Stackbasierte Sprachen VU – ModalSat

Gerald Berger
Benjamin Kiesl
Matthias Reisinger

December 14, 2013

Einführung

- Wir betrachten *modallogische Formeln*, aufgebaut durch
  - *Atome* $\mathcal{P} = \{p_1, p_2, p_3, \ldots\}$,
  - unäre Junktoren $\neg, \Box, \Diamond$,
  - binäre Junktoren $\rightarrow, \wedge, \vee$.
- Beispiele:
  - $\Box p_1 \rightarrow p_1$,
  - $\neg p_2 \vee \Box\Diamond p_1$,
  - $\Box p_1 \rightarrow \Box\Box p_1$.

Einführung (fgs.)

Eine *Kripke-Interpretation* (Interpretation) ist ein Tripel $\mathcal{M} = \langle W, R, v \rangle$, wobei

Einführung (fgs.)

Eine *Kripke-Interpretation* (Interpretation) ist ein Tripel $\mathcal{M} = \langle W, R, v \rangle$, wobei

- W eine nicht-leere Menge ist (die Menge der *möglichen Welten*),

Einführung (fgs.)

Eine *Kripke-Interpretation* (Interpretation) ist ein Tripel $\mathcal{M} = \langle W, R, v \rangle$, wobei

- W eine nicht-leere Menge ist (die Menge der *möglichen Welten*),
- $R \subseteq W \times W$,

Einführung (fgs.)

Eine *Kripke-Interpretation* (Interpretation) ist ein Tripel $\mathcal{M} = \langle W, R, v \rangle$, wobei

- W eine nicht-leere Menge ist (die Menge der *möglichen Welten*),
- $R \subseteq W \times W$,
- $v : W \times \mathcal{P} \to \{0, 1\}$.

Einführung (fgs.)

Sei $\mathcal{M} = \langle W, R, v \rangle$ eine Interpretation und $w \in W$. Wir definieren $\mathcal{M}, w \models \varphi$ für alle Formeln φ wie folgt:

Einführung (fgs.)

Sei $\mathcal{M} = \langle W, R, v \rangle$ eine Interpretation und $w \in W$. Wir definieren $\mathcal{M}, w \models \varphi$ für alle Formeln φ wie folgt:

- $\mathcal{M}, w \models p \iff v(w, p) = 1$ für ein Atom p.

Einführung (fgs.)

Sei $\mathcal{M} = \langle W, R, v \rangle$ eine Interpretation und $w \in W$. Wir definieren $\mathcal{M}, w \models \varphi$ für alle Formeln φ wie folgt:

- $\mathcal{M}, w \models p \iff v(w, p) = 1$ für ein Atom p.
- $\mathcal{M}, w \models \varphi_1 \land \varphi_2 \iff \mathcal{M}, w \models \varphi_1$ und $\mathcal{M}, w \models \varphi_2$.

Einführung (fgs.)

Sei $\mathcal{M} = \langle W, R, v \rangle$ eine Interpretation und $w \in W$. Wir definieren $\mathcal{M}, w \models \varphi$ für alle Formeln φ wie folgt:

- $\mathcal{M}, w \models p \iff v(w, p) = 1$ für ein Atom p.
- $\mathcal{M}, w \models \varphi_1 \wedge \varphi_2 \iff \mathcal{M}, w \models \varphi_1$ und $\mathcal{M}, w \models \varphi_2$.
- $\mathcal{M}, w \models \varphi_1 \vee \varphi_2 \iff \mathcal{M}, w \models \varphi_1$ oder $\mathcal{M}, w \models \varphi_2$.

Einführung (fgs.)

