

数理统计复习题

一、填空

1、设 X_1, \dots, X_n 是来自总体 $X \sim U(-1,1)$ 的简单随机样本，则 $E\bar{X} =$ _____，
 $D\bar{X} =$ _____。

2、设 X_1, \dots, X_n 是来自总体 $X \sim N(\mu, 1)$ 的简单随机样本，则样本均值 $\bar{X} \sim$ _____，
 $\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \sim$ _____，而 $\sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2 \sim$ _____，且其期望为 _____，方差为 _____。

3、设 $T \sim t(n)$ ，若 $P(|T| > \lambda) = \alpha$ ，则 $P(T \leq \lambda) =$ _____。

4、设 X_1, \dots, X_n 是来自总体 $X \sim b(1, p)$ 的简单随机样本，则参数 p 的无偏估计为 _____，实际频数 $n\hat{p} \sim$ _____。

5、设 X_1, \dots, X_n 是来自总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 的简单随机样本，其中 μ 未知，则检验假设 $H_0: \sigma = \sigma_0$ 的检验统计量为 _____，在 H_0 下服从 _____。

6、在假设检验中显著性水平 α 是用来控制犯第一类错误的概率，第一类错误是指 _____。

7、设 X_1, \dots, X_n 是来自总体 $X \sim P(\lambda)$ 的简单随机样本，则样本 X_1, \dots, X_n 的联合分布律为 _____。

8、从某一总体中抽取一样本得观察值为：15，25，30，40，50，则样本均值的观察值为 _____，样本方差的观察值为 _____。

二、设某大公司的员工在上、下班上所化时间 $X \sim N(\mu, 25)$ ，该公司为了解员工在上、下班上所化平均时间，现抽取了一个简单随机样本 X_1, \dots, X_n ，问应抽取多大样本容量 n 才能以 99% 概率保证样本均值与真正均值 μ 的差的绝对值不超过 1 分钟。

三、设总体 $X \sim N(\mu, 25)$ ，从这总体中抽取二个独立样本，样本容量分别为 20

和 12, \bar{X}_1, \bar{X}_2 分别是这二个样本的样本均值, 求 $P(|\bar{X}_1 - \bar{X}_2| \geq 1)$ 。

四、设总体 X 的密度函数为 $f(x) = \begin{cases} \theta(\theta+1)x^{\theta-1}(1-x) & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{other} \end{cases}$, X_1, \dots, X_n 是来自

其的简单随机样本, 求参数 θ 的矩估计。

五、设总体 X 的密度函数为 $f(x) = \begin{cases} 2\theta x e^{-\theta x^2} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$, X_1, \dots, X_n 是来自其的简单

随机样本, 求参数 θ 的最大似然估计。

六、设 X_{i1}, \dots, X_{in_i} 是来自总体 $X_i \sim N(\mu_i, \sigma_i^2)$ 的简单随机样本 ($i=1, 2$), \bar{X}_i, S_i^2

($i=1, 2$) 是这二个样本的样本均值和样本方差, $S_w^2 = \frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$ 。如

果 $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$, 证明 (1) S_1^2, S_2^2, S_w^2 都是参数 σ^2 的无偏估计; (2) S_w^2 比 S_1^2, S_2^2 都有效。

七、设钢轴的直径 $X \sim N(\mu, 0.012^2)$, 根据设计要求钢轴的直径应该是 0.15, 现

抽检了 75 件, 测得均值为 0.154, 问 $\alpha = 0.1$ 下这批产品是否合格?

八、某种片剂药物中成份 A 的含量规定为 10%, 现抽检 5 个片剂, 测得成份 A

的含量, 经计算得: $\bar{X} = 0.1005, S = 0.0059$, 设成份 A 的含量 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$,

问在 $\alpha = 0.05$ 下成份 A 的含量是否符合标准?

九、某自动机床加工同类型的轴承, 现从两个不同班次的产品中各抽检了 5 根轴

承, 并测定它们的直径, 经计算得:

$$\text{A 班: } X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2), \bar{X} = 2.0648, S_1^2 = 1.07 \times 10^{-5}$$

$$\text{B 班: } Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2), \bar{Y} = 2.0594, S_2^2 = 5.3 \times 10^{-6}$$

试根据抽样结果说明两个班次生产的产品直径有无显著差异?