

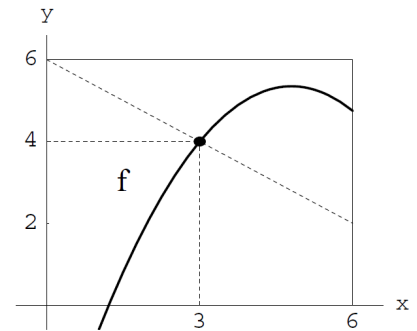


Nome:

Número:

**Justifique, convenientemente, todas as respostas.**

Exercício 1. (2 valores) A figura seguinte representa o gráfico de uma função  $f$  e da reta perpendicular a esse gráfico no ponto  $(x, y) = (3, 4)$ . Sendo  $g(x) = [f(4 - 2x + x^3)]^2$ , qual o valor da derivada  $g'(1)$ ?



Exercício 2. (2.5 valores) Considere a função  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = -5 + e^{-2x} + 2x$ .

- (a) Determine os limites  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  e  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .
- (b) Determine o número de zeros de  $f$ .

Exercício 3. (2.5 valores) Responda a **uma e uma só** das duas questões seguintes:

I. Calcule  $\int \frac{x + (\arcsen(3x))^2}{\sqrt{1 - 9x^2}} dx$ .

II. Calcule  $\int \frac{2x^2 + x + 3}{(x - 1)^2(x + 2)} dx$ .

Exercício 4. (2.5 valores) Responda a **uma e uma só** das duas questões seguintes:

I. Determine  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^{-2x} - 4 \ln(1 + x)}{x \sen x}$ .

II. Calcule  $\int_{\sqrt{3}/3}^{\sqrt{3}} \arctg\left(\frac{1}{x}\right) dx$ .

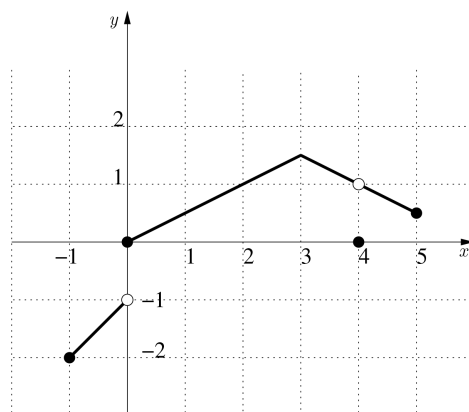
Exercício 5. (2.5 valores) Calcule o integral  $\int_{1/4}^{1/2} \frac{1}{\sqrt{x}\sqrt{1-x}} dx$ , efetuando a substituição  $x = \sin^2 t$ .

Exercício 6. (2.5 valores) Calcule a área da região  $\mathcal{R} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq y \leq 2 - x^2\}$ , fazendo previamente um esboço da região  $\mathcal{R}$ .

Exercício 7. (2.5 valores) Considere a função  $f : [-1, 5] \rightarrow \mathbb{R}$  cujo gráfico se apresenta na figura seguinte e seja  $F : [-1, 5] \rightarrow \mathbb{R}$  tal que  $F(x) = \int_{-1}^x f(t) dt$ .

(a) Determine  $a \in ]-1, 5]$  tal que  $F(a) = 0$ .

(b) A função  $f$  é primitivável? \_\_\_\_\_,  
porque \_\_\_\_\_.



Exercício 8. (3 valores) Na figura estão assinaladas três regiões limitadas entre o gráfico de uma função  $f : [0, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ , derivável, e o eixo das abscissas, que correspondem às abscissas dos intervalos  $[0, 1]$ ,  $[1, 2]$  e  $[2, 3]$ , respectivamente. A área de cada uma destas regiões vem inscrita no seu interior.

Nestas condições, considere a função  $F : [-3, 3] \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $F(x) = \int_1^{\frac{3+x}{2}} f(t) dt$ .

- Determine os valores de  $F(-3)$ ,  $F(-1)$ ,  $F(1)$  e  $F(3)$ .
- Determine expressões para  $F'(x)$  e  $F''(x)$ .
- Represente  $F$  graficamente.

