

2º Teste de
Computabilidade e Complexidade

Lic. Ciências da Computação

Duração: 1h45min

Este teste é constituído por 4 questões. Todas as respostas devem ser devidamente **justificadas**.

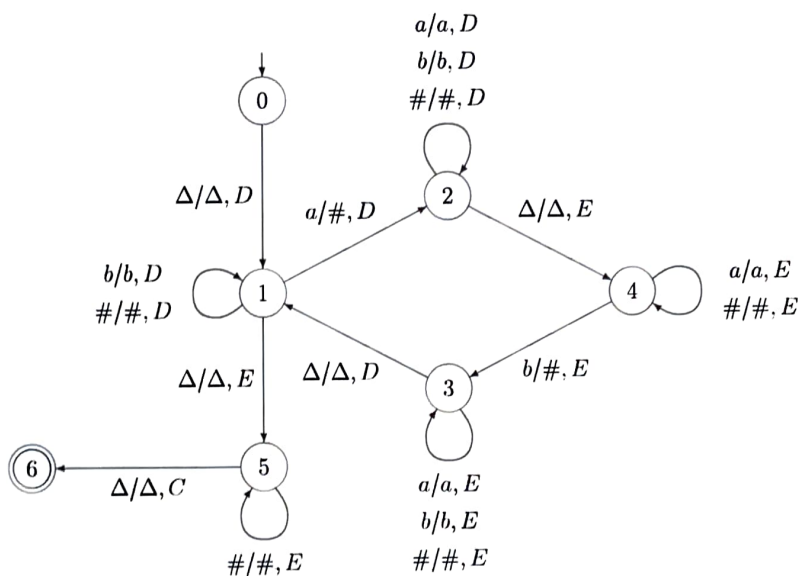
1. Seja $h : \mathbb{N}_0^3 \rightarrow \mathbb{N}_0$ a função definida, para cada $(x, y, z) \in \mathbb{N}_0^3$, por $h(x, y, z) = xy + z$.
- a) Defina recursivamente a função h . Ou seja, determine funções $f : \mathbb{N}_0^2 \rightarrow \mathbb{N}_0$ e $g : \mathbb{N}_0^4 \rightarrow \mathbb{N}_0$ tais que $h = \text{Rec}(f, g)$.
 - b) Mostre que h é uma função recursiva primitiva.
 - c) Determine a função M_h de minimização de h .

2. Seja $A : \mathbb{N}_0^2 \rightarrow \mathbb{N}_0$ a função de Ackermann que, recorde, é definida por:

i) $A(0, y) = y + 1$; ii) $A(x + 1, 0) = A(x, 1)$; iii) $A(x + 1, y + 1) = A(x, A(x + 1, y))$.

- a) Determine $A(1, 4)$.
- b) Mostre que A é uma função total, isto é, que $(x, y) \in \text{Dom}(A)$ para quaisquer $x, y \in \mathbb{N}_0$.
[Sugestão: use indução sobre x e, no passo indutivo, depois de assumir a hipótese de indução $(x, y) \in \text{Dom}(A)$, prove que $(x + 1, y) \in \text{Dom}(A)$ por indução sobre y .]

3. Seja $A = \{a, b\}$ e seja \mathcal{T} a seguinte máquina de Turing sobre A ,



- a) Indique a sequência de configurações que podem ser computadas a partir de $(0, \underline{\Delta}baabab, \Delta)$.
- b) Identifique a linguagem L reconhecida por \mathcal{T} .
- c) Determine a função $tc_{\mathcal{T}}$, de complexidade temporal da máquina \mathcal{T} .
- d) Mostre que $L \in DTIME(n^2)$.
- e) Sendo K a linguagem $K = \{w \in A^* : |w|_a = |w|_b + 1\}$, mostre que $L \leq_p K$.

4. Diga, justificando, quais das afirmações seguintes são verdadeiras e quais são falsas.

- a) Seja A a função de Ackermann e sejam $f, g : \mathbb{N}_0^2 \rightarrow \mathbb{N}_0$ as funções parciais definidas por $f(x, y) = A(x, y) - 6$ e $g(x, y) = xy + 2$. Cada uma das funções A , f e g é computável.
- b) A função $f(n) = 2n^2 + (\frac{1}{2})^n$ é de ordem $\mathcal{O}(n^3)$.

Cotações

1.	2.	3.	4.
2+1,5+2	1,5+2	1+1,5+2+1,5+2	1,5+1,5