

# Programação Funcional

1º Ano

Maria João Frade - Dep. Informática, UM

1

## O que é a programação funcional ?

- É um estilo de programação em que o mecanismo básico de computação é a [aplicação de funções](#) a argumentos.
- Uma linguagem de programação que suporte e encoraje esta forma de programação diz-se [funcional](#).
- É um [estilo de programação declarativo](#) (em que um programa é um conjunto de declarações que descrevem a relação entre input e output), ao invés de um estilo imperativo (em que o programa é uma sequência de instruções que vai alterando o estado, o valor das variáveis).

2

## Exemplo da função factorial

$$\begin{aligned}0! &= 1 \\ n! &= n \cdot (n-1)!\end{aligned}$$

**Haskell** (uma linguagem declarativa)

```
fact 0 = 1
fact n = n * fact (n-1)
```

As equações que são usadas na definição de fact são **equações matemáticas**. Elas indicam que o lado esquerdo e o lado direito do **=** têm o mesmo valor. O valor dos identificadores é **imutável**.

**C** (uma linguagem imperativa)

```
int factorial(int n)
{ int i, r;
  i = 1;
  r = 1;
  while (i<=n) {
    r = r*i;
    i = i+1; }
  return r;
}
```

Isto é muito diferente do uso do **=** nas linguagens imperativas como o C. Neste caso, o valor dos identificadores é **mutável**. Por exemplo, a instrução **i = i+1** representa uma atribuição (o valor anterior de **i** é destruído, e o novo valor passa a ser o anterior mais 1). Portanto, o valor de **i** é alterado.

3

## Programa resumido

Esta UC corresponde a uma introdução ao paradigma funcional de programação, tendo por base a linguagem programação **Haskell** (uma linguagem puramente funcional).

1. **Aspectos básicos da linguagem Haskell:** Valores, expressões e tipos. O mecanismo de avaliação. Inferência de tipos. Definições multi-clausais de funções. Polimorfismo.
2. **Listas:** Funções recursivas sobre listas. Modelação de problemas usando listas.
3. **Algoritmos de ordenação de listas:** *insertion sort*, *quick sort* e *merge sort*.
4. **Ordem superior:** Padrões de computação. Programação com funções de ordem superior.
5. **Tipos algébricos:** Definição de novos tipos e sua utilização na modelação de problemas.
6. **Árvores:** Árvores binárias, árvores de procura, árvores irregulares e algoritmos associados.
7. **Classes:** O mecanismo de classes no tratamento do polimorfismo e da sobrecarga de funções.
8. **IO:** O tratamento puramente funcional do input/output. O monade IO.

4

## Resultados de aprendizagem

- Resolver problemas de programação decompondo-os em problemas mais pequenos.
- Desenvolver e implementar algoritmos recursivos sobre listas e sobre árvores.
- Desenvolver programas tirando partido da utilização das funções de ordem superior.
- Definir tipos algébricos enquadrá-los na hierarquia de classes e programar com esses tipos.
- Escrever programas interativos.

5

## Método de avaliação

$$\text{Nota Final} = (\text{Nota do 1º teste}) \times (\text{Nota do 2º teste})$$

- **1º teste:** uma questão seleccionada aleatoriamente de um conjunto de questões simples, previamente divulgado. (Notas 0 ou 1)
- **2º teste:** prova escrita sobre toda a matéria. (Notas de 0 a 20)

### Datas previstas para as avaliações

**1º teste:** aulas TPs de 23 a 28 de Outubro

**2º teste:** 3 de Janeiro

**Exame de recurso:** 24 de Janeiro

6

## Bibliografia

- Fundamentos da Computação. Livro II: Programação Funcional. José Manuel Valença e José Bernardo Barros. Universidade Aberta.
- Programming in Haskell. Graham Hutton. Cambridge University Press, 2016.
- Haskell: the craft of functional programming. Simon Thompson. Addison-Wesley.
- [www.haskell.org/documentation](http://www.haskell.org/documentation)
- Slides das aulas teóricas e fichas práticas: [elearning.uminho.pt](http://elearning.uminho.pt)

7

## Características das linguagens funcionais

- O mecanismo básico de programação é a **definição e aplicação de funções**.
- **Funções são entidades de 1ª classe**, isto é, podem ser usadas como qualquer outro objecto: passadas como parâmetro, devolvidas como resultado, ou mesmo armazenadas em estruturas de dados.
- Grande **flexibilidade**, capacidade de **abstracção** e **modularização** do processamento de dados.
- Os programas são **concisos**, **fáceis de manter** e **rápidos de desenvolver**.

