

الف- $F(a, b, c, d) = (a \cdot b \cdot (c + \overline{b \cdot d}) + \overline{a \cdot b}) \cdot (c + d)$

ب- $F(a, b, c) = ab + bc + \overline{a}b$

ج- $F(a, b, c, d) = (ab(c \oplus d) + ab(c \odot d))$

۱) $(abc + ab(\overline{b+d}) + \overline{a+b})(\overline{c} \cdot \overline{d})$
 $= (abc + ab\overline{b} + ab\overline{d} + \overline{a+b})(\overline{c} \cdot \overline{d})$
 $= ab\overline{c}\overline{d} + ab\overline{d}\overline{c} + \overline{a}\overline{c}\overline{d} + \overline{b}\overline{c}\overline{d}$
 $= ab\overline{c}\overline{d} + \overline{a}\overline{c}\overline{d} + \overline{b}\overline{c}\overline{d}$
 $= \overline{c}\overline{d}(ab + \overline{a} + \overline{b})$
 $= \overline{c}\overline{d}(\overline{a+a})(b + \overline{a}) + \overline{b})$
 $= \overline{c}\overline{d}(\overline{b+a+b}) = \overline{a}\overline{c}\overline{d}$

۲) $ab + bc + \overline{a}b$
 $= b(a + \overline{a}) + bc$
 $= b + bc = b$

۲) $(\overline{a}b(c \oplus d) + \overline{a}\overline{b}(c \odot d))$
 $= \overline{a}b(c \oplus d) + \overline{a}\overline{b}(c \odot d)$
 $= \overline{a}b(c \oplus d) + \overline{a}\overline{b}(c \odot d)$
 $= \overline{a}b \oplus \overline{a}\overline{b}$

۲- (۴ نمره) درستی یا نادرستی عبارتهای جبری زیر را اثبات کنید.

الف- $\overline{x}y + \overline{y}z + x\overline{z} = x\overline{y} + yz + \overline{x}z$

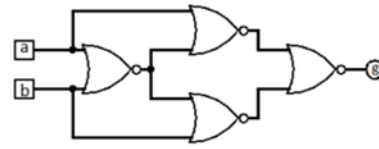
ب- $y + \overline{x}z + x\overline{y} = x + y + z$

۱)

راست	چپ	x	y	z
0	1	0	0	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
0	1	1	1	1

۲)

راست	چپ	x	y	z
0	0	0	0	0
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	0	1	1	1



$$\overline{\overline{a+b} + a} + \overline{\overline{a+b} + b}$$

$$= (\overline{a+b} + a)(\overline{a+b} + b)$$

$$= (\overline{a}b + a)(\overline{a}b + b)$$

$$= \overline{a}b\overline{a}b + \overline{a}bb + a\overline{a}b + ab$$

$$= \overline{a}b + ab$$

۴- (۴ نمره) با رسم جدول درستی (truth table) نشان دهید آیا توابع F و G و H در شکل‌های زیر با هم معادل هستند یا خیر. گیت‌های XNOR را با گیت‌های XOR جایگزین کنید و یک بار دیگر به سوال قبل پاسخ دهید.



$$x \oplus y \oplus z$$

$$\overline{x \oplus y \oplus z}$$

$$x \oplus (\overline{y \oplus z})$$

x	y	z	$x \oplus y \oplus z$	$\overline{x \oplus y \oplus z}$	$x \oplus \overline{y \oplus z}$
1	1	1	0	1	1
1	1	0	1	0	0
1	0	1	1	0	0
1	0	0	0	1	1
0	1	1	1	0	0
0	1	0	0	1	1
0	0	1	0	1	1
0	0	0	1	0	0

x	y	z	$x \oplus y \oplus z$	$(x \oplus y) \oplus z$	$x \oplus (y \oplus z)$
1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0
1	0	0	1	1	1
0	1	1	0	0	0
0	1	0	1	1	1
0	0	1	1	1	1
0	0	0	0	0	0

۵- (۳ نمره) کدام یک از موارد زیر می‌تواند به عنوان یک مجموعه منطقی کامل عمل کند. علت پاسخ خود را به طور

مختصر شرح دهید.

الف- $f(x, y, z) = xyz$

ب- $f(x, y, z) = xy + xz + y$

ج- دو تابع $f(x, y) = x + \bar{y}$ و $g(x, y) = \bar{x}y$

الف)
$$\begin{cases} x=0/y=0/z=0 \rightarrow f=0 \\ x=1/y=1/z=1 \rightarrow f=1 \end{cases}$$

منطق کامل $\times \times \times$

ب)
$$\begin{cases} x=1/y=1/z=1 \rightarrow f=1 \\ x=0/y=0/z=0 \rightarrow f=0 \end{cases}$$

منطق کامل $\times \times \times$

۲) $f = x + \bar{y}$
 $g = \bar{x}y \xrightarrow{x=1} g = \bar{x} \rightarrow \text{not} \checkmark \rightarrow \bar{y} \checkmark$

$g(\bar{x}) = \bar{\bar{x}}y = xy \rightarrow \text{AND} \checkmark$

$f(\bar{y}) = x + \bar{\bar{y}} = x + y \rightarrow \text{OR} \checkmark$