浙江工商大学 2015/2016 学年第 1 学期期末考试卷 A

课程名称：概率论与数理统计　　考试方式：闭卷　　完成时限：120 分钟

班级名称：______　　学　号：______　　姓名：______

题　号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总分
分　值	20	10	12	6	12	10	12	14	4	100
得　分										
阅卷人										

一、填空题(每空 2 分，共 20 分)

1. 一个盒中装有 3 个白球 4 个黑球，从中任取 3 个，则其中恰有 2 个白球 1 个黑球的概率为______.

2. 设 A, B 为相互独立的随机事件，且已知 $P(A)=\frac{3}{5}$, $P(A\cup B)=\frac{7}{10}$, 则 $P(B)=$______.

3. 设随机变量 X 的分布函数 $F(x)=a+b\arctan x,\ x\in \mathrm{R}$, 则 $a=$______, $b=$______.

4. 设随机变量 X 服从正态分布 $N(-2,4)$, 则其密度函数为 $f(x)=$______.

5. 设随机变量 $X\sim U(0,1)$, $E(\mathrm{e}^X)=$______.

6. 设随机变量 X 的期望和方差分别为 μ 和 σ^2, 则由切比雪夫不等式可估计 $P\{|X-\mu|<3\sigma\}$ ______.

7. 设 $X\sim t(n)$, 则 $X^2\sim$______(须写出参数).

8. 设 $(X_1,\cdots,X_n)$ 是正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的样本，σ^2 已知时，检验假设 $H_0:\mu=\mu_0$, 可采用的统计量是______，在 H_0 成立的条件下，它服从的分布为______(须写出参数).

二、选择题(每小题 2 分，共 10 分)

1. 同时掷两颗骰子，出现点数之和为 10 的概率为(　　).

A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{1}{12}$　　C. $\frac{5}{12}$　　D. $\frac{7}{12}$

2. 一个随机变量的数学期望和方差都是 1，那么这个随机变量不可能服从(　　).

A. 二项分布　　B. 泊松分布　　C. 指数分布　　D. 正态分布

3. 若两个随机变量 X 和 Y 相互独立，则下列等式不正确的是(　　).

A. $E(XY)=E(X)E(Y)$　　B. $D(X+Y)=D(X)+D(Y)$

C. $D(X-Y)=D(X)-D(Y)$　　D. $\mathrm{cov}(X,Y)=0$

4.设总体 X 服从如下分布:

X	0	1
P	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$

记 $\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$ 为样本均值,则 $D(\overline{X})$ 为(　　　).

A. $\frac{n}{3}$　　　B. $\frac{2n}{9}$　　　C. $\frac{2}{9n}$　　　D. $\frac{2}{9n^2}$

5.假设检验时,当样本容量一定时,若缩小犯第一类错误的概率,则犯第二类错误的概率(　　　).

A.变小　　　B.变大　　　C.不变　　　D.不确定

三、(本题 12 分)

设二维随机变量(X , Y)在曲线 $y=x^2$ 与 $x=y^2$ 所围成的区域 D 中服从均匀分布,求:

(1) (X , Y)的联合密度函数 $f(x,y)$;

(2) X , Y 的边缘密度函数 $f_X(x)$, $f_Y(y)$,并判断 X , Y 是否相互独立.

四、（本题 6 分）

两台自动机械甲、乙制造同类产品,由共同的传送带输送,甲的生产能力两倍于乙,且甲、乙的优质品率分别为60%、84%,任取一个产品,发现是优质品,求它是甲生产的概率.

五、（本题 12 分）

设二维离散型随机变量(X,Y)的概率分布为:

X \ Y	0	1
0	0.4	a
1	b	0.1

且事件$\{X=0\}$与$\{X+Y=1\}$相互独立,求:(1)常数a, b;　(2) X与Y的相关系数ρ_{XY}.

六、（本题 10 分）

在一次试验中事件A出现的概率为0.4，应至少进行多少次试验，才能使事件A出现的频率与概率之差在± 0.1之间的概率不低于0.9 ？（$\Phi(1,65)=0.95$）

七、（本题 12 分）

(1)给定样本$X_1, X_2, \cdots, X_n$ ，若总体X服从参数为λ的泊松分布，求λ的矩估计；

(2)设总体X的密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{\theta}\mathrm{e}^{-\frac{x}{\theta}}, & x\geq 0,\\ 0, & x<0,\end{cases}$$

其中$\theta>0$，$X_1, X_2, \cdots, X_n$为样本，求参数θ的最大似然估计.

八、（本题 14 分）

某种零件的椭圆度服从正态分布, 改变工艺前抽取 16 件, 测得数据并算得 $\bar{x}=0.081$, $S_X=0.025$; 改变工艺后抽取 20 件, 测得数据并算得 $\bar{y}=0.07$, $S_Y=0.02$. 问: (1) 改变工艺前后, 方差有无明显差异? (2) 改变工艺前后, 均值有无明显差异?（$\alpha=0.05$）.

（$F_{\alpha/2}(15,19)=2.6171$, $F_{\alpha/2}(19,15)=2.7559$, $t_{\alpha/2}(34)=2.0322$）

九、（本题 4 分）

设总体 X 服从区间 $\left[\theta,2\theta\right]$ 上的均匀分布, 其中 $\theta>0$ 为未知参数, 又 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 为样本, 记样本均值 $\overline{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$, 证明：$\hat{\theta}=\frac{2}{3}\overline{X}$ 为 θ 的无偏估计.