



# مدارهای منطقی

نام و نام خانوادگی:

شماره دانشجویی:

آزمون میان ترم اول

دانشکده مهندسی کامپیوتر

اردیبهشت ۱۴۰۲

زمان آزمون: ۱۰۰ دقیقه

۱- (۳ نمره) دو عدد  $A = (-1346)_{10}$  و  $B = (-2434)_{10}$  را در مبنای دو و به صورت مکمل ۲ بنویسد و حاصل تفریق  $A - B$  را حساب کنید. سپس قدر مطلق نتیجه را در مبنای ۱۶ نمایش دهید.

پاسخ:

$$A = (-1346)_{10} = -(1024 + 256 + 64 + 2)_{10} = -(0010101000010)_2 = (1101010111110)_2$$

$$B = (-2434)_{10} = -(2048 + 256 + 128 + 2)_{10} = -(0100110000010)_2 = (1011001111110)_2$$

$$A - B = (0\ 0100\ 0100\ 0000)_2 = (0440)_{16} = (4 * 16 + 4 * 256)_{10} = (1088)_{10}$$

$$\begin{array}{r} 1101010111110 + \\ 0100110000010 \\ \hline 10010001000000 \end{array}$$

بارمبندی: هر کدام از موارد زیر ۵، ۰ نمره دارند:

مقدار درست ۱۳۴۶ در مبنای دو / مقدار درست ۱۳۴۶- در مبنای دو /

مقدار درست ۲۴۳۴ در مبنای دو / مقدار درست ۲۴۳۴- در مبنای دو /

مقدار درست حاصل جمع در مبنای دو / مقدار درست حاصل جمع در مبنای ۱۶

۲- (۲ نمره) آیا سه تابع زیر با هم تشکیل یک منطق کامل را می دهند؟ توضیح دهید.

$$h(x, y) = x \cdot y$$

$$f(x, y) = x \text{ XOR } y$$

$$g(x, y) = x \text{ XNOR } y$$

پاسخ:

بله، این سه تابع با هم منطق کامل هستند، چون به روش زیر می توانیم NOT را بسازیم و می دانیم که گیت AND و NOT یک منطق کامل را تشکیل می دهند.

$$g(x, x) = x \cdot x + x' \cdot x' = 1$$

$$f(x, g(x, x)) = f(x, 1) = x \cdot 0 + x' \cdot 1 = x'$$

بارمبندی:

این که NOT را درست ساخته باشند: یک نمره

این که ساختن یک را هم نوشته باشند: نیم نمره

این که نوشته باشند AND و NOT یک منطق کامل است: نیم نمره

۳- (۳ نمره) مداری بسازید که یک عدد ۵ بیتی از ورودی دریافت کند و اگر این عدد بر ۴ یا ۵ بخش پذیر بود خروجی را یک کند. به دست آوردن رابطه جبری خروجی کفایت می کند و نیازی به رسم شکل نیست.

پاسخ:

مدار با استفاده از یک جدول کارنوی ۵ متغیره ساده می شود.

		$a=0$			
$bc$	$de$	00	01	11	10
		1	1	1	1
00			1		
01					
11				1	
10					1

		$a=1$			
$bc$	$de$	00	01	11	10
		1	1	1	1
00					
01					1
11					
10					1

$$F = d'e' + a'b'cd' + abc'd' + a'bcd e + abce' + a'bc'e'$$

بارمبندی:

هر کدام از جملات را که می توانستند ساده تر بگیرند و نگرفته اند ۰,۵ نمره کسر شود.  
اگر جدول کارنو را اشتباه پر کرده باشند، اما درست ساده کرده باشند، یک نمره کسر شود.

۴- می‌خواهیم مداری بسازیم که چهار ورودی دارد. اگر تعدادِ صفرهای ورودی بیشتر باشد، خروجی صفر شود و اگر تعدادِ یک‌های ورودی بیشتر باشد، خروجی یک شود. اگر تعدادِ صفرها و یک‌های ورودی یکسان باشند، خروجی مهم نیست.

الف- (۳ نمره) تابع خروجی این مدار را یک بار به صورتِ SOP و یک بار به صورتِ POS ساده کنید. آیا دو تابع از نظر جبری برابرند؟ توضیح دهید.

cd \ ab	00	01	11	10
	00	01	11	10
00	0	0	X	0
01	0	X	1	X
11	X	1	1	1
10	0	X	1	X

$$SOP: ab + cd, \quad bd + ac, \quad bc + ad$$

$$POS: (a + b)(c + d), \quad (a + c)(b + d)$$

هر کدام از سه پاسخ SOP یا هر کدام از دو پاسخ POS درست است.

برای بیشتر پاسخ‌ها، دو حالت SOP و POS از نظر جبری یکسان نیستند چون بعضی خانه‌های بی‌اهمیت (don't care) در پاسخ SOP یک هستند و در پاسخ POS صفر یا برعکس.

بارم‌بندی:

پاسخ درست SOP و POS هر کدام یک نمره و توضیح هم یک نمره.

اگر جدول را اشتباه پر کرده باشند، یک نمره کسر شود.

هر کدام از جملات را هم که می‌توانستند ساده‌تر بگیرند و نگرفتند، نیم نمره کسر شود.

