

**Universidad Nacional de Colombia**  
**Sede Bogotá**  
**Departamento de Matemáticas**  
**TALLER 8 - RELACIONES**

**1** Considere cada una de las siguientes relaciones definidas en  $A := \{1, 2, 3, 4\}$ :

- a)  $R_1 := \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (2, 1), (1, 2)\}$ .
- b)  $R_2 := \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (1, 2), (2, 3), (1, 3)\}$ .
- c)  $R_3 := \emptyset$ .
- d)  $R_4 := A \times B$  como relación definida en un conjunto arbitrario  $B$ , y donde  $A \subseteq B$ .
- e)  $R_5 := \{(a, b) \in A \times A : a + b = 6\}$ .

Con estas relaciones defina

- a)  $R_2 \circ R_1$
- b)  $R_4^{-1}$
- c)  $R_4 \circ R_5$
- d)  $(R_3 \circ R_5)^{-1}$

**2** Sean  $D = \{x : x \text{ es un departamento de Colombia}\}$ ,

$C = \{y : y \text{ es una ciudad de Colombia}\}$  y

$A = \{t : t \text{ es un alumno del curso de fundamentos}\}$ , considere las siguientes relaciones:

- a)  $R_1 \subseteq D \times C$  definida como sigue:  $xR_1y$  si y sólo si  $y$  es la capital de  $x$ .
- b)  $R_2 \subseteq A \times D$  definida como sigue:  $tR_2x$  si y sólo si  $t$  es oriundo de  $x$ .
- c)  $R_3 \subseteq A \times D$  definida como sigue:  $tR_3x$  si y sólo si el nombre de  $t$  y  $x$  empiezan por la misma letra.

Definir comprensivamente  $R_1 \cap R_2$ ,  $R_2^c$ ,  $R_1^{-1}$ ,  $R_3 \cap R_2$ ,  $R_1 \circ R_2$  y dar ejemplos de por lo menos dos parejas que estén y dos parejas que no estén en cada relación.

**\*\*\*** Recuerde que dada una relación  $R \subseteq A \times B$  se define  $R^c := (A \times B) - R$

**3** Considere las siguientes relaciones definidas en el conjunto de los números naturales:

- i)  $mR_1n$  si y sólo si  $m < n$ .
- ii)  $mR_2n$  si y sólo si  $m$  divide a  $n$ .
- iii)  $mR_3n$  si y sólo si  $n = 3m + 1$ .
- iv)  $mR_4n$  si y sólo si  $n$  y  $m$  tienen el mismo número de divisores.

a) Encontrar, si es posible, por lo menos cinco parejas que pertenezcan a cada relación.

b) Definir las relaciones  $R_1 \cap R_2$ ,  $R_2^c$ ,  $R_3^{-1}$ ,  $R_3 \cup R_2$ ,  $R_1 \cap R_3$ ,  $R_1 \circ R_2$ ,  $R_3 \circ R_2$ ,  $R_2 \circ R_3$  y dar, si es posible, por lo menos dos parejas que estén y dos parejas que no estén en cada relación.

**4** Considere los conjuntos:  $D = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ,  $\mathbb{N}$ .

Para cada una de las siguientes relaciones encuentre el dominio y el rango.

i)  $R_1 = \{(x, y) \in D \times D \mid x < y + 1\}$

ii)  $R_2 = \{(x, y) \in D \times D \mid y = x^2\}$ .

iii)  $R_3 = \{(s, t) \in D \times D \mid s + t \text{ es par}\}$ .

iv)  $R_2 \cap R_3$ .

v)  $(R_1)^c$ .

vi)  $R_4 \subseteq (D \times D) \times (D \times D)$ , definida por  $(a, b)R_4(c, d)$  si y sólo si  $a + c = b + d$ .

vii)  $R_5 \subseteq \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ , definida por:  $x R_5 y$  si y sólo si  $x$  y  $y$  tienen el mismo residuo al dividirlos por 5.

viii)  $R_6 \subseteq \wp(D) \times \wp(D)$ , definida por  $X R_6 Y$  si y sólo si  $X \subseteq Y$ .

**5** Teniendo en cuenta las relaciones dadas en el punto 4 decida cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas y cuáles falsas. Justifique su respuesta.

a) Para todo elemento  $x$  de  $D$  existe  $y$  en  $D$  tal que  $(x, y)$  no está en  $R_1$ .

b) Si una pareja  $(x, y)$  está en  $R_1$ , la pareja  $(y, x)$  no está en  $R_1$ .

c) Si una pareja  $(x, y)$  está en  $R_3$ , la pareja  $(y, x)$  también está en  $R_3$ .

d) Si  $(x, y)$  y  $(x, z)$  están en  $R_5$  entonces  $y = z$ .

e) Para  $R_3$  y  $R_5$  se tiene que todo elemento está relacionado con sí mismo.

f) Si  $(x, y)$  y  $(y, z)$  están en  $R_5$ , entonces  $(x, z)$  también estará en  $R_5$ .

g) Existen parejas de elementos de  $\wp(D)$  que no están relacionados según  $R_6$ .

h) Existe un elemento  $X$  en  $\wp(D)$  tal que para todo elemento  $Y$  de  $\wp(D)$  se tiene  $X R_6 Y$ .

**6** Si  $F$  es un clan familiar y en  $F \times F$  se consideran las relaciones  $P$ ,  $H$  y  $C$  definidas así:

$xPy$  si y sólo si  $y$  es padre de  $x$ .

$xHy$  si y sólo si  $y$  es hermano de  $x$ .

$xCy$  si y sólo si  $y$  es conyuge de  $x$ .

Determinar en términos de  $P$ ,  $H$  y  $C$ , si es posible, las relaciones:

i) Ser tío.

ii) Ser cuñado.

iii) Ser primo.

iv) Ser nieto.

v) Ser yerno.

**7** Realice los ejercicios 5.1.1. y 5.1.2 pg. 175 Bloch segunda edición.

**8** Realice los ejercicios sección 11.0 pg. 178 Hammack segunda edición.