Sejam $\mathcal{M} = (Q, A, \Sigma, \delta, q_0, Z_0, F)$ um autómato de pilha e $u \in A^*$. Existem dois critérios para definir a configuração que corresponde ao facto de $u$ ser lida com sucesso, ou de forma equivalente, ter sido aceite por um autómato de pilha:

Sejam $\mathcal{M} = (Q, A, \Sigma, \delta, q_0, Z_0, F)$ um autómato de pilha e $u \in A^*$. Existem dois critérios para definir a configuração que corresponde ao facto de $u$ ser lida com sucesso, ou de forma equivalente, ter sido aceite por um autómato de pilha:

1. $\mathcal{M}$ aceita $u$ pelo critério dos estados finais se

$$(q_0, u, Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q, \varepsilon, X)$$

para algum $X \in \Sigma^*$ e $q \in F$;

Sejam $\mathcal{M} = (Q, A, \Sigma, \delta, q_0, Z_0, F)$ um autómato de pilha e $u \in A^*$. Existem dois critérios para definir a configuração que corresponde ao facto de $u$ ser lida com sucesso, ou de forma equivalente, ter sido aceite por um autómato de pilha:

1. $\mathcal{M}$ aceita $u$ pelo critério dos estados finais se

$$(q_0, u, Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q, \varepsilon, X)$$

para algum $X \in \Sigma^*$ e $q \in F$;

Sejam $\mathcal{M} = (Q, A, \Sigma, \delta, q_0, Z_0, F)$ um autómato de pilha e $u \in A^*$. Existem dois critérios para definir a configuração que corresponde ao facto de $u$ ser lida com sucesso, ou de forma equivalente, ter sido aceite por um autómato de pilha:

1. $\mathcal{M}$ aceita $u$ pelo critério dos estados finais se
$$(q_0, u, Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\overset{*}{\vdash}} (q, \varepsilon, X)$$
para algum $X \in \Sigma^*$ e $q \in F$;
2. $\mathcal{M}$ aceita $u$ pelo critério de pilha vazia se
$$(q_0, u, Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\overset{*}{\vdash}} (q, \varepsilon, \varepsilon)$$
para algum $q \in Q$.

## Definição

Seja $\mathcal{M} = (Q, A, \Sigma, \delta, q_0, Z_0, F)$ um autómato de pilha.

1. Se $\mathcal{M}$ reconhece pelo critério dos estados finais, a linguagem reconhecida por $\mathcal{M}$ é:

$$L_{EF}(\mathcal{M}) = \{u \in A^* \mid \exists q \in F,\ \exists X \in \Sigma^*,\ (q_0, u, Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q, \varepsilon, X)\}$$

## Definição

Seja $\mathcal{M} = (Q, A, \Sigma, \delta, q_0, Z_0, F)$ um autómato de pilha.

1. Se $\mathcal{M}$ reconhece pelo critério dos estados finais, a linguagem reconhecida por $\mathcal{M}$ é:

$$L_{EF}(\mathcal{M}) = \{u \in A^* \mid \exists q \in F, \exists X \in \Sigma^*, \ (q_0, u, Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\overset{*}{\vdash}} (q, \varepsilon, X)\}$$

2. Se $\mathcal{M}$ reconhece pelo critério de pilha vazia, a linguagem reconhecida por $\mathcal{M}$ é:

$$L_{PV}(\mathcal{M}) = \{u \in A^* \mid \exists q \in Q, \ (q_0, u, Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\overset{*}{\vdash}} (q, \varepsilon, \varepsilon)\}$$

# EXEMPLO 5

$$L = \{u \mid u = xx^I,\ x \in \{a, b\}^*\}$$

$$\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_f\}, \{a, b\}, \{Z_0, a, b\}, \delta, Z_0, \{q_f\})$$

$$\begin{aligned}
\delta(q_0, a, Z_0) &= \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta(q_0, b, Z_0) &= \{(q_0, bZ_0)\} \\
\delta(q_0, a, b) &= \{(q_0, ab)\} \\
\delta(q_0, b, a) &= \{(q_0, ba)\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta(q_0, a, a) &= \{(q_0, aa), (q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_0, b, b) &= \{(q_0, bb), (q_1, \varepsilon)\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta(q_1, a, a) &= \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, b, b) &= \{(q_1, \varepsilon)\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta(q_0, \varepsilon, Z_0) &= \{(q_1, Z_0)\} \\
\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) &= \{(q_f, Z_0)\}
\end{aligned}$$

$$\delta(q, x, Y) = \emptyset \text{ outros casos}$$

# EXEMPLO 5

$$L = \{u \mid u = xx^I,\ x \in \{a,b\}^*\}$$

$$\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_f\}, \{a,b\}, \{Z_0, a, b\}, \delta, Z_0, \{q_f\})$$

$$\begin{array}{ll}
\delta(q_0, a, Z_0) & = \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta(q_0, b, Z_0) & = \{(q_0, bZ_0)\} \\
\delta(q_0, a, b) & = \{(q_0, ab)\} \\
\delta(q_0, b, a) & = \{(q_0, ba)\}
\end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
\delta(q_0, a, a) & = \{(q_0, aa), (q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_0, b, b) & = \{(q_0, bb), (q_1, \varepsilon)\}
\end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
\delta(q_1, a, a) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, b, b) & = \{(q_1, \varepsilon)\}
\end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
\delta(q_0, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_1, Z_0)\} \\
\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_f, Z_0)\}
\end{array}$$

$$\delta(q, x, Y) \quad = \emptyset \text{ outros casos}$$

No EXEMPLO 4 vimos que

$$(q_0, baab, Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\overset{*}{\vdash}} (q_f, \varepsilon, Z_0).$$

# EXEMPLO 5

$$L = \{u \mid u = xx^I,\ x \in \{a, b\}^*\}$$

$$\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_f\}, \{a, b\}, \{Z_0, a, b\}, \delta, Z_0, \{q_f\})$$

$$\begin{aligned}
\delta(q_0, a, Z_0) &= \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta(q_0, b, Z_0) &= \{(q_0, bZ_0)\} \\
\delta(q_0, a, b) &= \{(q_0, ab)\} \\
\delta(q_0, b, a) &= \{(q_0, ba)\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta(q_0, a, a) &= \{(q_0, aa), (q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_0, b, b) &= \{(q_0, bb), (q_1, \varepsilon)\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta(q_1, a, a) &= \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, b, b) &= \{(q_1, \varepsilon)\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta(q_0, \varepsilon, Z_0) &= \{(q_1, Z_0)\} \\
\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) &= \{(q_f, Z_0)\}
\end{aligned}$$

$\delta(q, x, Y) \quad = \emptyset$ outros casos

No EXEMPLO 4 vimos que

$$(q_0, baab, Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\overset{*}{\vdash}} (q_f, \varepsilon, Z_0).$$

Logo, $\mathcal{M}$ reconhece *baab* pelo critério de estados finais.

# EXEMPLO 5

$$L = \{u \mid u = xx^I,\ x \in \{a,b\}^*\}$$

$$\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_f\}, \{a,b\}, \{Z_0, a, b\}, \delta, Z_0, \{q_f\})$$

$$\begin{aligned}
\delta(q_0, a, Z_0) &= \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta(q_0, b, Z_0) &= \{(q_0, bZ_0)\} \\
\delta(q_0, a, b) &= \{(q_0, ab)\} \\
\delta(q_0, b, a) &= \{(q_0, ba)\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta(q_0, a, a) &= \{(q_0, aa), (q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_0, b, b) &= \{(q_0, bb), (q_1, \varepsilon)\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta(q_1, a, a) &= \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, b, b) &= \{(q_1, \varepsilon)\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta(q_0, \varepsilon, Z_0) &= \{(q_1, Z_0)\} \\
\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) &= \{(q_f, Z_0)\}
\end{aligned}$$

$$\delta(q, x, Y) = \emptyset \text{ outros casos}$$

No EXEMPLO 4 vimos que

$$(q_0, baab, Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_f, \varepsilon, Z_0).$$

Logo, $\mathcal{M}$ reconhece *baab* pelo critério de estados finais.

Como poderia ser um autómato que reconheça $L$ pelo critério de pilha vazia?

## EXEMPLO 5 - continuação

$\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_f\}, A, \{Z_0, a, b\}, \delta, Z_0, \{q_f\})$

$$\begin{aligned}
\delta(q_0, a, Z_0) &= \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta(q_0, b, Z_0) &= \{(q_0, bZ_0)\} \\
\delta(q_0, a, b) &= \{(q_0, ab)\} \\
\delta(q_0, b, a) &= \{(q_0, ba)\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta(q_0, a, a) &= \{(q_0, aa), (q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_0, b, b) &= \{(q_0, bb), (q_1, \varepsilon)\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta(q_1, a, a) &= \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, b, b) &= \{(q_1, \varepsilon)\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta(q_0, \varepsilon, Z_0) &= \{(q_1, Z_0)\} \\
\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) &= \{(q_f, Z_0)\}
\end{aligned}$$

$$\delta(q, x, Y) = \emptyset \text{ outros casos}$$

## EXEMPLO 5 - continuação

$\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_f\}, A, \{Z_0, a, b\}, \delta, Z_0, \{q_f\})$ $\mathcal{M}_{pv} = (\{q_0, q_1\}, A, \{Z_0, a, b\}, \delta_v, Z_0, \emptyset)$

$$
\begin{aligned}
\delta(q_0, a, Z_0) &= \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta(q_0, b, Z_0) &= \{(q_0, bZ_0)\} \\
\delta(q_0, a, b) &= \{(q_0, ab)\} \\
\delta(q_0, b, a) &= \{(q_0, ba)\}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\delta(q_0, a, a) &= \{(q_0, aa), (q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_0, b, b) &= \{(q_0, bb), (q_1, \varepsilon)\}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\delta(q_1, a, a) &= \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, b, b) &= \{(q_1, \varepsilon)\}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\delta(q_0, \varepsilon, Z_0) &= \{(q_1, Z_0)\} \\
\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) &= \{(q_f, Z_0)\}
\end{aligned}
$$

$$\delta(q, x, Y) = \emptyset \text{ outros casos}$$

## EXEMPLO 5 - continuação

$\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_f\}, A, \{Z_0, a, b\}, \delta, Z_0, \{q_f\})$

$$
\begin{aligned}
\delta(q_0, a, Z_0) &= \{(q_0, aZ_0)\}\\
\delta(q_0, b, Z_0) &= \{(q_0, bZ_0)\}\\
\delta(q_0, a, b) &= \{(q_0, ab)\}\\
\delta(q_0, b, a) &= \{(q_0, ba)\}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\delta(q_0, a, a) &= \{(q_0, aa), (q_1, \varepsilon)\}\\
\delta(q_0, b, b) &= \{(q_0, bb), (q_1, \varepsilon)\}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\delta(q_1, a, a) &= \{(q_1, \varepsilon)\}\\
\delta(q_1, b, b) &= \{(q_1, \varepsilon)\}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\delta(q_0, \varepsilon, Z_0) &= \{(q_1, Z_0)\}\\
\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) &= \{(q_f, Z_0)\}
\end{aligned}
$$

$\delta(q, x, Y) = \emptyset$ outros casos

$\mathcal{M}_{pv} = (\{q_0, q_1\}, A, \{Z_0, a, b\}, \delta_v, Z_0, \emptyset)$

$$
\begin{aligned}
\delta_v(q_0, a, Z_0) &= \{(q_0, aZ_0)\}\\
\delta_v(q_0, b, Z_0) &= \{(q_0, bZ_0)\}\\
\delta_v(q_0, a, b) &= \{(q_0, ab)\}\\
\delta_v(q_0, b, a) &= \{(q_0, ba)\}
\end{aligned}
$$

# EXEMPLO 5 - continuação

$\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_f\}, A, \{Z_0, a, b\}, \delta, Z_0, \{q_f\})$

$$
\begin{array}{ll}
\delta(q_0, a, Z_0) & = \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta(q_0, b, Z_0) & = \{(q_0, bZ_0)\} \\
\delta(q_0, a, b) & = \{(q_0, ab)\} \\
\delta(q_0, b, a) & = \{(q_0, ba)\} \\
\delta(q_0, a, a) & = \{(q_0, aa), (q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_0, b, b) & = \{(q_0, bb), (q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, a, a) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, b, b) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_0, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_1, Z_0)\} \\
\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_f, Z_0)\} \\
\delta(q, x, Y) & = \emptyset \text{ outros casos}
\end{array}
$$