ب- (۲ نمره) مدار را با یک مالتی‌پلکسر با دو خطِ آدرس و کمترین تعدادِ گیت بسازید.

می‌توانند a و b را به ترتیب به ورودی‌های انتخابِ پرارزش و کم‌ارزش مالتی‌پلکسر بدهند و در این صورت ورودی‌های داده به این صورت خواهند بود:

$$I_0 = 0 \quad I_1 = c \text{ or } I_1 = d \quad I_2 = c \text{ or } I_2 = d \quad I_3 = 1$$

می‌توانند c و d را به ترتیب به ورودی‌های انتخابِ پرارزش و کم‌ارزش مالتی‌پلکسر بدهند و ورودی‌های داده به این صورت خواهد بود:

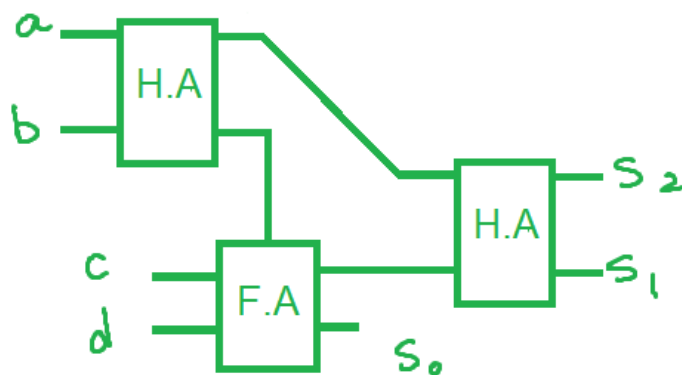
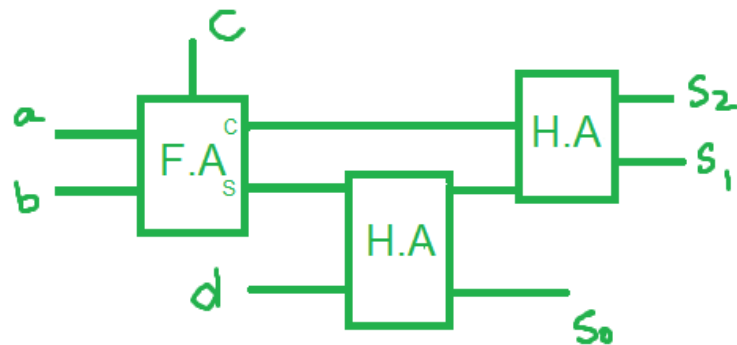
$$I_0 = 0 \quad I_1 = a \text{ or } I_1 = b \quad I_2 = c \text{ or } I_2 = d \quad I_3 = 1$$

بارم‌بندی:

هر ورودی ۰,۲۵ نمره. اگر جای ورودی‌های  $I_2$  و  $I_3$  را اشتباه نوشته بودند، ۰,۲۵ کم شود.

۵- (۳ نمره) به کمک حداقل تعداد جمع کننده Half Adder و Full Adder، یک مدار بسازید که چهار بیت را با هم جمع کند.

هر دو شکل زیر درست هستند. اگر کسی راه حل درست دیگری هم کشیده بود، قابل قبول است.



۶- (۴ نمره) مدار منطقی مربوط به تابع زیر را با استفاده از یک دیکودر  $4 \times 16$  با خروجی‌های Active Low طراحی کنید. نمره کامل در صورتی به شما تعلق می‌گیرد که ساده‌ترین مدار ممکن را طرح کنید.

$$F(A, B, C, D) = (AB' + CD) \oplus AC'$$

پاسخ:

ابتدا باید این تابع را به صورت مجموع مین‌ترم‌ها یا حاصل ضرب ماکسترم‌ها ساده کنیم. این کار را می‌توانیم با اعمال قوانین جبر بول انجام بدهیم یا با وارد کردن دو تابع  $(AB' + CD)$  و  $AC'$  در دو جدول کارنوی جداگانه و XOR کردن خانه به خانه دو جدول.

$$F(A, B, C, D) = \sum m(3, 7, 10, 11, 12, 13, 15) = \prod M(0, 1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 14)$$

دیکودر ماکسترم‌ها را تولید می‌کند، بنابراین برای به دست آوردن F می‌توانیم ماکسترم‌هایی که در پاسخ بالا به دست آوردیم، با هم AND کنیم. اما در این صورت به یک گیت با ۹ ورودی نیاز داریم. راه ساده‌تر برای تولید F این است که مین‌ترم‌هایی که در پاسخ بالا به دست آوردیم با هم NAND کنیم، در این صورت به گیتی با ۷ ورودی نیاز خواهیم داشت.

بارم‌بندی:

هر روشی که برای ساده کردن به کار برده باشند، مهم نیست و اگر پاسخشان صحیح باشد قابل قبول است ولی باید حتما مراحل ساده کردن را نوشته باشند.

نوشتن مراحل ساده کردن: ۱، ۵ نمره

نوشتن مین‌ترم‌ها و ماکسترم‌های درست (اگر هم یکی را نوشته باشند کافی است): ۱ نمره

تولید خروجی با NAND کردن مین‌ترم‌ها: ۱ نمره

رسم شکل: ۰، ۵ نمره

اگر خروجی را با AND کردن ماکسترم‌ها به دست آورده‌اند، ۰، ۲۵ کسر شود.