# 第二章 随机变量及其分布

## 一、填空题

1. 设$P(X \le b)=1-\beta$，$P(X \ge a)=1-\alpha$，其中$a<b$，则$P(a \le X \le b)=$_______。

2. 已知 10 件产品中有 3 件是次品，从中有放回取出 5 件产品，则所取出的 5 件产品中次品数的分布律为________________________；如果是无放回取出 5 件产品，则所取出的 5 件产品中次品数的分布律为________________________。

3. 设$X \sim b(2,p)$，$Y \sim b(3,p)$，且$P(X \ge 1)=\dfrac{5}{9}$，则$P(Y \ge 1)=$_______________。

4. 设$X \sim P(\lambda)$，且$P(X=1)=P(X=2)$，则$\lambda=$ _____________。

5. 设随机变量$X$的分布函数为$F(x)=\begin{cases} 0 & x<1 \\ 0.3 & 1 \le x<2 \\ 0.6 & 2 \le x<3 \\ 1 & x \ge 3 \end{cases}$，则$X$的分布律为_________________。

6. 设$X \sim U(1,5)$，则当$x_1<1<x_2<5$时，$P(x_1<X<x_2)=$___________________；当$1<x_1<5<x_2$时，$P(x_1<X<x_2)=$___________________。

7. 已知$X \sim N(\mu,\sigma^2)$，$a \ne 0$，则$aX+b \sim$_____________________。

8. 设$X \sim N(\mu,\sigma^2)$，其密度函数为$f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{6\pi}}e^{-\frac{x^2-4x+4}{6}}$，则$\mu=$\_\_\_\_\_，$\sigma^2=$______。

9. 设$X \sim N(\mu,9)$，且$P(X>c)=P(X<c)$，则$c=$______________。

10. 设随机变量$X$的密度函数为$f(x)=\begin{cases} 2x & 0<x<1 \\ 0 & other \end{cases}$，$Y$是$X$的三次独立观察中小于 0.5 的次数，则$Y$的分布律为____________________。

11. 设随机变量 $X$ 的密度函数为 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{A}{\sqrt{1-x^2}} & |x|<1 \\ 0 & other\end{cases}$，则 $A=$________，

$P(|X|<0.5)=$_________， $X$ 的分布函数 $F(x)=$_________________。

12. 设 $X\sim U(0,2)$，则 $Y=X^2$ 的密度函数为_______________。

## 二、单项选择

1. 当随机变量 $X$ 的可能值充满区间_______时函数 $f(x)=\cos x$ 可以成为随机变量 $X$ 的密度函数。

（A）$\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$　　(B) $\left[\dfrac{\pi}{2},\pi\right]$　　（C）$[0,\pi]$　　(D) $\left[\dfrac{3\pi}{2},\dfrac{7\pi}{4}\right]$

2. 下列函数中，_______可以成为连续型随机变量的分布函数。

（A）$F(x)=\begin{cases}e^x & x<0 \\ 1 & x\ge 0\end{cases}$　　（B）$F(x)=\begin{cases}e^{-x} & x<0 \\ 1 & x\ge 0\end{cases}$

（C）$F(x)=\begin{cases}0 & x<0 \\ 1-e^x & x\ge 0\end{cases}$　　（D）$F(x)=\begin{cases}0 & x<0 \\ 1+e^{-x} & x\ge 0\end{cases}$

3. 设 $X$ 的密度函数为 $f(x)$，分布函数为 $F(x)$，且 $f(x)$ 是偶函数，则有______。

（A）$F(-x)=1-\int_0^a f(t)dt$　　（B）$F(-x)=\dfrac{1}{2}-\int_0^a f(t)dt$

（C）$F(-x)=F(x)$　　（D）$F(-x)=2F(x)-1$

4. 设 $X\sim N(1,\sigma^2)$，其密度函数为 $f(x)$，分布函数为 $F(x)$，则________。

（A）$P(X<0)=P(X>0)$　　（B）$P(X<1)=P(X>1)$

（C）$F(-x)=1-F(x)$　　（D）$f(-x)=f(x)$

5. 设 $X\sim N(\mu,4^2)$， $Y\sim N(\mu,5^2)$， 记 $p_1=P(X<\mu-4)$， $p_2=P(Y\ge\mu+5)$，则________。

（A） $p_1 = p_2$　　　　　　　　（B） $p_1 > p_2$

（C） $p_1 < p_2$　　　　　　　　（D） $p_1, p_2$的大小无法确定

6. 设$X \sim N(\mu, \sigma^2)$，则$P(|X-\mu|<\sigma)$的值随着$\sigma$的增加___________。

（A）单调增加　（B）单调减少　（C）不变　（D）增减不定

7. 设$X,Y$的分布函数分别为$F_1(x), F_2(x)$，若$F(x)=aF_1(x)-bF_2(x)$是某一随机变量的分布函数，则$a,b$应取值________。

（A） $a=3/5, b=-2/5$　　　　　　（B） $a=2/3, b=2/3$

（C） $a=-1/2, b=3/2$　　　　　　（D） $a=1/2, b=-3/2$

8. 设$X$的密度函数为$f(x)$，则$Y=-2X+3$的密度函数为__________。

（A） $-\frac{1}{2}f\left(-\frac{y-3}{2}\right)$　　　　（B） $\frac{1}{2}f\left(-\frac{y-3}{2}\right)$

（C） $-\frac{1}{2}f\left(-\frac{y+3}{2}\right)$　　　　（D） $\frac{1}{2}f\left(-\frac{y+3}{2}\right)$

## 三、计算题

1. 某车间有 20 部同型号机床，短线产品机床开支的概率是 0.8，假定各机床是否开动彼此相互独立，每部机床开动时所消耗的电能为 15 单位，求这个车间消耗电能不少于 270 单位的概率。

2. 甲、乙二人轮流投篮直到一人投中为止。设甲投中的概率为 0.4，乙投中的概率为 0.5，求（1）每人投篮次数的分布律；（2）二人投篮次数和的分布律。

3. 设$X$的密度函数为$f(x)=\begin{cases} ax+b & 0<x<1 \\ 0 & other \end{cases}$，且$P(X>\frac{1}{3})=P(X<\frac{1}{3})$，求

（1）常数$a,b$；（2）分布函数$F(x)$。

4. 设$X$的分布函数为$F(x)=\begin{cases} A+Be^{-x} & x\geq 0 \\ 0 & other \end{cases}$，求（1）常数$A,B$；（2）密度函数$f(x)$；（3）$P(-3<X<1)$；（4）$Y=X^2$的密度函数。

5. 假设测量误差$X\sim N(0,100)$，求在 100 次独立测量中至少有 3 次测量误差的绝对值大于 19.6 的概率，并用 Poisson 近似计算这个概率。

## 四、证明题

假设一大型设备在任何长为$t$的时间内发生故障的次数$N(t)\sim P(\lambda t)$，证明相继二次故障之间时间间隔$T$服从参数为$\lambda$的指数分布。