浙江工商大学 2016 / 2017 学年第一学期考试试卷

课程名称：线性代数(理) 考试方式：闭卷 完成时限：120 分钟

班级名称：________________ 学号：__________ 姓名：__________.

题号	一	二	三	四	总分
分值	15	15	65	5	100
得分					
阅卷人					

一、单项选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1、若 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_1, \beta_2$ 都是四维列向量，且四阶行列式 $|(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_1)|=m$, $|(\alpha_1, \alpha_2, \beta_2, \alpha_3)|=n$, 则行列式 $|(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_1+\beta_2)|=$（ ）

（A） $m+n$ （B） $-(m+n)$ （C） $n-m$ （D） $m-n$

2、设 $A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{31}+a_{11} & a_{32}+a_{12} & a_{33}+a_{13} \end{pmatrix}$，且 $P_1=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$，

$P_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$，则必有（ ）

（A）$AP_1P_2=B$ （B）$A P_2P_1=B$ （C）$P_1P_2A=B$ （D）$P_2P_1A=B$

3、若线性方程组 $\begin{cases} x_1+kx_2-x_3=0 \\ 4x_2+x_3=0 \\ kx_1-7x_2-x_3=0 \end{cases}$ 只有零解，则 k 可为（ ）.

(A) 0 (B) -3 (C) -1 (D) -1 或 -3

4、若向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\dots,\alpha_s$ 的秩为 r，则（ ）

(A) $r < s$ (B) 向量组中任意 r 个向量线性无关

(C) 向量组中任意 $r+1$ 个向量必线性相关

(D) 向量组的极大线性无关组所含的向量个数小于 r

5、设 λ 是 n 阶矩阵 A 的一个特征值，则 A 的伴随矩阵 A^* 的一个特征值是（ ）

(A) $\lambda|A|$ (B) $\lambda^{-1}|A|$ (C) $\lambda^{n-1}|A|^n$ (D) $\lambda^{-1}|A|^{n-1}$

二、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

1、设行列式 $D=\begin{vmatrix}3 & 0 & 4 & 0\\ 2 & 2 & 2 & 2\\ 0 & -7 & 0 & 0\\ 5 & 3 & -2 & 2\end{vmatrix}$，则 $A_{41}-A_{42}+A_{43}-A_{44}=$ ________。

2、设 $\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}$ 都是三阶方阵，若 $|\boldsymbol{A}|=-1,|\boldsymbol{B}|=3$，则 $\begin{vmatrix}2\boldsymbol{A} & \boldsymbol{A}\\ \boldsymbol{O} & \boldsymbol{B}\end{vmatrix}=$ ________。

3、设齐次线性方程组 $x_1+x_2+\dots+x_n=0$，则其基础解系中所含向量个数为________。

4、设四阶方阵 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 相似，$\boldsymbol{A}$ 的特征值为 $\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{4},\frac{1}{5}$，则 $\left|2\boldsymbol{B}^{-1}-3\boldsymbol{E}\right|=$ ________。

5、设实矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}2-a & 1 & 0\\ 1 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 3+a\end{pmatrix}$ 为正定矩阵，则 a 的取值范围是__________。

三、计算题（6 小题，共 65 分）

1、计算 n 阶行列式 $D_n=\begin{vmatrix}x+1 & x & x & \cdots & x\\ x & x+2 & x & \cdots & x\\ x & x & x+3 & \cdots & x\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ x & x & x & \cdots & x+n\end{vmatrix}$.　　**(8 分)**

2、矩阵 $A=\begin{bmatrix}1 & 1 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & -1\end{bmatrix}$，且满足方程 $A^{*}X=A^{-1}-2X$,其中 A^{*} 为 A 的伴随矩阵,求矩阵 X 。**(10** 分**)**

3、设有 $\alpha_1=(2,1,3,-1)^{\mathrm{T}},\alpha_2=(3,-1,2,0)^{\mathrm{T}},\alpha_3=(1,3,4,-2)^{\mathrm{T}},\alpha_4=(4,-3,1,1)^{\mathrm{T}}$，求向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 的秩及其一个极大线性无关组，其余向量用极大无关组表示。 **(11** 分**)**

4、$a.b$为何值时线性方程组$\begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4=0 \\ x_2+2x_3+2x_4=1 \\ -x_2+(a-3)x_3-2x_4=b \\ 3x_1+2x_2+x_3+ax_4=-1 \end{cases}$有唯一解，有无穷多解，无解。

当有无穷多解时，用向量形式表示其通解。 **(12 分)**

5、已知二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=5x_1^2-2x_1x_2+6x_1x_3+5x_2^2-6x_2x_3+cx_3^2$ 的秩为 2。

（**1**）求参数c；（**2**）求一个正交变换 $\boldsymbol{X}=\boldsymbol{CY}$ 将其二次型化为标准型. **(14 分)**

6、 R^3 中两组基为：$\boldsymbol{\alpha}_1=\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix},\boldsymbol{\alpha}_2=\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix},\boldsymbol{\alpha}_3=\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}$； $\boldsymbol{\beta}_1=\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix},\boldsymbol{\beta}_2=\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix},\boldsymbol{\beta}_3=\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$.

(1)求由基 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 到基 $\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2,\boldsymbol{\beta}_3$ 的过渡矩阵 $\boldsymbol{A}$；

(2)求 $\boldsymbol{\xi}=\begin{pmatrix}1\\3\\0\end{pmatrix}$ 在基 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 下的坐标。 （**10** 分）

四、证明题：设向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性无关，且 $\boldsymbol{\beta}_1=\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_2+\boldsymbol{\alpha}_3$， $\boldsymbol{\beta}_2=\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_2+2\boldsymbol{\alpha}_3$， $\boldsymbol{\beta}_3=\boldsymbol{\alpha}_1+2\boldsymbol{\alpha}_2+3\boldsymbol{\alpha}_3$，判断向量组 $\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2,\boldsymbol{\beta}_3$ 的线性相关性，并证明之。（**5** 分）