



Soluções da Folha 9 - Aplicações do cálculo diferencial

Exercício 1

- a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{\pi}{2}; \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0.$
b)
c) A função f é estritamente decrescente em $] -\infty, -1[$ e estritamente crescente em $] -1, +\infty[.$
d) $\text{Im}(f) = [-1/e, \pi/2[.$

Exercício 2

- | | | |
|----------------|------------|-------|
| a) 1; | d) 0; | g) 0; |
| b) 1; | e) 2; | h) 1; |
| c) $+\infty$; | f) $1/2$; | i) 1. |

Exercício 3

- a) $P_{50,0}(x) = 1 + x + \frac{1}{2!}x^2 + \frac{1}{3!}x^3 + \dots + \frac{1}{50!}x^{50} = \sum_{k=0}^{50} \frac{1}{k!}x^k.$
b) $P_{7,0}(x) = x - \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{120}x^5 - \frac{1}{5040}x^7.$
c) $P_{8,0}(x) = 1 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{24}x^4 - \frac{1}{720}x^6 + \frac{1}{40320}x^8.$
d) $P_{5,1}(x) = (x-1) - \frac{1}{2}(x-1)^2 + \frac{1}{3}(x-1)^3 - \frac{1}{4}(x-1)^4 + \frac{1}{5}(x-1)^5.$

Exercício 4 $f(0) = 0; f'(0) = 3; f''(0) = 0; f'''(0) = -24; f^{(4)}(0) = 0; f^{(5)}(0) = 0;$
 $f^{(6)}(0) = 3600.$

Exercício 5 $f(0) = 1; f'(0) = 2; g(1) = 3; g'(1) = 2; g''(1) = 0.$

Exercício 6 $P_{2,1}(x) = 6 + 12(x-1) + 9(x-1)^2.$

Exercício 7 $P_{2,3}(x) = 1 - 2(x-3) + \frac{3}{2}(x-3)^2; f(2.9) \approx P_{2,3}(2.9) = 1.215;$
 $P_{3,3}(x) = 1 - 2(x-3) + \frac{3}{2}(x-3)^2 - \frac{5}{6}(x-3)^3; f(2.9) \approx P_{3,3}(2.9) = 1.215833 \dots$

Exercício 8 $P_{3,5}(x) = 5 + (x-5)^3.$

Exercício 9 $P_{3,3}(x) = 3 + 3(x-3) + \frac{3}{2}(x-3)^2 + \frac{1}{2}(x-3)^3.$

Exercício 10 Para cada $x \in]0, \pi/4[, |R_{7,0}(x)| = |f(x) - P_{7,0}(x)| < \frac{\sqrt{2}}{2 \times 8!} |x|^8.$
