

Cálculo diferencial en una variable - 2016377

TALLER 3 - II-2019

Tema: Funciones.

1. Un avión vuela a velocidad constante y en línea recta desde los Ángeles hasta Chicago. La distancia s (en millas) recorrida en t (horas) está dada por $s = 520t$.

- a). Dibuje la gráfica de la distancia en función del tiempo.
- b) ¿Qué información da la pendiente de esta recta?

2. En un hospital un paciente que está a dieta de líquidos, tiene que escoger entre jugo de ciruela o jugo de naranja para satisfacer su requerimiento diario de tiamina que es de un miligramo diario. Una onza de jugo de ciruela contiene 0,05 miligramos de tiamina, y una onza de jugo de naranja contiene 0,08. Si consume y onzas de jugo de naranja y x onzas de jugo de ciruelas diariamente, ¿cuál es la relación entre y y x que satisface el requerimiento de tiamina?

3. Responda:

- a) ¿Qué característica tiene una gráfica en el plano cartesiano que corresponde a una función?
- b) ¿Qué característica tiene la gráfica de una función uno a uno? y de una sobre?
- c) ¿Qué característica tiene la gráfica de una función par? y de una impar?
- d) ¿Qué característica tiene la gráfica de una función periódica?
- e) Si f es par y g es impar, ¿qué puede decir de $f + g$ y fg ? ¿Y si f y g son pares? ¿Y si f y g son impares?

4. Considere las siguientes funciones:

$$f(x) = 3 + 2x \quad g(x) = \sqrt{-x} \quad n(x) = x^2 + x + 1 \quad j(x) = -x$$

$$o(x) = \sin x \quad l(x) = x - [x] \quad m(x) = -2x^2 + 5x + 3 \quad h(x) = x^2$$

$$k(x) = \frac{1}{x} \quad q(x) = \frac{1}{4-x} \quad t(x) = \begin{cases} -x+1 & \text{si } x \leq -2 \\ -5 & \text{si } -1 < x < 1 \\ 2x-3 & \text{si } x \geq 2 \end{cases} \quad s(x) = \cos x$$

- a) Encuentre el dominio y el rango de cada función.
- b) Haga la gráfica de cada una de ellas.
- c) Determine cuáles son inyectivas o uno a uno.
- d) Determine cuáles son pares y cuáles son impares.
- e) Determine cuáles son periódicas y encuentre su período.

5. Teniendo en cuenta las funciones del punto anterior calcule y encuentre el dominio de:

$$\text{a) } f - g \quad \text{b) } k + m \quad \text{c) } g \cdot q \quad \text{d) } t + n$$

$$\text{e) } l + j \quad \text{f) } \frac{h}{k} \quad \text{g) } \frac{h}{j} \quad \text{h) } t - f$$

Haga las gráficas y encuentre el recorrido de:

$$\text{a) } l + j \quad \text{b) } \frac{h}{k} \quad \text{c) } \frac{h}{j} \quad \text{d) } t - f$$

6. Encuentre el dominio de cada una de las siguientes funciones:

$$f(x) = \sqrt{-x} \quad g(x) = \frac{x}{[x]} \quad h(x) = \sqrt{5 - \sqrt{x}} \quad \frac{l}{k}$$

$$k(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x-1}} \quad l(x) = \sqrt{\frac{1-[2x]}{3}} \quad j(x) = \frac{1}{(2x+3)^2} \quad f + g$$

7. Considere las siguientes funciones:

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 + 1 & g(x) &= x - [x] & h(x) &= -2x^2 + 5x + 3 & j(x) &= |x| + x \\ n(x) &= \sqrt{x} & k(x) &= \frac{1}{x} & s(x) &= \text{sen } x & m(x) &= \begin{cases} \frac{x}{|x|} & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

a) Haga la gráfica, encuentre el dominio e imagen de cada función.

b) Defina y encuentre el dominio de:

$$n \circ k; \quad k \circ s; \quad j \circ k; \quad s \circ m; \quad k \circ n \circ s; \quad n \circ h; \quad m \circ f; \quad g \circ s.$$