8

## Cronologia

- 1930's - **Lambda calculus**: uma teoria matemática the funções. (Alonso Church, Haskell Curry)
- 1950's - **Lisp**: a 1ª ling. prog. funcional, sem tipos, impura. (John McCarthy)
- 1960's - **ISWIN**: a 1ª ling. prog. funcional pura. (Peter Landin)
- 1970's - **FP**: ênfase nas funções de ordem superior e no raciocínio sobre programas. (John Backus)  
**ML**: a 1ª ling. funcional moderna, com polimorfismo e inferência de tipos. (Robin Milner)
- 1980's - **Miranda**: ling. funcional com *lazy evaluation*, polimorfismo e inferência de tipos. (David Turner)
- 1990's - **Haskell**: ling. funcional pura, *lazy*, com um sistema de tipos extremamente evoluído, criada por um comité de académicos.
- 2000's - Publicação do **Haskell Report**: a 1ª versão estável da linguagem, actualizada em 2010.
- 2010's - **Haskell Platform**: distribuição standard do GHC (Glasgow Haskell Compiler), que inclui bibliotecas e ferramentas de desenvolvimento (actualmente chamada de **GHCCup**)

9

## Haskell

*Haskell is a general purpose, purely functional programming language incorporating many recent innovations in programming language design. Haskell provides higher-order functions, non-strict semantics, static polymorphic typing, user-defined algebraic datatypes, pattern-matching, list comprehensions, a module system, a monadic IO system, and a rich set of primitive datatypes, including lists, arrays, arbitrary and fixed precision integers, and floating-point numbers. Haskell is both the culmination and solidification of many years of research on non-strict functional languages.*

(The Haskell 2010 Report)

[www.haskell.org](http://www.haskell.org)

**Haskell**  
An advanced, purely functional programming language

Declarative, statically typed code.

```
primes = filterPrime [2..]
where filterPrime (p:xs) =
  p : filterPrime [x | x <= xs, x `mod` p /= 0]
```

**GHCCup**  
GHCCup is the main installer for the general purpose language Haskell.

Contém o compilador de Haskell **ghc**, que vamos usar.

10

## Glasgow Haskell Compiler

- Principal compilador de Haskell da actualidade.
- Usado na indústria.
- Inclui um compilador e um interpretador de Haskell:
  - ghc** - o **compilador** que a partir do programa Haskell cria código executável.
  - ghci** - o **interpretador** que actua como uma “máquina de calcular”. Tem uma natureza interactiva adequada ao desenvolvimento passo a passo de um programa. É o que usaremos nas aulas.

O ciclo de funcionamento do interpretador é o seguinte:

**lê** uma expressão, **calcula** o seu valor e **apresenta** o resultado

11

## O interpretador GHCi

O interpretador arranca, a partir de um terminal, com o comando **ghci**

```
$ ghci
GHCi, version ... : http://www.haskell.org/ghc/. :? for help
Prelude>
```

(Dependendo da versão de GHCi, em vez de **Prelude>** pode aparecer apenas **ghci>** )

- O *prompt* **>** indica que o GHCi está pronto para avaliar.
- Prelude** é o nome da biblioteca que é carregada, por omissão, no arranque do GHCi e que disponibiliza uma vasta lista de funções.

```
Prelude> 5+3*2
11
Prelude> sqrt 9
3.0
```

12

## A biblioteca Prelude

O `Prelude` é a biblioteca Haskell que contém as declarações de tipos, funções e classes que constituem o [núcleo central da linguagem Haskell](#). É sempre carregada por omissão.

