

Cálculo diferencial en una variable - 2016377

TALLER 1 - II - 2019

Tema: Números reales, desigualdades, valor absoluto

- I. a) ¿Cuántos números irracionales hay entre 3 y 4? Si es posible muestre tres.
b) ¿Cuántos números irracionales hay entre $4, \overline{9}$ y 5? Si es posible muestre tres.
c) ¿Cuántos números irracionales hay entre 2,9999 y 3? Si es posible muestre tres.
d) Construya, si es posible, cuatro irracionales y cinco racionales entre $\frac{4}{7}$ y $\frac{5}{7}$.

II. Efectúe las siguientes operaciones:

- 1) $7,4244244424442... + 16,1211211121112...$
2) $9,101001000100001... + 3,23233233323332...$
3) $7,4244244424442... + 1, \overline{3}$
4) $1,4\overline{5} + 3, \overline{71}$ 5) $1,4\overline{5} \times 3, \overline{71}$

III. Decida si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas justificando su respuesta.

- 1) La suma de un racional y un irracional puede ser racional.
2) El producto de un irracional con un racional es siempre irracional.
3) Suma de dos irracionales es siempre irracional.
4) El producto de dos irracionales puede ser un racional o un irracional.
5) Si a es un número irracional entonces a^{-1} puede ser racional o irracional.

IV. Suponga que a es un número real que cumple $0 < a < 1$.

- a) ¿Cuál número es el menor entre a^3 , $\frac{1}{a^2}$ y a ?
b) ¿Cuál es el mayor entre a^2 , a y $\frac{1}{a}$?
c) Ordene de menor a mayor los números $\frac{1}{a^2}$, a^3 , a , $\frac{1}{a}$, a^2 , $\frac{1}{a^3}$.

V. En los siguientes ejercicios encuentre el subconjunto de números reales que verifican la desigualdad dada. Expresé tal conjunto en forma de intervalos o unión de intervalos.

1) $\frac{2}{3}x - \frac{1}{2} \leq 0$ 2) $-2 < 6 - 4x \leq 8$ 3) $2 \leq 5 - 3x < 11$

4) $\frac{4}{x} - 3 > \frac{2}{x} - 7$ 5) $\frac{5}{x} \leq \frac{3}{4}$ 6) $\frac{x+1}{2-x} \leq \frac{x}{3+x}$

7) $2x^2 - 6x + 7 < 0$ 8) $-x^2 + 3x - 5 \leq 0$ 9) $3x^2 + 6x + 1 < 0$

10) $-7x^2 + 10x \geq 7 - 4x$ 11) $x^3 + 1 > x^2 + x$ 12) $x - 2 < 12 \leq 6 - 5x$

VI. Un fabricante de camisetas puede vender toda su producción a un exportador que le paga cada unidad a un precio de 15 dólares. Su empresa tiene costos fijos (nómina, arriendo, servicios,...) por valor de 10.000 dólares al mes. Las telas e insumos necesarios para producir cada camiseta le cuestan 7 dólares. ¿Cuál es el menor número de camisetas que debe producir y vender al mes para obtener ganancias?

VII. En cierto estanque se crían peces. Si se introducen n peces se sabe que cada pez alcanza en promedio un peso de $600 - 3n$ gramos. Determine las restricciones del número de peces que se deben criar para que el peso de todos ellos sea mayor que 28800 gramos.

VIII. La relación entre las escalas de temperatura Fahrenheit (F) y Celsius (C) está dada por $C = \frac{5}{9}(F - 32)$. Un día la temperatura en cierta ciudad varió entre $28,4^\circ F$ y $68^\circ F$. Encuentre el intervalo de variación de la temperatura en $^\circ C$.

¿En algún momento la temperatura fue de $30^\circ C$?

IX. Si en un circuito eléctrico se conectan dos resistores R_1 y R_2 en paralelo, la resistencia neta R está dada por $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$. Si $R_1 = 10$ ohms (Ω), ¿qué valores de R_2 dan por resultado una resistencia neta de menos de 4Ω ?

X. Expresé las afirmaciones siguientes

- a) En términos de intervalos. b) Utilizando valor absoluto.
- 1) x está a menos de 7 unidades de 2 2) x es menor que 11 y mayor que -11
 - 3) t está a una distancia de 3 unidades de 5 4) z está a más de 5 unidades de -6
 - 5) x está por lo menos a una distancia de m unidades de n .

XI. En cada una de las siguientes igualdades o desigualdades encuentre el conjunto solución y cuando sea posible expréselo en forma de intervalos o uniones de ellos.

- 1) $|5 - 7x| \leq 1$ 2) $|3x - 5| = |5x + 3|$ 3) $|7 - x| > 5$
- 4) $|3 + 2x| \leq |4 - x|$ 5) $|\sqrt{\pi} - x| \geq -5$ 6) $|6 - x^2| \leq -1$
- 7) $\left| \frac{6 - 5x}{3 + x} \right| \geq \frac{1}{2}$ 8) $|2x - 1| + |1 - x| \geq 3$ 9) $12 + \sqrt{x} < 1$
- 10) $\sqrt{-x} > 0$ 11) $|9 - 2x| > |4x|$ 12) $|x| + |x - 1| > 0$
- 13) $\left| \frac{6x - 8}{1 + x} \right| > 7$ 14) $\left| \frac{8}{4 - 2x} \right| < \frac{3}{11}$ 15) $\left| \frac{8}{4 - 2x} \right| \leq \frac{3}{11}$

XII. Determine si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas

- 1) Si $x < 3$ entonces $|x| < 3$. 2) Si $x^2 > 16$ entonces $x > 4$.
- 3) Para todos los x que cumplen $|x + 7| < 5$ se tiene también que $x \in (-10, -4)$.
- 4) Hay algún número real x que cumple $|x + 7| < 5$ y a la vez $x \in (-10, -4)$.

XIII. Un joven debe escoger entre dos puestos que le ofrecen de vendedor de electrodomésticos. En el primero hay un sueldo fijo de 400.000 pesos más una comisión del 10% sobre las ventas. En el segundo el sueldo fijo es de 500.000 pesos, pero la comisión es del 5%. Qué cantidad debe vender mensualmente para que resulte mejor el primer empleo?

XIV. Sabiendo que x es un real que cumple $|5 - x| > 7$, cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas?

- 1) $2 < |x| < 12$ 2) $1 < |x|$ 3) $|x| > 12$ 4) $|x| \geq 2$.

XV. Sea $A \subseteq \mathbb{R}$ no vacío acotado inferiormente y sea $-A = \{-x \mid x \in A\}$. Muestre que $-A$ tiene supremo y que $\inf A = -\sup(-A)$.

XVI. Sean A y B dos conjuntos no vacíos de números positivos acotados superiormente. Sean $\alpha = \sup(A)$, $\beta = \sup(B)$ y $C = \{ab \mid a \in A, b \in B\}$, muestre que C es acotado superiormente y que $\alpha\beta = \sup C$.

XV. Suponga que $|b - a| < \varepsilon$. Explique por qué cada uno de los siguientes ítems es verdadero:

- (a) $0 \leq b - a \leq \varepsilon$ o $0 \leq -(b - a) < \varepsilon$ (b) $-\varepsilon < b - a < \varepsilon$ (c) $a - \varepsilon < b < a + \varepsilon$
- (d) $-\varepsilon < a - b < \varepsilon$ (e) $b - \varepsilon < a < b + \varepsilon$.