第二章　复习题

1. 一盒零件中有 9 个合格品和 3 个废品, 现从中任取一个零件, 如果是废品不再放回, 而从其余剩下的零件中另取一个, 如此继续下去, 直到取得合格品为止, 求取出的废品个数 X 的分布律.

2. 在汽车行进路上有四个十字路口设有红绿灯, 假定在第一. 第三个路口汽车遇绿灯通行的概率为 0.6 , 在第二. 第四个路口通行的概率为 0.5 , 并且各十字路口红绿灯信号是相互独立的. 求该汽车在停下时, 已通过的十字路口数的概率分布.

3. 把 4 个球任意放到 3 个盒中, 每个球都以同样的概率 $\frac{1}{3}$ 落到任一个盒中, 用 X 表示落到第一个盒中的球的个数, 求 X 的分布律.

4. 设有 80 台同类型设备, 各台工作是相互独立的, 发生故障的概率都是 0.01 , 且一台设备的故障能由一个人处理, 考虑两种配备维修工人的方案: 其一是由 4 人维护, 每人负责 20 台; 其二是由 3 人共同维护 80 台. 试比较两种方案在设备发生故障时不能及时维修的概率大小.

5. 设在保险公司里有 2500 个同一年龄的人参加了人寿保险, 在一年里每个人死亡的概率为 0.002 , 每个参加保险的人在每年一月一日付 12 元保险费, 而在死亡时其家属可到保险公司领取赔付费 2000 元. 试问:

(1) 一年内保险公司亏本的概率是多少?

(2) 一年内保险公司获利不少于 10000 元的概率是多少?

6. 某盒产品中有 8 件正品, 2 件次品, 每次从中任取一件进行检查, 直到取得正品为止. 分别按不放回抽样和有放回抽样, 求所需抽取次数的分布律.

7. 从一批有 90 个正品和 10 个次品的产品中任取 5 个, 求抽得的次品数 X 的概率分布.

8. 通过某路口的每辆汽车发生事故的概率为 $p=0.0001$, 假设在某段时间内有 1000 辆汽车通过此路口, 求在此时间内发生两次以上事故的概率.

9. 设某种晶体管的寿命 X（单位: 小时）的概率密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{100}{x^2}, & x>100,\\ 0, & x\le 100,\end{cases}$$

(1) 若一个晶体管在使用 150 小时后仍完好, 那么该晶体管使用时间少

于200小时的概率是多少？

（2）若一个电子仪器中装有三个独立工作的这种晶体管，在使用150小时之后恰有一个管子损坏的概率是多少？

10. 设随机变量X在$(0, 6)$上服从均匀分布，求方程

$$x^2+2\xi x+5\xi-4=0$$

有实根的概率.

11. 以下哪个可以是随机变量的分布函数：

（1）$F(x)=\dfrac{1}{1+x^2}$；　　（2）$F(x)=\dfrac{3}{4}+\dfrac{1}{2\pi}arctgx$；

（3）$F(x)=\mathrm{e}^{-x}$；　　（4）$F(x)=\begin{cases}0, & x<-1,\\ \dfrac{x^3}{2}+\dfrac{1}{2}, & -1\le x<1,\\ 1, & x\ge 1.\end{cases}$

12. 设随机变量X的概率分布为

$$P(X=k)=\frac{a}{2^k},\quad k=1,2,3,\cdots,$$

求：（1）常数a；（2）$P(X\text{为偶数})$；（3）$P(X\ge 5)$.

13. 已知X的分布律为

$$P(X=k)=\frac{0.6^k c}{k},\quad k=1,2,3,\cdots,$$

求常数c.

14. 设随机变量X的分布律为

X	0	1	2
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$

求X的分布函数，并求：(1) $P(\xi\le\frac{1}{2})$；(2) $P(1<\xi\le\frac{3}{2})$；(3) $P(1\le\xi\le\frac{3}{2})$.

15. 设随机变量X的分布律为

X	-2	0	2	3
P	$\frac{1}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{1}{7}$

求 X 的分布函数.

16. 一个靶子是一个半径为 2 米的圆盘, 设击中靶上任一同心圆的概率与该圆的面积成正比, 并假设每次射击都能中靶, 以 X 表示弹着点与圆心的距离, 求随机变量 X 的分布函数.

17. 已知一本书中每页上的印刷错误 X 服从参数为 0.2 的泊松分布, 试求(1) X 的概率分布;(2) 求每页上印刷错误不多于一个的概率.

18. 设随机变量 X 的分布函数为

$$F(x)=\begin{cases}0, & x<-1,\\ 0.2, & -1\le x<1,\\ 0.5, & 1\le x<4,\\ 1, & x\ge 4,\end{cases}$$

求 X 的分布律.

