UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA SEDE BOGOTÁ

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICAS

Taller 2

1. Ponga la mínima cantidad de paréntesis necesarios para que la expresión:

$$\neg q \wedge r \longrightarrow s \vee t$$

   simbolice:

   a) Un condicional b) Una disyunción
   c) La negación de una disyunción d) Una conjunción
   e) Un condicional con antecedente la negación de una conjunción.

2. Si la proposición $(\neg q \wedge r) \longrightarrow (s \vee p)$ es falsa, dé, si es posible, el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

   a) $(q \vee r) \wedge p$ b) $(q \wedge s) \longrightarrow p$ c) $(q \vee s) \longrightarrow p$
   d) $(\neg p \wedge q) \longrightarrow (r \wedge s)$ e) $\neg (r \longrightarrow s) \wedge (p \wedge q)$
   f) $(p \vee s) \wedge r$ g) $\neg((r \wedge p) \vee q) \longrightarrow (s \vee p)$

3. Si la proposición $(p \wedge q) \longrightarrow r$ es falsa, dé, si es posible, el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

   a) $(q \vee r) \wedge p$ b) $(q \wedge s) \longrightarrow p$ c) $(q \vee s) \longrightarrow p$
   d) $(\neg p \wedge q) \longrightarrow (r \wedge s)$ e) $\neg (r \longrightarrow s) \wedge (p \wedge q)$
   f) $(p \vee s) \wedge r$ g) $\neg((r \wedge p) \vee q) \longrightarrow (s \vee p)$

4. Considere las siguientes proposiciones:

   i. Si practica algún deporte, tiene buen estado físico.

   ii. Combinar adecuadamente los condimentos es suficiente para tener una buena comida.

   a) Simbolícelas.

   b) Encuentre su recíproca, su contraria y su contrarrecíproca.

   c) Escriba en correcto español las proposiciones encontradas en b).

5. Considere las siguientes afirmaciones:

   1) La contrarrecíproca de la proposición "Si a es primo entonces a no es par" es: "Si a es par entonces a no es primo".

   2) La negación de la proposición "Si pasas el semestre y obtienes un buen promedio, entonces ganas un premio" es: "Pasas el semestre, obtienes un buen promedio y no ganas un premio".

De las afirmaciones anteriores es correcto decir que:

a) 1) y 2) son verdaderas.
b) 1) y 2) son falsas.
c) 1) es verdadera y 2) es falsa.
d) 1) es falsa y 2) es verdadera.

6. Determine si las siguientes proposiciones son negaciones, conjunciones, disyunciones, condicionales o bicondicionales. Además clasifíquelas en tautologías, contradicciones y contingencias.

   (a) $(p \longrightarrow q) \longleftrightarrow (\neg p \wedge q)$
   (b) $p \longrightarrow (p \vee q)$
   (c) $((p \wedge q) \wedge r) \longleftrightarrow (p \wedge (q \wedge r))$
   (d) $(\neg p \longrightarrow \neg q) \wedge \neg(q \longrightarrow p)$
   (e) $(p \rightarrow q) \longleftrightarrow (\neg p \vee q)$
   (f) $\neg(((p \vee q) \wedge \neg p) \longrightarrow q)$
   (g) $(p \longrightarrow (q \longrightarrow r)) \longleftrightarrow ((p \wedge q) \longrightarrow r)$
   (h) $(p \rightarrow q) \longleftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$
   (i) $((p \vee q) \wedge \neg q) \longrightarrow p$
   (j) $\neg(p \wedge (p \longrightarrow q) \longrightarrow q)$
   (k) $(p \leftrightarrow q) \longleftrightarrow ((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p))$
   (l) $((p \longrightarrow q) \wedge p) \longleftrightarrow (p \wedge q)$
   (m) $(p \leftrightarrow q) \longrightarrow (p \rightarrow q)$
   (n) $\neg(p \vee q) \longleftrightarrow (\neg p \wedge \neg q)$
   (o) $\neg((p \leftrightarrow q) \longrightarrow (q \rightarrow p))$
   (p) $\neg(p \wedge q) \longleftrightarrow (\neg p \vee \neg q)$
   (q) $((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)) \longrightarrow (p \leftrightarrow q)$
   (r) $\neg(p \leftrightarrow q) \longleftrightarrow ((p \wedge \neg q) \vee (q \wedge \neg p))$
   (s) $((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)) \longrightarrow (p \rightarrow r)$
   (t) $((p \rightarrow q) \wedge ((r \rightarrow s) \wedge (p \vee r))) \longrightarrow (q \vee s)$

7. Liste las implicaciones y equivalencias lógicas determinadas por el punto anterior.

8. En cada caso, encuentre una proposición equivalente a la dada que no utilice el conectivo $\longrightarrow$.

   a) $(p \longrightarrow q) \longrightarrow r$ b) $p \longrightarrow (q \longrightarrow r)$

9. En cada una de las siguientes proposiciones, encuentre una proposición lógicamente equivalente que use únicamente los conectivos $\neg$ y $\wedge$. (Escriba su razonamiento)

i. $p \to p$	ii. $p \to \neg q$	iii. $(p \wedge q) \to p$	iv. $p \vee (q \vee r)$
v. $\neg p \to \neg q$	vi. $\neg(p \vee (q \to r))$	vii. $\neg(\neg p \vee \neg q)$	viii. $p \to (q \to r)$

10. Demuestre las siguientes implicaciones lógicas.

a) $p \Longrightarrow p \vee q$ (adición)

b) $q \Longrightarrow p \vee q$ (adición)

c) $(p \vee q) \wedge \neg p \Longrightarrow q$ (Modus Tollendo Ponens)

d) $(p \vee q) \wedge \neg q \Longrightarrow p$ (Modus Tollendo Ponens)

e) $p \leftrightarrow q \Longrightarrow p \to q$ (bicondicional-condicional)

f) $p \leftrightarrow q \Longrightarrow q \to p$ (bicondicional-condicional)

g) $(p \to q) \wedge (q \to p) \Longrightarrow p \leftrightarrow q$ (condicional-bicondicional)

h) $(p \to q) \wedge (q \to r) \Longrightarrow p \to r$ (silogismo hipotético)

i) $(p \to q) \wedge (r \to s) \wedge (p \vee r) \Longrightarrow q \vee s$ (dilema constructivo).