浙江工商大学 07/08 学年第 1 学期考试试卷（B 卷）

课程名称：概率论与数理统计 考试方式： 闭卷 完成时限：120 分钟

班级名称：________________学号：___________ 姓名：_______

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
分值	20	10	10	10	10	6	8	10	12	4	100
得分											
阅卷人											

一、填空题（每空 2 分，共 20 分）

1.设 $P\{X\geq 0,Y\geq 0\}=\dfrac{3}{7},P\{X\geq 0\}=P\{Y\geq 0\}=\dfrac{4}{7}$，则 $P\{\max\{X,Y\}\geq 0\}=$______

2.已知 $P(A)$=0.4,$P(B)$=0.3,$P(A\bigcup B)=0.6$,则$P(A\bar{B})$= ______;

3. $X\sim P(\lambda)$,且$P(X=1)=P(X=2)$,则$P(X=0)=$_________;

4.设 X 表示 10 次独立重复射击命中目标的次数,每次射中的概率为 0.4,则 $EX^2=$_________;

5.设随机变量 X 和 Y 的方差分别为 25 和 36，若相关系数为 0.4，则 D(X－Y)＝________;

6.若 X 和 Y 相互独立,且 X~N(1,4),Y~N(0,3),则 $2X-3Y\sim$_______;

7. 用（ X,Y ）的联合分布函数 $F(x,y)$ 表示 $P\{a\leq X\leq b,Y<c\}=$__________________;

8. 已知随机变量 X 的均值 $\mu=12$，标准差 $\sigma=3$，试用切比雪夫不等式估计：$P\left\{6<X<18\right\}$_______________;

9.设 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$， $X_1,X_2,\cdots,X_n$是样本， σ^2 的置信水平为$1-\alpha$ 的置信区间是______________________;

10. 设 X_1,X_2,X_3,X_4 是来自正态总体 $N(0,2^2)$ 的样本，令 $Y=(X_1+X_2)^2+(X_3-X_4)^2$，则当 $C=$_____________时 $CY\sim\chi^2(2)$

二、单项选择题（每题 2 分，共 10 分）

1. 若事件 A、B 相互独立，则下列正确的是（　　）

A、$P(B|A)=P(A|B)$　　B、$P(B|A)=P(A)$

C、$P(A|B)=P(B)$　　D、$P(A|B)=1-P(\bar{A})$

2. 设 X，Y 是相互独立的两个随机变量，它们的分布函数分别为 $F_X(x), F_Y(y)$

则 $Z=\max\{X,Y\}$ 的分布函数是（　　）

A、$F_Z(z)=\max\{F_X(x), F_Y(y)\}$；　　B、 $F_Z(z)=\max\{|F_X(x)|,|F_Y(y)|\}$

C、$F_Z(z)=F_X(x)F_Y(y)$　　D、都不是

3. 设 X 和 Y 是方差存在的随机变量，若 $E(XY)=E(X)E(Y)$,则(　)

A、$D(XY)=D(X)\,D(Y)$　　B、 $D(X+Y)=D(X)+D(Y)$

C、 X 和 Y 相互独立　　D、 X 和 Y 相互不独立

4. 若 $X \sim t(n)$ 那么 $\dfrac{1}{X^2} \sim$（　　）

A、$F(1,n)$；　B、$F(n,1)$；　C、$\chi^2(n)$；　D、$t(n)$

5. 设总体 X 服从正态分布 $N\left(\mu,\sigma^2\right), X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自 X 的样本，σ^2 的无偏估计量是（　　）

A、$\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\bar{X}\right)^2$；　B、$\dfrac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\bar{X}\right)^2$；　C、$\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i^2$；　D、$\bar{X}^2$

三、（10 分）设有三只外形完全相同的盒子，甲盒中有 14 个黑球，6 个白球，乙盒中有 5 个黑球，25 个白球，丙盒中有 8 个黑球 42 个白球，现在从三个盒子中 任取一盒，再从中任取一球；问（1）求取到黑球的概率；（2）若取到的是黑球，它恰好是从乙盒来的概率是多少？

四、（10 分）设随机变量 X 的密度函数为 $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}\cos\frac{x}{2}, & 0\le x\le A\\ 0, & \text{else}\end{cases}$

求 :(1)常数 A; (2) $P\{|X|<\frac{\pi}{2}\}$; (3)分布函数 $F(x)$；（4） $E(X),D(X)$；

五、（10 分）若（X, Y）的分布律由下表给出：

X \ Y	1	2	3
1	α	$1/9$	$1/18$
2	$1/3$	β	$1/9$

且 X 与 Y 相互独立，

（1）求常数 α,β；（2）求 $P\left\{1<X<3, 0<Y<2\right\}$（3）求 X 与 Y 边缘分布律；（4）求 $X+Y$ 的分布律；（5）求在 $X=2$ 的条件下 Y 的条件分布律；

六、（6 分）某电站供应 10000 户居民用电，假设用电高峰时，每户用电的概率为 0.9， 若每户用电 0.2 千瓦，问电站至少应具有多大的发电量，才能以 95%的概率保证居民用电。$(\Phi(1.65)=0.95)$

七、（8 分）设二维连续型随机变量（X ,Y）的联合概率密度为：

$$f(x,y)=\begin{cases} cx^2y, x^2\le y<1 \\ 0, \quad \text{其他} \end{cases}$$

求：（1） 常数 C；（2）求边缘密度函数 $f_X(x), f_Y(y)$ （3）X 与 Y 是否独立

八、（10 分）设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为总体 X 的一个样本，X 的密度函数 $f(x)=\begin{cases}\beta x^{\beta-1}, & 0<x<1\\ 0, & 其他\end{cases}$，$\beta>0$。求参数 β 的矩估计量和最大似然估计量。

九、（12 分）为了在正常条件下检验一种杂交作物的两种处理方案，在同一地块随机选择 8 块地段。在各试验地段，按二种方案种植作物，这 8 块地段的单位面积产量是：

一号方案：86,87,56,93,84,93,75,79；

二号方案：80,79,58,91,77,82,74,66

假设这二种方案的产量均服从正态分布，问：（1）这二种方案的方差有无明显差异？（2）这二种方案的均值有无明显差异？（α 均取 0.05）。

(参考数据：$F_{0.025}(7,7)=4.99$；$F_{0.025}(8,8)=4.43$；$t_{0.025}(14)=2.1448$；$t_{0.025}(16)=2.1199$)

十、证明题（4 分）：设一次试验成功的概率为 p，进行 100 次独立试验，证明：当 $p=\frac{1}{2}$ 时，成功次数的标准差达到最大并求最大方差。