Universidade do Minho	5 de novembro de 2025
1º Teste de **Computabilidade e Complexidade**	
Lic. Ciências da Computação	Duração: 2 horas

Este teste é constituído por 5 perguntas. Todas as respostas devem ser devidamente ***justificadas****.*

1. Seja $A = \{a, b, c\}$. Considere a máquina de Turing

$$\mathscr{T} = (\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}, A, A \cup \{\Delta\}, \delta, 0, 5, \Delta)$$

onde a função transição δ é definida pela tabela seguinte:

δ	a	b	c	Δ
0				$(1, \Delta, D)$
1	$(1, a, D)$	$(2, b, D)$		
2	$(2, b, D)$	$(2, b, D)$	$(3, c, D)$	
3	$(3, c, D)$	$(3, c, D)$	$(3, c, D)$	$(4, \Delta, E)$
4	$(4, a, E)$	$(4, b, E)$	$(4, c, E)$	$(5, \Delta, C)$

A máquina $\mathscr{T}$ calcula uma função parcial $g : A^* \to A^*$.

a) Represente $\mathscr{T}$ graficamente.

b) Indique a sequência de configurações que podem ser computadas a partir da configuração $(0, \underline{\Delta}ababbacacbaac)$.

c) Identifique o domínio D da função g.

d) Para cada elemento $u \in D$, determine a palavra $g(u)$.

2. Seja $A = \{a, b\}$. Mostre que a função

$$\begin{array}{rccl} g : & A^* \times A^* & \longrightarrow & \mathbb{N}_0 \\ & (u, v) & \longmapsto & \begin{cases} |u| & \text{se } |u| \geq |v| \\ n.d. & \text{senão} \end{cases} \end{array}$$

é Turing-computável.

3. Considere a linguagem

$$L = \{a^{n+2} b^m a^{2n} : m, n \in \mathbb{N}_0, m \geq 1\}$$

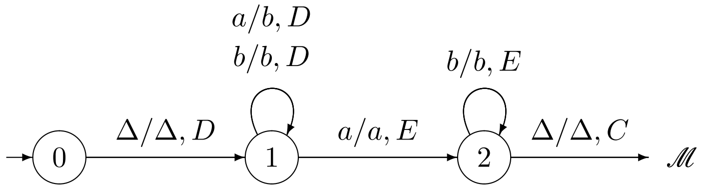
sobre o alfabeto $A = \{a, b\}$. Construa uma máquina de Turing (usual ou com duas fitas) que reconheça L e descreva informalmente a estratégia dessa máquina.

(v.s.f.f.)

4. Seja $A = \{a, b\}$ e seja $\mathscr{M}$ uma máquina de Turing que reconhece a linguagem

$$K = \{w \in A^* : |w|_a = |w|_b\}$$

e para a qual a configuração inicial de qualquer palavra de $\overline{K}$ é uma configuração de ciclo. Seja $\mathscr{T}$ a seguinte máquina de Turing não-determinista,



a) Indique uma palavra $u \in A^*$ para a qual é possível computar a configuração $(2, \underline{\Delta}bbbaabaa)$ a partir da configuração inicial $(0, \underline{\Delta}u)$ de u. Indique a sequência de configurações que permitem passar de $(0, \underline{\Delta}u)$ para $(2, \underline{\Delta}bbbaabaa)$ e justifique se a palavra u é aceite por $\mathscr{T}$.

b) Para que palavras $v \in A^*$, pode ser computada uma configuração de ciclo a partir de $(0, \underline{\Delta}v)$? Justifique.

c) Para que palavras $x \in A^*$, pode ser computada uma configuração de rejeição a partir de $(0, \underline{\Delta}x)$? Justifique.

d) Identifique, justificando, a linguagem L reconhecida por $\mathscr{T}$.

e) Diga, justificando, se a linguagem L é recursiva.

5. Diga, justificando, quais das afirmações seguintes são verdadeiras e quais são falsas.

a) A função característica χ_{AA} da linguagem AutoAceite é Turing-computável.

b) A palavra $x^3yx^2yxyx^2yxyx^3y^2x^3yx^3yx^2yx^3yx^6y^2x^2yx^2yx^2yx^2yx^2y^2x^6yx^4yxyxy^2$ é o código de alguma máquina de Turing.

c) Existem linguagens L e K tais que L e $L \cup K$ são recursivas e K não é recursiva.

d) A linguagem reconhecida pela composição sequencial $\mathscr{T}_1 \longrightarrow \mathscr{T}_2$, de duas máquinas de Turing $\mathscr{T}_1$ e $\mathscr{T}_2$, está contida na linguagem reconhecida pela máquina $\mathscr{T}_2$.

(FIM)

COTAÇÃO:
1. 4,5 valores (1 + 1 + 1,25 + 1,25)
2. 2,5 valores
3. 2,5 valores
4. 5,5 valores (1 + 1,25 + 1 + 1,25 + 1)
5. 5 valores (1,25 + 1,25 + 1,25 + 1,25)