



Nome:

Número:

1. Justifique se as seguintes afirmações são verdadeiras ou falsas.

- (a) Se a_1, a_2, b_1, b_2 são inteiros tais que $a_1 \mid b_1$ e $a_2 \mid b_2$ então $a_1 a_2 \mid b_1 b_2$.
- (b) O último dígito de 3^{20951} é 1.
- (c) Se $a, b \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{N}$ e se $\text{m.d.c.}(b, n) = 1$, então a congruência $ax \equiv b \pmod{n}$ tem uma única solução módulo n .
- (d) Se $n > 2$ e $(n-1)! \equiv 1 \pmod{n}$ então n não é primo.

2. Apresente a solução geral da equação diofantina $42x + 33y = 201$.

3. Apresente e demonstre o critério de divisibilidade por 4.

4. Use o Teorema Chinês dos Restos para determinar a solução geral do sistema de congruências lineares

$$\begin{cases} 7x \equiv 1 \pmod{3} \\ 2x \equiv 4 \pmod{14} \\ x \equiv 3 \pmod{5} \end{cases}$$

e verifique que a maior solução negativa que encontrou é de facto solução do sistema.

5. Seja $\phi : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ a função de Euler. Justifique que se n é ímpar então $\phi(2n) = \phi(n)$.

Cotações: 1) a) 1 valor, b) 1 valor, c) 1 valor, d) 1 valor;
2) 1.5 valores;
3) 1.5 valores;
4) 2 valores;
5) 1 valor.