UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA SEDE BOGOTÁ
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
TALLER 7 FUNDAMENTOS DE MATEMÁTICAS - II 2019

1. Dado el conjunto $T = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \theta, \eta, \pi, \lambda, \mu, \rho, \omega\}$ construya cuatro conjuntos no vacíos T_1, T_2, T_3 y T_4 tales que:

a) $T_1 \cup T_2 \cup T_3 \cup T_4 = T$ y $T_1 \cap T_2 \cap T_3 \cap T_4 = \emptyset$. Resuélvalo de dos maneras diferentes.

b) $T_1 \cup T_2 \cup T_3 \cup T_4 = T$ y $T_1 \cap T_2 \cap T_3 \cap T_4 = \emptyset$, y además, $T_i \cap T_j \neq \emptyset$, para todo $i \neq j$ con $i, j \in \{1, 2, 3, 4\}$.

2. Considere un conjunto A con 5 elementos**.** Sean $\{A_i\}$ la colección de subconjuntos unitarios de A y $\{B_i\}$ la colección de subconjuntos de A de tres elementos. Determine si son colecciones disyuntas, dos a dos disyuntas, y si definen una partición sobre A.

3. Considere los siguientes conjuntos

$A_i = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq i\}$, $\qquad B_i = \{x \in \mathbb{R} \mid |x| < i\}$,

$C_i = \{x \in \mathbb{R} \mid -i < x \leq i\}$ $\qquad D_i = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x \in \left(-\frac{1}{i}, 3 + \frac{1}{i}\right)\right\}$

Determine:

(1) a) $\bigcup\limits_{i \in \mathbb{Z}^+} A_i$, b) $\bigcup\limits_{i \in \mathbb{R}} A_i$, c) $\bigcap\limits_{i \in \mathbb{Z}^+} A_i$, d) $\bigcap\limits_{i \in \mathbb{R}} A_i$,

(2) a) $\bigcup\limits_{i \in \mathbb{Z}^+} B_i$, b) $\bigcup\limits_{i \in \mathbb{R}^+} B_i$, c) $\bigcap\limits_{i \in \mathbb{Z}^+} B_i$, d) $\bigcap\limits_{i \in \mathbb{R}^+} B_i$,

(3) a) $\bigcup\limits_{i \in \mathbb{Z}^+} C_i$, b) $\bigcup\limits_{i \in \mathbb{R}^+} C_i$, c) $\bigcap\limits_{i \in \mathbb{Z}^+} C_i$, d) $\bigcap\limits_{i \in \mathbb{R}^+} C_i$,

(4) a) $\bigcup\limits_{i \in \mathbb{Z}^+} D_i$, b) $\bigcap\limits_{i \in \mathbb{Z}^+} D_i$

(5) ¿Algunas de las familias de los A_i, B_i, C_i o D_i con i en los conjuntos de índices dados son disyuntas? Disyuntas dos a dos?

4. Demuestre que para cualquier conjunto M, y cualquier colección $\mathcal{C}$, no vacía de subconjuntos de un universo U, se tiene**:**

a) $\left(\bigcup\limits_{A \in \mathcal{C}} A\right)' = \bigcap\limits_{A \in \mathcal{C}} A'$ $\qquad$ b) $\left(\bigcap\limits_{A \in \mathcal{C}} A\right)' = \bigcup\limits_{A \in \mathcal{C}} A'$

5. Resuelva los ejercicios **3.4.1** al **3.4.7** de la primera edición de "Proofs and Fundamentals" o los ejercicios **3.4.1 al 3.4.8** de la segunda edición.

6. En los ejercicios propuestos en **5.** hay un error en la primera edición del texto. ¡Descúbralo! Si tiene la segunda edición, ese error fue corregido pero ahora hay otro error ¡Descúbralo!

7. Resuelva los ejercicios de la sección 1.8 (pg. 28) del libro Book of proof segunda edición.

8. Sea $\mathbb{Z}$ el conjunto de los números enteros.

a) Haga una partición de $\mathbb{Z}$ en dos subconjuntos no vacíos e infinitos.

b) Haga una partición de $\mathbb{Z}$ en tres subconjuntos no vacíos e infinitos.

c) Haga una partición de $\mathbb{Z}$ en cinco subconjuntos no vacíos e infinitos.

d) Usando las partes a) a c) ¿puede determinar una partición de $\mathbb{Z}$ en n subconjuntos no vacíos e infinitos, cuando n es un entero positivo? Explique claramente.