Prof. Dr. Ernst-Rüdiger Olderog
Christopher Bischopink, M.Sc.

Ausgabe: 14.10.2019
Unbewertet, keine Abgabe

0. Übung zu Grundlagen der Theoretischen Informatik

Dies ist ein optionaler Übungszettel, der die Definitionen des Kapitels *Grundbegriffe* abfragt. Die Definitionen werden in der Vorlesung vorausgesetzt. Dieser Übungszettel muss nicht abgegeben werden und wird daher nicht durch die TutorInnen korrigiert.

Aufgabe 1: Mengen, Relationen. **(0 Punkte)**

Wahr Falsch

☐ ☐ a) $\{a, d\}$ ist eine echte Teilmenge von $\{a, b, c, d\}$.

☐ ☐ b) $\{a, d\}$ ist eine Teilmenge von $\{a, d\}$.

☐ ☐ c) $\varnothing$ ist eine Teilmenge von $\{a, d\}$.

☐ ☐ d) $|\mathcal{P}(\{a, b\})| = 3$.

☐ ☐ e) Sei $X = \{a, b\}$ und $Y = \{c, d\}$. Dann ist $X \times Y = \{(a, c), (b, d)\}$.

Aufgabe 2: Relationen. **(0 Punkte)**

Sei $X = \{a, b\}$ und $Y = \{c, d, e\}$:

Wahr Falsch

☐ ☐ a) Dann ist $R = \{(a, c)\}$ eine Relation zwischen X und Y.

☐ ☐ b) Dann ist $R = \{(a, b), (c, d)\}$ eine Relation zwischen X und Y.

☐ ☐ c) Wenn $R = \{(a, c), (b, d)\}$ eine Relation zwischen X und Y ist, dann ist $dom(R) = \{a, b\}$ und $ran(R) = \{c, d\}$.

☐ ☐ d) Wenn $R = \{(a, c), (b, d)\}$ eine Relation zwischen X und Y ist, dann ist R linkseindeutig, rechtseindeutig und linkstotal, aber nicht rechtstotal.

☐ ☐ e) Wenn $R = \{(a, c), (b, d)\}$ eine Relation zwischen X und Y ist, dann gilt $R^{-1} = \{(b, d), (a, c)\}$.

Aufgabe 3: Komposition von Relationen. **(0 Punkte)**

Seien $X = \{a, b, c\}$, $Y = \{d, e, f\}$ und $Z = \{g, h, i\}$, mit $R \subseteq X \times Y$, $S \subseteq Y \times Z$, $R = \{(a, d), (b, e), (b, f)\}$, $S = \{(d, g), (e, h), (f, i)\}$:

Wahr Falsch

☐ ☐ a) $(a, d) \in R \circ S$.

☐ ☐ b) $(b, h) \in R \circ S$.

☐ ☐ c) $(b, i) \in R \circ S$.

☐ ☐ d) $(i, b) \in R \circ S$.

☐ ☐ e) $(i, b) \in (R \circ S)^{-1}$.

Aufgabe 4: Äquivalenzrelationen. **(0 Punkte)**

Seien $X = \{a, b, c, d\}$, $R \subseteq X \times X$, mit $R = \{(a, b), (c, d), (b, a), (d, c)\}$ und $R' = \{(a, a), (b, b), (c, c), (d, d), (a, b), (b, a), (b, c), (c, b), (a, c), (c, a)\}$, dann:

Wahr Falsch

- ☐ ☐ a) R ist eine Äquivalenzrelation.
- ☐ ☐ b) R' ist eine Äquivalenzrelation.
- ☐ ☐ c) $[a]_{R'} = \{a, b, c\}$.
- ☐ ☐ d) $[d]_{R'} = \{d\}$.
- ☐ ☐ e) $[a]_{R'} \dot\cup [d]_{R'} = X$.
- ☐ ☐ f) b ist ein Repräsentant von $[a]_{R'}$.
- ☐ ☐ g) $[a]_{R'} = [b]_{R'}$.
- ☐ ☐ h) $Index(R') = 2$.

Aufgabe 5: Alphabete, Wörter und Sprachen. **(0 Punkte)**

Wahr Falsch

- ☐ ☐ a) Die Verkettung von ab und bc ist $abbc$.
- ☐ ☐ b) Die Verkettung von ε und ε ist ε.
- ☐ ☐ c) ab ist ein Teilwort von $acbd$.
- ☐ ☐ d) Seien $L_1 = \{a, aa, bb, ab\}$ und $L_2 = \{ba, bb\}$. Dann $L_1 - L_2 = \{a, aa, ab\}$ und $L_2 - L_1 = \{ba\}$.
- ☐ ☐ e) Es gilt $\varepsilon \in \varnothing$.

Aufgabe 6: Sprachen **(0 Punkte)**

Gegeben seien die Sprachen $L_1 := \{\varepsilon, a, bc, cd\}$ und $L_2 := \{\varepsilon, b, ca\}$.

a) Bestimmen Sie $L_1 \cdot L_2$ und ${L_1}^R \cdot L_2$. Dabei bezeichnet ${L_1}^R$ eine Sprache, in der jedes Wort aus L_1 in umgekehrter Buchstabenreihenfolge vorkommt.

b) Sei $L := (L_1 \cdot L_2)^+$. Geben Sie alle Worte aus L an, die höchstens 2 Buchstaben enthalten.

c) Geben Sie 3 Sprachen L über dem Alphabet $\Sigma = \{a\}$ an, für die $L = L^*$ gilt.