Universidad Nacional de Colombia
Sede Bogotá
Departamento de Matemáticas
TALLER SOBRE CONJUNTOS

I. Sean $A = \{0, \{0\}, \{0,1\}\}$ y $B = \{0, 1, \{0\}, \{0,1\}, A\}$.

Determine si los siguientes enunciados son falsos o verdaderos. Justifique.

(a) $\{0,1\} \in A$	(b) $\{0,1\} \subseteq A$	(c) $A \in B$
(d) $A \subseteq B$	(e) $\{1\} \in B$	(f) $\{1\} \subseteq B$
(g) $\{0,1\} \subseteq B$	(h) $B \subseteq A$	(i) $A \cup B \subseteq B$
(j) $B - A \in A$	(k) $B - A \subseteq A$	(l) $A - B \subseteq A$.

II. Considere los conjuntos A, B y C subconjuntos arbitrarios de un universo U y determine si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas. Justifique completamente.

Recuerde que A^c denota el complemento del conjunto A, es decir $A^c := U - A$.

Se define el conjunto $A \triangle B$, diferencia simétrica entre A y B como sigue

$$A \triangle B = (A - B) \cup (B - A)$$

1) Si $A \cup B = C \cup B$, entonces $A = C$.

2) $A \cap (B - C) = (A \cap B) - (A \cap C)$.

3) $(A - B) \cup B = A$.

4) Si $A \cap B = \emptyset$, entonces $A = \emptyset$ o $B = \emptyset$.

5) Existen conjuntos A y B tales que $(A - B)^c = (B - A)^c$.

6) $A \cup B = \emptyset$ implica que $A = \emptyset$ o $B = \emptyset$.

7) $A - B = \emptyset$, si y sólo si, $A = B$.

8) $A \subseteq B$, si y sólo si, $A^c \cup B = U$.

9) Para todo par de conjuntos A y B se cumple que $(A - B) \cup (B - A) = A$.

10) $A \subseteq B$, si y sólo si, $A \cap B^c = \emptyset$.

11) Si $A \cup B = U$, entonces $B = A^c$.

12) $B^c \subseteq A^c$ implica que $B \subseteq A$.

13) Hay conjuntos A, B, y C tales que $A - (B - C) = (A - B) - C$.

14) Si A, B, y C son conjuntos, entonces se cumple que $A - (B - C) = (A - B) - C$.

15) Si $A \cup B = A$ entonces $B = \emptyset$.

16) $A - (B \cup C) = (A - B) \cup (A - C)$.

17) Existen conjuntos A y B tales que $A \triangle B = A \cup B$.

18) Hay conjuntos A y B para los cuales $\wp(A \cup B) = \wp(A) \cup \wp(B)$.

19) Dados dos conjuntos A y B existe un conjunto C tal que $A \cup C = B$.

20) $A \triangle B \triangle C = (A \cup B \cup C) - (A \cap B \cap C)$.

III. En cada uno de los siguientes casos encuentre, si es posible, condiciones **necesarias** (pero no suficientes), **suficientes** (pero no necesarias), y, **necesarias y suficientes** para que se cumpla la igualdad.

1) $A \cap B = A$ 2) $A \cup B = A$

3) $A^c \cap U = \emptyset$ 4) $(A \cap B)^c = B^c$.

IV. Sean $U = \{x \in \mathbb{N} \mid 0 \leq x \leq 10\}$, $A = \{x \in U \mid x \,\text{es primo}\}$, $B = \{x \in U \mid x \,\text{es impar}\}$, describa por extensión y por comprensión los conjuntos:

A^c, $B - A$, $(A \cap B)^c$, $A - (B \cup A^c)$, $A \triangle B$.

V. Considere como universo los puntos del plano cartesiano. Dados los siguientes subconjuntos:

A : La colección de puntos cuya abscisa es un número natural.

B : La colección de puntos cuya ordenada es mayor que 3 y menor o igual que 5.

C : La colección de puntos cuya distancia al punto (2,2) es menor o igual que 4.

D : La colección de puntos para los cuales la suma de sus coordenadas es igual a 1.

Determine y haga una representación gráfica de:

1) $A \cup B$ 2) $A \cap B^c$ 3) $A \cup (B \cap C)$ 4) $B \triangle C$ 5) $(B \triangle C) \cap D$

VI. Si $A = \{1, 2, \{1, 2\}\}$, $B = \{1, \{2\}, 3\}$ y $C = \{2\}$

a) Determine por extensión:

1) $\wp(A)$ 2) $\wp(B)$ 3) $\wp(A \cap B)$ 4) $\wp(A) \cap \wp(B)$ 5) $\wp(A \cup B)$

6) $\wp(A) \cup \wp(B)$ 7) $\wp(A - C)$ 8) $\wp(A) - \wp(C)$.

b) Llene el espacio vacío con los símbolos $\in$ o $\notin$, $\subseteq$ o $\nsubseteq$, de manera que se obtenga una proposición verdadera, justificando su respuesta.

1) $\{1, 2\}$ ___ A 2) $\{1, 2\}$ ___ B 3) $\{\{\{\}\}\}$ ___ $\wp(\wp(\wp(A)))$

4) $\{\{2\}\}$ ___ $\wp(A)$ 5) $\{\{2\}\}$ ___ $\wp(B)$.