Por exemplo, tem muitas funções sobre [listas](#):

```
> length [4,2,6,3,1]
5
> head [4,2,6,3,1]
4
> tail [4,2,6,3,1]
[2,6,3,1]
> reverse [4,2,6,3,1]
[1,3,6,2,4]
> last [1..5]
5
> sum [4,2,6,3,1]
16
```

```
> product [1..5]
120
> [1,2,3] ++ [4,5]
[1,2,3,4,5]
> head (tail [1..5])
2
> take 2 [3,4,7,1,8]
[3,4]
> drop 2 [3,4,7,1,8]
[7,1,8]
> length [4,2,1] + head [7,5]
10
```

13

## Aplicação de funções

A notação usada em Haskell para a aplicação de funções difere da notação matemática tradicional.

- Na [matemática](#), a aplicação de funções é denotada usando parêntesis e multiplicação denotada por um espaço.
- Em [Haskell](#), a aplicação de funções é denotada por um espaço e multiplicação denotada por `*`.

### Notação matemática

$f(a,b) + c \ d$

### Notação Haskell

$f \ a \ b \ + \ c * d$

Em Haskell [a aplicação de funções tem prioridade máxima](#) sobre todos os outros operadores.

$f \ a \ + \ b$  significa  $(f \ a) \ + \ b$

14

## Aplicação de funções

### Notação matemática

$f(x)$

$f(x,y)$

$f(g(x))$

$f(x,g(x))$

$f(a) + b$

### Notação Haskell

$f \ x$

$f \ x \ y$

$f \ (g \ x)$

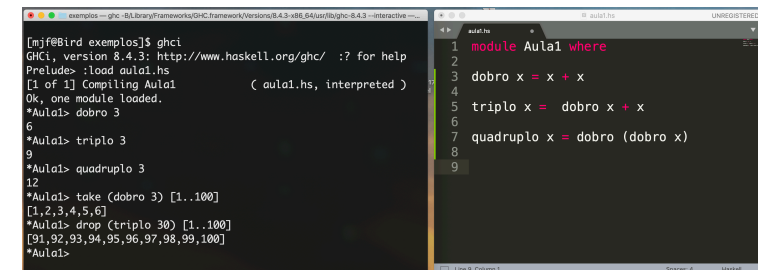
$f \ x \ (g \ x)$

$f \ a \ + \ b$

15

## Haskell scripts

- Um [programa Haskell](#) é constituído por um, ou mais, ficheiros de texto que contêm as definições das novas funções, tipos e classes usados na resolução de um dado problema.
- A esses ficheiros Haskell costumam-se chamar [scripts](#), pelo que o nome dos ficheiros Haskell termina normalmente com `.hs` (de Haskell script).
- No desenvolvimento de um programa Haskell é útil manter duas janelas abertas: uma com o [editor de texto](#) onde se vai desenvolvendo o programa, e outra com o [GHCi](#) para ir testando as funções que se vão definindo.



16

## Haskell scripts

Mantendo o GHCi aberto podemos acrescentar mais definições ao ficheiro `aula1.hs` e depois recarrega-lo no GHCi para as testar.

Por exemplo, podemos acrescentar ao ficheiro a definição da função factorial

```
fact 0 = 1
fact n = n * fact (n-1)
```

E depois recarrega-lo no GHCi

```
*Aula1> :reload
[1 of 1] Compiling Aula1      (aula1.hs, interpreted)
Ok, one module loaded
*Aula1> fact 5
120
*Aula1>
```

Repare na mudança de nome do prompt para `*Aula1>` que é o nome do módulo que está no ficheiro `aula1.hs`. (Este aspecto pode depender da versão do GHCi que se está a usar). Neste momento tem disponíveis no interpretador todas as funções do Prelude e do módulo `Aula1`.

17

## Alguns comandos do GHCi

### Comando

<code>:?</code>	Mostra todos os comandos disponíveis
<code>:load nome</code>	Carrega no GHCi o ficheiro <code>nome</code>
<code>:reload</code>	Carrega de novo o ficheiro corrente
<code>:type expressão</code>	Indica o tipo de uma expressão
<code>:quit</code>	Sai do GHCi

Pode usar apenas a primeira letra do comando. Por exemplo, `:l aula1.hs`

18

## Valores, expressões e tipos

- Os **valores** são as entidades básicas da linguagem Haskell. São os elementos atômicos.
- Uma **expressão** ou é um valor ou resulta de aplicar funções a expressões.
- O **interpretador** atua como uma calculadora: lê uma expressão, calcula o seu valor e apresenta o resultado.

```
> 5.3 + 7.2 * 0.1
6.02
> 2 < length [4,2,5,1]
True
> not True
False
```

