



## Soluções da Folha 10 - Primitivas

### Exercício 1

- a)  $\int \sqrt{t}(t^2 - 1) dt = \frac{2}{7}t^{7/2} - \frac{2}{3}t^{3/2} + C$ , com  $C$  uma constante real arbitrária;
- b)  $\int x(2x + 1)^2 dx = x^4 + \frac{4}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + C$ , com  $C$  uma constante real arbitrária;
- c)  $\int \left( \frac{1}{3y} - \frac{5}{\sqrt{y}} \right) dy = 3 \ln |y| - 10\sqrt{y} + C$ , com  $C$  uma constante real arbitrária;
- d)  $\int \frac{1}{y}(y + 1)^2 dy = \frac{1}{2}y^2 + 2y + \ln |y| + C$ , com  $C$  uma constante real arbitrária;
- e)  $\int x^{-1/2}(x^2 - x) dx = \frac{2}{5}x^{5/2} - \frac{2}{3}x^{3/2} + C$ , com  $C$  uma constante real arbitrária;
- f)  $\int \left( 2e^u + \frac{6}{u} \right) du = 2e^u + 6 \ln |u| + C$ , com  $C$  uma constante real arbitrária;
- g)  $\int (e^t + 1)^2 dt = \frac{1}{2}e^{2t} + 2e^t + t + C$ , com  $C$  uma constante real arbitrária;
- h)  $\int \frac{e^x}{1 + e^x} dx = \ln(1 + e^x) + C$ , com  $C$  uma constante real arbitrária;
- i)  $\int \left( e^{3x} + \frac{\cos(3x)}{2} \right) dx = \frac{1}{3}e^{3x} + \frac{1}{6}\sin(3x) + C$ , com  $C$  uma constante real arbitrária;
- j)  $\int (1 + \sqrt[3]{x})^2 dx = x + \frac{3}{2}x^{4/3} + \frac{3}{5}x^{5/3} + C$ , com  $C$  uma constante real arbitrária;
- k)  $\int \frac{e^x}{(1 + e^x)^2} dx = -\frac{1}{1 + e^x} + C$ , com  $C$  uma constante real arbitrária;
- l)  $\int x^4 \cos(x^5) dx = \frac{1}{5}\sin(x^5) + C$ , com  $C$  uma constante real arbitrária;
- m)  $\int (1 + x)^{27} dx = \frac{1}{28}(1 + x)^{28} + C$ , com  $C$  uma constante real arbitrária;
- n)  $\int \frac{e^x}{1 + e^{2x}} dx = \arctg e^x + C$ , com  $C$  uma constante real arbitrária;
- o)  $\int \sin x \cos^5 x dx = -\frac{1}{6}\cos^6 x + C$ , com  $C$  uma constante real arbitrária;
- p)  $\int \frac{\ln^2 x}{x} dx = \frac{1}{3}\ln^3 x + C$ , com  $C$  uma constante real arbitrária;
- q)  $\int \frac{e^x}{\sqrt{1 + e^{2x}}} dx = \operatorname{argsh}(e^x) + C$ , com  $C$  uma constante real arbitrária;
- r)  $\int \cos x \sin x dx = \frac{1}{2}\sin^2 x + C$ , com  $C$  uma constante real arbitrária;
- s)  $\int \operatorname{th} x dx = \ln(\operatorname{ch} x) + C$ , com  $C$  uma constante real arbitrária;

- t)  $\int \frac{e^x}{\sqrt{1+e^x}} dx = 2\sqrt{1+e^x} + C$ , com  $C$  uma constante real arbitrária;
- u)  $\int \sin x e^{\cos x} dx = -e^{\cos x} + C$ , com  $C$  uma constante real arbitrária.

### Exercício 2

- a)  $f(x) = 2x^3 + x^2 + 2x + 2$ .
- b)  $f(x) = \frac{1}{4} \sin(2x) - \frac{2}{9} \cos(3x) + \frac{1}{2}x - \frac{2}{9} - \frac{\pi}{2}$ .
- c)  $f(x) = e^x - \frac{1}{9}e^{-3x} + \frac{1}{2}x^2 + 2x - \frac{8}{9}$ .
- d)  $f(x) = -\cos x + x + 2 - \frac{\pi}{2}$ .

### Exercício 3

- a) A afirmação é falsa.
- b) A afirmação é verdadeira.

Exercício 4  $x(t) = -\frac{4}{9}(3t+1)^{3/2} + \frac{40}{9}$ ;  $x(4) = -\frac{52}{9}\sqrt{13} + \frac{40}{9}$ .

### Exercício 5

- a)  $\int \ln x dx = x \ln x - x + C$ , com  $C$  uma constante real arbitrária;
- b)  $\int \ln^2 x dx = x \ln^2 x - 2x \ln x + 2x + C$ , com  $C$  uma constante real arbitrária;
- c)  $\int x \ln x dx = \frac{1}{2}x^2 \ln x - \frac{1}{4}x^2 + C$ , com  $C$  uma constante real arbitrária;
- d)  $\int x^3 e^x dx = e^x (x^3 - 3x^2 + 6x - 6) + C$ , com  $C$  uma constante real arbitrária;
- e)  $\int x^2 \sin x dx = -x^2 \cos x + 2x \sin x + 2 \cos x + C$ , com  $C$  uma constante real arbitrária;
- f)  $\int x \cos x dx = x \sin x + \cos x + C$ , com  $C$  uma constante real arbitrária;
- g)  $\int \operatorname{sh} x e^{2x} dx = -\frac{1}{3}e^{2x}(\operatorname{ch} x - 2 \operatorname{sh} x) + C$ , com  $C$  uma constante real arbitrária;
- h)  $\int \operatorname{ch} x \sin x dx = \frac{1}{2}(\operatorname{sh} x \sin x - \operatorname{ch} x \cos x) + C$ , com  $C$  uma constante real arbitrária;
- i)  $\int \operatorname{arctg} x dx = x \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \ln(1+x^2) + C$ , com  $C$  uma constante real arbitrária.

