

Análise

— Folha de exercícios 2 — 2022'23 —

1. Identifique o domínio de cada uma das seguintes funções reais de várias variáveis reais:

(a) $f(x, y) = \frac{xy}{x^2 - y}$;

(b) $f(x, y) = \sqrt[3]{-y^2 + 5y - 6} \cdot \sqrt{-x^2 + 5x - 6}$;

(c) $f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$;

(d) $f(x, y) = \frac{x^2}{\sqrt{x^2 - y^2}}$;

(e) $f(x, y) = \ln(xy)$;

(f) $f(x, y, z) = \frac{y \cdot \arccos(x)}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$;

(g) $f(x, y) = \sqrt{4x^2 + 9y^2 - 36}$

(h) $f(x, y) = \frac{\ln(1 + xy)}{\sqrt{x^2 + y^2}}$.

2. Identifique o domínio de cada uma das seguintes funções vectoriais de várias variáveis reais:

(a) $f(x, y) = \left(xy, \frac{xy}{x^2 + y^2} \right)$;

(b) $f(x, y) = \left(\sqrt[3]{x - y}, y, \sqrt{x^2 - 1} \right)$;

(c) $f(x, y) = \left(\ln(x^2 + y^2), \sqrt{y - 1} \right)$;

(d) $f(t) = \left(\ln t, \frac{t}{t - 1}, e^{-t} \right)$.

3. Identifique e esboce cada uma das cónicas que se seguem:

(a) $x^2 + y^2 - 2y = 16$;

(b) $x^2 + 2x + \frac{y^2}{2} = 2$;

(c) $\frac{x^2}{4} - y^2 + 2y = 0$;

(d) $y^2 + 4y - x = 2$.

4. Esboce, ou descreva, as superfícies definidas pelas seguintes equações:

(a) $4x^2 + y^2 = 16$;

(b) $x + 2z = 4$;

(c) $z^2 = y^2 + 4$;

(d) $\frac{x}{4} = \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{9}$;

(e) $z = x^2$

(f) $y^2 + z^2 = 4$;

(g) $z = \frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{9}$

(h) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{12} + \frac{z^2}{9} = 1$;

(i) $\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{9} + \frac{z^2}{9} = 1$

(h) $\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{9} = 1 + \frac{z^2}{9} + \frac{2z}{9}$.

5. Esboce, ou descreva, o gráfico da função real de várias variáveis definida por:

(a) $f(x, y) = \sqrt{9 - x^2 - y^2} + 2$;

(b) $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2} + 2$;

(c) $f(x, y) = x - 2y$;

(d) $f(x, y) = x^2 + y^2$;

6. Identifique as curvas de nível de cada uma das seguintes funções reais de várias variáveis:

(a) $f(x, y) = x^2 + y^2$;

(b) $f(x, y) = x^2 - y^2$;

(c) $f(x, y) = y^2$;

(d) $f(x, y) = x^2 + 4x$;

(e) $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$;

(f) $f(x, y) = 2x + y$.