Universidade do Minho
Escola de Ciências
DMat

Cálculo
LCC
2019/2020

Soluções da Folha 8 - Cálculo diferencial em $\mathbb{R}$

Exercício 1

a) O declive da reta tangente ao gráfico da função f no ponto de abcissa -1 é $f'(-1) = -2$.

b) $y = -2\,x - 1$.

Exercício 2

a) A função f é derivável em $\mathbb{R} \setminus \{3\}$; $f'_-(3) = 6$; $f'_+(3) = 3$.

b) A função g é derivável em $\mathbb{R} \setminus \{0\}$; $g'_-(0) = 0$; não existe $g'_+(0)$.

Exercício 3

a) A função f é derivável em $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ e

$$f'(x) = \begin{cases} \dfrac{2\,x}{(x^2+1)^2} & \text{se} \quad x < 3, \\ -3 & \text{se} \quad x > 3. \end{cases}$$

b) A função g é derivável em $\mathbb{R} \setminus \{1, 2\}$ e

$$f'(x) = \begin{cases} 6\,x & \text{se} \quad x < 1, \\ 6\,x^2 & \text{se} \quad 1 < x < 2, \\ 0 & \text{se} \quad x > 2. \end{cases}$$

Exercício 4

a)

b)

c) $g'(0) = 0$.

Exercício 5

a) $f'(x) = -\frac{1}{3}$;

b) $f'(x) = -10x + 19$;

c) $f'(x) = 100x^{99} + 404\,x^{100}$;

d) $f'(x) = x^2$;

e) $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$;

f) $f'(x) = \frac{x^2-6x-1}{(x-3)^2}$;

g) $f'(x) = \frac{3x^2-2x+9}{(3-x^2)^2}$;

h) $f'(x) = -\frac{10}{x^{11}}$;

i) $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + 4x^3$;

j) $f'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$;

k) $f'(x) = -\frac{1}{2\sqrt{x}}$;

l) $f'(x) = -\frac{2}{x^3}$;

m) $f'(x) = 2\,e^{2x} - 1$;

n) $f'(x) = \cos x - 6\,x\ \text{sen}(x^2)$;

o) $f'(x) = \frac{1}{x+2}$;

p) $f'(x) = (1+x)e^x$;

q) $f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$;

r) $f'(x) = \frac{(x^2-4)\cos x - 2x\,\text{sen}\,x}{(x^2-4)^2}$;

s) $f'(x) = \frac{x\,e^x}{(x+1)^2}$;

t) $f'(x) = (3+2x)x^2\,e^{2x}$;

u) $f'(x) = \ln x + 1$;

v) $f'(x) = \ln(x^2+x+1) + \frac{2x^2+x}{x^2+x+1}$;

w) $f'(x) = -2x\,\mathrm{sen}(x^2)\cos(\cos(x^2))$;

x) $f'(x) = \frac{1}{(\cos x)^2}$;

y) $f'(x) = \cos x\, e^{\mathrm{sen}\, x} + \mathrm{sen}(2\,x)$.

Exercício 6

a) $f'(x) = 3\,\mathrm{arcsen}\,\sqrt{x^2-1} + \frac{3x^2}{\sqrt{x^2-1}\sqrt{2-x^2}}$;

b) $g'(x) = \frac{\mathrm{sen}\,x}{(\cos x)^2} - \frac{2}{4+x^2}$;

c) $h'(t) = \mathrm{arcsen}(4t) + \frac{4t}{\sqrt{1-16t^2}}$;

d) $i'(t) = \frac{14\,\mathrm{arctg}(7t)}{1+49t^2}$;

e) $j'(y) = \frac{\cos y}{2\sqrt{\mathrm{sen}\,y}} + \frac{1}{y^2\sqrt{1-\frac{1}{y^2}}}$;

f) $k'(y) = -\frac{3\,\mathrm{sen}(\mathrm{arctg}(3y))}{1+9y^2}$.

Exercício 7

a) $f'(x) = 3\,\mathrm{sh}(3x)$;

b) $g'(x) = 2x\,\mathrm{ch}(x^2+1)$;

c) $h'(t) = 2t\,\mathrm{sh}^3\,t + 3t^2\,\mathrm{sh}^2\,t\,\mathrm{ch}\,t$;

d) $i'(t) = \mathrm{th}(t+1)$.

Exercício 8

a) f e h;

b) k;

c) i e j.

Exercício 9 A função f não é derivável no ponto b não existindo derivadas laterais. A função f não é derivável no ponto 0 mas existem as derivadas laterais; $f'_-(0) > 0$; $f'_+(0) < 0$. A função f não é derivável no ponto c; existe derivada lateral à esquerda e $f'_-(c) < 0$; não existe derivada lateral à direita. A função f não é derivável no ponto e mas existem as derivadas laterais; $f'_-(e) > 0$; $f'_+(e) = 0$.

Exercício 10

Exercício 11

a) $h'(2) = \sqrt{2}\,\pi$;

b) $h'(2) = 7\,e$;

c) $h'(2) = \pi\,e$.

Exercício 12

a) Para $x = 1/2$ temos $2\,k'(1) = 4$;

b) Para $x = 0$ temos $k'(1) = 2$;

c) Para $x = 4$ temos $\frac{1}{4}\,k'(1) = \frac{1}{2}$.

Exercício 13 $g'(2) = 2$.

Exercício 14 $g'(1) = -\frac{3}{2}$.

Exercício 15 Não existe f nestas condições.

Exercício 16

Exercício 17

Exercício 18

Exercício 19

Exercício 20 Não existe nenhuma função derivável que satisfaça todas as condições.