### Exercício 6

- a)  $\int x\sqrt{x-1} dx = \frac{2}{5}\sqrt{(x-1)^5} + \frac{2}{3}\sqrt{(x-1)^3} + C$ , com  $C$  uma constante real arbitrária;
- b)  $\int \sqrt{1-x^2} dx = \frac{1}{2}x\sqrt{1-x^2} + \frac{1}{2} \arcsen x + C$ , com  $C$  uma constante real arbitrária;
- c)  $\int \frac{e^{2x}}{1+e^x} dx = e^x - \ln(1+e^x) + C$ , com  $C$  uma constante real arbitrária;
- d)  $\int \sqrt{1+x^2} dx = \frac{1}{2} \operatorname{argsh} x + \frac{1}{2}x\sqrt{1+x^2} + C$ , com  $C$  uma constante real arbitrária.

### Exercício 7

- a)  $\int \frac{27}{x^4 - 3x^3} dx = \frac{9}{2x^2} + \frac{3}{x} + \ln \left| \frac{x-3}{x} \right| + C$ , com  $C$  uma constante real arbitrária;
- b)  $\int \frac{x^4 - 8}{x^3 - 2x^2} dx = \frac{1}{2}x^2 + 2x - \frac{4}{x} + \ln(x^2(x-2)^2) + C$ , com  $C$  uma constante real arbitrária;
- c)  $\int \frac{x+1}{x(x-1)^2} dx = \ln|x| - \frac{2}{x-1} - \ln|x-1| + C$ , com  $C$  uma constante real arbitrária;
- d)  $\int \frac{x^2 + x - 1}{x^2(x-1)} dx = -\frac{1}{x} + \ln|x-1| + C$ , com  $C$  uma constante real arbitrária;
- e)  $\int \frac{x^5 + x^4 - 8}{x^3 - 4x} dx = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 4x + \ln \left| \frac{x^2(x-2)^5}{(x+2)^3} \right| + C$ , com  $C$  uma constante real arbitrária.

### Exercício 8

- a)  $\int x \operatorname{sen}(2x) dx = -\frac{1}{2}x \cos(2x) + \frac{1}{4} \operatorname{sen}(2x) + C$ , com  $C$  uma constante real arbitrária;
- b)  $\int x \sqrt[4]{1+x} dx = \frac{4}{45}(x+1)^{\frac{5}{4}}(5x-4) + C$ , com  $C$  uma constante real arbitrária;
- c)  $\int x \sqrt{x+1} dx = \frac{2}{3}x(x+1)^{\frac{3}{2}} - \frac{4}{15}(x+1)^{\frac{5}{2}} + C$ , com  $C$  uma constante real arbitrária;
- d)  $\int \frac{x+3}{\sqrt{x^2+6x+4}} dx = \sqrt{x^2+6x+4} + C$ , com  $C$  uma constante real arbitrária;
- e)  $\int x^3 e^{x^4+2} dx = \frac{1}{4}e^{x^4+2} + C$ , com  $C$  uma constante real arbitrária;
- f)  $\int (x+1) \cos x dx = (x+1) \operatorname{sen} x + \cos x + C$ , com  $C$  uma constante real arbitrária;
- g)  $\int \frac{x-1}{x+1} dx = x - 2 \ln|x+1| + C$ , com  $C$  uma constante real arbitrária;
- h)  $\int \frac{1}{x(\ln x)^3} dx = -\frac{1}{2 \ln^2 x} + C$ , com  $C$  uma constante real arbitrária;
- i)  $\int \cos(3x) \operatorname{sen}^2(3x) dx = \frac{1}{9} \operatorname{sen}^3(3x) + C$ , com  $C$  uma constante real arbitrária;
- j)  $\int x(e^x + 1) dx = e^x(x-1) + \frac{1}{2}x^2 + C$ , com  $C$  uma constante real arbitrária;
- k)  $\int \frac{e^{2x}}{e^{2x}+1} dx = \frac{1}{2} \ln(e^{2x}+1) + C$ , com  $C$  uma constante real arbitrária;
- l)  $\int x^2 \operatorname{sh} x dx = (x^2+2) \operatorname{ch} x - 2x \operatorname{sh} x + C$ , com  $C$  uma constante real arbitrária;
- m)  $\int \frac{1}{(2+\sqrt{x})^7 \sqrt{x}} dx = -\frac{1}{3(2+\sqrt{x})^6} + C$ , com  $C$  uma constante real arbitrária;
- n)  $\int \operatorname{tg}^2 x dx = \operatorname{tg} x - x + C$ , com  $C$  uma constante real arbitrária;
- o)  $\int \frac{x + (\operatorname{arcsen}(3x))^2}{\sqrt{1-9x^2}} dx = -\frac{1}{9} \sqrt{1-9x^2} + \frac{1}{9} \operatorname{arcsen}^3(3x) + C$ , com  $C$  uma constante real arbitrária;
- p)  $\int \frac{x e^{\sqrt{1-x^2}}}{\sqrt{1-x^2}} dx = -e^{\sqrt{1-x^2}} + C$ , com  $C$  uma constante real arbitrária;

- q)  $\int \frac{1}{\cos^2 x \operatorname{sen}^2 x} dx = \operatorname{tg} x - \operatorname{cotg} x + C$ , com  $C$  uma constante real arbitrária;
- r)  $\int \frac{1}{1 + e^x} dx = x - \ln(1 + e^x) + C$ , com  $C$  uma constante real arbitrária.
-