} a \cdot t^2 + V_{0y} t + \overset{0}{y_0}$$

$$y'(t) = 0$$

$$-\frac{1}{2} \cdot 9.81 \cdot 2t + V_{0y} \iff t = \frac{V_{0y}}{9.81}$$

$$y\left(\frac{V_{0y}}{9.81}\right) = 15$$

$$-\frac{1}{2} \cdot \cancel{9.81} \cdot \frac{V_{0y}^2}{9.81^{\cancel{2}}} + V_{0y} \frac{V_{0y}}{9.81} = 15$$

$$-\frac{1}{2} \cdot \frac{V_{0y}^2}{9.81} + \frac{V_{0y}^2}{9.81} = 15$$

$$V_{0y} = \sqrt{\frac{15}{-\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{9.81} + \frac{1}{9.81}}} = 17.15 \text{ m/s}$$

$$y(t) = 0 \quad -\frac{1}{2} \cdot 9.81 \cdot t^2 + 17.15 \cdot t = 0$$

$$t\left(-\frac{1}{2}\cdot 9.81\, t + 17.15\right) = 0$$

$$t = \frac{2\cdot 17.15}{9.81} = 3.5\ s$$

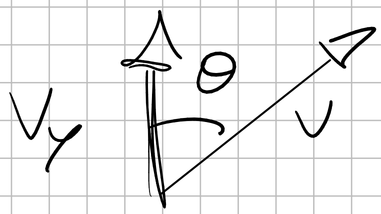
$$x(t) = v_x \cdot t \qquad \Rightarrow x(3.5) = v_x \cdot 3.5 s$$

$$V_x = V \cdot \cos\theta \Rightarrow V = \frac{V_x}{\cos\theta}$$

$$V_{oy} = V \cdot \sin\theta$$

$$\Rightarrow V_{oy} = \frac{V_x}{\cos\theta}\cdot \sin\theta = V_x \cdot \overbrace{\tan\theta}^{1} \Rightarrow V_{oy} = V_x$$

$$d = x(3.5s) = 17.15 \cdot 3.5 = 60 m$$



28 Febbraio 2024

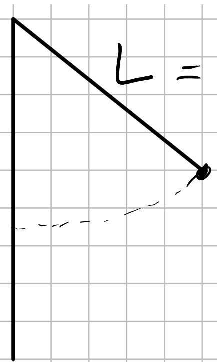
Problema 1

Un pendolo semplice è costituito da una massa puntiforme *m* = 10 g appesa ad un filo, supposto inestensibile, di lunghezza *L* = 10 cm. Calcolare il periodo, T, delle oscillazioni, supponendo che l'angolo iniziale sia θ_M = 5 gradi. Discutere come cambierebbe il risultato cambiando θ_M ed *m*.

$$\theta(t) = \theta_0 \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$



$L = 10 cm = 0.1 m$

$$\omega = \sqrt{\frac{9.81\, m/s^2}{0.1\, m}} = 9.9 \ \frac{1}{s^2} \qquad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{9.9} = 0{,}63 s$$

Theta m potrebbe variare fino a -10° < theta < 10°. Altrimenti non vale più la legge
m può variare quanto vuole, è irrilevante.

Problema 2

Una mole di idrogeno molecolare è portata alla temperatura T = 20 gradi Celsius in un recipiente rigido di volume V = 0.02 m^3. Calcolare la pressione P_0 alla quale si trova il gas in queste condizioni. Il gas è poi riscaldato alla temperatura T_N = 150 gradi Celsius: calcolare il nuovo valore della pressione P_N. Supporre che il gas si comporti come un gas perfetto. Utilizzare le unità di misura del sistema internazionale.

$$\frac{P \cdot V}{T} = n \cdot R$$

$R = 8.314$

$20°C = 293.15°K$

$150°C = 423.15\ °K$

$$P_0 = \frac{T \cdot R}{V} = \frac{293.15 \cdot 8.314}{0.02} = 121862\ Pa$$

$$P = P_0 \frac{T}{T_0}$$

$$P = 121862 \, \frac{423.15}{293.15} = 175902\ Pa$$

31 ottobre 2024

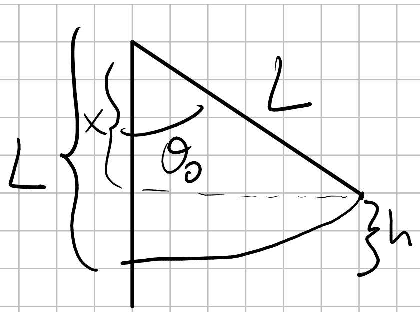
Problema 1

Si consideri un pendolo semplice, costituito da un filo inestensibile di massa trascurabile e lunghezza L, a cui è legata una spooky-pumpkin di massa m. Come condizione iniziale del problema, si assuma che il pendolo sia rilasciato con velocità nulla e con un angolo iniziale Θ_0. Calcolare la velocità del punto materiale quando il pendolo raggiunge la posizione verticale.

Nota: non si può usare l'approssimazione di piccoli angoli.

Dati

L=1m, Θ_0=45 gradi, m=1 kg.



$$\cos\theta_0 = \frac{x}{L}$$

$$x = L \cdot \cos\theta_0 = \frac{0.7}{1} = 0.7m$$

$$h = 1 - 0.7m = 0.3m$$

$$E_{IN} = E_{FIN}$$

$$\underbrace{K_{IN}}_{0} + U_{IN} = K_{FIN} + \underbrace{U_{FIN}}_{0}$$

$$\cancel{m} \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot \cancel{m} \cdot v^2$$

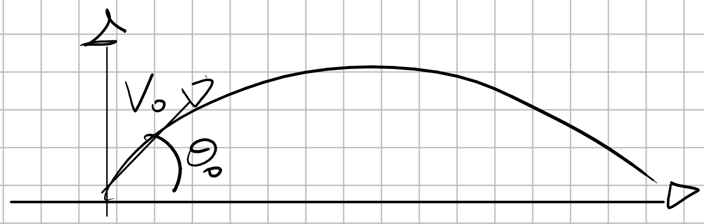
$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9.81 \cdot 0.3} = 2.42 \ m/s$$

Problema 2

Hakan Cahlanoglu calcia una punizione imprimendo la velocità iniziale v_0 al pallone. Sapendo che l'angolo che forma la velocità iniziale con il terreno è Θ_0, scrivere la legge oraria del pallone e calcolarne l'altezza massima.

Dati

V_0=30 m/s, Θ_0=45 gradi.



$V_0 = 30 \ m/s$

$$V_{0x} = 30 \cdot \cos\Theta_0 = 30 \cdot 0.7 = 21 \ m/s$$

$$V_{0y} = 30 \cdot \sin\Theta_0 = 30 \cdot 0.7 = 21 \ m/s$$

$$x(t) = v_{0x}\, t = 21t$$

$$y(t) = \frac{1}{2} a t^2 + v_{0y} t = -\frac{9.81}{2} t^2 + 21t$$

$$y'(t) = 0 \iff -9.81\, t + 21 = 0 \iff t = \frac{21}{9.81} = 2.14 \ s$$

$$y(2.14) = -\frac{9.81}{2} \cdot 2.14^2 + 21 \cdot 2.14 = 22.47 \ m$$