第一章 复习题答案详解

一、填空题

1. 设 A,B,C 是三个随机事件. 试用 A,B,C 分别表示事件

(1) A,B,C 至少有一个发生 $\underline{\quad A+B+C \quad}$.

(2) A,B,C 中恰有一个发生 $A\overline{B}\,\overline{C}+\overline{A}B\overline{C}+\overline{A}\,\overline{B}C$.

(3) A,B,C 不多于一个发生 $\overline{B}\,\overline{C}+\overline{A}\,\overline{C}+\overline{A}\,\overline{B}$.

2. 设 A,B 为随机事件, 且 $P(A)=0.5$, $P(B)=0.6$, $P(B|A)=0.8$. 则 $P(B+A)$ = $\underline{0.7\quad}$.

解 $P(B+A)=P(B)+P(A)-P(B|A)P(A)=0.7$.

3. 若事件 A 和事件 B 相互独立, 且 $P(A)=\alpha$, $P(B)=\dfrac{3}{10}$, $P(\overline{A}+B)=\dfrac{7}{10}$, 则 $\alpha=\underline{\quad \dfrac{3}{7} \quad}$.

解 由 $P(\overline{A}+B)=1-P(A)+P(B)-P(B)P(\overline{A})=\dfrac{7}{10}$, 解得 $\alpha=\dfrac{3}{7}$.

4. 甲、乙两人独立的对同一目标射击一次, 其命中率分别为 0.6 和 0.5, 现已知目标被命中, 则它是甲射中的概率为 $\underline{\quad 0.75 \quad}$.

解 由贝叶斯公式, 得它是甲射中的概率为 0.75.

5. 设 $AB=\Phi$, $P(A)=0.3$, $P(B)=0.4$, 则 $P(A+B)=\underline{\quad 0.7 \quad}$.

6. 设有 10 件产品, 其中有 4 件次品, 今从中任取出 1 件为次品的概率是 $\underline{\quad 0.4 \quad}$.

7. 设 $P(A)=0.4, P(B)=0.3$, $P(A+B)=0.6$, 则 $P(A\overline{B})=\underline{\quad 0.3 \quad}$.

解 $P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)\Rightarrow P(AB)=0.1$.

$P(A\overline{B})=P(A)-P(AB)=0.4-0.1=0.3$.

8. 设 $P(A)=\dfrac{1}{4}, P(B|A)=\dfrac{1}{3}, P(A|B)=\dfrac{1}{2}$, 则 $P(A+B)=\underline{\quad \dfrac{1}{3} \quad}$.

解 $P(A+B)=P(A)+P(B)-P(A|B)P(B)=\dfrac{1}{3}$.

9. 三次独立的试验中, 成功的概率相同, 已知至少成功一次的概率为 $\dfrac{19}{27}$, 则每次试验成功的概率为 $\underline{\quad \dfrac{1}{3} \quad}$.

解 设每次试验成功的概率为 p, 则 $1-(1-p)^4=\dfrac{19}{27}$, 从而 $p=\dfrac{1}{3}$.

10. 从 6 名候选人甲、乙、丙、丁、戊、已中选出 4 名委员, 则甲、乙中恰有 1 人被选中的概率为 $\underline{\quad \dfrac{8}{15} \quad}$.

二、选择题

1. 设A,B为两随机事件,且$B\subset A$,则下列式子正确的是(　　).

A. $P(A+B)=P(A)+P(B)$　B. $P(AB)=P(A)$

C. $P(B|A)=P(B)$　　　　D. $P(B-A)=P(B)-P(A)$

解　本题应选 A.

2. 以A表示事件“甲种产品畅销,乙种产品滞销”,则其对立事件$\overline{A}$为(　　).

A.“甲种产品滞销,乙种产品畅销”B.“甲、乙两种产品均畅销”

C.“甲种产品滞销”　　　　D.“甲种产品滞销或乙种产品畅销”

解　本题应选 D.

3. 袋中有 50 个乒乓球,其中 20 个黄球,30 个白球,现在两个人不放回地依次从袋中随机各取一球.则第二人取到黄球的概率是(　　).

A. $\frac{1}{5}$　　B. $\frac{2}{5}$　　C. $\frac{3}{5}$　　D. $\frac{4}{5}$

解　$P=\frac{20}{50}\times\frac{19}{49}+\frac{30}{50}\times\frac{20}{49}=\frac{2}{5}$,故本题应选 B.

4. 对于事件A,B,下列命题正确的是(　　).

A. 若A,B互不相容,则$\overline{A}$与$\overline{B}$也互不相容.

B. 若A,B相容,那么$\overline{A}$与$\overline{B}$也相容.

C. 若A,B互不相容,且概率都大于零,则A,B也相互独立.

D. 若A,B相互独立,那么$\overline{A}$与$\overline{B}$也相互独立.

解　本题应选 D.

