# Stackbasierte Sprachen VU - MODALSAT

Gerald Berger Benjamin Kiesl Matthias Reisinger

December 14, 2013

#### Einführung

- ➤ Wir betrachten modallogische Formeln, aufgebaut durch
  - Atome  $\mathcal{P} = \{p_1, p_2, p_3, \ldots\},\$
  - unäre Junktoren ¬, □, ◊,
  - binäre Junktoren  $\rightarrow$ ,  $\land$ ,  $\lor$ .

#### Beispiele:

- ullet  $\Box p_1 
  ightarrow p_1$ ,
- $\neg p_2 \lor \Box \Diamond p_1$ ,
- $\Box p_1 \to \Box \Box p_1$ .

Eine Kripke-Interpretation (Interpretation) ist ein Tripel  $\mathcal{M}=\langle W,R,v\rangle$ , wobei

Eine Kripke-Interpretation (Interpretation) ist ein Tripel  $\mathcal{M} = \langle W, R, v \rangle$ , wobei

➤ W eine nicht-leere Menge ist (die Menge der *möglichen Welten*),

Eine *Kripke-Interpretation* (Interpretation) ist ein Tripel  $\mathcal{M} = \langle W, R, v \rangle$ , wobei

- ➤ W eine nicht-leere Menge ist (die Menge der *möglichen Welten*),
- $ightharpoonup R \subseteq W \times W$ ,

Eine *Kripke-Interpretation* (Interpretation) ist ein Tripel  $\mathcal{M} = \langle W, R, v \rangle$ , wobei

- ➤ W eine nicht-leere Menge ist (die Menge der *möglichen Welten*),
- $ightharpoonup R \subseteq W \times W$ ,
- $\triangleright v: W \times \mathcal{P} \rightarrow \{0, 1\}.$

Eine *Kripke-Interpretation* (Interpretation) ist ein Tripel  $\mathcal{M} = \langle W, R, v \rangle$ , wobei

- ➤ W eine nicht-leere Menge ist (die Menge der möglichen Welten),
- $ightharpoonup R \subseteq W \times W$ ,
- $\triangleright v: W \times \mathcal{P} \rightarrow \{0,1\}.$

Interpretationen definieren Graphen!

Sei  $\mathcal{M}=\langle W,R,v\rangle$  eine Interpretation und  $w\in W$ . Wir definieren  $\mathcal{M},w\models\varphi$  für alle Formeln  $\varphi$  wie folgt:

- $ightharpoonup \mathcal{M}, w \models p \iff v(w,p) = 1 \text{ für ein Atom } p.$
- $\blacktriangleright \mathcal{M}, w \models \varphi_1 \land \varphi_2 \iff \mathcal{M}, w \models \varphi_1 \text{ und } \mathcal{M}, w \models \varphi_2.$
- $ightharpoonup \mathcal{M}, w \models \varphi_1 \lor \varphi_2 \iff \mathcal{M}, w \models \varphi_1 \text{ oder } \mathcal{M}, w \models \varphi_2.$
- $\blacktriangleright$   $\mathcal{M}, w \models \varphi_1 \rightarrow \varphi_2 \iff \mathcal{M}, w \not\models \varphi_1 \text{ oder } \mathcal{M}, w \models \varphi_2.$
- $\blacktriangleright$   $\mathcal{M}, w \models \neg \varphi \iff \mathcal{M}, w \not\models \varphi.$
- $ightharpoonup \mathcal{M}, w \models \Box \varphi \iff \mathcal{M}, w \models \varphi \text{ für alle Welten } w' \text{ mit } wRw'.$
- $ightharpoonup \mathcal{M}, w \models \Diamond \varphi \iff \mathcal{M}, w \models \varphi \text{ für mindestens eine Welt } w' \text{ mit } wRw'.$

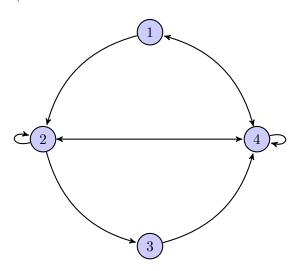
3

▶ Aufgabenstellung: Gegeben eine modallogische Formel  $\varphi$ , eine (endliche) Interpretation  $\mathcal{M} = \langle W, R, v \rangle$ , sowie eine Welt  $w \in W$ , überprüfe ob  $\mathcal{M}, w \models \varphi$ .

4

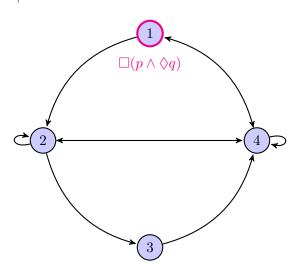
1	q	2	p
3	q	4	p

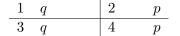
Gilt  $\Box(p \land \Diamond q)$  in Welt 1?

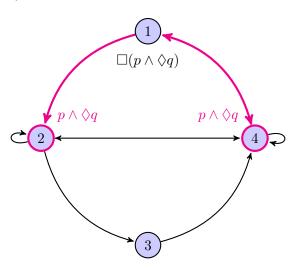


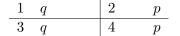
 $\begin{array}{c|cccc}
1 & q & & 2 & p \\
\hline
3 & q & & 4 & p
\end{array}$ 

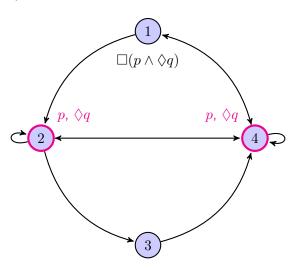
Gilt  $\Box(p \land \Diamond q)$  in Welt 1?



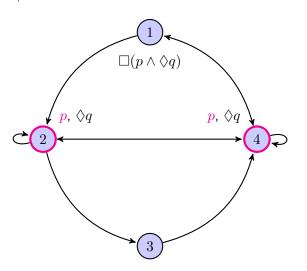


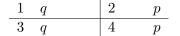






 $\begin{array}{c|cccc}
1 & q & & 2 & p \\
\hline
3 & q & & 4 & p \\
\end{array}$ 





Gilt  $\Box(p \land \Diamond q)$  in Welt 1?

