

第一章 事件与概率

一、内容要点

1、事件的运算

- (1) 事件的和的特征是至少一个；
- (2) 事件的交的特征是都发生；
- (3) 事件的差的特征是一个发生另一个不发生。

2、概率的三个基本运算公式

- (1) 加法公式： $P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB)$ ；
- (2) 减法公式： $P(A-B) = P(A) - P(AB)$ ；
- (3) 对立事件公式： $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ 。

3、条件概率有关三个公式

- (1) 乘法公式： $P(AB) = P(A|B)P(B)$ ；
- (2) 全概率公式： $P(A) = \sum_{i=1}^n P(A|B_i)P(B_i)$ ，其中 B_1, \dots, B_n 构成完备事件

组；

- (3) Bayes 公式： $P(B_j|A) = \frac{P(A|B_j)P(B_j)}{\sum_{i=1}^n P(A|B_i)P(B_i)}$ 。

4、古典概型

特征：(1) 只有有限个结果；(2) 每个基本结果是等可能的。

公式： $P(A) = \frac{k}{n}$ ，其中 k 是 A 包含的基本事件数， n 是所有基本事件数。

5、事件的独立性： $P(AB) = P(A)P(B)$ 。

二、复习题

1、设 $P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{4}$, $P(AB) = P(BC) = P(AC) = \frac{1}{8}$, $P(ABC) = \frac{1}{16}$, 则

$P(A+B+C) = \underline{\hspace{2cm}}$, $P(\overline{A}\overline{B}\overline{C}) = \underline{\hspace{2cm}}$, $P(A, B, C \text{ 恰好发生一个}) = \underline{\hspace{2cm}}$,

$P(A, B, C \text{ 至多发生一个}) = \underline{\hspace{2cm}}$, $P(A|A+B+C) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2、已知 $P(A) = 0.4$, $P(A+B) = 0.7$, 若 A, B 互不相容, 则 $P(B) = \underline{\hspace{2cm}}$;

若 A, B 相互独立, 则 $P(B) = \underline{\hspace{2cm}}$; 若 $A \subset B$, 则 $P(B) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3、已知 $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.6$, $P(B|A) = 0.8$, 则 $P(A+B) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

4、已知 A, B, C 相互独立, 且 $P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{3}$, 则 A, B, C 至少发生

一个的概率为 $\underline{\hspace{2cm}}$, A, B, C 恰好发生一个的概率为 $\underline{\hspace{2cm}}$, A, B, C 至多发生一个的概率为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

5、已知 $A \supset B$, 且 $P(A) \neq P(B) > 0$, 则 $P(A|B) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

6、四个人独立破译一份密码, 已知各人能破译的概率分别为 $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}$,

则密码能被破译的概率为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

7、一袋中有 10 只球, 其中 3 只白球, 7 只红球, 现从中无放回取球二次, 每次取一球, 求 (1) 第二次取到白球的概率; (2) 第二次才取到白球的概率。

8、从 $1, 2, \dots, 10$ 中任意取出 3 个数, 分有放回和无放回二种情况计算下面概率, (1) 最大号码是 5 的概率; (2) 最小号码是 5 的概率。

9、一间宿舍有 8 位同学, 求恰有 4 人的生日在同一月份的概率。

10、在一盒中装有 15 只球, 其中 9 只是新球, 第一次比赛时从中任取 2 只, 用后放回, 第二次比赛时再次从其中取出 3 只, (1) 求第二次取出的球都是新球的概率; (2) 已知第二次取出的球都是新球, 求

第一次取出二只新球的概率。

11、设同一专业有二个班，一班有 50 位同学，其中 10 位是女生；二班有 30 位同学，其中 18 位是女生，从二个班随机选一个班，然后从中先后选二位学生，(1) 求选出的第一位是女生的概率；(2) 已知选出的第一位是女生的条件下，求第二位也是女生的概率。

12、设某批产品 50 件为一批，已知每批产品中有 0, 1, 2, 3, 4 件次品的概率分别为 0.35, 0.25, 0.2, 0.18, 0.02。现从某批产品中抽取 10 件，发现有一件是次品，求该批产品次品数不超过 2 件的概率。

13、验收成箱包装的玻璃器皿，每箱装 24 只。已知每箱含 0, 1, 2 件次品的概率分别是 0.8, 0.15, 0.05。现随机抽一箱，从中取 4 只，若未发现次品，则通过验收，否则要逐一检查并更换。求 (1) 一次通过验收的概率；(2) 通过验收的箱中确实无次品的概率。

14、假设目标出现在射程内的概率为 0.7，这时射击命中目标的概率为 0.6。求两次独立射击中至少命中一次目标的概率。

15、有三门高炮同时独立向某目标射击，已知各自的命中率分别为 0.2, 0.3, 0.5，目标被命中 1 发、2 发、3 发而击落的概率为 0.2, 0.6, 0.9。

(1) 求三门高炮在一次射击中击落目标的概率；(2) 在目标被击落条件下，求只有第一门高炮击中的概率。