Sei $\mathcal{M} = \langle W, R, v \rangle$ eine Interpretation und $w \in W$. Wir definieren $\mathcal{M}, w \models \varphi$ für alle Formeln φ wie folgt:

- $\mathcal{M}, w \models p \iff v(w, p) = 1$ für ein Atom p.
- $\mathcal{M}, w \models \varphi_1 \wedge \varphi_2 \iff \mathcal{M}, w \models \varphi_1$ und $\mathcal{M}, w \models \varphi_2$.
- $\mathcal{M}, w \models \varphi_1 \vee \varphi_2 \iff \mathcal{M}, w \models \varphi_1$ oder $\mathcal{M}, w \models \varphi_2$.
- $\mathcal{M}, w \models \varphi_1 \rightarrow \varphi_2 \iff \mathcal{M}, w \not\models \varphi_1$ oder $\mathcal{M}, w \models \varphi_2$.

Einführung (fgs.)

Sei $\mathcal{M} = \langle W, R, v \rangle$ eine Interpretation und $w \in W$. Wir definieren $\mathcal{M}, w \models \varphi$ für alle Formeln φ wie folgt:

- $\mathcal{M}, w \models p \iff v(w,p) = 1$ für ein Atom p.
- $\mathcal{M}, w \models \varphi_1 \land \varphi_2 \iff \mathcal{M}, w \models \varphi_1$ und $\mathcal{M}, w \models \varphi_2$.
- $\mathcal{M}, w \models \varphi_1 \lor \varphi_2 \iff \mathcal{M}, w \models \varphi_1$ oder $\mathcal{M}, w \models \varphi_2$.
- $\mathcal{M}, w \models \varphi_1 \to \varphi_2 \iff \mathcal{M}, w \not\models \varphi_1$ oder $\mathcal{M}, w \models \varphi_2$.
- $\mathcal{M}, w \models \neg\varphi \iff \mathcal{M}, w \not\models \varphi$.

Einführung (fgs.)

Sei $\mathcal{M} = \langle W, R, v \rangle$ eine Interpretation und $w \in W$. Wir definieren $\mathcal{M}, w \models \varphi$ für alle Formeln φ wie folgt:

- $\mathcal{M}, w \models p \iff v(w, p) = 1$ für ein Atom p.
- $\mathcal{M}, w \models \varphi_1 \wedge \varphi_2 \iff \mathcal{M}, w \models \varphi_1$ und $\mathcal{M}, w \models \varphi_2$.
- $\mathcal{M}, w \models \varphi_1 \vee \varphi_2 \iff \mathcal{M}, w \models \varphi_1$ oder $\mathcal{M}, w \models \varphi_2$.
- $\mathcal{M}, w \models \varphi_1 \rightarrow \varphi_2 \iff \mathcal{M}, w \not\models \varphi_1$ oder $\mathcal{M}, w \models \varphi_2$.
- $\mathcal{M}, w \models \neg\varphi \iff \mathcal{M}, w \not\models \varphi$.
- $\mathcal{M}, w \models \Box\varphi \iff \mathcal{M}, w \models \varphi$ für alle Welten w' mit wRw'.

Einführung (fgs.)

Sei $\mathcal{M} = \langle W, R, v \rangle$ eine Interpretation und $w \in W$. Wir definieren $\mathcal{M}, w \models \varphi$ für alle Formeln φ wie folgt:

- $\mathcal{M}, w \models p \iff v(w, p) = 1$ für ein Atom p.
- $\mathcal{M}, w \models \varphi_1 \land \varphi_2 \iff \mathcal{M}, w \models \varphi_1$ und $\mathcal{M}, w \models \varphi_2$.
- $\mathcal{M}, w \models \varphi_1 \lor \varphi_2 \iff \mathcal{M}, w \models \varphi_1$ oder $\mathcal{M}, w \models \varphi_2$.
- $\mathcal{M}, w \models \varphi_1 \to \varphi_2 \iff \mathcal{M}, w \not\models \varphi_1$ oder $\mathcal{M}, w \models \varphi_2$.
- $\mathcal{M}, w \models \neg\varphi \iff \mathcal{M}, w \not\models \varphi$.
- $\mathcal{M}, w \models \Box\varphi \iff \mathcal{M}, w \models \varphi$ für alle Welten w' mit wRw'.
- $\mathcal{M}, w \models \Diamond\varphi \iff \mathcal{M}, w \models \varphi$ für mindestens eine Welt w' mit wRw'.

