

概率论部分测验题

一、填空题

1. 设事件 A, B, C 相互独立, 且 $P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{3}$, 则事件 “ A, B, C 至少发生一个” 可表示为_____; 其概率为_____; 事件 “ A, B, C 恰好发生一个” 可表示为_____; 其概率为_____; 事件 “ A, B, C 至多发生一个” 可表示为_____; 其概率为_____。

2. 设 $P(A) = 0.6, P(A - B) = 0.2$, 则 $P(AB) =$ _____, $P(A\bar{B}) =$ _____, $P(\bar{A} \cup \bar{B}) =$ _____。

3. 设 $P(A) = 0.4, P(B) = 0.3, P(A \cup B) = 0.6$, 则 $P(A\bar{B}) =$ _____。

4. 设 $X \sim B(2, p), Y \sim B(3, p)$, 且 $P(X \geq 1) = \frac{5}{9}$, 则 $P(Y \geq 1) =$ _____。

5. 设 $X \sim N(10, 0.04)$, 则 $P(9.95 < X < 10.05) =$ _____ (已知 $\Phi(2.5) = 0.9938$)。

6. 设随机变量 X 的分布函数是: $F(x) = \begin{cases} A + Be^{-x} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$, 则 $A =$ _____,

$B =$ _____, $P(-1 < X < 1) =$ _____。

7. 设随机变量 X 的分布律是:

X	-1	0	1	2
P	0.25	0.25	0.25	k

则 $k =$ _____, 随机变量 X 的分布函数是_____, $Y = X^2$ 的分布律是_____。

8. 设随机变量 X 的密度函数是: $f(x) = ke^{-x^2+x}$, 则 $k =$ _____。

9. 设随机变量 $X \sim N(2, 4)$, 则 $P(X > 2) =$ _____, $E(2X^2 + 3) =$ _____。

10. 设 $X \sim B(1000, 0.05)$, 用切比雪夫不等式得 $P(40 \leq X \leq 60) \geq$ _____。

11. 已知 $DX = 4, DY = 9, \rho = 0.5$, 则 $D(3X + 2Y) =$ _____。

12. 设随机变量 $X \sim N(2, 4)$, $Y \sim N(1, 1)$, 且 X, Y 相互独立, 则随机变量 (X, Y) 的联合密度函数是_____, Y 的分布函数是_____。

二、设参赛的 18 个乒乓球队中有 5 个是亚洲队。现将 18 个队分成二组, 每组 9 队, 求 5 个亚洲队分在同一组的概率。

三、假设同一年级有二个班, 一班有 50 名学生, 其中 10 名女生; 二班 30 名学生, 其中 18 名女生。在两个班中随机选取一个班, 然后从中选取一名学生, (1) 求这名学生是女生的概率; (2) 若选出的学生是女生, 求这女生来自一班的概率。

四、假设在 10 张汇票中有 3 张是电汇。现从中任意取 4 张，记 X 为所取 4 张汇票中电汇张数，求 X 的分布律和数学期望。

五、设随机变量 X 密度函数是：

$$f(x) = \begin{cases} k \cos x & -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

求 (1) 常数 k ；(2) $P(-3 < X < 1)$ ；(3) X 分布函数；(4) EX, DX 。

六、设顾客到某银行的窗口等待服务的时间 X （以分计）的密度函数是：

$$f(x) = \begin{cases} 0.2e^{-0.2x} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$$

若某顾客在窗口等待服务时间超过 10 分钟时他就离开。假设他一个月要到银行 5 次，以 Y 表示一个月内他未等到服务而离开窗口的次数，求 (1) Y 的分布律；
(2) $P(Y \geq 1)$ 。

七、设随机变量 $X \sim N(0,1)$ ，求 $Y = |X|$ 的密度函数。

八、设随机变量 (X,Y) 的联合分布律是：

$X \backslash Y$	-1	0	1
1	0.07	a	0.15
2	0.09	0.22	b

且 $EX = \frac{3}{2}$ ，求 (1) 常数 a, b ；(2) X, Y 的边缘分布律；(3) (X, Y) 是否独立；(4) 在

$X = 1$ 条件下 Y 的分布律；(5) $Z = X + Y^2$ 的分布律。

九、设随机变量 (X,Y) 的联合密度函数是：

$$f(x,y)=\begin{cases} k & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

求 (1) 常数 k ；(2) X,Y 的边缘密度函数；(3) (X,Y) 是否独立；(4) $Cov(X,Y)$ 。

十、某电站供应 10000 户用电，假设用电高峰时每户用电的概率是 0.9，利用中心极限定理计算：(1) 同时用电户数在 9030 户以上的概率；(2) 若每户口用电 200 瓦，问电站至少应具有多大的发电量才能以 95% 概率保证供电。