Universidade do Minho		26 de novembro de 2021
	1º Teste de	
	Computabilidade e Complexidade	
Lic. Ciências da Computação		Duração: 2h15min

*Este teste é constituído por 6 questões. Todas as respostas devem ser devidamente **justificadas**.*

1. Seja $A = \{a, b\}$. Considere a máquina de Turing

$$\mathcal{T} = (\{0,1,2,3,4,5\}, A, A \cup \{\Delta\}, \delta, 0, 5, \Delta)$$

onde a função transição δ é definida pela tabela seguinte:

δ	a	b	Δ
0			$(1, \Delta, D)$
1	$(2, a, D)$	$(2, a, D)$	$(3, \Delta, E)$
2	$(1, a, D)$	$(1, a, D)$	
3	$(4, b, E)$		$(5, \Delta, C)$
4	$(3, a, E)$		

A máquina $\mathcal{T}$ calcula uma função parcial $g : A^* \to A^*$.

a) Represente $\mathcal{T}$ graficamente.

b) Indique a sequência de configurações que podem ser computadas a partir da configuração $(0, \underline{\Delta}aababbba)$.

c) Identifique o domínio D da função g.

d) Para cada elemento $u \in D$, determine a palavra $g(u)$.

2. Seja $A = \{a, b\}$. Indique uma máquina de Turing que calcule a função

$$\begin{array}{rccl} g: & A^* \times A^* & \longrightarrow & \mathbb{N}_0 \\ & (u, v) & \longmapsto & \begin{cases} |u| & \text{se } |v| = 2 \\ 1 & \text{senão.} \end{cases} \end{array}$$

3. Construa uma máquina de Turing que reconheça a linguagem

$$L = \{ucv : u, v \in \{a, b\}^*, |u|_a = |v|_a\},$$

sobre o alfabeto $A = \{a, b, c\}$, e descreva informalmente a estratégia dessa máquina.

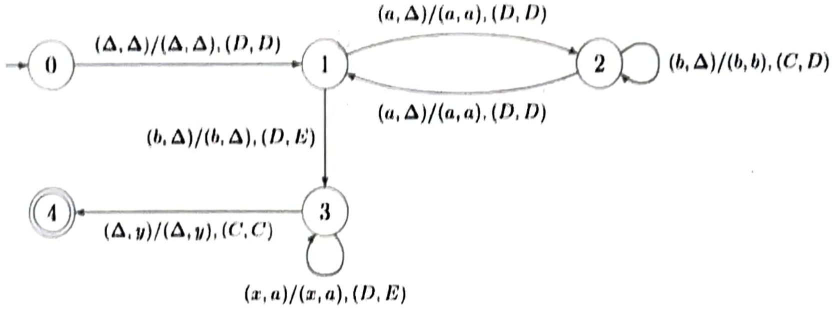
4. Considere os problemas de decisão

- *Aceita*$_\epsilon$: dada uma máquina de Turing $\mathcal{T}$, será que $\mathcal{T}$ aceita a palavra vazia ϵ?
- *AtingeEstado*: dados uma máquina de Turing $\mathcal{T}$ e um estado q de $\mathcal{T}$, será que $\mathcal{T}$ atinge o estado q quando iniciada com a fita vazia?

a) Mostre que *Aceita*$_\epsilon \leq$ *AtingeEstado*.

b) Conclua que o problema *AtingeEstado* é indecidível.

5. Seja $A = \{a, b\}$ e seja $\mathcal{T}$ a seguinte máquina de Turing sobre A com duas fitas, onde $x \in A$ e $y \in \{a, b, \Delta\}$,



a) Indique a sequência de configurações que podem ser computadas a partir da configuração $(0, \underline{\Delta}aabbab, \underline{\Delta})$ e diga se a palavra $aabbab$ é aceite por $\mathcal{T}$.

b) Para que palavras $u \in A^*$, $(0, \underline{\Delta}u, \underline{\Delta})$ é uma configuração de ciclo?

c) Para que palavras $v \in A^*$, a partir de $(0, \underline{\Delta}v, \underline{\Delta})$ pode ser computada uma configuração de rejeição?

d) Identifique a linguagem L reconhecida por $\mathcal{T}$. Justifique.

e) Verifique que é possível fazer uma alteração (simples) na máquina $\mathcal{T}$ de modo a obter uma máquina de Turing $\mathcal{T}'$ que reconhece L e que nunca entra em ciclo. Conclua que L é recursiva.

6. Diga, justificando, quais das afirmações seguintes são verdadeiras e quais são falsas.

a) Se $\mathcal{T}$ é uma máquina de Turing cujo cursor nunca se move (ou seja, apenas efetua o movimento "centro"), então a configuração inicial de qualquer palavra u é uma configuração de ciclo de $\mathcal{T}$.

b) O seguinte problema é decidível: Dada uma máquina de Turing $\mathcal{T}$, será que $L(\mathcal{T})$ é recursivamente enumerável?

c) A função característica χ_{AA} da linguagem AutoAceite é Turing-computável.

d) A linguagem reconhecida pela composição sequencial de duas máquinas de Turing é a interseção das linguagens reconhecidas por essas máquinas.

(Fim)

Cotação:

- **1.** 4,5 valores (1 + 1 + 1,25 + 1,25)
- **2.** 1,5 valores
- **3.** 2,25 valores
- **4.** 2,5 valores (1,5 + 1)
- **5.** 5,25 valores (1 + 1 + 1 + 1,25 + 1)
- **6.** 4 valores (1 + 1 + 1 + 1)