19. 下列哪一个函数可能成为随机变量 X 的密度函数:

(1) $f(x)=\mathrm{e}^{-|x|}, \quad -\infty<x<+\infty$;

(2) $f(x)=\dfrac{1}{\pi(1+x^2)}, \quad -\infty<x<+\infty$;

(3) $f(x)=\begin{cases}1, & |x|\le 1,\\ 0, & \text{其他};\end{cases}$

(4) $f(x)=\begin{cases}\sin x, & 0<x<\pi,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$

20. 若 $f(x)$, $g(x)$ 均在同一区间 $[a,b]$ 上是概率密度函数, 证明:

(1) $f(x)+g(x)$ 不是这区间上的概率密度函数;

(2) 对任一数 k ($0<k<1$), $kf(x)+(1-k)g(x)$ 是这个区间上的概率密度函数.

21. 已知连续型随机变量 X 的分布函数为

$$F(x)=\begin{cases}A+Be^{-\lambda x}, & x\ge 0,\\ 0, & x<0\end{cases}\quad（\lambda>0 \text{ 为常数}），$$

求:(1) 常数 A, B；(2) 密度函数 $f(x)$.

22. 设连续型随机变量 X 的分布函数为

$$F(x)=\begin{cases}A+Be^{-\frac{x^2}{2}}, & x>0,\\ 0, & x\le 0,\end{cases}$$

求:(1) 常数 A, B；(2) $P(1<X<2)$；(3) X 的密度函数 $f(x)$.

23. 设随机变量 X 的密度函数为

$$f(x)=c\lambda e^{-\lambda|x|}\quad（\lambda>0 \text{ 为常数}），$$

求:(1) 常数 c；(2) X 的分布函数；(3) $P(|X|<\frac{1}{2})$.

24. 某加油站每周补充油料一次,如果它的周出售量 X（单位:千加仑）是一个随机变量,密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}5(1-x)^4, & 0<x<1,\\ 0, & \text{其他},\end{cases}$$

要使在给定的一周内油库被吸光的概率是 0.01，这个油库的容量应该是多少千加仑？

25. 设随机变量 X 的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}ax, & 0<x<1,\\ \dfrac{1}{x^2}, & 1\le x<2,\\ 0, & \text{其他},\end{cases}$$

求:(1) 常数 a；(2) 分布函数 $F(x)$；(3) $P(0.5<X<3)$.

26. 某商店出售某种商品,据历史记录分析,每月销售量服从参数为 5 的泊松分布,问该商店月初应库存多少件此种商品,才能以 0.999 的概率满足顾客的需要？

27. 已知某自动车床生产的零件,其长度 X（单位:厘米）服从正态分布 $X\sim N(50,0.75^2)$，如果规定零件长度在 50 ± 1.5 厘米之间的为合格品，

求:(1) 零件的合格率;(2) 生产三只零件, 至少有一只是不合格的概率.

28. 某数学竞赛中的数学成绩 $X \sim N(65, 10^2)$, 若 85 分以上者为优秀, 试问数学成绩优秀的学生占总人数的百分之几?

29. 某地抽样调查考生的英语成绩近似服从正态分布, 平均成绩为 72 分, 96 分以上的占考生总数 2.3%, 求考生的英语成绩在 60 分到 84 分之间的概率.

30. 设随机变量 X 服从参数为 2, p 的二项分布, 即 $X \sim B(2, p)$, 随机变量 $Y \sim B(3, p)$, 若 $P(X \geq 1) = \frac{5}{9}$, 求 $P(Y \geq 1)$.

31. 已知 X 服从参数为 λ 的 Poisson 分布, 且 $P(X=1) = P(X=2)$, 求 $P(X=4)$.

32. 已知离散型随机变量 X 的分布律为

X	1	2	3	4	5
P	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$

求:(1) $Y = 2X + 1$;(2) $Z = (X-2)^2$ 的分布律.

33. 设随机变量 X 的分布律为

X	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π
P	0.2	0.3	0.4	0.1

求:(1) $Y = X^2$;(2) $Z = \cos X$ 的分布律.

34. 设某球直径的测量值为随机变量 X, 若已知 X 在 $[a, b]$ 上服从均匀分布, 求该球体积 $Y = \frac{\pi}{6} X^3$ 的概率密度.

35. 设 $X \sim N(0, 1)$, 求 $Y = |X|$ 的概率分布密度.

36. 设随机变量 X 服从 $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ 上的均匀分布, 求随机变量 $Y = \sin X$ 的分布密度 $f(x)$.