



---

Todas as respostas devem ser justificadas e os cálculos devem ser apresentados.

---

1. Seja  $\mathcal{A}$  um espaço afim tridimensional munido de um referencial ortonormado. Seja  $r$  a reta que incide nos pontos  $A = (1, 2, 0)$  e  $B = (1, 3, -1)$  e seja  $\pi$  o plano de equação cartesiana  $x + 2y - z = 3$ .
  - (a) Apresente uma sistema de equações cartesianas para  $r$ .
  - (b) Apresente uma equação vetorial para  $\pi$ .
  - (c) Verifique se  $r$  e  $\pi$  são paralelos ou perpendiculares.
2. Seja  $\mathcal{A}$  um espaço afim tridimensional munido de um referencial ortonormado. Considere as retas  $r = A + \langle \vec{v} \rangle$  e  $s = B + \langle \vec{w} \rangle$ , onde  $A = (1, 0, 1)$ ,  $B = (0, 1, 0)$ ,  $\vec{v} = (0, -1, 1)$  e  $\vec{w} = (1, 1, 1)$ .
  - (a) Mostre que as retas  $r$  e  $s$  são enviesadas.
  - (b) Apresente uma equação vetorial da perpendicular comum a  $r$  e a  $s$ .
  - (c) Determine a distância entre  $r$  e  $s$ .
  - (d) Determine a medida do ângulo formado por  $r$  e  $s$ .
3. Seja  $\mathcal{A}$  um espaço afim tridimensional. Determine a expressão analítica da simetria central de centro  $\Omega = (2, 1, -1)$ .
4. Seja  $\mathcal{A}$  um plano afim. Considere a aplicação  $\delta(x, y) = (-y + 3, -x + 1)$ .
  - (a) Apresente a expressão matricial de  $\delta$  e mostre que é uma isometria.
  - (b) Usando o teorema da classificação das isometrias do plano, mostre que  $\delta$  é uma reflexão deslizante.
  - (c) Determine a reflexão deslizante na reta  $x + y = 2$  segundo o vetor  $\vec{v} = (1, -1)$  e conclua que se trata da aplicação  $\delta$ .
5. Seja  $\mathcal{A}$  um espaço afim tridimensional. Determine a rotação de ângulo  $\frac{\pi}{3}$  em torno do eixo que incide em  $A = (1, 1, 0)$  e é dirigido por  $\vec{e}_3 = (0, 0, 1)$ .
6. Seja  $\mathcal{A}$  um plano afim. Considere a equação  $x^2 + y^2 + 2xy - 12x + 4y - 4 = 0$ .
  - (a) Mostre que o conjunto solução desta equação representa uma parábola.
  - (b) Determine o vértice, foco e eixo e faça um esboço desta parábola.

**Cotações:** Todas as questões estão cotadas para 1.5 valores com a exceção de 2(c) e 2(d) que valem 1 valor cada.