$\mathcal{M}_{pv} = (\{q_0, q_1\}, A, \{Z_0, a, b\}, \delta_v, Z_0, \emptyset)$

$$
\begin{array}{ll}
\delta_v(q_0, a, Z_0) & = \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta_v(q_0, b, Z_0) & = \{(q_0, bZ_0)\} \\
\delta_v(q_0, a, b) & = \{(q_0, ab)\} \\
\delta_v(q_0, b, a) & = \{(q_0, ba)\} \\
\delta_v(q_0, a, a) & = \{(q_0, aa), (q_1, \varepsilon)\} \\
\delta_v(q_0, b, b) & = \{(q_0, bb), (q_1, \varepsilon)\}
\end{array}
$$

## EXEMPLO 5 - continuação

$\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_f\}, A, \{Z_0, a, b\}, \delta, Z_0, \{q_f\})$

$$\begin{aligned}
\delta(q_0, a, Z_0) &= \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta(q_0, b, Z_0) &= \{(q_0, bZ_0)\} \\
\delta(q_0, a, b) &= \{(q_0, ab)\} \\
\delta(q_0, b, a) &= \{(q_0, ba)\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta(q_0, a, a) &= \{(q_0, aa), (q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_0, b, b) &= \{(q_0, bb), (q_1, \varepsilon)\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta(q_1, a, a) &= \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, b, b) &= \{(q_1, \varepsilon)\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta(q_0, \varepsilon, Z_0) &= \{(q_1, Z_0)\} \\
\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) &= \{(q_f, Z_0)\}
\end{aligned}$$

$\delta(q, x, Y) = \emptyset$ outros casos

$\mathcal{M}_{pv} = (\{q_0, q_1\}, A, \{Z_0, a, b\}, \delta_v, Z_0, \emptyset)$

$$\begin{aligned}
\delta_v(q_0, a, Z_0) &= \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta_v(q_0, b, Z_0) &= \{(q_0, bZ_0)\} \\
\delta_v(q_0, a, b) &= \{(q_0, ab)\} \\
\delta_v(q_0, b, a) &= \{(q_0, ba)\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta_v(q_0, a, a) &= \{(q_0, aa), (q_1, \varepsilon)\} \\
\delta_v(q_0, b, b) &= \{(q_0, bb), (q_1, \varepsilon)\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta_v(q_1, a, a) &= \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta_v(q_1, b, b) &= \{(q_1, \varepsilon)\}
\end{aligned}$$

# EXEMPLO 5 - continuação

$\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_f\}, A, \{Z_0, a, b\}, \delta, Z_0, \{q_f\})$

$$
\begin{array}{ll}
\delta(q_0, a, Z_0) & = \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta(q_0, b, Z_0) & = \{(q_0, bZ_0)\} \\
\delta(q_0, a, b) & = \{(q_0, ab)\} \\
\delta(q_0, b, a) & = \{(q_0, ba)\} \\
\delta(q_0, a, a) & = \{(q_0, aa), (q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_0, b, b) & = \{(q_0, bb), (q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, a, a) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, b, b) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_0, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_1, Z_0)\} \\
\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_f, Z_0)\} \\
\delta(q, x, Y) & = \emptyset \text{ outros casos}
\end{array}
$$

$\mathcal{M}_{pv} = (\{q_0, q_1\}, A, \{Z_0, a, b\}, \delta_v, Z_0, \emptyset)$

$$
\begin{array}{ll}
\delta_v(q_0, a, Z_0) & = \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta_v(q_0, b, Z_0) & = \{(q_0, bZ_0)\} \\
\delta_v(q_0, a, b) & = \{(q_0, ab)\} \\
\delta_v(q_0, b, a) & = \{(q_0, ba)\} \\
\delta_v(q_0, a, a) & = \{(q_0, aa), (q_1, \varepsilon)\} \\
\delta_v(q_0, b, b) & = \{(q_0, bb), (q_1, \varepsilon)\} \\
\delta_v(q_1, a, a) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta_v(q_1, b, b) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta_v(q_0, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_1, Z_0)\} \\
\delta_v(q_1, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_1, \varepsilon)\}
\end{array}
$$

## EXEMPLO 5 - continuação

$\mathcal{M} = (\{q_0, q_1, q_f\}, A, \{Z_0, a, b\}, \delta, Z_0, \{q_f\})$

$$\begin{aligned}
\delta(q_0, a, Z_0) &= \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta(q_0, b, Z_0) &= \{(q_0, bZ_0)\} \\
\delta(q_0, a, b) &= \{(q_0, ab)\} \\
\delta(q_0, b, a) &= \{(q_0, ba)\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta(q_0, a, a) &= \{(q_0, aa), (q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_0, b, b) &= \{(q_0, bb), (q_1, \varepsilon)\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta(q_1, a, a) &= \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, b, b) &= \{(q_1, \varepsilon)\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta(q_0, \varepsilon, Z_0) &= \{(q_1, Z_0)\} \\
\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) &= \{(q_f, Z_0)\}
\end{aligned}$$

$\delta(q, x, Y) = \emptyset$ outros casos

$\mathcal{M}_{pv} = (\{q_0, q_1\}, A, \{Z_0, a, b\}, \delta_v, Z_0, \emptyset)$

$$\begin{aligned}
\delta_v(q_0, a, Z_0) &= \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta_v(q_0, b, Z_0) &= \{(q_0, bZ_0)\} \\
\delta_v(q_0, a, b) &= \{(q_0, ab)\} \\
\delta_v(q_0, b, a) &= \{(q_0, ba)\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta_v(q_0, a, a) &= \{(q_0, aa), (q_1, \varepsilon)\} \\
\delta_v(q_0, b, b) &= \{(q_0, bb), (q_1, \varepsilon)\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta_v(q_1, a, a) &= \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta_v(q_1, b, b) &= \{(q_1, \varepsilon)\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\delta_v(q_0, \varepsilon, Z_0) &= \{(q_1, Z_0)\} \\
\delta_v(q_1, \varepsilon, Z_0) &= \{(q_1, \varepsilon)\}
\end{aligned}$$

$\delta_v(q, x, Y) = \emptyset$ outros casos

# EXEMPLO 6

Considere-se o autómato $\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$

# EXEMPLO 6

Considere-se o autómato $\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$ em que:

$$\left.\begin{array}{ll} \delta_L(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX)\} \\ \delta_L(q_0, \varepsilon, X) & = \{(q_1, X)\} \end{array}\right\} \text{ antes da primeira ocorrência de } b$$

## EXEMPLO 6

Considere-se o autómato $\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$ em que:

$$\left.\begin{array}{ll} \delta_L(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX)\} \\ \delta_L(q_0, \varepsilon, X) & = \{(q_1, X)\} \end{array}\right\} \text{ antes da primeira ocorrência de } b$$

$$\left.\delta_L(q_1, b, a) = \{(q_1, \varepsilon)\}\right\} \text{ após a primeira ocorrência de } b$$

## EXEMPLO 6

Considere-se o autómato $\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$ em que:

$$\left.\begin{array}{ll} \delta_L(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX)\} \\ \delta_L(q_0, \varepsilon, X) & = \{(q_1, X)\} \end{array}\right\} \text{ antes da primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q_1, b, a) = \{(q_1, \varepsilon)\}\Big\} \text{ após a primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q, x, X) = \emptyset \quad \text{nos restantes casos}$$

onde $X \in \Sigma$ e $x \in A$.

# EXEMPLO 6

Considere-se o autómato $\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$ em que:

$$\left.\begin{array}{ll} \delta_L(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX)\} \\ \delta_L(q_0, \varepsilon, X) & = \{(q_1, X)\} \end{array}\right\} \text{ antes da primeira ocorrência de } b$$

$$\left.\delta_L(q_1, b, a) = \{(q_1, \varepsilon)\}\right\} \text{ após a primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q, x, X) = \emptyset \quad \text{nos restantes casos}$$

onde $X \in \Sigma$ e $x \in A$.

Este autómato é determinista?

## EXEMPLO 6

Considere-se o autómato $\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$ em que:

$$\left.\begin{array}{ll} \delta_L(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX)\} \\ \delta_L(q_0, \varepsilon, X) & = \{(q_1, X)\} \end{array}\right\} \text{ antes da primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q_1, b, a) = \{(q_1, \varepsilon)\}\Big\} \text{ após a primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q, x, X) = \emptyset \quad \text{nos restantes casos}$$

onde $X \in \Sigma$ e $x \in A$.

Este autómato é determinista? Não

# EXEMPLO 6

Considere-se o autómato $\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$ em que:

$$\left.\begin{array}{ll} \delta_L(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX)\} \\ \delta_L(q_0, \varepsilon, X) & = \{(q_1, X)\} \end{array}\right\} \text{ antes da primeira ocorrência de } b$$

$$\left.\delta_L(q_1, b, a) = \{(q_1, \varepsilon)\}\right\} \text{ após a primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q, x, X) = \emptyset \quad \text{nos restantes casos}$$

onde $X \in \Sigma$ e $x \in A$.

Este autómato é determinista? Não

Será que $\mathcal{M}_L$ aceita $\varepsilon$ ?

## EXEMPLO 6

Considere-se o autómato $\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$ em que:

$$\left.\begin{array}{ll} \delta_L(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX)\} \\ \delta_L(q_0, \varepsilon, X) & = \{(q_1, X)\} \end{array}\right\} \text{ antes da primeira ocorrência de } b$$

$$\left.\delta_L(q_1, b, a) = \{(q_1, \varepsilon)\}\right\} \text{ após a primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q, x, X) = \emptyset \quad \text{nos restantes casos}$$

onde $X \in \Sigma$ e $x \in A$.

Este autómato é determinista? Não

Será que $\mathcal{M}_L$ aceita $\varepsilon$ ? Sim, porque $(q_0, \varepsilon, Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, \varepsilon, Z_0)$.

## EXEMPLO 6

Considere-se o autómato $\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$ em que:

$$\left.\begin{array}{ll} \delta_L(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX)\} \\ \delta_L(q_0, \varepsilon, X) & = \{(q_1, X)\} \end{array}\right\} \text{ antes da primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q_1, b, a) = \{(q_1, \varepsilon)\}\Big\} \text{ após a primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q, x, X) = \emptyset \quad \text{nos restantes casos}$$

onde $X \in \Sigma$ e $x \in A$.

Este autómato é determinista? Não

Será que $\mathcal{M}_L$ aceita $\varepsilon$ ? Sim, porque $(q_0, \varepsilon, Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, \varepsilon, Z_0)$.

Será que $\mathcal{M}_L$ aceita $a^4 b^2$ ?

# EXEMPLO 6

Considere-se o autómato $\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$ em que:

$$\left.\begin{array}{ll} \delta_L(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX)\} \\ \delta_L(q_0, \varepsilon, X) & = \{(q_1, X)\} \end{array}\right\} \text{ antes da primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q_1, b, a) = \{(q_1, \varepsilon)\}\Big\} \text{ após a primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q, x, X) = \emptyset \quad \text{nos restantes casos}$$

onde $X \in \Sigma$ e $x \in A$.

Este autómato é determinista? Não

Será que $\mathcal{M}_L$ aceita $\varepsilon$ ? Sim, porque $(q_0, \varepsilon, Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, \varepsilon, Z_0)$.

Será que $\mathcal{M}_L$ aceita $a^4b^2$ ? Sim, porque

$$(q_0, a^4b^2, Z_0) \quad \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, a^3b^2, aZ_0)$$

## EXEMPLO 6

Considere-se o autómato $\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$ em que:

$$\left.\begin{array}{ll}\delta_L(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX)\} \\ \delta_L(q_0, \varepsilon, X) & = \{(q_1, X)\}\end{array}\right\} \text{ antes da primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q_1, b, a) = \{(q_1, \varepsilon)\}\Big\} \text{ após a primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q, x, X) = \emptyset \quad \text{nos restantes casos}$$

onde $X \in \Sigma$ e $x \in A$.

Este autómato é determinista? Não

Será que $\mathcal{M}_L$ aceita $\varepsilon$ ? Sim, porque $(q_0, \varepsilon, Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, \varepsilon, Z_0)$.

