



مدارهای منطقی

نام و نام خانوادگی:

شماره دانشجویی:

آزمون میان ترم اول - اردیبهشت ۱۴۰۲

زمان آزمون: ۱۲۰ دقیقه

۱- (؟ نمره) دو عدد $A = (-1346)_{10}$ و $B = (-2434)_{10}$ را در مبنای دو و به صورت مکمل ۲ بنویسد و حاصل تفریق $A-B$ را حساب کنید. سپس قدر مطلق نتیجه را در مبنای ۱۶ نمایش دهید.

$$2434 = 2048 + 256 + 128 + 2 = (100110000010)_2 \quad \xrightarrow{2'sC} (01100111110)_2$$

$$1346 = 1024 + 256 + 64 + 2 = (010101000010)_2$$

$$-2434 - (-1346) = -2434 + 1346$$

$$(BCD)_{16} = \underbrace{4 \times 16}_{64} + \underbrace{4 \times 256}_{1024} = (1088)_{10}$$

$$\begin{array}{r} 001100111110 + \\ 1010101000010 \\ \hline (110111000000)_2 \\ \downarrow 2'sC \\ (001000100000)_2 \\ (440)_{16} \end{array}$$

۲- (؟ نمره) عبارت جبری زیر را تا جای ممکن ساده کنید.

$$a(a \text{ XOR } b) + b(b \text{ NOR } c) + c(c \text{ NAND } d) + d(d \text{ XNOR } e) + ac(a + b')$$

$$\begin{aligned} & \underline{ab'} + 0 + cd' + de + ac + \underline{abc'} \\ & ab' + cd' + de + ac \end{aligned}$$

۳- (؟ نمره) آیا سه تابع زیر با هم تشکیل یک منطق کامل را می دهند؟ توضیح دهید.

$$h(x, y) = x \cdot y$$

$$f(x, y) = x \text{ XOR } y$$

$$g(x, y) = x \text{ XNOR } y$$

پاسخ:

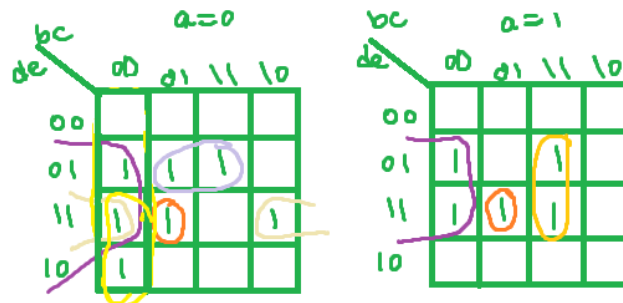
بله، این سه تابع با هم منطق کامل هستند، چون به روش زیر می توانیم NOT را بسازیم و می دانیم که گیت AND و NOT یک منطق کامل را تشکیل می دهند.

$$f(x, x) = xx' + x'x = 0$$

$$g(x, x) = xx + x'x' = 1$$

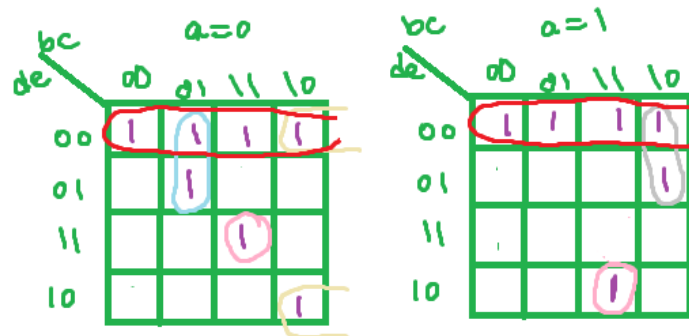
$$f(x, g(x, x)) = x'$$

۴- (؟ نمره) مداری بسازید که یک عدد ۵ بیتی از ورودی دریافت کند. اگر این عدد مساوی یک یا یک عدد اول باشد، خروجی را یک کند.



$$a'c'd'e + a'c'd'e + abce + bcde + bc'e + a'b'c'd$$

۵- (؟ نمره) مداری بسازید که یک عدد ۵ بیتی از ورودی دریافت کند و اگر این عدد بر ۴ یا ۵ بخش پذیر بود خروجی را یک کند.



$$a'bc'e' + a'bcde + a'b'cd' + abc'd' + d'e' + abcde'$$

۶- (؟ نمره) مداری بسازید که چهار ورودی داشته باشد. اگر تعداد صفرهای ورودی بیشتر باشد، خروجی صفر شود و اگر تعداد یک‌های ورودی بیشتر باشد، خروجی یک شود. اگر تعداد صفرها و یک‌های ورودی یکسان باشند، خروجی مهم نیست. این مدار را یک بار به صورت SOP و یک بار به صورت POS بسازید. آیا دو تابع از نظر جبری برابرند؟ توضیح دهید.

cd \ ab				
	00	01	11	10
00	0	0	X	0
01	0	X	1	X
11	X	1	1	1
10	0	X	1	X

$$SOP : ab + cd$$

$$POS : (a+c)(b+d)$$

۷- به کمک حداقل تعداد جمع کننده Half Adder و Full Adder، یک مدار بسازید که چهار بیت را با هم جمع کند.

