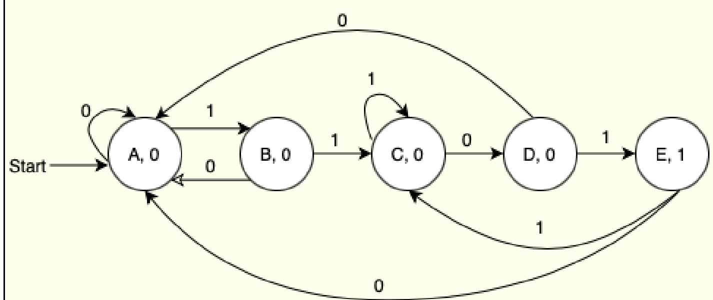
پاسخنامه تمرین شش

۱- (۴ نمره) با استفاده از D-FF یک مدارِ ترتیبیِ مور برای تشخیصِ توالیِ ۱۱۰۱ (یک، یک، صفر، یک) بسازید. این مدار باید رشته‌های ورودی را حتی در صورت هم‌پوشانی تشخیص دهد.

پاسخ:

ابتدا با توجه به دنبالهٔ مورد نظر نمودار حالت را می‌کشیم و داریم:



در این نمودار ۵ حالت داریم که عبارتند از:

حالت A: منتظر دریافت اولین ۱

حالت B: منتظر دریافت دومین ۱

حالت C: منتظر دریافت اولین ۰

حالت D: منتظر دریافت سومین ۱

حالت E: رشته پیدا شده و چون باید همپوشانی نیز تشخیص داده شود، منتظر دریافت دومین ۱

با توجه به این که در کل ۵ حالت داریم پس به سه D-FF نیاز داریم تا هر حالت یک شماره داشته باشد.

A = 000, B = 001, C = 010, D = 011, E = 100

حال با توجه به شماره هر حالت و حالت بعدی آن با توجه به ورودی (x) جدول زیر را به دست می‌آوریم:

Q_2	Q_1	Q_0	x	Q_2^+	Q_1^+	Q_0^+
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	1
0	0	1	0	0	0	0
0	0	1	1	0	1	0
0	1	0	0	0	1	1
0	1	0	1	0	1	0
0	1	1	0	0	0	0
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	1	0

با نوشتن جدول کارنو برای هر یک از Q_2^+, Q_1^+, Q_0^+ و y (سیگنال خروجی هنگام تشخیص دنباله مدنظر) عبارات منطقی ورودی هر D-FF را به دست بیاوریم:

$$Q_2^+ = Q_1 . Q_0 . x$$
$$Q_1^+ = Q_1 . Q_0' + Q_2 . x + Q_1' . Q_0 . x$$
$$Q_0^+ = Q_1 . Q_0' . x' + Q_2' . Q_1' . Q_0' . x$$

از آنجایی که مدار مور است، خروجی فقط تابعی از حالات کنونی است:

$$y = Q_2 . Q_1' . Q_0'$$

۲- (۲ نمره) یک شیفت رجیستر ۴ بیتی را در نظر بگیرید که مقدار ۱۱۰۱ در آن ذخیره شده است. فرض کنید دنبالهٔ ۱۱۰۰۱ را به ورودی آن اعمال کنیم (به ترتیب یک، صفر، صفر، یک و یک) و هر بار محتوای شیفت‌رجیستر یک بیت به سمت راست شیفت داده می‌شود. دنباله‌ای را که در خروجی مشاهده می‌شود، به دست آورید.

