Departamento de Matemática — Universidade do Minho

Tópicos de Matemática — 3º teste – 13 jan 2023

Lic. em Ciências de Computação - 1º ano — duração: duas horas

Nome PROPOSTA DE RESOLUÇÃO Nº ________

**GRUPO I.** Em cada uma das questões seguintes, diga se é verdadeira (V) ou falsa (F) a proposição, assinalando a opção conveniente:

1. Existem conjuntos $A$ para os quais qualquer relação binária simétrica neles definida é transitiva. V☒ F☐
2. Para qualquer relação de equivalência $R$ em $A = \{1, 2, 3, 4\}$, se $2 \in [1]_R \cap [3]_R$, então, $(3, 1) \in R$. V☒ F☐
3. O conjunto $\{\{1, 2\}, 3, \{4, 5\}\}$ é uma partição de $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. V☐ F☒
4. Para quaisquer conjuntos não vazios $A$ e $B$, $\omega_{B\setminus A} \cup \omega_{A\setminus B}$ é uma relação de equivalência em $A \cup B$. V☐ F☒
5. A relação binária $\theta = \{(1, 2), (3, 1), (2, 1)\}$ em $A = \{1, 2, 3, 4\}$ é uma relação antissimétrica. V☐ F☒
6. A relação $R = \{(2, 1), (1, 3), (2, 3), (1, 1), (2, 2), (3, 3)\}$ é uma relação de ordem total em $A = \{1, 2, 3\}$. V☒ F☐
7. Para qualquer c.p.o. $(A, \leq)$ e qualquer subconjunto não vazio $X$ de $A$, se $X$ admite elemento máximo, então, $A\setminus X$ admite elemento mínimo. V☐ F☒
8. Para quaisquer c.p.o.'s $A$ e $B$ e qualquer função isótona sobrejetiva $f : A \to B$, se $m$ é elemento máximo de $A$ então $f(m)$ é elemento máximo de $B$. V☒ F☐

**GRUPO II.** Considere o conjunto $A = \{a, b, c\}$. Dê exemplo, ou justifique que não existe, de:

1. Uma relação binária $\theta$ em $A$ que seja simétrica mas não transitiva;

Neste grupo, ver resolução na outra versão. Basta substituir
$1 \to a$
$2 \to b$
$3 \to c$

2. Uma relação de equivalência $\mathcal{R}$ em $A$ com 4 elementos;

3. Uma relação de ordem parcial $\leq$ em $A$ tal que $\leq = \leq_d$;

4. Uma relação de ordem parcial $\leq$ em $A$ tal que no c.p.o. $A$ não existe $\inf \varnothing$ nem $\sup \varnothing$.

**GRUPO III.** Sejam $A$ um conjunto e $\rho$ a relação binária definida em $\mathcal{P}(A) \times A$ por

$$(X, a)\ \rho\ (Y, b) \Leftrightarrow \{a\} \cup X = \{b\} \cup Y \qquad (a, b \in A,\ X, Y \subseteq A).$$

1. Mostre que $\rho$ é uma relação de equivalência em $\mathcal{P}(A) \times A$.

Ver resolução no outro teste. Basta trocar as coordenadas dos pares

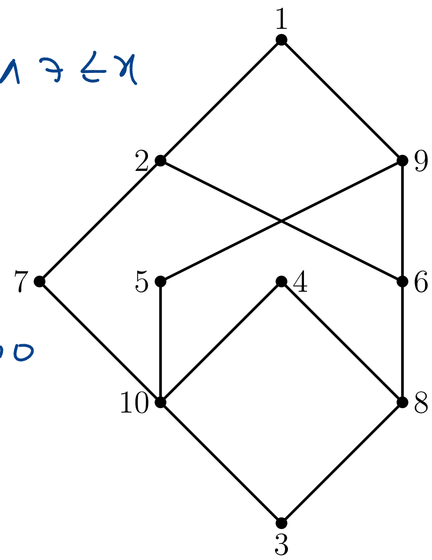
(na outra versão trabalha-se em $A \times \mathcal{P}(A)$ e aqui trabalha-se em $\mathcal{P}(A) \times A$)

2. Dado $a \in A$, determine as classes $[(\emptyset, a)]_\rho$ e $[(A, a)]_\rho$.

3. Determine em que condições se tem $[(\emptyset, a)]_\rho \cap [(A, a)]_\rho \neq \emptyset$.

4. Para $A = \{1, 2\}$, indique o conjunto quociente definido por $\rho$.

**GRUPO IV.** Considere o c.p.o. $(A, \leq)$ definido pelo diagrama de Hasse apresentado. Indique, caso exista:




1. Maj $\{2, 4, 5, 7\}$; $= \emptyset$

   não existe $x \in A$ t.q. $2 \leq x \wedge 4 \leq x \wedge 5 \leq x \wedge 7 \leq x$

   4 é maximal

2. inf$\{2, 4\}$:

   não existe.

   $\text{Min}\{2,4\} = \{10, 8, 3\} \rightarrow$ ñ tem máximo

3. $\inf \emptyset$ e $\sup \emptyset$;

   $\inf \emptyset = \max A$ não existe

   $\sup \emptyset = \min A = 3$

4. Um subconjunto $X$ de $A$ que não admita supremo;

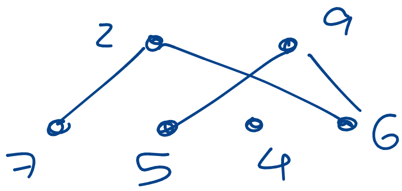
   $X = \{2, 4\}$

5. Um subconjunto $X$ de $A$ com 3 elementos maximais e 4 elementos minimais;

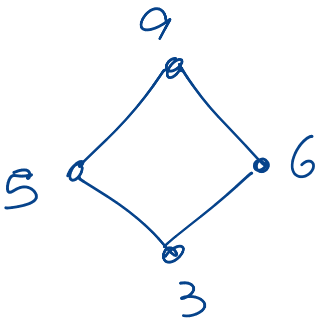
   maximais

   $X = \{7, 5, 6, 4, 2, 9\}$

   minimais




6. um elemento $x$ de $A$ tal que $\{3, 5, 9, x\}$ seja um reticulado para a ordem parcial induzida pela ordem do c.p.o. $A$. $x = 6$




é reticulado

[Cotação:] **GRUPO I.** $8 \times 1.0 = 8.0$ **GRUPO II.** $4 \times 1.0 = 4.0$ **GRUPO III.** $1.5 + 1.0 + 1.0 + 1.5 = 5.0$ **GRUPO IV.** $6 \times 0.5 = 3.0$.