Universidade do Minho | **Cursos: CC & MAT**
DMA

Probabilidades e Aplicações | **2015/2016**
Teste I - 21/Outubro/2015

Nome: | **Nº** | **Curso:**

Responda às questões 1, 2 *e* 3 *na folha de teste. Responda à questão* 4 *neste enunciado. Justifique todas as respostas e indique cálculos intermédios. O teste tem a duração de* 1h45m.

---

1. Considere a experiência aleatória que consiste em efectuar três lançamentos consecutivos de um dado equilibrado.
   (a) Identifique o espaço de probabilidade $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ associado a esta experiência aleatória.
   (b) Identifique, justificando, dois acontecimentos incompatíveis decorrentes desta experiência.
   (c) Sabendo que sairam pelo menos duas faces par nos três lançamentos, qual a probabilidade de ter saído uma face ímpar no primeiro lançamento?
   (d) Diga, justificando, se os acontecimentos A, B e C abaixo indicados formam uma família de acontecimentos independentes:

   A: "saiu face par no primeiro lançamento"
   B: "saiu face ímpar no segundo lançamento"
   C:"a soma das faces obtidas nos dois primeiros lançamentos foi ímpar"

   (e) Considere X a v.a.r. que representa o número de vezes que saiu a face 1 nos três lançamentos. Determine a função de probabilidade e a função de distribuição de X.

2. Uma empresa tem três fornecedores de artigos de certa matéria prima, F_1, F_2 e F_3. Os fornecedores F_1 e F_2 fornecem, cada um, 30% dos artigos e o fornecedor F_3 fornece os restantes 40%. Sabe-se que 40% dos artigos fornecidos por F_1 são defeituosos, que F_2 não fornece qualquer artigo com defeito e que 10% dos artigos fornecidos por F_3 são defeituosos.

   Escolheu-se, ao acaso, um artigo de matéria prima desta empresa.
   (a) Mostre que a probabilidade de o artigo ter defeito é igual a 0.16.
   (b) Sabendo que o artigo escolhido tinha defeito, qual a probabilidade de ter sido fornecido por F_3?
   (c) Sabendo que o artigo escolhido não tinha defeito, qual a probabilidade de ter sido fornecido pela empresa F_1 ou pela empresa F_2?
   (d) Diga, justificando, se os seguintes acontecimentos A e B são independentes:

   A: "artigo fornecido por F_1",   B: "artigo tem defeito".

3. Considere a experiência aleatória que consiste em lançar uma moeda equilibrada n vezes consecutivas, com $n \in \mathbb{N}$. Quantos lançamentos devem ser feitos de modo a que a probabilidade de sair pelo menos uma cara nos n lançamentos seja superior a 0.8? Justifique.

(v.s.f.f.)

4. Seja Ω um conjunto e $\mathcal{A}$ uma família de subconjuntos de Ω.

   (a) Diga, justificando, se a seguinte afirmação é verdadeira ou falsa: "Se $\mathcal{A}$ é uma σ-álgebra sobre Ω então $\mathcal{A}$ é um π-sistema sobre Ω".

   (b) Considere agora $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ um espaço de probabilidade, $X : \Omega \to \mathbb{R}$ uma v.a.r. e F a função de distribuição de X.

      i. Mostre que se E e G são acontecimentos independentes então E e $\overline{G}$ também são acontecimentos independentes.

      ii. Seja $\phi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ a função dada por

$$\phi(a) = \begin{cases} -1 & se \quad a \leq 0 \\ 1 & se \quad a > 0 \end{cases} .$$

      Prove que $\phi(X)$ é v.a.r. e determine, em função de F, a função de distribuição de $\phi(X)$.