第三章　练习题

1. 已知随机变量 $X \sim N(-3,1)$, $Y \sim N(2,1)$, 且随机变量 X,Y 相互独立, 则 $X-2Y+7 \sim$__________.

2. 设随机变量 X,Y 相互独立, 且均服从 $[1,3]$ 区间上的均匀分布, 令 $A=\{X \le a\}$, $B=\{Y > a\}$, 已知 $P(A \cup B)=\frac{7}{9}$, 则常数 $a=$__________.

3. 设随机变量 X,Y 独立同分布, 且 X 服从二点分布 $b(1,0.5)$, 则随机变量 $Z=\max\{X,Y\}$ 的分布律为____________________.

4. 假设 X,Y 为随机变量, 且 $P(X \ge 0, Y \ge 0)=\frac{3}{7}$, $P(X \ge 0)=P(Y \ge 0)=\frac{4}{7}$, 则 $P(\max\{X,Y\} \ge 0)=$____________.

5. 设随机变量 X,Y 相互独立, 下表给出了 (X,Y) 联合分布律和边缘分布律的部分数值, 试将其余数值填入表中空白处.

$X \backslash Y$	y_1	y_2	y_3	$P(X=x_i)=p_{i\cdot}$
x_1		$\frac{1}{8}$		
x_2	$\frac{1}{8}$			
$P(Y=y_j)=p_{\cdot j}$	$\frac{1}{6}$			1

6. 设随机变量 $X_i\ (i=1,2)$ 的分布律为

X_i	-1	0	1
P	0.25	0.5	0.25

且 $P(X_1X_2=0)=1$, 则 $P(X_1=X_2)=$____________.

7. 假设随机变量 (X,Y) 的联合分布律为

$X \backslash Y$	0	1	2

-1	$\frac{1}{15}$	q	0.2
1	p	0.2	0.3

则 p,q 应满足_____________________. 若随机变量 X,Y 相互独立, 则 $p=$________, $q=$_____________.

8. 假设盒子中装有 3 只黑球, 2 只红球, 2 只白球, 从盒子中任取 4 只球, 求黑球数 X 和红球数 Y 的联合分布律和边缘分布律.

9. 掷一颗均匀骰子二次, 设随机变量 X 表示第一次出现的点数, 随机变量 Y 表示两次出现点数的最大值, 求二维离散型随机变量 (X,Y) 的联合分布律和边缘分布律.

10. 假设随机变量 X 服从参数为 $\lambda=1$ 的指数分布, 令

$$Y_i=\begin{cases}0, & X\le i,\\ 1, & X>i\end{cases}\quad (i=1,2),$$

求 (Y_1,Y_2) 的联合分布律.

11. 设随机变量 (X,Y) 的联合分布律为

$X\backslash Y$	1	2	3
1	k	$2k$	$3k$
2	$2k$	$4k$	$6k$
3	$3k$	$6k$	$9k$

求:(1) 常数 k; (2) $P(1\le X\le 2, Y\ge 2)$; (3) $P(X\ge 2)$; (4) $P(Y<2)$; (5) 在 $X=1$ 条件下 Y 的条件分布律和在 $Y=2$ 条件下 X 的条件分布律; (6) 随机变量 X,Y 是否相互独立.

12. 若随机变量 X,Y 相互独立, 且随机变量 X,Y 的分布律分别为:

X	-3	-2	-1
P	0.25	0.25	0.5

Y	1	2	3
P	0.4	0.2	0.4

求:(1) (X,Y) 的联合分布律; (2) $2X+Y$ 的分布律.

13. 设随机变量 X,Y 独立同分布, 均服从二点分布 $b(1,p)$, 记

$$Z=\begin{cases}1, & 若X+Y为奇数,\\ 0, & 若X+Y为偶数,\end{cases}$$

问 p 为何值时，X 和 Z 相互独立.

14. 假设随机变量 (X,Y) 服从区域 $D=\{0\le x\le 2, 0\le y\le 1\}$ 上均匀分布. 记

$$U=\begin{cases}0, & X\le Y,\\ 1, & X>Y,\end{cases}\quad V=\begin{cases}0, & X\le 2Y,\\ 1, & X>2Y.\end{cases}$$

求随机变量 (X,Y) 的联合分布律.

15. 设二维随机变量 (X,Y) 的联合密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}k(6-x-y), & 0\le x\le 2, 2\le y\le 4,\\ 0, & 其他,\end{cases}$$

求：(1) 常数 k；(2) 边缘密度函数；(3) $P(X+Y\le 4)$；(4) $P(X<1,Y<3)$；(5) $P(X<1.5)$；(6) 随机变量 X,Y 是否相互独立；

16. 假设二维随机变量 (X,Y) 的联合密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}kx^2y, & x^2\le y\le 1,\\ 0, & 其他,\end{cases}$$

求：(1) 常数 k；(2) 边缘密度函数；(3) $P(X<Y)$；(4) 随机变量 X,Y 是否相互独立.

17. 假设二维随机变量 (X,Y) 的联合密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}2e^{-x-2y}, & x>0, y>0,\\ 0, & 其他,\end{cases}$$

求 $Z=X+2Y$ 的密度函数.