浙江工商大学概率论与数理统计考试试卷（**A** 卷）评分标准

一、填空题（每空 2 分，共 20 分）

1.0.7；2.$\frac{2}{3}$；3.$\frac{1}{5}$；4.$\frac{4}{5}$；5.25.8；6.N(-1,3)；7.

X	-1	1	3
p	0.4	0.4	0.2

8.$\le\frac{1}{9}$；

9.$(\overline{X}\pm\frac{S}{\sqrt{n}}t_{\alpha/2}(n-1))$；10. $\frac{\overline{X}}{s/\sqrt{n}}$

二、选择题（每题 2 分，共 10 分）

1.A；2.A；3.B；4.C；5.D

三（10 分）

解：设 B 表示次品，A_i 表示第 i 个车床加工的（i=1,2,3）则--------------1 分

$$P(A_1)=0.25,P(A_2)=0.35,P(A_3)=0.40,P(B|A_1)=0.05,P(B|A_2)=0.04,P(B|A_3)=0.02$$

显然，A_1,A_2,A_3 构成样本空间的一个划分，-----------------2 分

（1）$$\begin{aligned}P(B)&=P(A_1)P(B|A_1)+P(A_2)P(B|A_2)+P(A_1)P(B|A_2)\\&=0.25\times0.05+0.35\times0.04+0.40\times0.02=0.0345\end{aligned}$$ ----------------7 分

（2）$P(A_1|B)=\frac{P(A_1)P(B|A_1)}{P(B)}=0.3623$ ---------------10 分

四、（10 分）

解：（1）$1=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx=\int_{-A}^{A}\frac{2}{\pi(1+x^2)}dx=\frac{4}{\pi}\arctan x|_0^A=\frac{4}{\pi}\arctan A$ ---------1 分

$\Rightarrow A=1$ --------------2 分

(2) $P(|\xi|<\frac{\sqrt{3}}{3})=\int_{-\frac{\sqrt{3}}{3}}^{\frac{\sqrt{3}}{3}}f(x)dx=\int_{-\frac{\sqrt{3}}{3}}^{\frac{\sqrt{3}}{3}}\frac{2}{\pi(1+x^2)}dx=\frac{4}{\pi}\arctan x|_0^{\frac{\sqrt{3}}{3}}=\frac{2}{3}$ ------------4 分

(3) $$F(x)=\begin{cases}0 & ,x\le-1\\ \frac{2}{\pi}\arctan x+\frac{1}{2} & ,-1<x<1\\ 1 & ,x\ge1\end{cases}$$ ----------------6 分

（4）$EX=\int_{-\infty}^{+\infty}xf(x)dx=0$ -------------8 分

$DX=EX^2-\left(EX\right)^2=\int_{-\infty}^{+\infty}x^2f(x)dx=\frac{4}{\pi}-1$ -------------10 分

五、（10 分）

解：（1）$1=a+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{6}+b\Rightarrow a+b=0$ ------------1 分

$\Rightarrow a=b=0$ ---------------------2 分

（2） $P\{1<X<3,0<Y\le 2\}=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$ --------------4 分

（3）

X	1	2	3
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

Y	1	2	3
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

---------------6 分

（4）

X+Y	3	4	5
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

------------------------8 分

(5) $P(Y=1\,|\,X=2)=\frac{1}{3};P(Y=2\,|\,X=2)=\frac{1}{3};P(Y=3\,|\,X=2)=\frac{1}{3}$ ---------------10 分

六、（6 分）

解：设ξ表示工作的机床台数，则$\xi\sim b(80,0.7)$，设需要供应x千瓦的电，-------------1 分

则由中心极限定理：

$$P(\xi\le\frac{x}{2})=P(\frac{\xi-80\times0.7}{\sqrt{80\times0.7\times0.3}}\le\frac{\frac{x}{2}-80\times0.7}{\sqrt{80\times0.7\times0.3}})=\Phi(\frac{\frac{x}{2}-56}{\sqrt{16.8}})=0.99$$ -----------------4 分

$$\frac{\frac{x}{2}-56}{\sqrt{16.8}}=2.33\Rightarrow x=131.1$$ --------------------6 分

七、（8 分）

解：（1）$1=\iint f(x,y)dxdy=\int_0^1dx\int_0^xkdy=\frac{k}{2}$ --------------------1 分