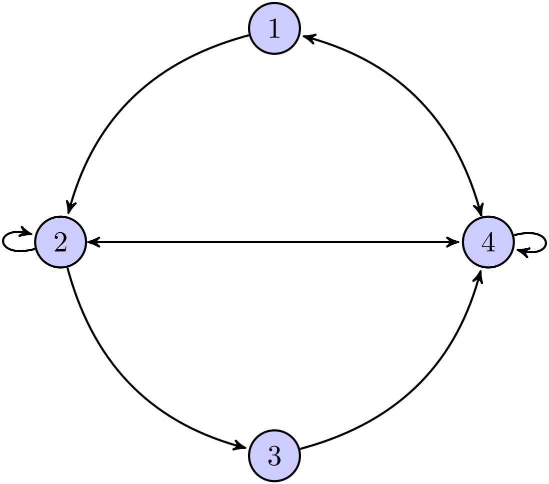
Einführung (fgs.)

- **Aufgabenstellung:** Gegeben eine modallogische Formel φ, eine Interpretation $\mathcal{M} = \langle W, R, v \rangle$, sowie eine Welt $w \in W$, überprüfe ob $\mathcal{M}, w \models \varphi$.

Beispiel

1	q	2	p
3	q	4	p

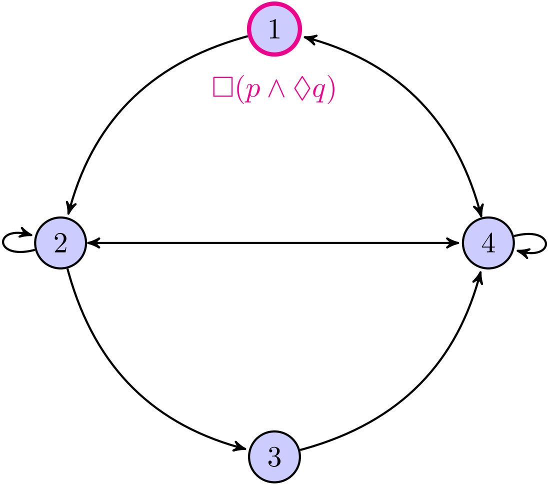
Gilt $\Box(p \wedge \Diamond q)$ in Welt 1?



Beispiel

1	q	2	p
3	q	4	p

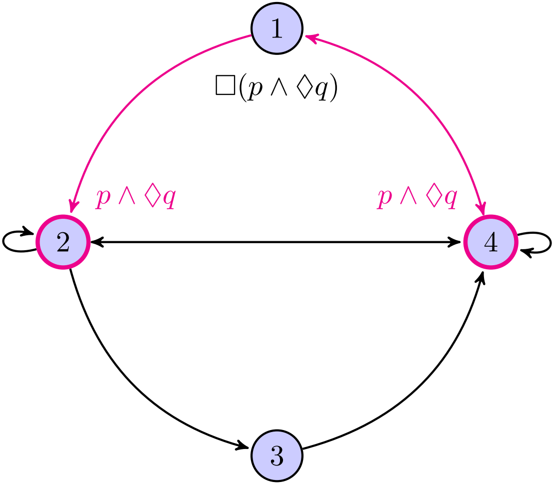
Gilt $\Box(p \wedge \Diamond q)$ in Welt 1?