- Um **tipo** é um nome que denota uma coleção de valores.
- Se da avaliação de uma expressão e resultar um valor do tipo **T**, então dizemos que a expressão **tem tipo T**, e escrevemos

```
e :: T
```

Por exemplo,

```
> :type not True
not True :: Bool
```

19

## Tipos

- Um tipo é um nome que denota uma coleção de valores. Por exemplo,
  - O tipo **Bool** contém os dois valores lógicos: **True** e **False**
  - O tipo **Integer** contém todos os números inteiros: **...**, **-2**, **-1**, **0**, **1**, **2**, **3**, **...**
- As funções só podem ser aplicadas a argumentos de tipo adequado. Por exemplo,

```
> 2 + True
error: ...
```

Porque + deve ser aplicada a números e True não é um número.

- Se não houver concordância entre o tipo das funções e os seus argumentos, o programa é **rejeitado pelo compilador**.

20

## Tipos

- [Toda a expressão Haskell bem formada tem um tipo](#) que é automaticamente calculado em tempo de compilação por um mecanismo chamado [inferência de tipos](#).
- Por isso se diz que a linguagem Haskell é "[statically typed](#)".
- Todos os [erros de tipo](#) são encontrados em tempo de compilação, o que torna os programas mais robustos.
- Os tipos permitem assim programar de forma mais produtiva, com [menos erros](#).
- Num programa Haskell [não é obrigatório escrever os tipos](#), o compilador infere-os, mas é boa prática escrevê-los pois é uma forma de documentar o código.

21

## Tipos básicos

<b>Bool</b>	Booleanos	<code>True, False</code>
<b>Char</b>	Caracteres	<code>'a', 'b', 'A', '3', '\n', ...</code>
<b>Int</b>	Inteiros de tamanho limitado	<code>5, 7, 154243, -3452, ...</code>
<b>Integer</b>	Inteiros de tamanho ilimitado	<code>2645611806867243336830340043, ...</code>
<b>Float</b>	Números de vírgula flutuante	<code>55.3, 23E5, 743.2e12, ...</code>
<b>Double</b>	Números de vírgula flutuante de dupla precisão	<code>55.3, 23.5E5, ...</code>
<b>()</b>	<i>Unit</i>	<code>()</code>

22

## Tipos compostos

- **Tuplos** - sequências de tamanho fixo de elementos de diferentes tipos  
`(5, True) :: (Int, Bool)`  
`(8, 3.5, 'b') :: (Int, Float, Char)`
- **Listas** - sequências de tamanho variável de elementos de um mesmo tipo  
`[1,2,3,4,5] :: [Int]`  
`[True, True, False] :: [Bool]`
- **Funções** - mapeamento de valores de um tipo (o domínio da função) em valores de outro tipo (o contra-domínio da função)  
`fact :: Integer -> Integer`  
`fact 0 = 1`  
`fact n = n * fact (n-1)`

23

## Tuplos

Um tuplo é uma sequência de [tamanho fixo](#) de elementos que podem ser de [diferentes tipos](#).

**(T<sub>1</sub>, T<sub>2</sub>, ..., T<sub>n</sub>)** é o tipo dos tuplos de tamanho n, cujo 1º elemento é de tipo T<sub>1</sub>, o 2º elemento é de tipo T<sub>2</sub>, ..., e na posição n tem um elemento de tipo T<sub>n</sub>.

Exemplos:

```
( 'C', 2, 'A' ) :: (Char, Int, Char)
(True, 1, False, 0) :: (Bool, Int, Bool, Int)
(3.5, ('a', True), 20) :: (Float, (Char, Bool), Int)
```

24

## Listas

As listas são sequências de [tamanho variável](#) de elementos do [mesmo tipo](#).

**[T]** é o tipo das listas de elementos do tipo **T**.

Exemplos:

```
[10,20,30] :: [Int]
[10, 20, 6, 19, 27, 30] :: [Int]
[True,True,False,True] :: [Bool]
[( 'a',True), ( 'b',False)] :: [(Char,Bool)]
[[3,2,1], [4,7,9,2], [5]] :: [[Int]]
```

25

## Funções

Uma função é um mapeamento de valores de um tipo (o [domínio](#) da função) em valores de outro tipo (o [contra-domínio](#) da função)

**T<sub>1</sub> -> T<sub>2</sub>** é o tipo das funções que *recebem* valores do tipo **T<sub>1</sub>** e *devolvem* valores do tipo **T<sub>2</sub>**.