پاسخ:

Input	X_3	X_2	X_1	X_0
1	1	1	0	1
0	1	1	1	0
0	0	1	1	1
1	0	0	1	1
1	1	0	0	1
-	1	1	0	0

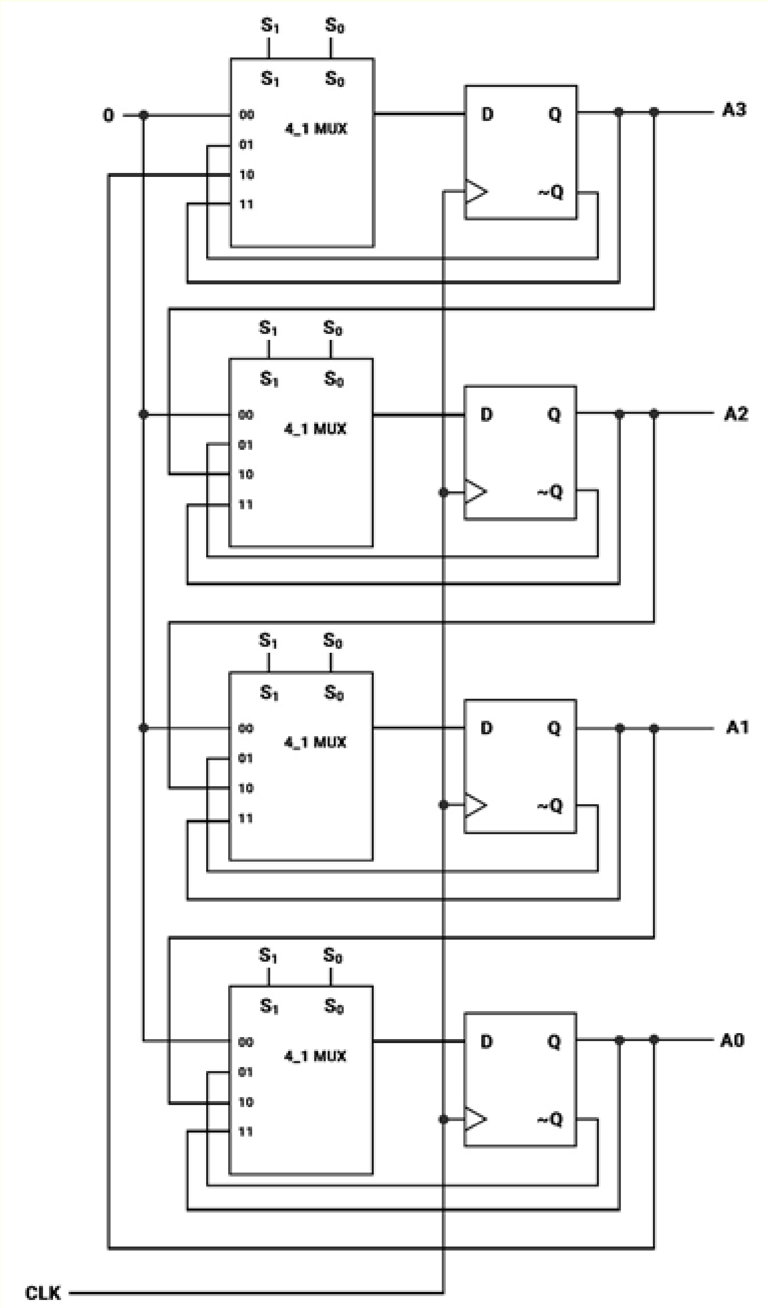
به ترتیب از راست به چپ : ۱۱۱۰ – ۰۱۱۱ – ۰۰۱۱ – ۱۰۰۱ – ۱۱۰۰

۳- (۳ نمره) با استفاده از چهار D-FF و چهار مالتی‌پلکسر ۱×۴ یک ثبات بسازید که مطابق جدول زیر عمل کند. دو ورودی S_1 و S_0 ورودی‌های انتخاب هستند.

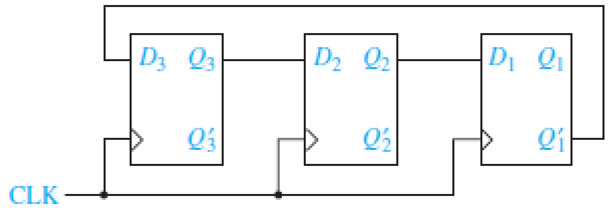
S_1S_0	**عملکرد ثبات**
00	پاک کردن محتوای ثبات
01	مکمل یک کردن محتوای ثبات
10	شیفت چرخشی به راست
11	بدون تغییر

پاسخ:

مدار آن به صورت زیر خواهد شد. ثبات ما به صورت $A_3A_2A_1A_0$ است.



