Cálculo diferencial en una variable - 2016377

TALLER 8 - II - 2019

TEMA: Continuidad

1. En cada una de las siguientes funciones determine y clasifique las discontinuidades:

   (a) $f(x) = [3x-2]$

   (b) $g(x) = \begin{cases} \dfrac{x-|x|}{x} \text{ si } x \neq 0 \\ 0 \text{ si } x = 0 \end{cases};$

   (c) $h(x) = \begin{cases} \sqrt{|x|}\sin\left(\dfrac{1}{x}\right) \text{ si } x \neq 0 \\ 1 \text{ si } x = 0 \end{cases}$

   (d) $j(x) = \begin{cases} \dfrac{x^4-1}{x^2-1} \text{ si } x \neq \pm 1 \\ 2 \text{ si } x = \pm 1 \end{cases};$

   (e) $t(x) = \begin{cases} \dfrac{(1-\cos(x))^2}{x} \text{ si } x \neq 0 \\ 1 \text{ si } x = 0 \end{cases}$

   (f) $s(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{[x^2]} \text{ si } x \notin (0,1) \\ 1 \text{ si } x \in (0,1) \end{cases}.$

2. Para cada una de las siguientes funciones determine un valor para C (si es posible), de modo que la función dada sea continua en $\mathbb{R}$.

   (a) $f(x) = \begin{cases} x^2-4 \text{ si } x < 2 \\ C \text{ si } x = 2 \\ 4-x^2 \text{ si } x > 2 \end{cases}$

   (b) $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x-1}{|x-1|} \text{ si } x < 1 \\ C \text{ si } x = 1 \\ \dfrac{\sin(x-1)}{1-x} \text{ si } x > 1 \end{cases}$

   (c) $f(x) = \begin{cases} \sqrt{-x}+3 \text{ si } x < 0 \\ C \text{ si } x = 0 \\ x^2-x+3 \text{ si } x > 0 \end{cases}$

   (d) $f(x) = \begin{cases} 2x+3 \text{ si } x \leq C \\ 1-x^2 \text{ si } x > C \end{cases}$

3. Use el teorema de los valores intermedios para justificar la existencia de al menos una solución de cada una de las siguientes ecuaciones.

   (a) $x^7+x^5+x^3-1=0$

   (b) $x+\sin^3(x)+\pi=0$

   (c) $\dfrac{1}{1+x^2}-\tan^2(x)=0.$

4. En cada caso determine si la afirmación es verdadera o falsa, justifique su respuesta:

   (a) Si $\lim_{x\to a} f(x)g(x) = L$ y $\lim_{x\to a} f(x) = 0$ entonces $L=0$.

   (b) Si $\lim_{x\to a}(f(x)+g(x)) = L$ y $\lim_{x\to a} f(x) = 2$ entonces $\lim_{x\to a} g(x) = L-2$.

   (c) Existen funciones $f(x)$ y $g(x)$ que satisfacen las siguientes condiciones: $\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} g(x) = \infty$ y $\lim_{x\to\infty} f(x)-g(x) = \dfrac{3}{2}$.

   (d) Si $f(x)$ es continua en a entonces $(f(x))^2$ es continua en a.

   (e) Si $g(x)$ es continua en x_0 entonces $h(x) = \dfrac{1}{g(x)}$ es continua en x_0.

   (f) Si $f(x)$ es continua en $\mathbb{R}$ entonces $g(x) = \dfrac{f(x)}{1+|f(x)|}$ es continua en $\mathbb{R}$.

   (g) Si $f(x)$ es continua en x_0 entonces $h(x) = (f\circ f)(x)$ es continua en x_0.