Beispiel

1	q	2	p
3	q	4	p

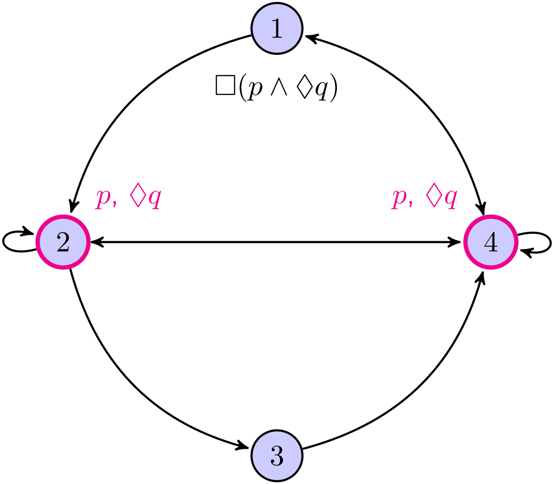
Gilt $\Box(p \land \Diamond q)$ in Welt 1?



Beispiel

1	q	2	p
3	q	4	p

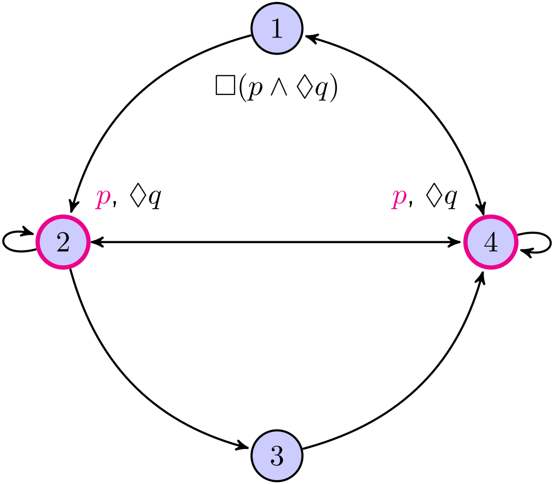
Gilt $\Box(p \wedge \Diamond q)$ in Welt 1?



Beispiel

1	q	2	p
3	q	4	p

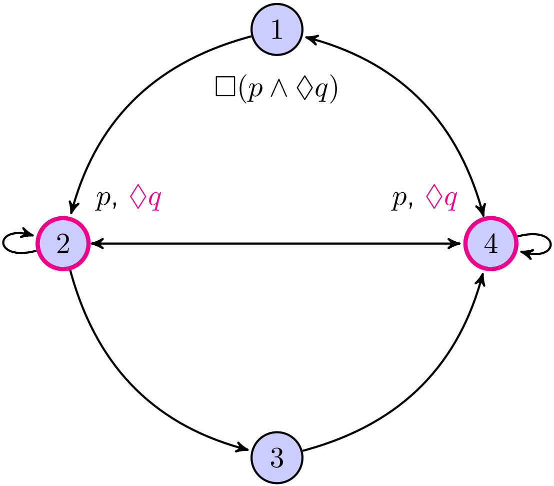
Gilt $\Box(p \wedge \Diamond q)$ in Welt 1?



Beispiel

1	q	2	p
3	q	4	p

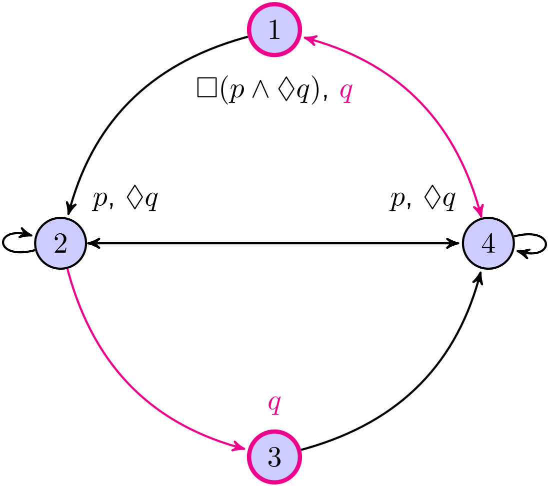
Gilt $\Box(p \wedge \Diamond q)$ in Welt 1?



Beispiel

1	q	2	p
3	q	4	p

Gilt $\Box(p \land \Diamond q)$ in Welt 1?



Beispiel

1	q	2	p
3	q	4	p

Gilt $\Box(p \wedge \Diamond q)$ in Welt 1?