Será que $\mathcal{M}_L$ aceita $a^4b^2$ ? Sim, porque

$$(q_0, a^4b^2, Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, a^3b^2, aZ_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, a^2b^2, a^2Z_0)$$

## EXEMPLO 6

Considere-se o autómato $\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$ em que:

$$\left.\begin{array}{ll} \delta_L(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX)\} \\ \delta_L(q_0, \varepsilon, X) & = \{(q_1, X)\} \end{array}\right\} \text{ antes da primeira ocorrência de } b$$

$$\left.\delta_L(q_1, b, a) = \{(q_1, \varepsilon)\}\right\} \text{ após a primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q, x, X) = \emptyset \quad \text{nos restantes casos}$$

onde $X \in \Sigma$ e $x \in A$.

Este autómato é determinista? Não

Será que $\mathcal{M}_L$ aceita $\varepsilon$ ? Sim, porque $(q_0, \varepsilon, Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, \varepsilon, Z_0)$.

Será que $\mathcal{M}_L$ aceita $a^4b^2$ ? Sim, porque

$$(q_0, a^4b^2, Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, a^3b^2, aZ_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, a^2b^2, a^2Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, ab^2, a^3Z_0)$$

## EXEMPLO 6

Considere-se o autómato $\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$ em que:

$$\left.\begin{array}{ll}\delta_L(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX)\} \\ \delta_L(q_0, \varepsilon, X) & = \{(q_1, X)\}\end{array}\right\} \text{ antes da primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q_1, b, a) = \{(q_1, \varepsilon)\}\Big\} \text{ após a primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q, x, X) = \emptyset \quad \text{nos restantes casos}$$

onde $X \in \Sigma$ e $x \in A$.

Este autómato é determinista? Não

Será que $\mathcal{M}_L$ aceita $\varepsilon$ ? Sim, porque $(q_0, \varepsilon, Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, \varepsilon, Z_0)$.

Será que $\mathcal{M}_L$ aceita $a^4 b^2$ ? Sim, porque

$$(q_0, a^4 b^2, Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, a^3 b^2, aZ_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, a^2 b^2, a^2 Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, ab^2, a^3 Z_0)$$
$$\underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, b^2, a^4 Z_0)$$

# EXEMPLO 6

Considere-se o autómato $\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$ em que:

$$\left.\begin{array}{ll} \delta_L(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX)\} \\ \delta_L(q_0, \varepsilon, X) & = \{(q_1, X)\} \end{array}\right\} \text{ antes da primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q_1, b, a) = \{(q_1, \varepsilon)\}\Big\} \text{ após a primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q, x, X) = \emptyset \quad \text{nos restantes casos}$$

onde $X \in \Sigma$ e $x \in A$.

Este autómato é determinista? Não

Será que $\mathcal{M}_L$ aceita $\varepsilon$ ? Sim, porque $(q_0, \varepsilon, Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, \varepsilon, Z_0)$.

Será que $\mathcal{M}_L$ aceita $a^4b^2$ ? Sim, porque

$$\begin{array}{ll} (q_0, a^4b^2, Z_0) & \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, a^3b^2, aZ_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, a^2b^2, a^2Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, ab^2, a^3Z_0) \\ & \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, b^2, a^4Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b^2, a^4Z_0) \end{array}$$

# EXEMPLO 6

Considere-se o autómato $\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$ em que:

$$\left.\begin{array}{ll} \delta_L(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX)\} \\ \delta_L(q_0, \varepsilon, X) & = \{(q_1, X)\} \end{array}\right\} \text{ antes da primeira ocorrência de } b$$

$$\left.\delta_L(q_1, b, a) = \{(q_1, \varepsilon)\}\right\} \text{ após a primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q, x, X) = \emptyset \quad \text{nos restantes casos}$$

onde $X \in \Sigma$ e $x \in A$.

Este autómato é determinista? Não

Será que $\mathcal{M}_L$ aceita $\varepsilon$ ? Sim, porque $(q_0, \varepsilon, Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, \varepsilon, Z_0)$.

Será que $\mathcal{M}_L$ aceita $a^4 b^2$ ? Sim, porque

$$\begin{aligned} (q_0, a^4b^2, Z_0) \quad & \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, a^3b^2, aZ_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, a^2b^2, a^2Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, ab^2, a^3Z_0) \\ & \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, b^2, a^4Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b^2, a^4Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b, a^3Z_0) \end{aligned}$$

# EXEMPLO 6

Considere-se o autómato $\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$ em que:

$$\left.\begin{array}{ll} \delta_L(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX)\} \\ \delta_L(q_0, \varepsilon, X) & = \{(q_1, X)\} \end{array}\right\} \text{ antes da primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q_1, b, a) = \{(q_1, \varepsilon)\}\Big\} \text{ após a primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q, x, X) = \emptyset \quad \text{nos restantes casos}$$

onde $X \in \Sigma$ e $x \in A$.

Este autómato é determinista? Não

Será que $\mathcal{M}_L$ aceita $\varepsilon$ ? Sim, porque $(q_0, \varepsilon, Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, \varepsilon, Z_0)$.

Será que $\mathcal{M}_L$ aceita $a^4b^2$ ? Sim, porque

$$\begin{array}{ll} (q_0, a^4b^2, Z_0) & \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, a^3b^2, aZ_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, a^2b^2, a^2Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, ab^2, a^3Z_0) \\ & \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, b^2, a^4Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b^2, a^4Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b, a^3Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, \varepsilon, a^2Z_0) \end{array}$$

# EXEMPLO 6

Considere-se o autómato $\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$ em que:

$$\left.\begin{array}{ll} \delta_L(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX)\} \\ \delta_L(q_0, \varepsilon, X) & = \{(q_1, X)\} \end{array}\right\} \text{ antes da primeira ocorrência de } b$$

$$\left.\delta_L(q_1, b, a) = \{(q_1, \varepsilon)\}\right\} \text{ após a primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q, x, X) = \emptyset \quad \text{nos restantes casos}$$

onde $X \in \Sigma$ e $x \in A$.

Este autómato é determinista? Não

Será que $\mathcal{M}_L$ aceita $\varepsilon$ ? Sim, porque $(q_0, \varepsilon, Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, \varepsilon, Z_0)$.

Será que $\mathcal{M}_L$ aceita $a^4b^2$ ? Sim, porque

$$\begin{array}{ll} (q_0, a^4b^2, Z_0) & \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, a^3b^2, aZ_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, a^2b^2, a^2Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, ab^2, a^3Z_0) \\ & \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, b^2, a^4Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b^2, a^4Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b, a^3Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, \varepsilon, a^2Z_0) \end{array}$$

# EXEMPLO 6 - continuação

$\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$ em que:

$$\left.\begin{array}{ll}\delta_L(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX)\} \\ \delta_L(q_0, \varepsilon, X) & = \{(q_1, X)\}\end{array}\right\} \text{ antes da primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q_1, b, a) = \{(q_1, \varepsilon)\}\Big\} \text{ após a primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q, x, X) = \emptyset \quad \text{nos restantes casos}$$

Será que $\mathcal{M}_L$ aceita $ab^2$ ?

# EXEMPLO 6 - continuação

$\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$ em que:

$$\left.\begin{array}{ll} \delta_L(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX)\} \\ \delta_L(q_0, \varepsilon, X) & = \{(q_1, X)\} \end{array}\right\} \text{ antes da primeira ocorrência de } b$$

$$\left.\delta_L(q_1, b, a) = \{(q_1, \varepsilon)\}\right\} \text{ após a primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q, x, X) = \emptyset \quad \text{nos restantes casos}$$

Será que $\mathcal{M}_L$ aceita $ab^2$ ? Não, porque

- $(q_0, ab^2, Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, b^2, aZ_0)$

# EXEMPLO 6 - continuação

$\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$ em que:

$$\left.\begin{array}{ll} \delta_L(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX)\} \\ \delta_L(q_0, \varepsilon, X) & = \{(q_1, X)\} \end{array}\right\} \text{ antes da primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q_1, b, a) = \{(q_1, \varepsilon)\}\Big\} \text{ após a primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q, x, X) = \emptyset \quad \text{nos restantes casos}$$

Será que $\mathcal{M}_L$ aceita $ab^2$ ? Não, porque

- $(q_0, ab^2, Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, b^2, aZ_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b^2, aZ_0)$

# EXEMPLO 6 - continuação

$\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$ em que:

$$\left.\begin{array}{ll} \delta_L(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX)\} \\ \delta_L(q_0, \varepsilon, X) & = \{(q_1, X)\} \end{array}\right\} \text{ antes da primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q_1, b, a) = \{(q_1, \varepsilon)\}\Big\} \text{ após a primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q, x, X) = \emptyset \quad \text{nos restantes casos}$$

Será que $\mathcal{M}_L$ aceita $ab^2$ ? Não, porque

- $(q_0, ab^2, Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, b^2, aZ_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b^2, aZ_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b, Z_0)$

# EXEMPLO 6 - continuação

$\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$ em que:

$$\left.\begin{array}{ll} \delta_L(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX)\} \\ \delta_L(q_0, \varepsilon, X) & = \{(q_1, X)\} \end{array}\right\} \text{ antes da primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q_1, b, a) = \{(q_1, \varepsilon)\}\Big\} \text{ após a primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q, x, X) = \emptyset \quad \text{nos restantes casos}$$

Será que $\mathcal{M}_L$ aceita $ab^2$ ? Não, porque

- $(q_0, ab^2, Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, b^2, aZ_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b^2, aZ_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b, Z_0)$
- $(q_0, ab^2, Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, ab^2, Z_0)$.

# EXEMPLO 6 - continuação

$\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$ em que:

$$\left.\begin{array}{ll} \delta_L(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX)\} \\ \delta_L(q_0, \varepsilon, X) & = \{(q_1, X)\} \end{array}\right\} \text{ antes da primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q_1, b, a) = \{(q_1, \varepsilon)\}\Big\} \text{ após a primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q, x, X) = \emptyset \quad \text{nos restantes casos}$$

Será que $\mathcal{M}_L$ aceita $ab^2$ ? Não, porque

- $(q_0, ab^2, Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, b^2, aZ_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b^2, aZ_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b, Z_0)$
- $(q_0, ab^2, Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, ab^2, Z_0)$.

Será que $\mathcal{M}_L$ aceita $b^2a^3$?

# EXEMPLO 6 - continuação

$\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$ em que:

$$\left.\begin{array}{ll} \delta_L(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX)\} \\ \delta_L(q_0, \varepsilon, X) & = \{(q_1, X)\} \end{array}\right\} \text{ antes da primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q_1, b, a) = \{(q_1, \varepsilon)\}\Big\} \text{ após a primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q, x, X) = \emptyset \quad \text{nos restantes casos}$$

Será que $\mathcal{M}_L$ aceita $ab^2$ ? Não, porque

- $(q_0, ab^2, Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, b^2, aZ_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b^2, aZ_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b, Z_0)$
- $(q_0, ab^2, Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, ab^2, Z_0)$.

Será que $\mathcal{M}_L$ aceita $b^2a^3$? Não, porque

- $(q_0, b^2a^3, Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b^2a^3, Z_0)$.

# EXEMPLO 6 - continuação

$\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$ em que:

$$\left.\begin{array}{ll} \delta_L(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX)\} \\ \delta_L(q_0, \varepsilon, X) & = \{(q_1, X)\} \end{array}\right\} \text{ antes da primeira ocorrência de } b$$

$$\left.\delta_L(q_1, b, a) = \{(q_1, \varepsilon)\}\right\} \text{ após a primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q, x, X) = \emptyset \quad \text{nos restantes casos}$$

Será que $\mathcal{M}_L$ aceita $ab^2$ ? Não, porque

- $(q_0, ab^2, Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, b^2, aZ_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b^2, aZ_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b, Z_0)$
- $(q_0, ab^2, Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, ab^2, Z_0)$.

Será que $\mathcal{M}_L$ aceita $b^2a^3$? Não, porque

- $(q_0, b^2a^3, Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b^2a^3, Z_0)$.

Será que $\mathcal{M}_L$ aceita $a^3$ ?

# EXEMPLO 6 - continuação

$\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$ em que:

$$\left.\begin{array}{ll}\delta_L(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX)\} \\ \delta_L(q_0, \varepsilon, X) & = \{(q_1, X)\}\end{array}\right\} \text{ antes da primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q_1, b, a) = \{(q_1, \varepsilon)\}\Big\} \text{ após a primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q, x, X) = \emptyset \quad \text{nos restantes casos}$$

Será que $\mathcal{M}_L$ aceita $ab^2$ ? Não, porque

- $(q_0, ab^2, Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, b^2, aZ_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b^2, aZ_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b, Z_0)$
- $(q_0, ab^2, Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, ab^2, Z_0)$.

