

1º Trabalho de Grupo de Análise - 10 Mar

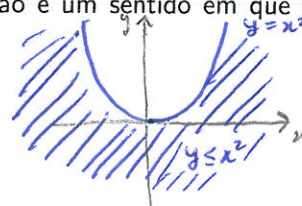
Nome: \_\_\_\_\_ Número: \_\_\_\_\_

Nome: Priscilla de coração Número: \_\_\_\_\_

1. Considere a função  $f : D \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definida por

$$f(x, y) = \sqrt{x^2 - y}.$$

- (a) Identifique o domínio  $D$  da função  $f$ ;
- (b) Identifique o interior, a fronteira e o derivado do domínio  $D$ ;
- (c) Identifique a curva de nível 0 da função  $f$ ;
- (d) Identifique a curva de nível 1 da função  $f$ ;
- (e) Partindo do ponto  $(2, 1)$  indique:
  - i. um vector de  $\mathbb{R}^2$  que indica uma direcção e um sentido em que a função cresce;
  - ii. um vector de  $\mathbb{R}^2$  que indica uma direcção e um sentido em que a função decresce.
- (f) Descreva o gráfico da função  $f$ .



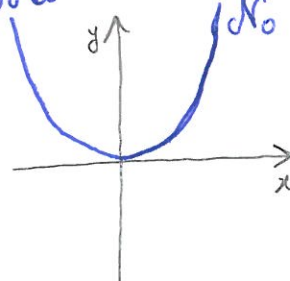
1 a)  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - y \geq 0\}$

b)  $\overset{\circ}{D} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y < x^2\}$   $\partial D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = x^2\}$   
 $D' = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y = x^2\}$

c)  $\mathcal{N}_0 = \{(x, y) \in D : \sqrt{x^2 - y} = 0\} = \{(x, y) \in D : y = x^2\}$

$$\sqrt{x^2 - y} = 0 \Leftrightarrow x^2 - y = 0 \Leftrightarrow y = x^2$$

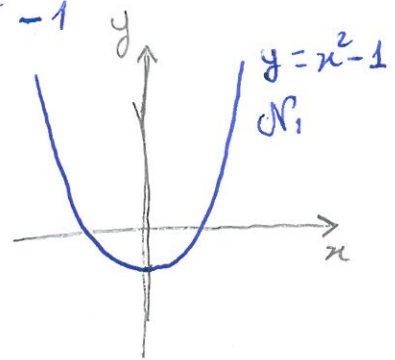
$\mathcal{N}_0$  é uma parábola



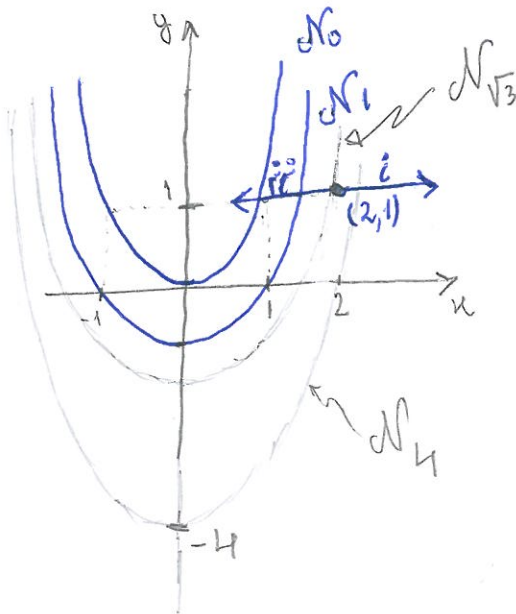
$$d) \mathcal{N}_1 = \{(x, y) \in D: \sqrt{x^2 - y} = 1\} = \{(x, y) \in D: y = x^2 - 1\}$$

$$\sqrt{x^2 - y} = 1 \Rightarrow x^2 - y = 1 \Leftrightarrow y = x^2 - 1$$

$\mathcal{N}_1$  é uma parábola



e)



i.) Por exemplo  $\vec{u} = (1, 0)$

ii.) Por exemplo  $\vec{v} = (-1, 0)$

f) O gráfico de  $f$  é:

$$Gr(f) = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3: (x, y) \in D \text{ e } z = f(x, y)\}$$

$$z = f(x, y) \Leftrightarrow z = \sqrt{x^2 - y} \Rightarrow z^2 = x^2 - y \Leftrightarrow y = x^2 - z^2$$

Assim, a superfície correspondente ao gráfico de  $f$  está contida no parabolóide hiperbólico de equação  $y = x^2 - z^2$ .