Exemplos:

```
even :: Int -> Bool
odd  :: Int -> Bool
not  :: Bool  -> Bool
```

26

## Funções com vários argumentos

Uma função com vários argumentos pode ser codificada de duas formas.

- Usando tuplos:

**soma** recebe um par de inteiros (**x,y**) e devolve o resultado inteiro **x+y**.

```
soma :: (Int,Int) -> Int
soma (x,y) = x + y
```

- Retornando funções como resultado:

```
add :: Int -> (Int -> Int)
add x y = x + y
```

**add** recebe um inteiro **x** e devolve uma função (**add x**). Depois esta função recebe o inteiro **y** e devolve o resultado **x+y**.

27

## Curried functions

```
soma :: (Int,Int) -> Int
add  :: Int -> (Int -> Int)
```

**soma** e **add** produzem o mesmo resultado final, mas **soma** recebe os dois argumentos ao mesmo tempo, enquanto **add** recebe um argumento de cada vez.

- As funções que recebem os seus argumentos um de cada vez dizem-se “*curried*” em honra do matemático Haskell Curry que as estudou.
- Funções que recebem mais do que dois argumentos podem ser *curried* retornando funções aninhadas.

```
mult :: Int -> (Int -> (Int -> Int))
mult x y z = x * y * z
```

**mult** recebe um inteiro **x** e devolve uma função (**mult x**), que por sua vez recebe o inteiro **y** e devolve a função (**mult x y**), que finalmente recebe o inteiro **z** e devolve o resultado **x\*y\*z**.

28

## Porque é que as funções *curried* são úteis?

- As funções *curried* são mais flexíveis porque é possível gerar novas funções, **aplicando parcialmente** uma função *curried*.

```
add 1 :: Int -> Int
```

- As funções Haskell são normalmente definidas na forma *curried*.

```
take :: Int -> [Int] -> [Int]
take 5 :: [Int] -> [Int]
```

29

## Convenções

Para evitar o uso excessivo de parêntesis quando se usam funções *curried* são adotadas as seguintes convenções:

- A seta `->` associa à **direita**

```
Int -> Int -> Int -> Int
```

Significa `Int -> (Int -> (Int -> Int))`

- A **aplicação** de funções associa à **esquerda**

```
mult x y z
```

Significa `((mult x) y) z`

30

## Funções polimórficas

Há funções às quais é possível associar mais do que um tipo concreto. Por exemplo, a função `length` (que calcula o comprimento de uma lista) pode ser aplicada a quaisquer listas independentemente do tipo dos seus elementos.

```
> length [3,2,2,1,4]
5
> length [True,False]
2
```

Um função diz-se **polimórfica** se o seu tipo contém **variáveis de tipo** (representadas por letras minúsculas).

```
length :: [a] -> Int
```

Para qualquer tipo `a`, a função `length` recebe uma lista de valores do tipo `a` e devolve um inteiro.

31

## Funções polimórficas

As variáveis de tipo podem ser instanciadas por diferentes tipos consoante as circunstâncias.

```
length :: [a] -> Int
```

```
> length [3,2,2,1,4]
5
> length [True,False]
2
```

`a = Int`

`a = Bool`

- As variáveis de tipo começam por letras minúsculas (normalmente usam-se as letras `a`, `b`, `c`, etc).
- O nome dos tipos concretos começa sempre por uma letra maiúscula (ex: `Int`, `Bool`, `Float`, etc)

32



## Funções polimórficas

A maioria das funções da biblioteca `Prelude` são polimórficas.

```
head :: [a] -> a
tail :: [a] -> [a]
take :: Int -> [a] -> [a]
fst :: (a,b) -> a
snd :: (a,b) -> b
id :: a -> a
reverse :: [a] -> [a]
zip :: [a] -> [b] -> [(a,b)]
```

33

## Sobrecarga (*overloading*) de funções

Considere os seguintes exemplos:

```
> 3 + 2
5
> 10.5 + 1.7
12.2
```

Qual será o tipo da soma (+) ?