Será que $\mathcal{M}_L$ aceita $b^2a^3$? Não, porque

- $(q_0, b^2a^3, Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b^2a^3, Z_0)$.

Será que $\mathcal{M}_L$ aceita $a^3$ ?

Será que $\mathcal{M}_L$ aceita $ab^2$ ?

# EXEMPLO 6 - continuação

$\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$ em que:

$$\left.\begin{array}{ll} \delta_L(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX)\} \\ \delta_L(q_0, \varepsilon, X) & = \{(q_1, X)\} \end{array}\right\} \text{ antes da primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q_1, b, a) = \{(q_1, \varepsilon)\}\Big\} \text{ após a primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q, x, X) = \emptyset \quad \text{nos restantes casos}$$

Será que $\mathcal{M}_L$ aceita $ab^2$ ? Não, porque

- $(q_0, ab^2, Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, b^2, aZ_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b^2, aZ_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b, Z_0)$
- $(q_0, ab^2, Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, ab^2, Z_0)$.

Será que $\mathcal{M}_L$ aceita $b^2a^3$? Não, porque

- $(q_0, b^2a^3, Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b^2a^3, Z_0)$.

Será que $\mathcal{M}_L$ aceita $a^3$ ?

Será que $\mathcal{M}_L$ aceita $ab^2$ ?

Será que $\mathcal{M}_L$ aceita $a^2ba$ ?

# EXEMPLO 6 - continuação

$\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$ em que:

$$\left.\begin{array}{ll} \delta_L(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX)\} \\ \delta_L(q_0, \varepsilon, X) & = \{(q_1, X)\} \end{array}\right\} \text{ antes da primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q_1, b, a) = \{(q_1, \varepsilon)\}\Big\} \text{ após a primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q, x, X) = \emptyset \quad \text{nos restantes casos}$$

Será que $\mathcal{M}_L$ aceita $ab^2$ ? Não, porque

- $(q_0, ab^2, Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, b^2, aZ_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b^2, aZ_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b, Z_0)$
- $(q_0, ab^2, Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, ab^2, Z_0)$.

Será que $\mathcal{M}_L$ aceita $b^2a^3$? Não, porque

- $(q_0, b^2a^3, Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b^2a^3, Z_0)$.

Será que $\mathcal{M}_L$ aceita $a^3$ ?
Será que $\mathcal{M}_L$ aceita $ab^2$ ?
Será que $\mathcal{M}_L$ aceita $a^2ba$ ?

Pode assim concluir-se que $\varepsilon$, $a^4b^2$ e $a^3$ são aceites,

# EXEMPLO 6 - continuação

$\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$ em que:

$$\left.\begin{array}{ll} \delta_L(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX)\} \\ \delta_L(q_0, \varepsilon, X) & = \{(q_1, X)\} \end{array}\right\} \text{ antes da primeira ocorrência de } b$$

$$\left.\delta_L(q_1, b, a) = \{(q_1, \varepsilon)\}\right\} \text{ após a primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q, x, X) = \emptyset \quad \text{nos restantes casos}$$

Será que $\mathcal{M}_L$ aceita $ab^2$ ? Não, porque

- $(q_0, ab^2, Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, b^2, aZ_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b^2, aZ_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b, Z_0)$
- $(q_0, ab^2, Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, ab^2, Z_0)$.

Será que $\mathcal{M}_L$ aceita $b^2a^3$? Não, porque

- $(q_0, b^2a^3, Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b^2a^3, Z_0)$.

Será que $\mathcal{M}_L$ aceita $a^3$ ?

Será que $\mathcal{M}_L$ aceita $ab^2$ ?

Será que $\mathcal{M}_L$ aceita $a^2ba$ ?

Pode assim concluir-se que $\varepsilon$, $a^4b^2$ e $a^3$ são aceites, e $a^2ba$, $b^2a^3$ e $ab^2$ não são aceites.

# EXEMPLO 6 - continuação

$\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$ em que:

$$\left.\begin{array}{ll}\delta_L(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX)\} \\ \delta_L(q_0, \varepsilon, X) & = \{(q_1, X)\}\end{array}\right\} \text{ antes da primeira ocorrência de } b$$

$$\left.\delta_L(q_1, b, a) = \{(q_1, \varepsilon)\}\right\} \text{ após a primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q, x, X) = \emptyset \quad \text{nos restantes casos}$$

Para $n \geq m$, tem-se

$$(q_0, a^n b^m, Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\overset{*}{\vdash}} (q_0, b^m, a^n Z_0)$$

# EXEMPLO 6 - continuação

$\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$ em que:

$$\left.\begin{array}{ll} \delta_L(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX)\} \\ \delta_L(q_0, \varepsilon, X) & = \{(q_1, X)\} \end{array}\right\} \text{ antes da primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q_1, b, a) = \{(q_1, \varepsilon)\}\Big\} \text{ após a primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q, x, X) = \emptyset \quad \text{nos restantes casos}$$

Para $n \geq m$, tem-se

$$(q_0, a^n b^m, Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\overset{*}{\vdash}} (q_0, b^m, a^n Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b^m, a^n Z_0)$$

# EXEMPLO 6 - continuação

$\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$ em que:

$$\left.\begin{array}{ll} \delta_L(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX)\} \\ \delta_L(q_0, \varepsilon, X) & = \{(q_1, X)\} \end{array}\right\} \text{ antes da primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q_1, b, a) = \{(q_1, \varepsilon)\}\Big\} \text{ após a primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q, x, X) = \emptyset \quad \text{nos restantes casos}$$

Para $n \geq m$, tem-se

$$(q_0, a^n b^m, Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\overset{*}{\vdash}} (q_0, b^m, a^n Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b^m, a^n Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\overset{*}{\vdash}} (q_1, \varepsilon, a^{n-m} Z_0)$$

# EXEMPLO 6 - continuação

$\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$ em que:

$$\left.\begin{array}{ll} \delta_L(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX)\} \\ \delta_L(q_0, \varepsilon, X) & = \{(q_1, X)\} \end{array}\right\} \text{ antes da primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q_1, b, a) = \{(q_1, \varepsilon)\}\Big\} \text{ após a primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q, x, X) = \emptyset \quad \text{nos restantes casos}$$

Para $n \geq m$, tem-se

$$(q_0, a^n b^m, Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\overset{*}{\vdash}} (q_0, b^m, a^n Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b^m, a^n Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\overset{*}{\vdash}} (q_1, \varepsilon, a^{n-m} Z_0)$$

ou seja, $\{a^n b^m \mid n \geq m,\ n, m \in \mathbb{N}_0\} \subseteq L_{EF}(\mathcal{M}_L)$.

# EXEMPLO 6 - continuação

$\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$ em que:

$$\left.\begin{array}{ll}\delta_L(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX)\} \\ \delta_L(q_0, \varepsilon, X) & = \{(q_1, X)\}\end{array}\right\} \text{ antes da primeira ocorrência de } b$$

$$\left.\delta_L(q_1, b, a) = \{(q_1, \varepsilon)\}\right\} \text{ após a primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q, x, X) = \emptyset \quad \text{nos restantes casos}$$

Para $n \geq m$, tem-se

$$(q_0, a^n b^m, Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\overset{*}{\vdash}} (q_0, b^m, a^n Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b^m, a^n Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\overset{*}{\vdash}} (q_1, \varepsilon, a^{n-m} Z_0)$$

ou seja, $\{a^n b^m \mid n \geq m,\ n, m \in \mathbb{N}_0\} \subseteq L_{EF}(\mathcal{M}_L)$.

# EXEMPLO 6 - continuação

$\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$ em que:

$$\left.\begin{array}{ll} \delta_L(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX)\} \\ \delta_L(q_0, \varepsilon, X) & = \{(q_1, X)\} \end{array}\right\} \text{ antes da primeira ocorrência de } b$$

$$\left.\delta_L(q_1, b, a) = \{(q_1, \varepsilon)\}\right\} \text{ após a primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q, x, X) = \emptyset \quad \text{nos restantes casos}$$

Para $n \geq m$, tem-se

$$(q_0, a^n b^m, Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\overset{*}{\vdash}} (q_0, b^m, a^n Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b^m, a^n Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\overset{*}{\vdash}} (q_1, \varepsilon, a^{n-m} Z_0)$$

ou seja, $\{a^n b^m \mid n \geq m, \ n, m \in \mathbb{N}_0\} \subseteq L_{EF}(\mathcal{M}_L)$.

Pode também constatar-se que se $u \in L_{EF}(\mathcal{M}_L)$,

# EXEMPLO 6 - continuação

$\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$ em que:

$$\left.\begin{array}{ll} \delta_L(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX)\} \\ \delta_L(q_0, \varepsilon, X) & = \{(q_1, X)\} \end{array}\right\} \text{ antes da primeira ocorrência de } b$$

$$\left.\delta_L(q_1, b, a) = \{(q_1, \varepsilon)\}\right\} \text{ após a primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q, x, X) = \emptyset \quad \text{ nos restantes casos}$$

Para $n \geq m$, tem-se

$$(q_0, a^n b^m, Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}_L}{\vdash}} (q_0, b^m, a^n Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b^m, a^n Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}_L}{\vdash}} (q_1, \varepsilon, a^{n-m} Z_0)$$

ou seja, $\{a^n b^m \mid n \geq m,\ n, m \in \mathbb{N}_0\} \subseteq L_{EF}(\mathcal{M}_L)$.

Pode também constatar-se que se $u \in L_{EF}(\mathcal{M}_L)$, então

- $u = \varepsilon$ ou

# EXEMPLO 6 - continuação

$\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$ em que:

$$\left.\begin{array}{ll} \delta_L(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX)\} \\ \delta_L(q_0, \varepsilon, X) & = \{(q_1, X)\} \end{array}\right\} \text{ antes da primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q_1, b, a) = \{(q_1, \varepsilon)\}\Big\} \text{ após a primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q, x, X) = \emptyset \quad \text{nos restantes casos}$$

Para $n \geq m$, tem-se

$$(q_0, a^n b^m, Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\overset{*}{\vdash}} (q_0, b^m, a^n Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b^m, a^n Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\overset{*}{\vdash}} (q_1, \varepsilon, a^{n-m} Z_0)$$

ou seja, $\{a^n b^m \mid n \geq m,\ n, m \in \mathbb{N}_0\} \subseteq L_{EF}(\mathcal{M}_L)$.

Pode também constatar-se que se $u \in L_{EF}(\mathcal{M}_L)$, então

- $u = \varepsilon$ ou
- $a$ é prefixo de $u$,

# EXEMPLO 6 - continuação

$\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$ em que:

$$
\begin{array}{lll}
\left.\begin{array}{ll}
\delta_L(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX)\} \\
\delta_L(q_0, \varepsilon, X) & = \{(q_1, X)\}
\end{array}\right\} & \text{antes da primeira ocorrência de } b \\
\left.\delta_L(q_1, b, a) \; = \{(q_1, \varepsilon)\}\right\} & \text{após a primeira ocorrência de } b \\
\delta_L(q, x, X) \quad = \emptyset & \text{nos restantes casos}
\end{array}
$$

Para $n \geq m$, tem-se

$$(q_0, a^n b^m, Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}_L}{\vdash}} (q_0, b^m, a^n Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b^m, a^n Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}_L}{\vdash}} (q_1, \varepsilon, a^{n-m} Z_0)$$

ou seja, $\{a^n b^m \mid n \geq m, \; n, m \in \mathbb{N}_0\} \subseteq L_{EF}(\mathcal{M}_L)$.

Pode também constatar-se que se $u \in L_{EF}(\mathcal{M}_L)$, então

- $u = \varepsilon$ ou
- $a$ é prefixo de $u$, $b$ pode ou não ser fator de $u$,

# EXEMPLO 6 - continuação

$\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$ em que:

$$\left.\begin{array}{ll} \delta_L(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX)\} \\ \delta_L(q_0, \varepsilon, X) & = \{(q_1, X)\} \end{array}\right\} \text{ antes da primeira ocorrência de } b$$

$$\left.\delta_L(q_1, b, a) = \{(q_1, \varepsilon)\}\right\} \text{ após a primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q, x, X) = \emptyset \quad \text{nos restantes casos}$$

Para $n \geq m$, tem-se

$$(q_0, a^n b^m, Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}_L}{\vdash}} (q_0, b^m, a^n Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b^m, a^n Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}_L}{\vdash}} (q_1, \varepsilon, a^{n-m} Z_0)$$

ou seja, $\{a^n b^m \mid n \geq m,\ n, m \in \mathbb{N}_0\} \subseteq L_{EF}(\mathcal{M}_L)$.