$\Rightarrow k=2$ -------------------2 分

（2） $f_X(x)=\begin{cases}\int_0^x 2dy=2x,0<x<1\\ 0,else\end{cases}$, ----------------4 分

$f_Y(y)=\begin{cases}\int_y^1 2dx=2(1-y),0<y<1\\ 0,else\end{cases}$ ------------------6 分

（3） $f(x,y)\ne f_X(x)f_Y(y)\Rightarrow$不独立 ------------------8 分

八、（10 分）

解：设 $X_1, X_2, \cdots X_n$是样本 ---------------------1 分

似然函数为：$L(\lambda)=\lambda^n\alpha^n(x_1x_2\cdots x_n)^{\alpha-1}e^{-\lambda\sum_{i=1}^{n}x_i^\alpha}$ ----------------------------3 分

取对数：$\ln L(\lambda)=n\ln\lambda+\ln\left(\alpha^n(x_1x_2\cdots x_n)^{\alpha-1}\right)-\lambda\sum_{i=1}^{n}x_i^\alpha$ ----------------------6 分

求导：$\dfrac{d\ln L(\lambda)}{d\lambda}=\dfrac{n}{\lambda}-\sum_{i=1}^{n}x_i^\alpha=0$ ------------------------8 分

得到估计量为：$\hat{\lambda}=\dfrac{n}{\sum_{i=1}^{n}x_i^\alpha}$ -----------------------10 分

九、（12 分）解：　在$\alpha=0.05$下检验

1.（1）$H_0:\sigma_1^2=\sigma_2^2$　　$H_1:\sigma_1^2\neq\sigma_2^2$ ----------------1 分

构造检验统计量　$F=\dfrac{s_X^2}{s_Y^2}\sim F(15,19)$ ----------------------3 分

从而拒绝域$C=\{F>F_{0.025}(15,19)\}\cup\{F<F_{0.975}(15,19)\}$ -----------4 分

而 $F_{0.975}(15,19)=\dfrac{1}{F_{0.025}(19,15)}=\dfrac{1}{2.7559}$；　$F_{0.025}(15,19)=2.6171$

所以拒绝域$C=\{F>2.6171\}\cup\{F<\dfrac{1}{2.7559}\}$

由样本观测值，得$F=\dfrac{(0.025)^2}{(0.02)^2}=\dfrac{625}{400}=1.5625$；---------------5 分

因为$\dfrac{1}{2.7559}<F=1.5625<2.6171$，

所以接受H_0，即认为两总体的方差无显著差异。-------------------6 分

2.　$H_0:\mu_1=\mu_2$　　$H_1:\mu_1\neq\mu_2$ --------------------7 分

$$T=\frac{\overline{X}-\overline{Y}}{s_w\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{1}{m}}}\sim t(n+m-2)$$ 其中

$$s_w = \sqrt{\frac{(n-1)s_X^2 + (m-1)s_Y^2}{n+m-2}}$$ -------------------9 分

在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下，查自由度为 34 的 t 分布，$t_{0.025}(34) = 2.0322$， 拒绝域 $C = \{|T| > 2.0322\}$ ---------------------10 分

由样本观测值可计算得

$T = 1.4677$ ---------------------11 分

因为 $|T| = 1.4677 < 2.0322$，

所以接受 H_0，即认为均值无显著差别。---------------------12 分

十、证明题（4 分）

由于 $E\left(\sum_{i=1}^{m}\left(X_i - \overline{X}\right)^2\right) = (m-1)\sigma^2; E\left(\sum_{i=1}^{n}\left(Y_i - \overline{Y}\right)^2\right) = (n-1)\sigma^2$ ------------2 分

$$\Rightarrow E\left(\frac{1}{m+n-2}\left[\sum_{i=1}^{m}\left(X_i - \overline{X}\right)^2 + \sum_{j=1}^{n}\left(Y_i - \overline{Y}\right)^2\right]\right) = \sigma^2$$ ----------------3 分

即：$\frac{1}{m+n-2}\left[\sum_{i=1}^{m}\left(X_i - \overline{X}\right)^2 + \sum_{j=1}^{n}\left(Y_i - \overline{Y}\right)^2\right]$ 是 σ^2 的无偏估计。-----------4 分