۴- (۳ نمره) مدارِ شکلِ زیر را در نظر بگیرید.



الف- اگر مدار از حالت 000 شروع به کار کند، خروجی‌های $Q_3Q_2Q_1$ چه دنباله‌ای را می‌شمارند؟

ب- اگر فرکانسِ ورودی clock برابر 60MHz باشد، چطور می‌توانیم با استفاده از این مدار یک موج مربعی با فرکانس 30MHz تولید کنیم؟

ج- با استفاده از JK-FF مداری بسازید که مشابه مدارِ شکلِ بالا کار کند.

د- این شمارنده را شمارندهٔ جانسون می‌نامند و در حالت کلی n فلیپ‌فلاپ دارد که با همین شیوه به هم متصل شده‌اند. یک شمارندهٔ جانسونِ n بیتی چند حالت منحصر به فرد دارد؟ چرا؟

پاسخ:

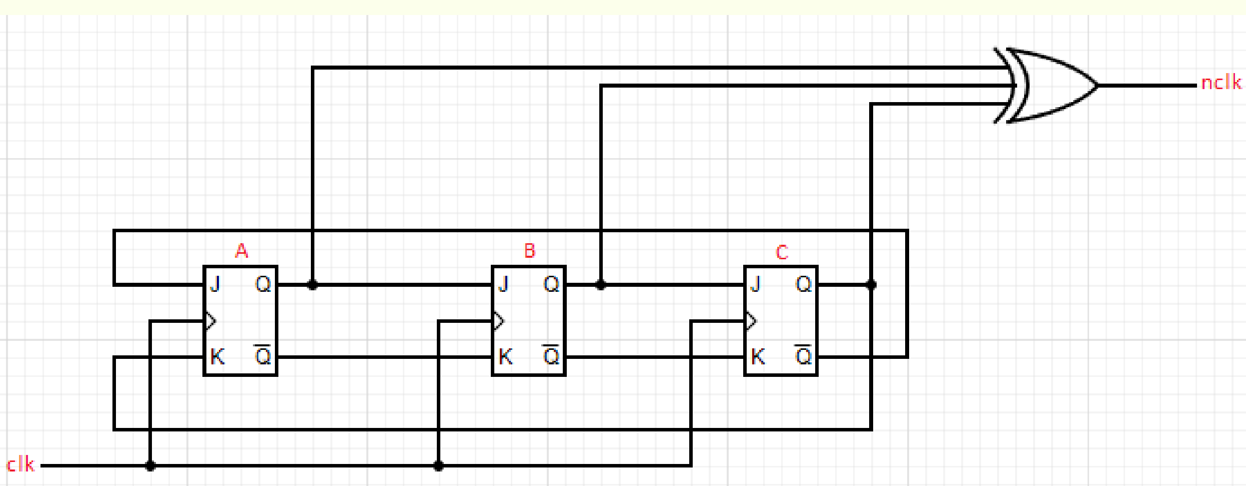
الف- به ترتیب از راست به چپ : ۰۰۰ — ۱۰۰ — ۱۱۰ — ۱۱۱ — ۰۱۱ — ۰۰۱ — ۰۰۰

ب- اگر بخواهیم فرکانس clock را نصف کنیم، باید خروجی را طوری به دست آوریم که در هر clock تغییر وضعیت دهد. جدول درستی مدار به صورت زیر خواهد بود:

Q_3	Q_2	Q_1	nclk
0	0	0	0
1	0	0	1
1	1	0	0
1	1	1	1
0	1	1	0
0	0	1	1

می‌بینیم برای ساخت nclk کافی است سه خروجی فلیپ‌فلاپ‌ها را با هم XOR (یا XNOR) کنیم.