Pode também constatar-se que se $u \in L_{EF}(\mathcal{M}_L)$, então

- $u = \varepsilon$ ou
- $a$ é prefixo de $u$, $b$ pode ou não ser fator de $u$, $ba$ não é fator de $u$

# EXEMPLO 6 - continuação

$\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$ em que:

$$\left.\begin{array}{ll} \delta_L(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX)\} \\ \delta_L(q_0, \varepsilon, X) & = \{(q_1, X)\} \end{array}\right\} \text{ antes da primeira ocorrência de } b$$

$$\left.\delta_L(q_1, b, a) = \{(q_1, \varepsilon)\}\right\} \text{ após a primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q, x, X) = \emptyset \quad \text{nos restantes casos}$$

Para $n \geq m$, tem-se

$$(q_0, a^n b^m, Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}_L}{\vdash}} (q_0, b^m, a^n Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b^m, a^n Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}_L}{\vdash}} (q_1, \varepsilon, a^{n-m} Z_0)$$

ou seja, $\{a^n b^m \mid n \geq m, \; n, m \in \mathbb{N}_0\} \subseteq L_{EF}(\mathcal{M}_L)$.

Pode também constatar-se que se $u \in L_{EF}(\mathcal{M}_L)$, então

- $u = \varepsilon$ ou
- $a$ é prefixo de $u$, $b$ pode ou não ser fator de $u$, $ba$ não é fator de $u$ e $|u|_a \geq |u|_b$,

# EXEMPLO 6 - continuação

$\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$ em que:

$$\left.\begin{array}{ll} \delta_L(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX)\} \\ \delta_L(q_0, \varepsilon, X) & = \{(q_1, X)\} \end{array}\right\} \text{ antes da primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q_1, b, a) = \{(q_1, \varepsilon)\}\Big\} \text{ após a primeira ocorrência de } b$$

$$\delta_L(q, x, X) = \emptyset \quad \text{nos restantes casos}$$

Para $n \geq m$, tem-se

$$(q_0, a^n b^m, Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}_L}{\vdash}} (q_0, b^m, a^n Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b^m, a^n Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}_L}{\vdash}} (q_1, \varepsilon, a^{n-m} Z_0)$$

ou seja, $\{a^n b^m \mid n \geq m,\ n, m \in \mathbb{N}_0\} \subseteq L_{EF}(\mathcal{M}_L)$.

Pode também constatar-se que se $u \in L_{EF}(\mathcal{M}_L)$, então

- $u = \varepsilon$ ou
- $a$ é prefixo de $u$, $b$ pode ou não ser fator de $u$, $ba$ não é fator de $u$ e $|u|_a \geq |u|_b$,

isto é, $L_{EF}(\mathcal{M}_L) \subseteq \{a^n b^m \mid n \geq m,\ n, m \in \mathbb{N}_0\}$.

# EXEMPLO 7

# EXEMPLO 7

Considere-se $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a, b\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ em que, para $X \in \{a, b\}$,

## EXEMPLO 7

Considere-se $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a, b\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ em que, para $X \in \{a, b\}$,

$$\delta(q_0, a, Z_0) \quad = \{(q_0, aZ_0)\}$$

## EXEMPLO 7

Considere-se $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a, b\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ em que, para $X \in \{a, b\}$,

$$\begin{aligned} \delta(q_0, a, Z_0) &= \{(q_0, aZ_0)\} \\ \delta(q_0, b, Z_0) &= \{(q_0, bZ_0)\} \end{aligned}$$

# EXEMPLO 7

Considere-se $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a, b\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ em que, para $X \in \{a, b\}$,

$$\begin{aligned}
\delta(q_0, a, Z_0) &= \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta(q_0, b, Z_0) &= \{(q_0, bZ_0)\} \\
\delta(q_0, a, X) &= \{(q_0, aX), (q_1, \varepsilon)\}
\end{aligned}$$

# EXEMPLO 7

Considere-se $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a, b\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ em que, para $X \in \{a, b\}$,

$$
\begin{aligned}
\delta(q_0, a, Z_0) &= \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta(q_0, b, Z_0) &= \{(q_0, bZ_0)\} \\
\delta(q_0, a, X) &= \{(q_0, aX), (q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_0, b, X) &= \{(q_0, bX)\}
\end{aligned}
$$

# EXEMPLO 7

Considere-se $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a, b\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ em que, para $X \in \{a, b\}$,

$$
\begin{aligned}
\delta(q_0, a, Z_0) &= \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta(q_0, b, Z_0) &= \{(q_0, bZ_0)\} \\
\delta(q_0, a, X) &= \{(q_0, aX), (q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_0, b, X) &= \{(q_0, bX)\} \\
\delta(q_1, a, X) &= \{(q_1, \varepsilon)\}
\end{aligned}
$$

# EXEMPLO 7

Considere-se $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a, b\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ em que, para $X \in \{a, b\}$,

$$
\begin{aligned}
\delta(q_0, a, Z_0) &= \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta(q_0, b, Z_0) &= \{(q_0, bZ_0)\} \\
\delta(q_0, a, X) &= \{(q_0, aX), (q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_0, b, X) &= \{(q_0, bX)\} \\
\delta(q_1, a, X) &= \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) &= \{(q_1, \varepsilon)\}
\end{aligned}
$$

# EXEMPLO 7

Considere-se $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a, b\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ em que, para $X \in \{a, b\}$,

$$\begin{array}{ll}
\delta(q_0, a, Z_0) & = \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta(q_0, b, Z_0) & = \{(q_0, bZ_0)\} \\
\delta(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX), (q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_0, b, X) & = \{(q_0, bX)\} \\
\delta(q_1, a, X) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q, y, Y) & = \emptyset \quad \text{outros casos}
\end{array}$$

# EXEMPLO 7

Considere-se $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a, b\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ em que, para $X \in \{a, b\}$,

$$
\begin{array}{ll}
\delta(q_0, a, Z_0) & = \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta(q_0, b, Z_0) & = \{(q_0, bZ_0)\} \\
\delta(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX), (q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_0, b, X) & = \{(q_0, bX)\} \\
\delta(q_1, a, X) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q, y, Y) & = \emptyset \quad \text{outros casos}
\end{array}
$$

Este autómato é determinista?

## EXEMPLO 7

Considere-se $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a, b\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ em que, para $X \in \{a, b\}$,

$$
\begin{aligned}
\delta(q_0, a, Z_0) &= \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta(q_0, b, Z_0) &= \{(q_0, bZ_0)\} \\
\delta(q_0, a, X) &= \{(q_0, aX), (q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_0, b, X) &= \{(q_0, bX)\} \\
\delta(q_1, a, X) &= \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) &= \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q, y, Y) &= \emptyset \quad \text{outros casos}
\end{aligned}
$$

Este autómato é determinista? Não

# EXEMPLO 7

Considere-se $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a, b\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ em que, para $X \in \{a, b\}$,

$$
\begin{array}{ll}
\delta(q_0, a, Z_0) & = \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta(q_0, b, Z_0) & = \{(q_0, bZ_0)\} \\
\delta(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX), (q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_0, b, X) & = \{(q_0, bX)\} \\
\delta(q_1, a, X) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q, y, Y) & = \emptyset \quad \text{outros casos}
\end{array}
$$

Este autómato é determinista? Não

Será que $\mathcal{M}$ aceita $\varepsilon$ ?

# EXEMPLO 7

Considere-se $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a, b\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ em que, para $X \in \{a, b\}$,

$$
\begin{array}{ll}
\delta(q_0, a, Z_0) & = \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta(q_0, b, Z_0) & = \{(q_0, bZ_0)\} \\
\delta(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX), (q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_0, b, X) & = \{(q_0, bX)\} \\
\delta(q_1, a, X) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q, y, Y) & = \emptyset \quad \text{outros casos}
\end{array}
$$

Este autómato é determinista? Não

Será que $\mathcal{M}$ aceita $\varepsilon$ ? Não, porque $\delta(q_0, \varepsilon, Z_0) = \emptyset$.

# EXEMPLO 7

Considere-se $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a, b\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ em que, para $X \in \{a, b\}$,

$$\begin{array}{ll}
\delta(q_0, a, Z_0) & = \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta(q_0, b, Z_0) & = \{(q_0, bZ_0)\} \\
\delta(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX), (q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_0, b, X) & = \{(q_0, bX)\} \\
\delta(q_1, a, X) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q, y, Y) & = \emptyset \quad \text{outros casos}
\end{array}$$

Este autómato é determinista? Não

Será que $\mathcal{M}$ aceita $\varepsilon$ ? Não, porque $\delta(q_0, \varepsilon, Z_0) = \emptyset$.

Será que $\mathcal{M}$ aceita $b^2a^6$?

## EXEMPLO 7

Considere-se $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a, b\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ em que, para $X \in \{a, b\}$,

$$
\begin{array}{ll}
\delta(q_0, a, Z_0) & = \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta(q_0, b, Z_0) & = \{(q_0, bZ_0)\} \\
\delta(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX), (q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_0, b, X) & = \{(q_0, bX)\} \\
\delta(q_1, a, X) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q, y, Y) & = \emptyset \quad \text{outros casos}
\end{array}
$$

Este autómato é determinista? Não

Será que $\mathcal{M}$ aceita $\varepsilon$ ? Não, porque $\delta(q_0, \varepsilon, Z_0) = \emptyset$.

Será que $\mathcal{M}$ aceita $b^2 a^6$?

$$(q_0, b^2 a^6, Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, ba^6, bZ_0)$$

## EXEMPLO 7

Considere-se $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a, b\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ em que, para $X \in \{a, b\}$,

$$\begin{array}{ll}
\delta(q_0, a, Z_0) & = \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta(q_0, b, Z_0) & = \{(q_0, bZ_0)\} \\
\delta(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX), (q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_0, b, X) & = \{(q_0, bX)\} \\
\delta(q_1, a, X) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q, y, Y) & = \emptyset \quad \text{outros casos}
\end{array}$$

Este autómato é determinista? Não

Será que $\mathcal{M}$ aceita $\varepsilon$ ? Não, porque $\delta(q_0, \varepsilon, Z_0) = \emptyset$.

Será que $\mathcal{M}$ aceita $b^2a^6$?

$$(q_0, b^2a^6, Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, ba^6, bZ_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, a^6, b^2Z_0)$$

# EXEMPLO 7

Considere-se $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a, b\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ em que, para $X \in \{a, b\}$,

$$
\begin{array}{ll}
\delta(q_0, a, Z_0) & = \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta(q_0, b, Z_0) & = \{(q_0, bZ_0)\} \\
\delta(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX), (q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_0, b, X) & = \{(q_0, bX)\} \\
\delta(q_1, a, X) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q, y, Y) & = \emptyset \quad \text{outros casos}
\end{array}
$$

Este autómato é determinista? Não

Será que $\mathcal{M}$ aceita $\varepsilon$ ? Não, porque $\delta(q_0, \varepsilon, Z_0) = \emptyset$.

Será que $\mathcal{M}$ aceita $b^2 a^6$?

$$(q_0, b^2 a^6, Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, ba^6, bZ_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, a^6, b^2 Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, a^5, ab^2 Z_0)$$

# EXEMPLO 7

Considere-se $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a, b\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ em que, para $X \in \{a, b\}$,

$$\begin{aligned}
\delta(q_0, a, Z_0) &= \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta(q_0, b, Z_0) &= \{(q_0, bZ_0)\} \\
\delta(q_0, a, X) &= \{(q_0, aX), (q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_0, b, X) &= \{(q_0, bX)\} \\
\delta(q_1, a, X) &= \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) &= \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q, y, Y) &= \emptyset \quad \text{outros casos}
\end{aligned}$$

Este autómato é determinista? Não

Será que $\mathcal{M}$ aceita $\varepsilon$ ? Não, porque $\delta(q_0, \varepsilon, Z_0) = \emptyset$.