5. 若$P(B|A)=1$,那么下列命题中正确的是(　　).

A. $A\subset B$　　　　B. $B\subset A$

C. $A-B=\Phi$　　　　D. $P(A-B)=0$

解　本题应选 D.

6. 设$B\subset A$,则下面正确的等式是(　　).

A. $P(\overline{AB})=1-P(A)$　　　　B. $P(\overline{B}-\overline{A})=P(\overline{B})-P(\overline{A})$;

C. $P(B\mid A)=P(B)$　　　　D. $P(A\mid\overline{B})=P(A)$

解　$P(\overline{AB})=P(\overline{B})=1-P(B)$,$P(\overline{B}-\overline{A})=P(\overline{B})-P(\overline{A})$

$$P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{P(B)}{P(A)},\qquad P(A|\overline{B})=\frac{P(A\overline{B})}{P(\overline{B})}=\frac{P(A)-P(B)}{1-P(B)},$$

故本题应选 B.

7. 设A,B为任意两个事件,$A\subset B$,$P(B)>0$,则下式成立的为(　　).

A. $P(A)<P(A\mid \mathrm{B})$　　　　B. $P(A)\le P(A\mid \mathrm{B})$

C. $P(A)>P(A\mid \mathrm{B})$　　　　D. $P(A)\ge P(A\mid \mathrm{B})$

解　$P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}=\frac{P(A)}{P(B)}$,又$1\ge P(B)>0$,故$P(A|B)\ge P(A)$,所以本题应选 B.

8. 某人花钱买了 A、B、C 三种不同的奖券各一张. 已知各种奖券中奖是相互独立的, 中奖的概率分别为

$p(A)=0.03, P(B)=0.01, p(C)=0.02$,

如果只要有一种奖券中奖此人就一定赚钱, 则此人赚钱的概率约为(　　).

A. 0.05　　B. 0.06　　C. 0.07　　D. 0.08

解　$p=1-0.97\times 0.99\times 0.98\approx 0.06$, 故本题应选 B.

9. 若两事件 A 和 B 同时出现的概率 $P(AB)=0$, 则(　　).

A. A 和 B 不相容　　B. AB 是不可能事件

C. AB 未必是不可能事件　　D. $P(A)=0$ 或 $P(B)=0$

解　有些事件可能发生, 但发生的概率为零, 本题应选 C.

10. 已知 $P(A)=0.5$, $P(B)=0.4$, $P(A+B)=0.6$, 则 $P(B|A)=$(　　).

A. 0.2　　B. 0.45　　C. 0.6　　D. 0.75

解　本题应选 C.

三、计算题

1. 10 把钥匙中有 3 把能打开门, 今任意取两把, 求能打开门的概率.

解　这是一个古典概型的题目, 能打开门的概率为: $1-\dfrac{C_7^2}{C_{10}^2}=\dfrac{8}{15}$.

2. 任意将 10 本书放在书架上, 其中有两套书, 一套 3 本, 另一套 4 本. 求下列事件的概率.

(1) 3 本一套放在一起;

(2) 两套各自放在一起;

(3) 两套中至少有一套放在一起.

解　(1) 这是一个排列问题, 三本一套放在一起的概率为 $\dfrac{3!\times 8!}{10!}=\dfrac{1}{15}$.

(2) 两套各自放在一起的概率为 $\dfrac{3!\times 4!\times 5!}{10!}=\dfrac{1}{210}$.

(3) 两套至少有一套放在一起的概率为 $\dfrac{3!\times 8!}{10!}+\dfrac{4!\times 7!}{10!}-\dfrac{1}{210}=\dfrac{2}{21}$.

3. 调查某单位得知. 购买空调的占 15%, 购买电脑占 12%, 购买 DVD 的占 20%; 其中购买空调与电脑的占 6%, 购买空调与 DVD 的占 10%, 购买电脑和 DVD 的占 5%, 三种电器都购买的占 2%. 求下列事件的概率.

(1) 至少购买一种电器的;

(2) 至多购买一种电器的;

(3) 三种电器都没购买的.

解　设 A={购买空调}, B={购买电脑}, C={购买 DVD}, 则

$P(A)=0.15$, $P(B)=0.12$, $P(C)=0.2$, $P(AB)=0.06$,

$P(AC)=0.1$, $P(BC)=0.05$, $P(ABC)=0.02$

(1) $P(A+B+C)$

$=P(A)+P(B)+P(C)-P(AB)-P(BC)-P(AC)+P(ABC)$

$=0.28$.

