浙江工商大学 2015/2016 学年第 2 学期期末考试卷 A

课程名称：概率论与数理统计　　考试方式：闭卷　　完成时限：120 分钟

班级名称：____________　　学　号：__________　　姓名：______________

题　号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
分　值	20	10	10	12	12	10	12	14	100
得　分									
阅卷人									

一、填空题(每空 2 分, 共 20 分)

1. 某人连续向一目标射击, 每次命中目标的概率为 $\frac{3}{4}$, 他连续射击直到命中为止, 则射击次数为 3 的概率是_________.

2. 已知 $P(A)=0.5$, $P(B)=0.6$, $P(B\mid A)=0.8$, 则 $P(A\overline{B})=$_____, $P(A\cup B)=$_____.

3. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}\frac{3}{8}x^2, & 0\le x\le c,\\ 0, & \text{其他},\end{cases}$ 则常数 $c=$________.

4. 设随机变量 X 的分布函数为

$$F(x)=\begin{cases}0, & x<-1,\\ 0.2, & -1\le x<0,\\ 0.8, & 0\le x<1,\\ 1, & x\ge 1,\end{cases}$$

则 $E(X)=$________.

5. 设随机变量 X 与 Y 分别服从正态分布 $N(1,3^2)$ 和 $N(0,2^2)$. 若 $\rho_{XY}=0$, 则 (X,Y) 的联合密度为________________________.

6. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 相互独立且服从相同的分布, $E(X_1)=1$, $D(X_1)=3$, $\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$, 则由切比雪夫不等式可得 $P\{|\overline{X}-1|\ge 1\}\le$__________, $\overline{X}$ 依概率收敛于__________.

7. 设随机变量 $T\sim t(n)$, $t_\alpha(n)$ 为 $t(n)$ 的上 α 分位点, 则 $P\{T>-t_\alpha(n)\}=$_________.

8. 设 $(X_1,\cdots,X_n)$ 是取自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的样本, 其中 σ^2 未知. 检验假设 $H_0:\mu=\mu_0$ 时, 可采用的统计量是______________.

二、选择题(每小题 2 分, 共 10 分)

1. 对于任意两个随机事件 A, B, 下列选项中一定成立的是(　　　).

A. 若 $AB=\Phi$, 则 A 与 B 相互独立　　　B. 若 $P(AB)=0$, 则 A 与 B 互不相容

C. 若 $P(A)=0$, 则 A 与 B 相互独立　　　D. 若 $AB\neq\Phi$, 则 A 与 B 不相互独立

2. 任何一个连续型随机变量的概率密度 $f(x)$ 一定满足(　　　).

A. $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\mathrm{d}x=1$　　　B. $0\le f(x)\le 1$

C. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$　　　D. 在定义域内单调非减

3. 若两个随机变量 X 与 Y 的协方差 $\mathrm{cov}(X,Y)=0$, 则下列结论必正确的是(　　　).

A. X 与 Y 相互独立　　　B. $D(X+Y)=D(X)+D(Y)$

C. $D(X-Y)=D(X)-D(Y)$　　　D. $D(XY)=D(X)D(Y)$

4. 设总体 $X\sim N(0,1)$, $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是取自该总体的样本, 则下列各式正确的是(　　　).

A. $\overline{X}\sim N(0,1)$　　　B. $n\overline{X}\sim N(0,1)$

C. $\dfrac{\overline{X}}{S}\sim t(n-1)$　　　D. $\sum\limits_{i=1}^{n} X_i^2\sim\chi^2(n)$

5. 设总体 X 均值 μ 与方差 σ^2 都存在, 且均为未知参数, 而 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是该总体的一个样本, $\overline{X}$ 为样本方差, 则总体方差 σ^2 的矩估计量是(　　　).

A. $\overline{X}$　　　B. $\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}(X_i-\mu)^2$

C. $\dfrac{1}{n-1}\sum\limits_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$　　　D. $\dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})^2$

三、(本题 10 分)

每箱产品有 10 件, 其中次品数从 0 到 2 是等可能的. 开箱检验时, 从中一次抽取 2 件(不重复), 如果发现有次品, 则拒收该箱产品. 试计算:

(1) 一箱产品通过验收的概率;

(2) 已知该箱产品通过验收, 则该箱中有 2 件次品的概率.

四、(本题 12 分)

设二维随机变量(X , Y)在区域 $D=\{(x,y)\,|\,0<x<1,|y|<x\}$ 内服从均匀分布. 求:

(1) (X , Y)的联合概率密度 $f(x,y)$;

(2) (X , Y)的边缘概率密度 $f_X(x)$, $f_Y(y)$;

(3) $P\{X<\frac{1}{2}\}$.

五、(本题 12 分)

设 (X,Y) 是二维随机变量, 已知 $X\sim B(1,0.3)$, 在 $X=0$ 下 Y 的条件分布律为

Y	0	1	2
$P\{Y\,|\,X=0\}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

在 $X=1$ 下 Y 的条件分布律为

Y	0	1	2
$P\{Y\,|\,X=1\}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

求(1) (X,Y) 的联合分布律;(2) $Y=1$ 下 X 的条件分布律.

六、（本题 10 分）

某车间有同型号机床 200 部,每部开动的概率为 0.7.假定各机床开动与否互不影响,开动时每部要消耗电能 15 个单位.问电厂最少要供应这个车间多少单位电能,才能以95% 的概率保证不致因供电不足而影响生产?（$\Phi(1.65)=0.95$）

七、(本题 12 分)

设总体 $X \sim B(n,p)$，其中 p 为未知参数，$X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为样本. (1)求参数 p 的最大似然估计量；(2) p 的最大似然估计量是否为 p 的无偏估计?说明理由.

八、(本题 14 分)

两家银行分别对 21 个储户和 16 个储户的年存款余额进行抽样调查，测得其平均年存款余额分别为 $\bar{x} = 2600$ 元和 $\bar{y} = 2700$ 元，样本标准差相应地为 $s_1 = 81$ 元和 $s_2 = 105$ 元，假设年存款余额服从正态分布，试比较两家银行储户的平均年存款余额有无显著差异?（$\alpha = 0.10$）

（$F_{0.05}(20,15) = 2.33$，$F_{0.05}(15,20) = 2.20$，$t_{0.05}(35) = 1.69$）