Será que $\mathcal{M}$ aceita $b^2a^6$?

$$\begin{aligned}
(q_0, b^2a^6, Z_0) &\underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, ba^6, bZ_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, a^6, b^2Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, a^5, ab^2Z_0) \\
&\underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, a^4, a^2b^2Z_0)
\end{aligned}$$

# EXEMPLO 7

Considere-se $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a, b\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ em que, para $X \in \{a, b\}$,

$$\begin{array}{ll} \delta(q_0, a, Z_0) & = \{(q_0, aZ_0)\} \\ \delta(q_0, b, Z_0) & = \{(q_0, bZ_0)\} \\ \delta(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX), (q_1, \varepsilon)\} \\ \delta(q_0, b, X) & = \{(q_0, bX)\} \\ \delta(q_1, a, X) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\ \delta(q_1, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\ \delta(q, y, Y) & = \emptyset \quad \text{outros casos} \end{array}$$

Este autómato é determinista? Não

Será que $\mathcal{M}$ aceita $\varepsilon$ ? Não, porque $\delta(q_0, \varepsilon, Z_0) = \emptyset$.

Será que $\mathcal{M}$ aceita $b^2a^6$?

$$\begin{array}{ll} (q_0, b^2a^6, Z_0) & \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, ba^6, bZ_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, a^6, b^2Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, a^5, ab^2Z_0) \\ & \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, a^4, a^2b^2Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, a^3, ab^2Z_0) \end{array}$$

# EXEMPLO 7

Considere-se $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a, b\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ em que, para $X \in \{a, b\}$,

$$\begin{array}{ll}
\delta(q_0, a, Z_0) & = \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta(q_0, b, Z_0) & = \{(q_0, bZ_0)\} \\
\delta(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX), (q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_0, b, X) & = \{(q_0, bX)\} \\
\delta(q_1, a, X) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q, y, Y) & = \emptyset \quad \text{outros casos}
\end{array}$$

Este autómato é determinista? Não

Será que $\mathcal{M}$ aceita $\varepsilon$ ? Não, porque $\delta(q_0, \varepsilon, Z_0) = \emptyset$.

Será que $\mathcal{M}$ aceita $b^2 a^6$?

$$\begin{array}{ll}
(q_0, b^2 a^6, Z_0) & \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, ba^6, bZ_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, a^6, b^2 Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, a^5, ab^2 Z_0) \\
& \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, a^4, a^2 b^2 Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, a^3, ab^2 Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, a^2, b^2 Z_0)
\end{array}$$

# EXEMPLO 7

Considere-se $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a, b\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ em que, para $X \in \{a, b\}$,

$$
\begin{aligned}
\delta(q_0, a, Z_0) &= \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta(q_0, b, Z_0) &= \{(q_0, bZ_0)\} \\
\delta(q_0, a, X) &= \{(q_0, aX), (q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_0, b, X) &= \{(q_0, bX)\} \\
\delta(q_1, a, X) &= \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) &= \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q, y, Y) &= \emptyset \quad \text{outros casos}
\end{aligned}
$$

Este autómato é determinista? Não

Será que $\mathcal{M}$ aceita $\varepsilon$ ? Não, porque $\delta(q_0, \varepsilon, Z_0) = \emptyset$.

Será que $\mathcal{M}$ aceita $b^2a^6$?

$$
\begin{aligned}
(q_0, b^2a^6, Z_0) \quad & \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, ba^6, bZ_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, a^6, b^2Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, a^5, ab^2Z_0) \\
& \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, a^4, a^2b^2Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, a^3, ab^2Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, a^2, b^2Z_0) \\
& \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, a, bZ_0)
\end{aligned}
$$

# EXEMPLO 7

Considere-se $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a, b\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ em que, para $X \in \{a, b\}$,

$$\begin{array}{ll}
\delta(q_0, a, Z_0) & = \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta(q_0, b, Z_0) & = \{(q_0, bZ_0)\} \\
\delta(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX), (q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_0, b, X) & = \{(q_0, bX)\} \\
\delta(q_1, a, X) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q, y, Y) & = \emptyset \quad \text{outros casos}
\end{array}$$

Este autómato é determinista? Não

Será que $\mathcal{M}$ aceita $\varepsilon$ ? Não, porque $\delta(q_0, \varepsilon, Z_0) = \emptyset$.

Será que $\mathcal{M}$ aceita $b^2 a^6$?

$$\begin{array}{ll}
(q_0, b^2a^6, Z_0) & \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, ba^6, bZ_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, a^6, b^2Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, a^5, ab^2Z_0) \\
& \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, a^4, a^2b^2Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, a^3, ab^2Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, a^2, b^2Z_0) \\
& \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, a, bZ_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, \varepsilon, Z_0)
\end{array}$$

## EXEMPLO 7

Considere-se $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a, b\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ em que, para $X \in \{a, b\}$,

$$\begin{array}{ll}
\delta(q_0, a, Z_0) & = \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta(q_0, b, Z_0) & = \{(q_0, bZ_0)\} \\
\delta(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX), (q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_0, b, X) & = \{(q_0, bX)\} \\
\delta(q_1, a, X) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q, y, Y) & = \emptyset \quad \text{outros casos}
\end{array}$$

Este autómato é determinista? Não

Será que $\mathcal{M}$ aceita $\varepsilon$ ? Não, porque $\delta(q_0, \varepsilon, Z_0) = \emptyset$.

Será que $\mathcal{M}$ aceita $b^2 a^6$?

$$\begin{array}{ll}
(q_0, b^2a^6, Z_0) & \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, ba^6, bZ_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, a^6, b^2Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, a^5, ab^2Z_0) \\
& \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, a^4, a^2b^2Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, a^3, ab^2Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, a^2, b^2Z_0) \\
& \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, a, bZ_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, \varepsilon, Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, \varepsilon, \varepsilon)
\end{array}$$

## EXEMPLO 7

Considere-se $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a, b\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ em que, para $X \in \{a, b\}$,

$$
\begin{array}{ll}
\delta(q_0, a, Z_0) & = \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta(q_0, b, Z_0) & = \{(q_0, bZ_0)\} \\
\delta(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX), (q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_0, b, X) & = \{(q_0, bX)\} \\
\delta(q_1, a, X) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q, y, Y) & = \emptyset \quad \text{outros casos}
\end{array}
$$

Este autómato é determinista? Não

Será que $\mathcal{M}$ aceita $\varepsilon$ ? Não, porque $\delta(q_0, \varepsilon, Z_0) = \emptyset$.

Será que $\mathcal{M}$ aceita $b^2 a^6$?

$$
\begin{array}{ll}
(q_0, b^2a^6, Z_0) & \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, ba^6, bZ_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, a^6, b^2Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, a^5, ab^2Z_0) \\
& \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, a^4, a^2b^2Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, a^3, ab^2Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, a^2, b^2Z_0) \\
& \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, a, bZ_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, \varepsilon, Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, \varepsilon, \varepsilon)
\end{array}
$$

E $a(ba)^2a^7$?

# EXEMPLO 7

Considere-se $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a, b\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ em que, para $X \in \{a, b\}$,

$$
\begin{array}{ll}
\delta(q_0, a, Z_0) & = \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta(q_0, b, Z_0) & = \{(q_0, bZ_0)\} \\
\delta(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX), (q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_0, b, X) & = \{(q_0, bX)\} \\
\delta(q_1, a, X) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q, y, Y) & = \emptyset \quad \text{outros casos}
\end{array}
$$

Este autómato é determinista? Não

Será que $\mathcal{M}$ aceita $\varepsilon$ ? Não, porque $\delta(q_0, \varepsilon, Z_0) = \emptyset$.

Será que $\mathcal{M}$ aceita $b^2a^6$?

$$
\begin{array}{ll}
(q_0, b^2a^6, Z_0) & \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, ba^6, bZ_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, a^6, b^2Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, a^5, ab^2Z_0) \\
& \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, a^4, a^2b^2Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, a^3, ab^2Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, a^2, b^2Z_0) \\
& \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, a, bZ_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, \varepsilon, Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, \varepsilon, \varepsilon)
\end{array}
$$

E $a(ba)^2a^7$? É aceite?

## EXEMPLO 7

Considere-se $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a, b\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ em que, para $X \in \{a, b\}$,

$$\begin{array}{ll}
\delta(q_0, a, Z_0) & = \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta(q_0, b, Z_0) & = \{(q_0, bZ_0)\} \\
\delta(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX), (q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_0, b, X) & = \{(q_0, bX)\} \\
\delta(q_1, a, X) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q, y, Y) & = \emptyset \quad \text{outros casos}
\end{array}$$

Este autómato é determinista? Não

Será que $\mathcal{M}$ aceita $\varepsilon$ ? Não, porque $\delta(q_0, \varepsilon, Z_0) = \emptyset$.

Será que $\mathcal{M}$ aceita $b^2a^6$?

$$\begin{array}{ll}
(q_0, b^2a^6, Z_0) & \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, ba^6, bZ_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, a^6, b^2Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, a^5, ab^2Z_0) \\
& \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, a^4, a^2b^2Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, a^3, ab^2Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, a^2, b^2Z_0) \\
& \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, a, bZ_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, \varepsilon, Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, \varepsilon, \varepsilon)
\end{array}$$

E $a(ba)^2a^7$? É aceite? Sim

## EXEMPLO 7 - continuação

Considere-se $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a, b\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ em que, para $X \in \{a, b\}$,

$$
\begin{array}{ll}
\delta(q_0, a, Z_0) & = \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta(q_0, b, Z_0) & = \{(q_0, bZ_0)\} \\
\delta(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX), (q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_0, b, X) & = \{(q_0, bX)\} \\
\delta(q_1, a, X) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q, y, Y) & = \emptyset \quad \text{outros casos}
\end{array}
$$

# EXEMPLO 7 - continuação

Considere-se $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a, b\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ em que, para $X \in \{a, b\}$,

$$\begin{array}{ll}
\delta(q_0, a, Z_0) & = \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta(q_0, b, Z_0) & = \{(q_0, bZ_0)\} \\
\delta(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX), (q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_0, b, X) & = \{(q_0, bX)\} \\
\delta(q_1, a, X) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q, y, Y) & = \emptyset \quad \text{outros casos}
\end{array}$$

Se $w = vx \in \{a, b\}^+$ e $x \in \{a, b\}$,

$(q_0, wa^{|w|}, Z_0)$

## EXEMPLO 7 - continuação

Considere-se $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a, b\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ em que, para $X \in \{a, b\}$,

$$
\begin{array}{ll}
\delta(q_0, a, Z_0) & = \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta(q_0, b, Z_0) & = \{(q_0, bZ_0)\} \\
\delta(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX), (q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_0, b, X) & = \{(q_0, bX)\} \\
\delta(q_1, a, X) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q, y, Y) & = \emptyset \quad \text{outros casos}
\end{array}
$$

Se $w = vx \in \{a, b\}^+$ e $x \in \{a, b\}$,

$$(q_0, wa^{|w|}, Z_0) \quad \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_0, a^{|w|}, w^{\mathrm{I}} Z_0)$$

# EXEMPLO 7 - continuação

Considere-se $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a, b\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ em que, para $X \in \{a, b\}$,

$$
\begin{array}{ll}
\delta(q_0, a, Z_0) & = \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta(q_0, b, Z_0) & = \{(q_0, bZ_0)\} \\
\delta(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX), (q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_0, b, X) & = \{(q_0, bX)\} \\
\delta(q_1, a, X) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q, y, Y) & = \emptyset \quad \text{outros casos}
\end{array}
$$

Se $w = vx \in \{a, b\}^+$ e $x \in \{a, b\}$,

$$(q_0, wa^{|w|}, Z_0) \quad \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_0, a^{|w|}, w^{\mathrm{I}} Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, a^{|w|-1}, v^{\mathrm{I}} Z_0)$$

## EXEMPLO 7 - continuação

Considere-se $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a, b\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ em que, para $X \in \{a, b\}$,

$$\begin{array}{ll}
\delta(q_0, a, Z_0) & = \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta(q_0, b, Z_0) & = \{(q_0, bZ_0)\} \\
\delta(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX), (q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_0, b, X) & = \{(q_0, bX)\} \\
\delta(q_1, a, X) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q, y, Y) & = \emptyset \quad \text{outros casos}
\end{array}$$

Se $w = vx \in \{a, b\}^+$ e $x \in \{a, b\}$,

$$(q_0, wa^{|w|}, Z_0) \quad \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_0, a^{|w|}, w^{\mathrm{I}} Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, a^{|w|-1}, v^{\mathrm{I}} Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_1, \varepsilon, Z_0)$$

# EXEMPLO 7 - continuação

Considere-se $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a, b\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ em que, para $X \in \{a, b\}$,

$$
\begin{array}{ll}
\delta(q_0, a, Z_0) & = \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta(q_0, b, Z_0) & = \{(q_0, bZ_0)\} \\
\delta(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX), (q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_0, b, X) & = \{(q_0, bX)\} \\
\delta(q_1, a, X) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q, y, Y) & = \emptyset \quad \text{outros casos}
\end{array}
$$

Se $w = vx \in \{a, b\}^+$ e $x \in \{a, b\}$,

$$
(q_0, wa^{|w|}, Z_0) \quad \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_0, a^{|w|}, w^{\mathrm{I}} Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, a^{|w|-1}, v^{\mathrm{I}} Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_1, \varepsilon, Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, \varepsilon, \varepsilon)
$$

# EXEMPLO 7 - continuação

Considere-se $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a, b\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ em que, para $X \in \{a, b\}$,

$$\begin{array}{ll}
\delta(q_0, a, Z_0) & = \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta(q_0, b, Z_0) & = \{(q_0, bZ_0)\} \\
\delta(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX), (q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_0, b, X) & = \{(q_0, bX)\} \\
\delta(q_1, a, X) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q, y, Y) & = \emptyset \quad \text{outros casos}
\end{array}$$

Se $w = vx \in \{a, b\}^+$ e $x \in \{a, b\}$,

$$(q_0, wa^{|w|}, Z_0) \quad \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_0, a^{|w|}, w^{\mathrm{I}} Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, a^{|w|-1}, v^{\mathrm{I}} Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_1, \varepsilon, Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, \varepsilon, \varepsilon)$$

Logo, $\{wa^{|w|} \mid w \in \{a, b\}^+\} \subseteq L_{PV}(\mathcal{M})$.

