**Probabilidades e Aplicações**

---

1. Numa empresa existem computadores que sofrem avarias ocasionais. O número mensal de computadores que avaria é uma v.a.r. que segue a lei de Poisson de parâmetro 3.
   (a) Qual a probabilidade de, num mês, não haver computadores avariados?
   (b) Qual a probabilidade de, num mês, haver no máximo 3 computadores avariados?
   (c) Qual a probabilidade de, num mês, haver pelo menos 5 computadores avariados?
   (d) Sabendo que, num mês, houve pelo menos 5 computadores avariados, qual a probabilidade de este número não exceder 10?
   (e) Suponha que a oficina de recuperação de computadores consegue recuperar $K$ computadores por mês. Calcule $K$ de modo a que seja de pelo menos 0.8 a probabilidade de não haver computadores a aguardar recuperação no final de um mês.

2. É editado um manual de probabilidades com uma tiragem de 100000 exemplares. A probabilidade de um manual ter defeitos na encadernação é de $10^{-4}$. Calcule o valor exato e uma aproximação (recorrendo à Lei de Poisson) para a probabilidade de o número de manuais defeituosos nessa tiragem ser de:

   *i*) exatamente 5 manuais; *ii*) pelo menos 3 manuais; *iii*) mais de 5 manuais.

3. Assuma que o número de artigos de luxo vendidos diariamente num certa loja é uma v.a.r. discreta, $X$, que segue a lei de Poisson com parâmetro 0.6.
   (a) Determine a probabilidade de, num dia, se vender 2 artigos de luxo.
   (b) Qual a probabilidade de, numa semana, haver exatamente 3 dias em que se vende 2 artigos de luxo? (assuma que a semana tem 6 dias e que as quantidades vendidas em dias distintos são independentes)
   (c) Suponha agora que cada artigo de luxo tem, independentemente dos outros, probabilidade $p$ (com $0 < p < 1$) de ter defeito. Determine a função de probabilidade da v.a.r. que representa o número de artigos defeituosos vendidos diariamente e, em particular, mostre que esta v.a.r. segue a lei $Poisson(0.6 \times p)$.
   (d) Generalize a alínea anterior quando $X \sim Poisson(\lambda)$, com um qualquer $\lambda \in \mathbb{R}^+$.

4. Seja $T \sim Geo(p)$. Mostre que, para todo o $k \in \mathbb{N}$, $P(T > k) = (1-p)^k$ e que $T$ tem a propriedade de *falta de memória*, i.e., para todo o $k, n \in \mathbb{N}$, tem-se que
$$P(T = k + n | T > k) = P(T = n).$$

5. O funcionário de uma certa repartição pública precisa consultar regularmente informação que é disponibilizada num site governamental, mas que está protegido por um sistema de CAPTCHA. Para agilizar o trabalho, o funcionário desenvolveu um pequeno programa para resolver os CAPTCHA. No entanto, o programa também falha e, na verdade, probabilidade de o programa resolver corretamente um CAPTCHA é de apenas de 0.7. Suponha que o programa "não aprende" com a experiência e que os resultados das diferentes tentativas são independentes.
   (a) Determine a probabilidade de o programa resolver o CAPTCHA:

      *i*) na 2.ª tentativa? *ii*) na 10.ª tentativa, sabendo que errou as primeiras 6?
   (b) Se, por questões de segurança, o site tiver a regra de bloquear o acesso ao fim de 7 tentativas erradas, qual a probabilidade de o funcionário ver o seu acesso bloqueado?