

Cálculo diferencial en una variable - 2016377

TALLER 4 - II-2019

TEMA: Funciones compuestas, inversas y trigonométricas.

I. En cada caso defina $f \circ g$ y $g \circ f$: y halle sus dominios:

a) $f(x) = \sqrt{x-1}$; $g(x) = x^2$ b) $f(x) = \sqrt{x^2-1}$; $g(x) = \sqrt{1-x}$ c) $f(x) = \cos x$; $g(x) = \sqrt{x^2-1}$

II. Sea $g(x) = \sqrt{4-x^2}$. Encuentre la expresión en cada una de las fórmulas siguientes e indique para qué valores de a, y, s y t son válidas.

a) $g(a-2)$ b) $g(2y)$ c) $g\left(\frac{s}{2}\right)$
d) $g\left(\frac{1}{t}\right)$ e) $g(1-|y|)$ f) $\frac{1}{2+g(t)}$

III. Sean $f(x) = \operatorname{sen}(x)$; $g(x) = x^2$; $h(x) = \frac{1}{x}$; $j(x) = \pi x$. Complete:

a) $(f \circ g)(1) =$ b) $g^2\left(\frac{1}{3}\right) =$
c) $(h \circ f)(2\pi) =$ d) $h\left(g\left(j\left(\frac{-1}{2}\right)\right)\right) =$
e) $(h \circ j \circ g \circ f)(-\pi) =$ f) $\left(\left(\frac{f}{g}\right) \circ \left(\frac{h}{g}\right)\right)(\pi) =$

IV. Expresé en cada caso la función h como la compuesta de dos funciones (puede existir más de una respuesta).

a) $h(x) = |x+3|$. b) $h(x) = \frac{2}{x^2+3}$. c) $h(x) = \sqrt{x^2-5}$. d) $h(x) = \cos(\sec^3 x)$.

V. Dadas las siguientes funciones, halle una fórmula para definir su inversa.

a) $f(x) = 3x - 11$ b) $g(x) = \frac{1+3x}{5-2x}$ c) $h(x) = 5 - 4x^3$
d) $j(x) = \sqrt{2+5x}$ e) $l(x) = \frac{1}{x-2}$ f) $k(x) = (x-1)^3 + 2$

VI. Las siguientes funciones **no** son uno a uno. Restrinja el dominio de manera que lo sean y para su restricción construya una inversa. Determine el dominio de esta inversa. Haga su gráfica

a) $f(x) = 3x^2 - 11$ b) $g(x) = |x+2|$ c) $h(x) = \frac{1}{(x-3)^2}$

VII. Para cada una de las seis funciones trigonométricas básicas encuentre una restricción de dominio que permita definir su inversa. Defina tal inversa encontrando dominio y recorrido; también haga su gráfica.

VIII. Encuentre el dominio de cada una de las siguientes funciones:

$f(x) = \operatorname{sen} \frac{1}{x}$ $g(x) = \tan \frac{1}{x}$ $h(x) = \sqrt{\frac{1+\cos 2x}{2}}$
 $k(x) = \cos^{-1}(x-3)$ $l(x) = \operatorname{sen}^{-1}(x^2+2x-3)$ $j(x) = \tan^{-1}(x^2-1)$

IX. Considere $f(x) = \cos x$. En cada caso halle el dominio, la imagen y haga la gráfica de la función dada.

a) $f(-x)$ b) $-f(x)$ c) $|f(x)|$ d) $f(|x|)$
e) $f(x+\pi)$ f) $f(x-\pi)$ g) $f(x)+1$ h) $f(x)-1$
i) $2f(x)$ j) $\frac{1}{2}f(x)$ k) $f(2x)$ l) $f\left(\frac{1}{2}x\right)$

X. Encuentre todas las soluciones de las siguientes ecuaciones:

a) $\tan x = 1$ b) $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ c) $\operatorname{sen}^2 x - \operatorname{sen} x = 0$ d) $\sec x = -1$