# EXEMPLO 7 - continuação

Considere-se $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a, b\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ em que, para $X \in \{a, b\}$,

$$\begin{array}{ll}
\delta(q_0, a, Z_0) & = \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta(q_0, b, Z_0) & = \{(q_0, bZ_0)\} \\
\delta(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX), (q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_0, b, X) & = \{(q_0, bX)\} \\
\delta(q_1, a, X) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q, y, Y) & = \emptyset \quad \text{outros casos}
\end{array}$$

Se $w = vx \in \{a, b\}^+$ e $x \in \{a, b\}$,

$$(q_0, wa^{|w|}, Z_0) \ \underset{\mathcal{M}}{\overset{*}{\vdash}} \ (q_0, a^{|w|}, w^{\mathrm{I}}Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, a^{|w|-1}, v^{\mathrm{I}}Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\overset{*}{\vdash}} (q_1, \varepsilon, Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, \varepsilon, \varepsilon)$$

Logo, $\{wa^{|w|} \mid w \in \{a, b\}^+\} \subseteq L_{PV}(\mathcal{M})$.

Seja $u \in L_{PV}(\mathcal{M})$. Então, $(q_0, u, Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\overset{*}{\vdash}} (q_1, \varepsilon, \varepsilon)$.

## EXEMPLO 7 - continuação

Considere-se $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a, b\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ em que, para $X \in \{a, b\}$,

$$
\begin{array}{ll}
\delta(q_0, a, Z_0) & = \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta(q_0, b, Z_0) & = \{(q_0, bZ_0)\} \\
\delta(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX), (q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_0, b, X) & = \{(q_0, bX)\} \\
\delta(q_1, a, X) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q, y, Y) & = \emptyset \quad \text{outros casos}
\end{array}
$$

Se $w = vx \in \{a, b\}^+$ e $x \in \{a, b\}$,

$$(q_0, wa^{|w|}, Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_0, a^{|w|}, w^{\mathrm{I}}Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, a^{|w|-1}, v^{\mathrm{I}}Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_1, \varepsilon, Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, \varepsilon, \varepsilon)$$

Logo, $\{wa^{|w|} \mid w \in \{a, b\}^+\} \subseteq L_{PV}(\mathcal{M})$.

Seja $u \in L_{PV}(\mathcal{M})$. Então, $(q_0, u, Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_1, \varepsilon, \varepsilon)$. Analisando as diversas possibilidades, conclui-se que terá de ser:

$$(q_0, u, Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_0, a^n, xvZ_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, a^{n-1}, vZ_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_1, \varepsilon, Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, \varepsilon, \varepsilon)$$

# EXEMPLO 7 - continuação

Considere-se $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a, b\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ em que, para $X \in \{a, b\}$,

$$\begin{array}{ll}
\delta(q_0, a, Z_0) & = \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta(q_0, b, Z_0) & = \{(q_0, bZ_0)\} \\
\delta(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX), (q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_0, b, X) & = \{(q_0, bX)\} \\
\delta(q_1, a, X) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q, y, Y) & = \emptyset \quad \text{outros casos}
\end{array}$$

Se $w = vx \in \{a, b\}^+$ e $x \in \{a, b\}$,

$$(q_0, wa^{|w|}, Z_0) \quad \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_0, a^{|w|}, w^{\mathrm{I}} Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, a^{|w|-1}, v^{\mathrm{I}} Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_1, \varepsilon, Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, \varepsilon, \varepsilon)$$

Logo, $\{wa^{|w|} \mid w \in \{a, b\}^+\} \subseteq L_{PV}(\mathcal{M})$.

Seja $u \in L_{PV}(\mathcal{M})$. Então, $(q_0, u, Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_1, \varepsilon, \varepsilon)$. Analisando as diversas possibilidades, conclui-se que terá de ser:

$$(q_0, u, Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_0, a^n, xvZ_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, a^{n-1}, vZ_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_1, \varepsilon, Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, \varepsilon, \varepsilon)$$

# EXEMPLO 7 - continuação

Considere-se $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a, b\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ em que, para $X \in \{a, b\}$,

$$\begin{array}{ll} \delta(q_0, a, Z_0) & = \{(q_0, aZ_0)\} \\ \delta(q_0, b, Z_0) & = \{(q_0, bZ_0)\} \\ \delta(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX), (q_1, \varepsilon)\} \\ \delta(q_0, b, X) & = \{(q_0, bX)\} \\ \delta(q_1, a, X) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\ \delta(q_1, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\ \delta(q, y, Y) & = \emptyset \quad \text{outros casos} \end{array}$$

Se $w = vx \in \{a, b\}^+$ e $x \in \{a, b\}$,

$$(q_0, wa^{|w|}, Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\overset{*}{\vdash}} (q_0, a^{|w|}, w^{\mathrm{I}} Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, a^{|w|-1}, v^{\mathrm{I}} Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\overset{*}{\vdash}} (q_1, \varepsilon, Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, \varepsilon, \varepsilon)$$

Logo, $\{wa^{|w|} \mid w \in \{a, b\}^+\} \subseteq L_{PV}(\mathcal{M})$.

Seja $u \in L_{PV}(\mathcal{M})$. Então, $(q_0, u, Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\overset{*}{\vdash}} (q_1, \varepsilon, \varepsilon)$. Analisando as diversas possibilidades, conclui-se que terá de ser:

$$(q_0, u, Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\overset{*}{\vdash}} (q_0, a^n, xvZ_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, a^{n-1}, vZ_0) \underset{\mathcal{M}}{\overset{*}{\vdash}} (q_1, \varepsilon, Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, \varepsilon, \varepsilon)$$

# EXEMPLO 7 - continuação

Considere-se $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a, b\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ em que, para $X \in \{a, b\}$,

$$\begin{array}{ll}
\delta(q_0, a, Z_0) & = \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta(q_0, b, Z_0) & = \{(q_0, bZ_0)\} \\
\delta(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX), (q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_0, b, X) & = \{(q_0, bX)\} \\
\delta(q_1, a, X) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q, y, Y) & = \emptyset \quad \text{outros casos}
\end{array}$$

Se $w = vx \in \{a, b\}^+$ e $x \in \{a, b\}$,

$$(q_0, wa^{|w|}, Z_0) \quad \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_0, a^{|w|}, w^{\mathrm{I}} Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, a^{|w|-1}, v^{\mathrm{I}} Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_1, \varepsilon, Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, \varepsilon, \varepsilon)$$

Logo, $\{wa^{|w|} \mid w \in \{a, b\}^+\} \subseteq L_{PV}(\mathcal{M})$.

Seja $u \in L_{PV}(\mathcal{M})$. Então, $(q_0, u, Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_1, \varepsilon, \varepsilon)$. Analisando as diversas possibilidades, conclui-se que terá de ser:

$$(q_0, u, Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_0, a^n, xvZ_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, a^{n-1}, vZ_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_1, \varepsilon, Z_0) \quad \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, \varepsilon, \varepsilon)$$

## EXEMPLO 7 - continuação

Considere-se $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a, b\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ em que, para $X \in \{a, b\}$,

$$\begin{array}{ll}
\delta(q_0, a, Z_0) & = \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta(q_0, b, Z_0) & = \{(q_0, bZ_0)\} \\
\delta(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX), (q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_0, b, X) & = \{(q_0, bX)\} \\
\delta(q_1, a, X) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q, y, Y) & = \emptyset \quad \text{outros casos}
\end{array}$$

Se $w = vx \in \{a, b\}^+$ e $x \in \{a, b\}$,

$$(q_0, wa^{|w|}, Z_0) \quad \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_0, a^{|w|}, w^{\mathrm{I}} Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, a^{|w|-1}, v^{\mathrm{I}} Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_1, \varepsilon, Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, \varepsilon, \varepsilon)$$

Logo, $\{wa^{|w|} \mid w \in \{a, b\}^+\} \subseteq L_{PV}(\mathcal{M})$.

Seja $u \in L_{PV}(\mathcal{M})$. Então, $(q_0, u, Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_1, \varepsilon, \varepsilon)$. Analisando as diversas possibilidades, conclui-se que terá de ser:

$(q_0, u, Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_0, a^n, xvZ_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, a^{n-1}, vZ_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_1, \varepsilon, Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, \varepsilon, \varepsilon)$

onde $|v| = n - 1$, $n \in \mathbb{N}$,

# EXEMPLO 7 - continuação

Considere-se $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a, b\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ em que, para $X \in \{a, b\}$,

$$
\begin{array}{ll}
\delta(q_0, a, Z_0) & = \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta(q_0, b, Z_0) & = \{(q_0, bZ_0)\} \\
\delta(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX), (q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_0, b, X) & = \{(q_0, bX)\} \\
\delta(q_1, a, X) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q, y, Y) & = \emptyset \quad \text{outros casos}
\end{array}
$$

Se $w = vx \in \{a, b\}^+$ e $x \in \{a, b\}$,

$$(q_0, wa^{|w|}, Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_0, a^{|w|}, w^{\mathrm{I}} Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, a^{|w|-1}, v^{\mathrm{I}} Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_1, \varepsilon, Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, \varepsilon, \varepsilon)$$

Logo, $\{wa^{|w|} \mid w \in \{a, b\}^+\} \subseteq L_{PV}(\mathcal{M})$.

Seja $u \in L_{PV}(\mathcal{M})$. Então, $(q_0, u, Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_1, \varepsilon, \varepsilon)$. Analisando as diversas possibilidades, conclui-se que terá de ser:

$$(q_0, u, Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_0, a^n, xvZ_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, a^{n-1}, vZ_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_1, \varepsilon, Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, \varepsilon, \varepsilon)$$

onde $|v| = n - 1$, $n \in \mathbb{N}$, $x \in \{a, b\}$,

# EXEMPLO 7 - continuação

Considere-se $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a, b\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ em que, para $X \in \{a, b\}$,

$$\begin{array}{ll} \delta(q_0, a, Z_0) & = \{(q_0, aZ_0)\} \\ \delta(q_0, b, Z_0) & = \{(q_0, bZ_0)\} \\ \delta(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX), (q_1, \varepsilon)\} \\ \delta(q_0, b, X) & = \{(q_0, bX)\} \\ \delta(q_1, a, X) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\ \delta(q_1, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\ \delta(q, y, Y) & = \emptyset \quad \text{outros casos} \end{array}$$

Se $w = vx \in \{a, b\}^+$ e $x \in \{a, b\}$,

$$(q_0, wa^{|w|}, Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\overset{*}{\vdash}} (q_0, a^{|w|}, w^{\mathrm{I}}Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, a^{|w|-1}, v^{\mathrm{I}}Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\overset{*}{\vdash}} (q_1, \varepsilon, Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, \varepsilon, \varepsilon)$$

Logo, $\{wa^{|w|} \mid w \in \{a, b\}^+\} \subseteq L_{PV}(\mathcal{M})$.

