Lógica CC

Univ. do Minho – Lic. em Ciências da Computação

2.º teste 19 de dezembro de 2024

---

1. Apresente, sem justificar, um tipo de linguagem L e uma fórmula de tipo L que represente a seguinte frase: «todo o número que é múltiplo dum número par é ele próprio par». (1 valor)

2. Seja L o tipo de linguagem $(\{c,f\},\{R\},\mathcal{N})$ com $\mathcal{N}(c)=0$, $\mathcal{N}(f)=1$ e $\mathcal{N}(R)=2$.

   Seja ainda E a estrutura de tipo L $(\mathbb{N}_0,\overline{})$ tal que $\overline{c}=0$, $\overline{f}$ é a função $\mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}_0$ que a cada n faz corresponder $2n$ e $\overline{R}$ é a relação de *menor ou igual* em $\mathbb{N}_0$.

   a) Indique, sem justificar, um L-termo t, uma L-fórmula atómica φ_1 e uma L-fórmula não atómica φ_2. (1,5 valores)

   b) Indique, justificando, o conjunto das variáveis substituíveis por x_0 na fórmula $\forall x_0\,(R(x_0,x_1) \to \exists x_2\, R(x_0, f(x_2)))$. (1,5 valores)

   c) Seja a_{ind} a atribuição em E tal que $a_{ind}(x_i) = i$, para todo o $i \in \mathbb{N}_0$. Calcule $(\exists x_0(\neg R(x_0,c) \wedge R(x_0,f(x_1))))\,[a_{ind}]_E$. (1,5 valores)

   d) Mostre que $\forall x_0\,(R(c,x_0) \to R(f(c),f(x_0)))$ é válida em E. (1,5 valores)

   e) Diga, justificando, se é verdade que $\models \forall x_0\,(R(c,x_0) \to R(f(c),f(x_0)))$. (1,5 valores)

3. Considere o tipo de linguagem *ARIT*.

   a) Indique, sem justificar, uma atribuição a na estrutura *standard* E_{Arit} tal que

   $$(\forall x_0\,((s(0) < x_0) \to \exists x_1\,(x_1 < x_2 \wedge x_2 < x_0)))\,[a] = 1.$$ (0,5 valores)

   b) Seja $\Gamma = \{x_2 < x_1,\, \neg x_1 < x_2,\, \forall x_0(\neg x_0 < x_2)\}$. Indique, sem justificar, uma fórmula $\varphi \in \Gamma$ tal que $\{x_1 < x_2, \varphi\}$ é um conjunto satisfazível. (0,5 valores)

4. Apresente uma derivação em DN que mostre que $\vdash \forall x\,(\varphi \wedge \psi) \to (\forall x\,\varphi \wedge \forall x\,\psi)$. (0,5 valores)