8. Utilizando las gráficas de la parte a) del punto 7. haga las siguientes gráficas:

a) $y = f(x) - 3;$ $y = f(x) + 3;$ $y = f(x - 3);$
 $y = f(x + 3);$ $y = f(3x);$ $y = f(\frac{1}{3}x).$

b) $y = k(x + 2);$ $y = k(2x);$ $y = 2k(x);$
 $y = k(x) + 2;$ $y = -k(x);$ $y = k(-x).$

c) $y = n(2x);$ $y = n(-3x);$ $y = n(x) + 1.$

d) $y = s(x + 2);$ $y = s(x - 2);$ $y = s(x) + 2;$ $y = s(x) - 2;$
 $y = 2s(x);$ $y = s(2x);$ $y = s(\frac{1}{2}x);$ $y = \frac{1}{2}s(x)$

9. a) Exprese el área A y el perímetro P de un triángulo equilátero como funciones de la longitud l de un lado.

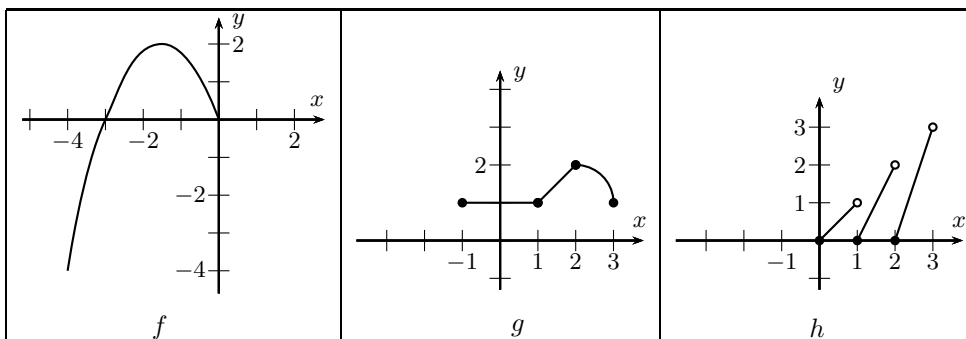
b) Exprese la longitud l del lado de un cuadrado y su área A como funciones de la longitud d de su diagonal

c) Exprese el área de la superficie de un cubo A y su volumen V como funciones de la longitud de su arista l .

10. El costo del parqueadero en un centro comercial depende del tiempo t que el auto permanezca en él. Por la primera hora o fracción su costo es de \$2.500 y por cada hora o fracción adicional \$1.000 más. De la quinta hora en adelante hasta completar el día, tiene un precio único de \$7.000. Represente la función costo C .

11. La producción de manzanas de cada árbol en un huerto es de $(500 - 5x)$ kilos, en donde x es la densidad con la que se plantan los árboles, es decir, el número de árboles por hectárea. Determine el valor de x que hace que la producción total por hectárea sea máxima.

12. Nuestra graficadora se ha dañado y sólo ha pintado parte de las gráficas siguientes.



Afortunadamente aún recordamos que f es una función par, que g es una función periódica de período 4 y que h es una función impar.

a) Reconstruya las gráficas.

b) Complete la siguiente tabla y si hay algún dato que no pueda llenar explique por qué.

x	-1	$\frac{-5}{2}$	-2	$\frac{-1}{2}$	-3	-5	7	-13	$\frac{-3}{2}$	$\frac{-7}{2}$	-8	11
$f(x)$												
$g(x)$												
$h(x)$												

13. El héroe de una popular historia de espías ha escapado del cuartel general de una banda internacional de contrabandistas de diamantes en la pequeña región mediterránea de Azusa. Nuestro héroe huye conduciendo un camión de leche, a una velocidad de 72 km por hora. Cuarenta minutos después los traficantes comienzan a perseguirlo en un Ferrari, a 168 km por hora. La distancia desde el cuartel general de los contrabandistas a la frontera, y a la libertad, es de 83,8 km. Escapará nuestro héroe de la banda? Si lo hace, con qué ventaja cruzará la frontera?