



Nome:

Número:

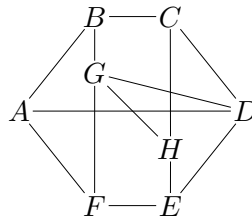
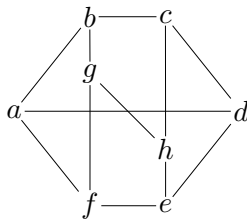
1. Apresente, justificando, um exemplo de:

- (a) um grafo platónico com 3 arestas.
- (b) um grafo conexo bipartido não completo, com 5 vértices e um ciclo de comprimento 4.
- (c) um grafo conexo que seja Euleriano mas não Hamiltoniano.

2. Justifique se as seguintes afirmações são verdadeiras ou falsas.

- (a) Existe um grafo conexo e planar com 5 vértices todos eles de grau 2 e tal que a sua representação planar tem 3 faces.
- (b) O número cromático de um grafo semi-Euleriano é ímpar.

3. Justifique se cada um dos seguintes grafos (conexos) é ou não planar.



Cotações: 1) a) 1 valor, b) 1.5 valores, c) 1.5 valores;
2) a) 1.5 valores, b) 1.5 valores
3) 3 valores.

4. Justifique se as seguintes afirmações são verdadeiras ou falsas.

(a) Como $-311 = (-15) \times 20 - 11$, o resto da divisão de -311 por 20 é 11.

(b) Se a, b e c são inteiros tais que $a|c$ e $b|c$ então $ab|c^2$.

(c) $7^{4782312} \equiv -2 \pmod{5}$.

5. Considere a equação diofantina $102x + 27y = 6$. Determine a solução geral e verifique se existe alguma solução positiva (isto é, uma solução tal que $x > 0$ e $y > 0$) desta equação.

6. Determine solução geral do seguinte sistema de congruências lineares

$$\begin{cases} 3x & \equiv 6 \pmod{2} \\ 6x & \equiv 4 \pmod{5} \\ -x & \equiv 2 \pmod{7} \end{cases}$$

Verifique que a menor solução positiva que encontrou é de facto solução do sistema apresentado.

7. Seja $a \in \mathbb{Z}$ tal que $\text{m.d.c.}(a, 30)=1$. Mostre que $a^{17} \equiv a \pmod{30}$.

Cotações: 4) a) 1.5 valores, b) 1.5 valores, c) 1.5 valores;
5) 2 valores;
6) 2 valores;
7) 1.5 valores.