ج- به صورت زیر با استفاده از سه JK flip-flop می‌توان شمارنده‌ای مطابق شمارنده داده شده ساخت:



د- 2n حالت. اگر مقدار تمام فلیپ‌فلاپ‌ها در ابتدا ۰ باشد در clock بعدی تمام مقادیر به سمت راست شیفت خورده و فلیپ‌فلاپ اول مقدار ۱ می‌گیرد. به این ترتیب ۱ ها از سمت چپ وارد شده تا زمانی که آخرین فلیپ‌فلاپ نیز ۱ شود. در این حالت در clock بعدی مقدار فلیپ‌فلاپ اول ۰ می‌شود و به ترتیب ۰ ها از سمت چپ وارد شده تا زمانی که مقدار فلیپ‌فلاپ آخر ۰ شود که به حالت اولیه می‌رسیم. بنابراین حالات تولیدی توسط این شمارنده به صورت زیر می‌باشد:

دسته اول:

$$\underbrace{1\ldots1}_{\text{j تا}}\ \underbrace{0\ldots0}_{\text{i تا}} \qquad 0 \le i,j \le n \quad ,i+j=n$$

دسته دوم:

$$\underbrace{0\ldots0}_{\text{j تا}}\ \underbrace{1\ldots1}_{\text{i تا}} \qquad 0 \le i,j \le n \quad ,i+j=n$$

هرکدام از دسته‌های بالا n+1 حالت ایجاد می‌کنند، حالتی که همه مقادیر ۰ یا ۱ باشند تکراری است و در هر دو دسته می‌باشد، بنابراین شمارنده جانسون داده شده $2(\mathrm{n}+1)-2 = 2\mathrm{n}$ حالت منحصر به فرد ایجاد خواهد کرد.

۵- (۳ نمره) با استفاده از تعداد کافی T-FF یک شمارندهٔ سنکرون بسازید که دنبالهٔ زیر را بشمارد. دقت کنید شمارنده را طوری بسازید که خوداصلاحگر (self-correcting) باشد.

$4 \rightarrow 6 \rightarrow 7 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 4$

پاسخ:

برای ساختن این شمارنده به سه عدد T-FF نیاز داریم. برای اینکه این شمارنده قابلیت تصحیح خود را داشته باشد، باید در زمان‌هایی که به حالت غیرمجاز می‌رود، بتواند به یکی از حالت‌های صحیح باز گردد. ابتدا مدار را به روش معمول می‌سازیم و سپس چک می‌کنیم که مدار خوداصلاحگر هم باشد.

Present State			Next State			T-FF Input		
Q_2	Q_1	Q_0	Q_2^+	Q_1^+	Q_0^+	T_2	T_1	T_0
0	0	0	x	x	x	x	x	x
0	0	1	x	x	x	x	x	x
0	1	0	x	x	x	x	x	x
0	1	1	1	0	1	1	1	0
1	0	0	1	1	0	0	1	0
1	0	1	1	0	0	0	0	1
1	1	0	1	1	1	0	0	1
1	1	1	0	1	1	1	0	0

بنابراین جدول‌های مربوط به T_0، T_1 و T_2 به صورت زیر خواهد بود:

T_0:

T_0		Q_2Q_1			
		00	01	11	10
Q_0	0	x	x	0	0
	1	x	1	1	0

$T_0 = Q_1Q_0$

T_1:

T_1		Q_2Q_1			
		00	01	11	10
Q_0	0	x	x	0	1
	1	x	1	0	0

$T_1 = Q_2' + Q_1'Q_0'$

T_0:

T_0		Q_2Q_1			
		00	01	11	10
Q_0	0	x	x	1	0
	1	x	0	0	1

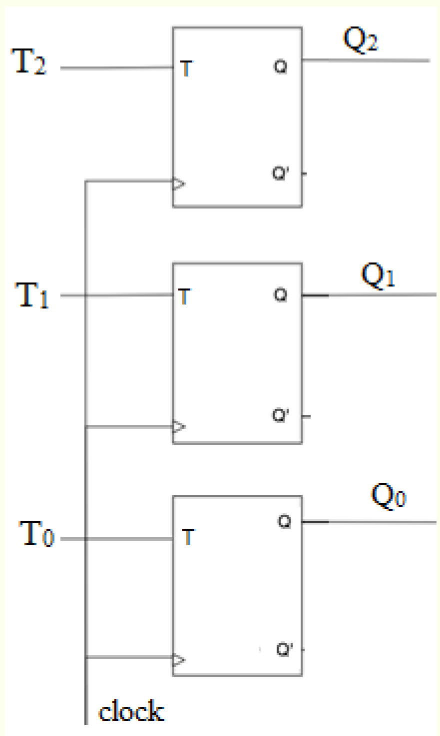
$T_0 = Q_1Q_0' + Q_1'Q_0 = Q_1 \; xor \; Q_0$

با بررسی این معادلات می‌بینیم که شمارنده خوداصلاحگر نخواهد بود، چون از حالت ۰۰۰ به حالت ۰۱۰، از حالت ۰۰۱ به حالت ۰۱۰ و از حالت ۰۱۰ به حالت ۰۰۱ می‌رود، یعنی اگر در یکی از حالت‌های ناخواسته قرار بگیرد، به چرخهٔ عادی برنمی‌گردد. با بررسی جداول کارنو می‌بینیم که اگر تغییر کوچکی در معادلهٔ T_1 بدهیم، این مشکل حل خواهد شد:

T_1		Q_2Q_1			
		00	01	11	10
Q_0	0	x	x	0	1
	1	x	1	0	0

$T_1 = Q_2'Q_0 + Q_1'Q_0'$

بنابراین مدار سنکرون به صورت زیر خواهد بود:



۶- (۳ نمره) با استفاده از تعدادِ کافی T-FF یک شمارندهٔ آسنکرون بسازید که دنبالهٔ زیر را بشمارد.

$$0 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 7 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 5 \rightarrow 3 \rightarrow 0$$

پاسخ:

برای ساختن این مدار به ۳ عدد T-FF نیاز داریم. که به ترتیب به حالت‌های زیر می‌روند:

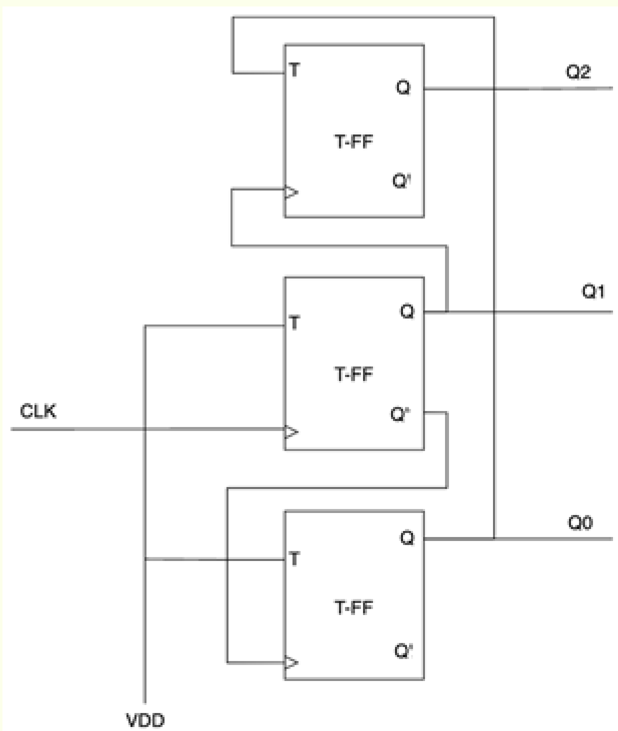
$Q_2Q_1Q_0$: $000 \rightarrow 010 \rightarrow 001 \rightarrow 111 \rightarrow 100 \rightarrow 110 \rightarrow 101 \rightarrow 011 \rightarrow 000$

با توجه به ترتیبی که شمارنده طی می‌کند، مقدار Q_1 از هر حالت به حالت دیگر تغییر کرده است، پس فلیپ‌فلاپ مربوط به آن با لبه clock کار خواهد کرد.

