



---

Todas as respostas devem ser justificadas e os cálculos devem ser apresentados.

1. Seja  $\mathcal{A}$  um espaço afim tridimensional munido de um referencial ortonormado. Considere as rectas  $r = A + \langle \vec{v} \rangle$  e  $s = B + \langle \vec{w} \rangle$ , onde  $A = (1, 1, 1)$ ,  $B = (1, 1, 0)$ ,  $\vec{v} = (1, -1, 0)$  e  $\vec{w} = (1, 1, 1)$ .

- (a) Mostre que as rectas  $r$  e  $s$  são enviesadas.
- (b) Se  $t$  é a perpendicular comum de  $r$  e  $s$ , determine os pés da perpendicular  $t$ ,  $P$  e  $Q$ , em  $r$  e  $s$  (respectivamente).
- (c) Determine a distância entre  $r$  e  $s$ .
- (d) Determine a medida do ângulo formado por  $r$  e  $s$ .

2. Seja  $\mathcal{A}$  um plano afim munido de um referencial ortonormado. Considere a recta  $r$  definida pela seguinte equação cartesiana

$$x + y - 1 = 0$$

- (a) Determine a projecção ortogonal de  $P = (1, 1)$  em  $r$ .
- (b) Determine a projecção ortogonal de um ponto genérico  $M = (x, y)$  em  $r$ .
- (c) Determine a aplicação  $s : \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{A}$  definida pela reflexão na recta  $r$ .

3. Seja  $\mathcal{A}$  um plano afim munido de um referencial ortonormado. Considere as seguintes aplicações afins:  $f(x, y) = (2x + 1, -2y)$  e  $g(x, y) = (\frac{1}{2}x - 1, -\frac{1}{2}y + 1)$ . Justifique se  $f \circ g$  é ou não uma isometria e, caso seja, identifique-a.

4. Seja  $\mathcal{A}$  um espaço afim de dimensão quatro. Determine o centro e a razão da seguinte homotetia

$$h(x, y, z, t) = (4 - 2x, 6 - 2y, 9 - 2z, 1 - 2t).$$

**Cotações:** 1) 3 valores; 2) 2 valores; 3) 1 valor; 4) 1 valor.