Pergunta 1

Considere a função $z(x,t) = x + at + e^{x-at}$, com $a \in \mathbb{R}$ constante. Então, para qualquer $(x,t) \in \mathbb{R}^2$,

- I. $\dfrac{\partial^2 z}{\partial t \partial x} \neq \dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial t}$.
- II. $\dfrac{\partial^2 z}{\partial t^2} = \dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2} + a^2$.
- III. $\dfrac{\partial z}{\partial t} = a^2 \dfrac{\partial z}{\partial x}$.
- IV. $\dfrac{\partial^2 z}{\partial t^2} = a^2 \dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$.

Pergunta 2

Seja $z = g(x,y)$ com $x = s + t$ e $y = s - t$. Usando a regra de derivação da função composta, podemos mostrar que

- I. $\dfrac{\partial z}{\partial t} = \dfrac{\partial z}{\partial s}$.
- II. $\dfrac{\partial z}{\partial s} \cdot \dfrac{\partial z}{\partial t} = \left(\dfrac{\partial z}{\partial x}\right)^2$.
- III. $\dfrac{\partial z}{\partial s} + \dfrac{\partial z}{\partial t} = 0$
- IV. $\dfrac{\partial z}{\partial s} + \dfrac{\partial z}{\partial t} = 2\dfrac{\partial z}{\partial x}$.

Pergunta 3

A equação $e^{xy} + y = x$ define implicitamente y como função de x no ponto

- I. $P = (0,0)$ e temos $\dfrac{dy}{dx}(0) = 0$.
- II. $P = (1,0)$ e temos $\dfrac{dy}{dx}(1) = 0$.
- III. $P = (0,-1)$ e temos $\dfrac{dy}{dx}(0) = \dfrac{1}{2}$.
- IV. $P = (0,-1)$ e temos $\dfrac{dy}{dx}(0) = 2$.

Pergunta 4

Considere a função $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por $f(x,y) = x^2y^3 + x^2y + y$. Para qualquer ponto $(x,y) \in \mathbb{R}^2$,

- I. a função f é crescente na direção do vetor $\vec{v}$ =(2,0).
- II. a função f é decrescente na direção do vetor $\vec{v}$ =(0,2).
- III. a taxa de variação de f na direção do eixo dos yy é positiva.
- IV. a taxa de variação de f na direção do eixo dos xx é negativa.

Pergunta 5

Suponha que o potencial elétrico V no ponto (x,y,z) de uma certa região do espaço é dado por $V(x,y,z) = 2y^2 - 4zy + xyz^3$. A derivada direcional de V no ponto $P = (1,1,0)$ é

- I. máxima na direção do vetor $\vec{v} = (0,4,-4)$ e igual a $||\vec{v}||$.
- II. mínima na direção do vetor $\vec{v} = (0,4,-4)$ e igual a $-||\vec{v}||$.
- III. nula na direção do vetor $\vec{v} = (0,4,-4)$.
- IV. máxima na direção do vetor $\vec{v} = (0,1,-1)$ e igual a $||\vec{v}||$.

Pergunta 6

Seja a curva de equação , curva de nível da função . O ponto

- I. pertence à curva de nível e o vetor é ortogonal a no ponto .
- II. pertence à curva de nível mas não existe reta tangente a esta curva no ponto .
- III. pertence à curva de nível e o vetor é tangente a no ponto .
- IV. não pertence à curva de nível .

Pergunta 7

Seja definida por .

- I. é um ponto minimizante de e é um ponto maximizante de .
- II. $(-3,-2)$ é um ponto de sela de f e $(3,-2)$ é um ponto minimizante de .
- III. $(-3,-2)$ e $(3,-2)$ são pontos críticos de f mas não são pontos extremantes.
- IV. e $(3,-2)$ são pontos críticos de f e são ambos pontos de mínimo local.

Pergunta 8

Considere o problema de determinação dos valores extremos de uma função $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ sujeita à condição $g(x,y) = k$, com k constante, e tal que $\vec{\nabla} g \neq \mathbf{0}$. Supondo que existem, estes extremos condicionados ocorrem nos pontos onde os vetores $\vec{\nabla} f$ e $\vec{\nabla} g$ são

- I. paralelos e têm o mesmo sentido.
- II. ortogonais.
- III. paralelos e têm sentidos opostos.
- IV. paralelos.

Pergunta 9

1 pont

Seja C a curva em $\mathbb{R}^3$ constituída pela arco da parábola $y = x^2 + 1$, $z = 0$, de $x = 0$ para $x = 3$, e pelo segmento de reta que une o ponto $(3,10,0)$ ao ponto $(3,10,2)$ no sentido ascendente. A função $\boldsymbol{r}$: $[0,5] \to \mathbb{R}^3$ definida a seguir é uma parametrização da curva C.

- I. $\boldsymbol{r}(t) = \begin{cases} (t^2, t^4 + 1, 0), & 0 \leq t < 3 \\ (3, 10, t-3), & 3 \leq t \leqslant 5 \end{cases}$
- II. $\boldsymbol{r}(t) = \begin{cases} (t, t^2 + 1, 0), & 0 \leq t < 3 \\ (3, 10, 3-t), & 3 \leq t \leqslant 5 \end{cases}$
- III. $\boldsymbol{r}(t) = \begin{cases} (t^2, t^4 + 1, 0), & 0 \leq t < \sqrt{3} \\ (3, 10, t^2-3), & \sqrt{3} \leq t \leqslant 5 \end{cases}$
- IV. $\boldsymbol{r}(t) = \begin{cases} (t, t^2 + 1, 0), & 0 \leq t < 3 \\ (3, 10, t-3), & 3 \leq t \leqslant 5 \end{cases}$

Pergunta 10

Considere a curva parametrizada pela função $\boldsymbol{r}(t) = (2\cos t,\ 3\text{sen}\ t),\ t \in [0,\ 2\pi]$. Os vetores velocidade e aceleração

- I. são ortogonais nos pontos $(2,0)$, $(0,3)$, $(-2,0)$ e $(0,-3)$.
- II. são ortogonais apenas nos pontos $(0,3)$ e $(0,-3)$.
- III. são ortogonais em todos os pontos da curva.
- IV. não são ortogonais, qualquer que seja o ponto da curva.

Pergunta 11

Uma partícula em movimento encontra-se no instante $t = 2$ na posição $\boldsymbol{r}(2) = (14,5,2)$ e a sua velocidade é dada por $\boldsymbol{v}(t) = (6t, 2t, t)$, em cada instante $t \geq 0$.

a. Determine a posição $\boldsymbol{r}(t)$ em cada instante t e a posição inicial da partícula.
b. Calcule o comprimento da curva percorrida entre os instantes $t = 0$ e $t = 2$.
c. Calcule a curvatura em cada instante t.
d. Determine as equações da reta tangente e do plano normal à curva no instante $t = 1$.

Nota: Caso não tenha respondido à alínea (a), resolva as restantes alíneas para $\boldsymbol{r}(t) = (2t^2,\ t^2,\ -t^2)$.