از طرفی مقدار Q_0 زمانی تغییر می‌کند که Q_1 از ۱ به ۰ برود. بنابراین با لبه منفی Q_1 این فلیپ‌فلاپ کار می‌کند.

مقدار Q_2 زمانی تغییر می‌کند که Q_0 برابر یک باشد و مقدار Q_1 از ۰ به ۱ برود. بنابراین با داشتن ورودی Q_0 و با لبه مثبت Q_1 این فلیپ‌فلاپ مقدار خود را تغییر خواهد داد.

بنابراین مدار مربوطه به صورت زیر خواهد بود:



ورودی clock فلیپ‌فلاپ T_2 را می‌توانیم به $T_1.T_0$ هم وصل کنیم و ورودی T_2 را به یک متصل کنیم. این پاسخ هم درست است.

۷- (۲ نمره) با اعمال حداقلِ تغییرات بر روی خروجی‌های یک شمارندهٔ سنکرونِ پایین‌شمارِ چهاربیتی، شمارنده‌ای بسازید که دنبالهٔ زیر را بشمارد.

$0 \to 1 \to 2 \to 3 \to 4 \to 3 \to 2 \to 1 \to 0$

پاسخ:

با توجه به اینکه دنباله خواسته شده دارای ۸ حالت است اما شمارنده ما ۴ بیتی است و ۱۶ حالت را می‌شمارد، بنابراین بیت پرارزش اصلا در تعیین خروجی‌های جدیدمان تاثیری ندارد، بنابراین بیت پرارزش شمارنده را کنار می‌گذاریم. حال با توجه به ۳ بیت دیگر اعداد خودمان را تولید می‌کنیم:

سه بیت کم ارزش شمارنده $a_2\ a_1\ a_0$	دنباله خواسته شده (خروجی) $y_2\ y_1\ y_0$
0 0 0	0 0 0
0 0 1	0 0 1
0 1 0	0 1 0
0 1 1	0 1 1
1 0 0	1 0 0
1 0 1	0 1 1
1 1 0	0 1 0
1 1 1	0 0 1

در این جدول ستون سمت چپ سه بیت کم ارزش شمارنده ما و ستون سمت راست اعدادی است که می‌خواهیم در خروجی داشته باشیم. پس طبق این جدول بیت‌های خروجی را تولید می‌کنیم:

$y_2 = a_2.\overline{a_1}.\overline{a_0}$
$y_1 = \overline{a_2}a_1 + a_1.\overline{a_0} + a_2.\overline{a_1}.a_0 = a_1.(\overline{a_2} + \overline{a_0}) + \overline{a_1}.(a_2.a_0) = (a_2.a_0)\ xor\ a_1$
$y_0 = a_0$

که در اینجا y_2 و y_1 و y_0 خروجی مورد نظر ما و a_3 a_2 و a_1 و a_0 خروجی شمارنده است.

جدول درستی این مدار را می‌توان به ترتیب‌های دیگری نیز رسم کرد و به پاسخ درست رسید.
برای مثال می‌توانیم حالت $a_2a_1a_0 = 111$ را معادل با $y_2y_1y_0 = 000$ در نظر گرفت و جدول درستی را به این شکل رسم کرد:

سه بیت کم ارزش شمارنده $a_2\ a_1\ a_0$	دنباله خواسته شده (خروجی) $y_2\ y_1\ y_0$
1 1 1	0 0 0
1 1 0	0 0 1
1 0 1	0 1 0
1 0 0	0 1 1
0 1 1	1 0 0
0 1 0	0 1 1
0 0 1	0 1 0
0 0 0	0 0 1

و با این جدول، خروجی‌ها روابط خروجی به این شکل خواهند بود:

$y_2 = \bar{a}_2.a_1.a_0$
$y_1 = (a_2 + a_0)\ xor\ a_1$
$y_0 = \bar{a}_0$