Note que `a -> a -> a` é um tipo demasiado permissivo para a função (+), pois não é possível somar elementos de qualquer tipo

```
> 'a' + 'b'
:error: ...
```

O Haskell resolve o problema com [restrições de classes](#)

```
(+) :: Num a => a -> a -> a
```

Para qualquer tipo numérico `a`, a função (+) recebe dois valores do tipo `a` e devolve um valor do tipo `a`.

34

## Sobrecarga (*overloading*) de funções

Uma função polimórfica diz-se [sobrecarregada](#) se o seu tipo contém uma ou mais restrições de classes.

```
(+) :: Num a => a -> a -> a
```

```
> 3 + 2
5
> 10.5 + 1.7
12.2
> 'a' + 'b'
error: ...
```

`a = Int`

`a = Float`

`Char` não é um tipo numérico

Mais exemplos:

```
sum :: Num a => [a] -> a
(*) :: Num a => a -> a -> a
product :: Num a => [a] -> a
```

35

## Class constraints

O Haskell tem muitas classes mas, por agora, apenas precisamos de ter a noção de que existem as seguintes

**Num** - a classe dos tipos numéricos (tipos sobre os quais estejam definidas operações como a soma e a multiplicação).

**Eq** - a classe dos tipos que têm o teste de igualdade definido.

**Ord** - a classe dos tipos que têm uma relação de ordem definida sobre os seus elementos.

```
(+) :: Num a => a -> a -> a
(==) :: Eq a => a -> a -> Bool
(<) :: Ord a => a -> a -> Bool
```

Mais tarde estudaremos em mais detalhe o mecanismo de classes do Haskell.

36

## !!! Aviso !!!

Na versão actual do GHCi, se perguntarmos o tipo de certas funções sobre listas temos uma surpresa!!

```
> :type sum
sum :: (Foldable t, Num a) => t a -> a
```

Este é um tipo mais geral do que `sum :: Num a => [a] -> a` mas como as listas pertencem à classe `Foldable`, quando aplicamos `sum` a uma lista de números, este é o tipo efetivo da função `sum`.

Ao longo das aulas iremos sempre apresentar o tipo destas funções usando **listas** em vez da classe `Foldable`, para simplificar a apresentação.

Sempre que virem a classe `Foldable` num tipo das funções do Prelude, podem entender isso como sendo o tipo das listas.

37

## Class constraints

Qual será o tipo das funções `elem` e `max` ?

```
> elem 3 [1,2,3,4,5]
True
> elem 7 [1,2,3,4,5]
False
> max 35 28
35
> max 5.6 10.7
10.7
```

```
elem :: Eq a => a -> [a] -> Bool
```

Porque se usa a função `(==)` na sua implementação.

```
max :: Ord a => a -> a -> a
```

Porque se usa a função `(<)` na sua implementação.

38

## Mais alguns operadores do Prelude

**Lógicos:** `&&` (conjunção), `||` (disjunção), `not` (negação)

**Numéricos:** `+`, `-`, `*`, `/` (divisão de reais), `^` (exponenciação com inteiros), `div` (divisão inteira), `mod` (resto da divisão inteira), `abs` (módulo), `**` (exponenciações com reais), `log`, `sin`, `cos`, `tan`, ...

**Relacionais:** `==` (igualdade), `/=` (desigualdade), `<`, `<=`, `>`, `>=`

**Condicional:** `if ... then ... else ...`  
                  ↑                  ↑  
                  :: Bool          :: a

39

## Definição de funções

- A definição de funções faz-se através de uma sequência de equações da forma:

`nome arg1 arg2 ... argn = expressão`

- O nome das funções começa sempre por letra minúscula ou *underscore*.
- Quando se define uma função podemos indicar o seu tipo. No entanto, isso não é obrigatório.
- O tipo de cada função é inferido automaticamente pelo compilador.
- O compilador infere o tipo mais geral que se pode associar à função. No entanto, é possível atribuir à função um tipo mais específico.

```
swap :: (a,b) -> (b,a)
swap (x,y) = (y,x)
```

```
troca :: (Int,Char) -> (Char,Int)
troca (x,y) = (y,x)
```

- É boa prática de programação indicar o tipo das funções definidas nas scripts Haskell.

40