(2) $P(\overline{A}\overline{B}+\overline{B}\overline{C}+\overline{A}\overline{C})=P(\overline{A}\overline{B})+P(\overline{B}\overline{C})+P(\overline{A}\overline{C})-2P(\overline{A}\overline{B}\overline{C})$

$=1-P(A+B)+1-P(A+C)+1-P(B+C)-2[1-P(A+B+C)]$

$=0.83$.

(3) $P(\overline{A}\overline{B}\overline{C})=1-P(A+B+C)=0.72$.

4. 仓库中有十箱同样规格的产品,已知其中有五箱、三箱、二箱依次为甲、乙、丙厂生产的,且甲厂,乙厂、丙厂生产的这种产品的次品率依次为$\frac{1}{10}$, $\frac{1}{15}$, $\frac{1}{20}$. 从这十箱产品中任取一件产品,求取得正品的概率.

解 设A_1,A_2,A_3分别表示甲,乙,丙厂生产的产品,B表示取到的产品是正品,由全概率公式,得

$$P(B)=P(A_1)P(B|A_1)+P(A_2)P(B|A_2)+P(A_3)P(B|A_3)$$

$$=\frac{5}{10}\times\frac{9}{10}+\frac{3}{10}\times\frac{14}{15}+\frac{1}{5}\times\frac{19}{20}=0.92.$$

5. 一箱产品,A、B两厂生产分别占60%与40%,其次品率分别为1%, 2%. 现在从中任取一件,发现为次品,问此时该产品是哪个厂生产的可能性最大?

解 设$C=\{$产品是次品$\}$,由贝叶斯公式,得

$$P(A|C)=\frac{P(A)P(C|A)}{P(A)P(C|A)+P(B)P(C|B)}=\frac{0.6\times0.01}{0.6\times0.01+0.4\times0.02}\approx0.4286,$$

$$P(B|C)=1-0.4286=0.5714,$$

由此,取出产品是B厂生产的可能性大.

6. 某单位号召职工每户集资3.5万元建住宅楼,当天报名的占60%,其余40%中,第二天上午报名的占75%,而另外25%在第二天下午报了名,情况表明,当天报名的人能交款的概率为0.8,而在第二天上、下午报名的人能交款的概率分别为0.6与0.4,试求报了名后能交款的人数的概率.

解 设A_1,A_2,A_3分别表示当天上午,第二天上午,第二天下午报名的人数,B表示报名后能交款的人数,由题意

$$P(A_1)=0.6,\ P(A_2)=0.75\times0.4=0.3,\ P(A_3)=0.25\times0.4=0.1,$$

$$P(B|A_1)=0.8,\ P(B|A_2)=0.6,\ P(B|A_3)=0.4,$$

$$P(B)=P(A_1)P(B|A_1)+P(A_2)P(B|A_2)+P(A_3)P(B|A_3)=0.7.$$

7. 某商品成箱出售,每箱装有该产品20件,已知各箱中无次品,正好一件次品,正好两件次品的概率分别为0.8, 0.12, 0.08. 允许顾客任取一箱并开箱后任取4件检查,若未发现次品,则顾客必须买下,否则可不买. 问顾客买下此箱的概率为多少?若已知顾客买下一箱,问此箱无次品的概率是多少?

解 设A_i表示一箱产品中有i件次品的事件($i=0,1,2$),B表示任取四件未发现次品

的事件, 由题意知

$$P(A_0)=0.8\,,\ P(A_1)=0.12\,,\ P(A_2)=0.08\,,$$

$$P(B|A_0)=\frac{C_{20}^4}{C_{20}^4}=1,\ P(B|A_1)=\frac{C_{19}^4}{C_{20}^4}=0.8,\ P(B|A_2)=\frac{C_{18}^4}{C_{20}^4}=0.6316,$$

所以顾客买下此箱的概率为

$$P(B)=\sum_{i=0}^{2}P(A_i)P(B\mid A_i)=0.9465.$$

顾客买下此箱且此箱无次品的概率为

$$P(A_0\mid B)=\frac{P(B\mid A_0)P(A_0)}{P(B)}=\frac{1\times 0.8}{0.9465}\approx 0.8452\,.$$

8. 设事件 A 与 B 独立, 两个事件中只有 A 发生的概率与只有 B 发生的概率都是 $\frac{1}{4}$, 求 $P(A)$与$P(B)$.

解 $$P(A\overline{B})=P(A)P(\overline{B})=P(A)(1-P(B))=\frac{1}{4},$$

$$P(\overline{A}B)=P(\overline{A})P(B)=(1-P(A))P(B)=\frac{1}{4},$$

由此可得, $P(A)=P(B)=\frac{1}{2}$.

9. 在 4 次独立重复试验中事件 A 至少出现 1 次的概率为 0.59, 试问在 1 次试验中 A 出现的概率是多少?

解 由于$1-(1-P(A))^4=0.59$, 从而解 $P(A)\approx 0.2$