

## 第五章 大数定律与中心极限定理

### 一、填空题

1. 设随机变量  $X$  的方差为 2, 则根据切比雪夫不等式有估计  $P\{|X - E(X)| \geq 2\} \leq \underline{\hspace{2cm}}$ .

2. 设随机变量序列  $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$  独立同分布, 且  $E(X_i) = \mu$ ,  $D(X_i) = \sigma^2$  ( $\sigma > 0$ ),  $i = 1, 2, \dots$ , 则对任意实数  $x$ ,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left\{\frac{\sum_{i=1}^n X_i - n\mu}{\sqrt{n}\sigma} > x\right\} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

### 二、单项选择题

1. 设随机变量  $X$  的方差  $D(X)$  存在,  $a > 0$ , 则由切比雪夫不等式, 有  $P\left\{\frac{|X - E(X)|}{a} \geq 1\right\} \leq (\quad)$ .

- A.  $D(X)$       B.  $a^2 D(X)$       C.  $\frac{D(X)}{a^2}$       D. 1

2. 设  $\Phi(x)$  为标准正态分布函数,  $X_i = \begin{cases} 1, & \text{事件} A \text{发生,} \\ 0, & \text{事件} A \text{不发生,} \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, 100$ , 且

$P(A) = 0.8$ ,  $X_1, \dots, X_{100}$  相互独立, 令  $Y = \sum_{i=1}^{100} X_i$ , 则由中心极限定理知  $Y$  的分布函数  $F(y)$  近似于  $(\quad)$ .

- A.  $\Phi(4y + 80)$       B.  $\Phi(\frac{y - 80}{4})$       C.  $\Phi(16y + 80)$       D.  $\Phi(y)$

### 三、计算题

1. 对敌人的防御阵地进行 100 次轰炸, 每次轰炸命中目标的炸弹数目是一个随机变量, 其数学期望是 2, 方差是 1.69, 求在 100 次轰炸中有 180 颗到 220 颗炸弹命中目标的概率.

2. 一大批种子, 良种占 20%, 从中任选 5000 粒. 试计算其良种率与 20% 之差小于 1% 的概率.

3. 抛掷一枚硬币, 以  $X$  表示  $n$  次抛掷中出现正面的次数, 问要抛掷多少次, 才能以 0.99 的概率保证出现正面的频率与概率的偏差小于 0.01? 试分别用切比雪夫不等式及中心极限定理求出结果.

### 参考答案

一、 1.  $\frac{1}{2}$       2.  $1 - \Phi(x)$

二、 1. C      2. B

三、

1. 0.8764      2. 0.9616      3. 250000, 16641