



Primitivas

1. Sendo $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = x^2 \sin x$, calcule a primitiva de f cujo gráfico passa pelo ponto $(\frac{\pi}{2}, \pi)$.

2. Em cada alínea, determine a única função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ duas vezes derivável tal que

(a) $f''(x) = 4x - 1, \quad x \in \mathbb{R}, \quad f(1) = 3 \quad \text{e} \quad f'(2) = -2$

(b) $f''(x) = \sin x \cos x, \quad x \in \mathbb{R}, \quad f(0) = 0 \quad \text{e} \quad f'(0) = 1.$

3. [Primitivas imediatas] Calcule:

(1) $\int (\sqrt{x} + 2)^2 dx$

(2) $\int (3x^2 - 2x^5) dx$

(3) $\int (2x + 10)^{20} dx$

(4) $\int x^2 e^{x^3} dx$

(5) $\int x^4 (x^5 + 10)^9 dx$

(6) $\int \frac{2x + 1}{x^2 + x + 3} dx$

(7) $\int \sqrt{2x + 1} dx$

(8) $\int \frac{x}{3 - x^2} dx$

(9) $\int \frac{1}{4 - 3x} dx$

(10) $\int \frac{1}{e^{3x}} dx$

(11) $\int \frac{-7}{\sqrt{1 - 5x}} dx$

(12) $\int \frac{\sqrt{1 + 3 \log x}}{x} dx$

(13) $\int x \sin(x^2) dx$

(14) $\int \frac{1}{x(\log^2 x + 1)} dx$

(15) $\int \left(\frac{2}{x} - 3\right)^2 \frac{1}{x^2} dx$

(16) $\int \sin(\pi - 2x) dx$

(17) $\int \operatorname{th} x dx$

(18) $\int \sin x \cos x dx$

(19) $\int \sin(2x) \cos x dx$

(20) $\int \sin^2\left(\frac{x}{2}\right) \cos^2\left(\frac{x}{2}\right) dx$

$$(21) \quad \int \operatorname{sen}^2 x \, dx$$

$$(23) \quad \int \frac{x}{x^2 - 1} \, dx$$

$$(25) \quad \int \frac{1}{x} \operatorname{sen} (\log x) \, dx$$

$$(27) \quad \int \frac{e^x}{1 + e^{2x}} \, dx$$

$$(29) \quad \int \frac{1}{\cos^2 (7x)} \, dx$$

$$(31) \quad \int \frac{1}{x} [1 + (\log x)^2] \, dx$$

$$(33) \quad \int \frac{e^{\operatorname{arctg} x}}{1 + x^2} \, dx$$

$$(22) \quad \int \cos^3 x \, dx$$

$$(24) \quad \int \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}} \, dx$$

$$(26) \quad \int \frac{-3}{x (\log x)^3} \, dx$$

$$(28) \quad \int \frac{e^x}{1 - 2e^x} \, dx$$

$$(30) \quad \int (\sqrt{2x - 1} - \sqrt{1 + 3x}) \, dx$$

$$(32) \quad \int \frac{2 + \sqrt{\operatorname{arctg}(2x)}}{1 + 4x^2} \, dx$$

$$(34) \quad \int \frac{\operatorname{sen} x}{\sqrt{1 + \cos x}} \, dx$$

4. [Primitivação por partes] Calcule:

$$(1) \quad \int \log x \, dx$$

$$(3) \quad \int \operatorname{arctg} x \, dx$$

$$(5) \quad \int \log (1 - x) \, dx$$

$$(7) \quad \int x^2 \operatorname{sen} x \, dx$$

$$(9) \quad \int \log^2 x \, dx$$

$$(11) \quad \int \operatorname{arcsen} x \, dx$$

$$(13) \quad \int \frac{\operatorname{arcsen} \sqrt{x}}{\sqrt{x}} \, dx$$

$$(15) \quad \int x^2 \log x \, dx$$

$$(17) \quad \int \operatorname{ch} x \operatorname{sen} (3x) \, dx$$

$$(2) \quad \int x \operatorname{sen} (2x) \, dx$$

$$(4) \quad \int x \cos x \, dx$$

$$(6) \quad \int x \log x \, dx$$

$$(8) \quad \int x \operatorname{sen} x \cos x \, dx$$

$$(10) \quad \int e^x \cos x \, dx$$

$$(12) \quad \int e^{\operatorname{sen} x} \operatorname{sen} x \cos x \, dx$$

$$(14) \quad \int x \operatorname{arctg} x \, dx$$

$$(16) \quad \int \operatorname{sen} (\log x) \, dx$$

$$(18) \quad \int x^3 e^{x^2} \, dx$$

5. [Primitivação por substituição] Efetuando a substituição sugerida, calcule:

(1) $\int x \sqrt{x-1} dx$, sugestão $x = 1 + t^2$, $t \geq 0$;

(2) $\int \sqrt{1-x^2} dx$, sugestão $x = \sin t$, $t \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$;

(3) $\int \sqrt{4+x^2} dx$, sugestão $x = 2 \operatorname{sh} t$, $t \geq 0$;

(4) $\int x (x+3)^{1/3} dx$, sugestão $t = x+3$;

(5) $\int \frac{x}{\sqrt{2-3x}} dx$, sugestão $\sqrt{2-3x} = t$;

(6) $\int \frac{e^{2x}}{3+e^x} dx$, sugestão $e^x = t$, $t > 0$.

6. [Primitivação de funções racionais] Calcule:

(1) $\int \frac{2x^2 + x + 1}{(x-1)(x+1)^2} dx$

(2) $\int \frac{3x^2 - 4x - 1}{(x^2 - 1)(x - 2)} dx$

(3) $\int \frac{2x^2 - x - 2}{x^2(x-2)} dx$

(4) $\int \frac{2x^3 + 5x^2 + 6x + 2}{x(x+1)^3} dx$

(5) $\int \frac{x^2 - x + 2}{x(x^2 - 1)} dx$

(6) $\int \frac{27}{x^4 - 3x^3} dx$

(7) $\int \frac{x+3}{(x-2)(x^2-2x+5)} dx$

(8) $\int \frac{x+1}{x(x^2+1)^2} dx$

7. Calcule:

(1) $\int \frac{1}{(2+\sqrt{x})^7 \sqrt{x}} dx$

(2) $\int \operatorname{tg}^2 x dx$

(3) $\int \frac{x + (\operatorname{arcsen}(3x))^2}{\sqrt{1-9x^2}} dx$

(4) $\int \frac{1}{1+e^x} dx$

(5) $\int \frac{1}{\cos^2 x \sin^2 x} dx$

(6) $\int \frac{1}{x^2 \sqrt{4-x^2}} dx$