Seja $u \in L_{PV}(\mathcal{M})$. Então, $(q_0, u, Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\overset{*}{\vdash}} (q_1, \varepsilon, \varepsilon)$. Analisando as diversas possibilidades, conclui-se que terá de ser:

$$(q_0, u, Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\overset{*}{\vdash}} (q_0, a^n, xvZ_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, a^{n-1}, vZ_0) \underset{\mathcal{M}}{\overset{*}{\vdash}} (q_1, \varepsilon, Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, \varepsilon, \varepsilon)$$

onde $|v| = n - 1$, $n \in \mathbb{N}$, $x \in \{a, b\}$, $u = v^{\mathrm{I}}xa^n$.

# EXEMPLO 7 - continuação

Considere-se $\mathcal{M} = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a, b\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ em que, para $X \in \{a, b\}$,

$$\begin{array}{ll}
\delta(q_0, a, Z_0) & = \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta(q_0, b, Z_0) & = \{(q_0, bZ_0)\} \\
\delta(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX), (q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_0, b, X) & = \{(q_0, bX)\} \\
\delta(q_1, a, X) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q, y, Y) & = \emptyset \quad \text{outros casos}
\end{array}$$

Se $w = vx \in \{a, b\}^+$ e $x \in \{a, b\}$,

$$(q_0, wa^{|w|}, Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_0, a^{|w|}, w^{\mathrm{I}} Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, a^{|w|-1}, v^{\mathrm{I}} Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_1, \varepsilon, Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, \varepsilon, \varepsilon)$$

Logo, $\{wa^{|w|} \mid w \in \{a, b\}^+\} \subseteq L_{PV}(\mathcal{M})$.

Seja $u \in L_{PV}(\mathcal{M})$. Então, $(q_0, u, Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_1, \varepsilon, \varepsilon)$. Analisando as diversas possibilidades, conclui-se que terá de ser:

$$(q_0, u, Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_0, a^n, xvZ_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, a^{n-1}, vZ_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_1, \varepsilon, Z_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, \varepsilon, \varepsilon)$$

onde $|v| = n - 1$, $n \in \mathbb{N}$, $x \in \{a, b\}$, $u = v^{\mathrm{I}} x a^n$. Consequentemente,

$$L_{PV}(\mathcal{M}) = \{wa^{|w|} \mid w \in \{a, b\}^+\}.$$

## Proposição

Sejam $L \subseteq A^*$ e $\mathcal{M}_1 = (Q_1, A, \Sigma_1, \delta_1, q_0, Z_0, F_1)$ tal que $L = L_{PV}(\mathcal{M}_1)$.

## Proposição

Sejam $L \subseteq A^*$ e $\mathcal{M}_1 = (Q_1, A, \Sigma_1, \delta_1, q_0, Z_0, F_1)$ tal que $L = L_{PV}(\mathcal{M}_1)$. Então, existe um autómato de pilha $\mathcal{M}$ tal que

$$L = L_{EF}(\mathcal{M})$$

## Proposição

Sejam $L \subseteq A^*$ e $\mathcal{M}_1 = (Q_1, A, \Sigma_1, \delta_1, q_0, Z_0, F_1)$ tal que $L = L_{PV}(\mathcal{M}_1)$. Então, existe um autómato de pilha $\mathcal{M}$ tal que

$$L = L_{EF}(\mathcal{M})$$

Prova

## Proposição

Sejam $L \subseteq A^*$ e $\mathcal{M}_1 = (Q_1, A, \Sigma_1, \delta_1, q_0, Z_0, F_1)$ tal que $L = L_{PV}(\mathcal{M}_1)$. Então, existe um autómato de pilha $\mathcal{M}$ tal que

$$L = L_{EF}(\mathcal{M})$$

## Prova

Metodologia:

- construir o autómato de pilha $\mathcal{M}$ a partir de $\mathcal{M}_1$,

## Proposição

Sejam $L \subseteq A^*$ e $\mathcal{M}_1 = (Q_1, A, \Sigma_1, \delta_1, q_0, Z_0, F_1)$ tal que $L = L_{PV}(\mathcal{M}_1)$. Então, existe um autómato de pilha $\mathcal{M}$ tal que

$$L = L_{EF}(\mathcal{M})$$

## Prova

Metodologia:

- construir o autómato de pilha $\mathcal{M}$ a partir de $\mathcal{M}_1$,
- introduzir um estado final $q_f$,

## Proposição

Sejam $L \subseteq A^*$ e $\mathcal{M}_1 = (Q_1, A, \Sigma_1, \delta_1, q_0, Z_0, F_1)$ tal que $L = L_{PV}(\mathcal{M}_1)$. Então, existe um autómato de pilha $\mathcal{M}$ tal que

$$L = L_{EF}(\mathcal{M})$$

### Prova

Metodologia:

- construir o autómato de pilha $\mathcal{M}$ a partir de $\mathcal{M}_1$,
- introduzir um estado final $q_f$,
- um movimento para uma configuração em que a pilha fica vazia dá lugar a um movimento para uma configuração com o estado $q_f$.

## Proposição

Sejam $L \subseteq A^*$ e $\mathcal{M}_1 = (Q_1, A, \Sigma_1, \delta_1, q_0, Z_0, F_1)$ tal que $L = L_{PV}(\mathcal{M}_1)$. Então, existe um autómato de pilha $\mathcal{M}$ tal que

$$L = L_{EF}(\mathcal{M})$$

### Prova

Metodologia:

- construir o autómato de pilha $\mathcal{M}$ a partir de $\mathcal{M}_1$,
- introduzir um estado final $q_f$,
- um movimento para uma configuração em que a pilha fica vazia dá lugar a um movimento para uma configuração com o estado $q_f$.

Considere-se $\mathcal{M} = (Q, A, \Sigma, \delta, q_0', U_0, \{q_f\})$ tal que:

## Proposição

Sejam $L \subseteq A^*$ e $\mathcal{M}_1 = (Q_1, A, \Sigma_1, \delta_1, q_0, Z_0, F_1)$ tal que $L = L_{PV}(\mathcal{M}_1)$. Então, existe um autómato de pilha $\mathcal{M}$ tal que

$$L = L_{EF}(\mathcal{M})$$

### Prova

Metodologia:

- construir o autómato de pilha $\mathcal{M}$ a partir de $\mathcal{M}_1$,
- introduzir um estado final $q_f$,
- um movimento para uma configuração em que a pilha fica vazia dá lugar a um movimento para uma configuração com o estado $q_f$.

Considere-se $\mathcal{M} = (Q, A, \Sigma, \delta, q_0', U_0, \{q_f\})$ tal que:

- $Q = Q_1 \cup \{q_0', q_f\}$, onde $q_0', q_f \notin Q_1$;

## Proposição

Sejam $L \subseteq A^*$ e $\mathcal{M}_1 = (Q_1, A, \Sigma_1, \delta_1, q_0, Z_0, F_1)$ tal que $L = L_{PV}(\mathcal{M}_1)$. Então, existe um autómato de pilha $\mathcal{M}$ tal que

$$L = L_{EF}(\mathcal{M})$$

## Prova

Metodologia:

- construir o autómato de pilha $\mathcal{M}$ a partir de $\mathcal{M}_1$,
- introduzir um estado final $q_f$,
- um movimento para uma configuração em que a pilha fica vazia dá lugar a um movimento para uma configuração com o estado $q_f$.

Considere-se $\mathcal{M} = (Q, A, \Sigma, \delta, q_0', U_0, \{q_f\})$ tal que:

- $Q = Q_1 \cup \{q_0', q_f\}$, onde $q_0', q_f \notin Q_1$;
- $\Sigma = \Sigma_1 \cup \{U_0\}$, onde $U_0 \notin \Sigma_1$;

## Proposição

Sejam $L \subseteq A^*$ e $\mathcal{M}_1 = (Q_1, A, \Sigma_1, \delta_1, q_0, Z_0, F_1)$ tal que $L = L_{PV}(\mathcal{M}_1)$. Então, existe um autómato de pilha $\mathcal{M}$ tal que

$$L = L_{EF}(\mathcal{M})$$

## Prova

Metodologia:

- construir o autómato de pilha $\mathcal{M}$ a partir de $\mathcal{M}_1$,
- introduzir um estado final $q_f$,
- um movimento para uma configuração em que a pilha fica vazia dá lugar a um movimento para uma configuração com o estado $q_f$.

Considere-se $\mathcal{M} = (Q, A, \Sigma, \delta, q_0', U_0, \{q_f\})$ tal que:

- $Q = Q_1 \cup \{q_0', q_f\}$, onde $q_0', q_f \notin Q_1$;
- $\Sigma = \Sigma_1 \cup \{U_0\}$, onde $U_0 \notin \Sigma_1$;
- $\delta : Q \times (A \cup \{\varepsilon\}) \times \Sigma \longrightarrow \mathcal{P}_{fin}(Q \times \Sigma^*)$ é definida por:
  $\delta(q_0', \varepsilon, U_0) = \{(q_0, Z_0 U_0)\}$

## Proposição

Sejam $L \subseteq A^*$ e $\mathcal{M}_1 = (Q_1, A, \Sigma_1, \delta_1, q_0, Z_0, F_1)$ tal que $L = L_{PV}(\mathcal{M}_1)$.
Então, existe um autómato de pilha $\mathcal{M}$ tal que

$$L = L_{EF}(\mathcal{M})$$

## Prova

Metodologia:

- construir o autómato de pilha $\mathcal{M}$ a partir de $\mathcal{M}_1$,
- introduzir um estado final $q_f$,
- um movimento para uma configuração em que a pilha fica vazia dá lugar a um movimento para uma configuração com o estado $q_f$.

Considere-se $\mathcal{M} = (Q, A, \Sigma, \delta, q_0', U_0, \{q_f\})$ tal que:

- $Q = Q_1 \cup \{q_0', q_f\}$, onde $q_0', q_f \notin Q_1$;
- $\Sigma = \Sigma_1 \cup \{U_0\}$, onde $U_0 \notin \Sigma_1$;
- $\delta : Q \times (A \cup \{\varepsilon\}) \times \Sigma \longrightarrow \mathcal{P}_{fin}(Q \times \Sigma^*)$ é definida por:
  $$\delta(q_0', \varepsilon, U_0) = \{(q_0, Z_0 U_0)\}$$
  $$\delta(q, a, X) = \delta_1(q, a, X), \qquad q \in Q_1,\ a \in A \cup \{\varepsilon\},\ X \in \Sigma_1$$

## Proposição

Sejam $L \subseteq A^*$ e $\mathcal{M}_1 = (Q_1, A, \Sigma_1, \delta_1, q_0, Z_0, F_1)$ tal que $L = L_{PV}(\mathcal{M}_1)$. Então, existe um autómato de pilha $\mathcal{M}$ tal que

$$L = L_{EF}(\mathcal{M})$$

## Prova

Metodologia:

- construir o autómato de pilha $\mathcal{M}$ a partir de $\mathcal{M}_1$,
- introduzir um estado final $q_f$,
- um movimento para uma configuração em que a pilha fica vazia dá lugar a um movimento para uma configuração com o estado $q_f$.

Considere-se $\mathcal{M} = (Q, A, \Sigma, \delta, q_0', U_0, \{q_f\})$ tal que:

- $Q = Q_1 \cup \{q_0', q_f\}$, onde $q_0', q_f \notin Q_1$;
- $\Sigma = \Sigma_1 \cup \{U_0\}$, onde $U_0 \notin \Sigma_1$;
- $\delta : Q \times (A \cup \{\varepsilon\}) \times \Sigma \longrightarrow \mathcal{P}_{fin}(Q \times \Sigma^*)$ é definida por:

$$\begin{array}{ll} \delta(q_0', \varepsilon, U_0) = \{(q_0, Z_0 U_0)\} & \\ \delta(q, a, X) = \delta_1(q, a, X), & q \in Q_1,\ a \in A \cup \{\varepsilon\},\ X \in \Sigma_1 \\ \delta(q, \varepsilon, U_0) = \{(q_f, U_0)\}, & q \in Q_1 \end{array}$$

## Proposição

Sejam $L \subseteq A^*$ e $\mathcal{M}_1 = (Q_1, A, \Sigma_1, \delta_1, q_0, Z_0, F_1)$ tal que $L = L_{PV}(\mathcal{M}_1)$. Então, existe um autómato de pilha $\mathcal{M}$ tal que

$$L = L_{EF}(\mathcal{M})$$

### Prova

Metodologia:

- construir o autómato de pilha $\mathcal{M}$ a partir de $\mathcal{M}_1$,
- introduzir um estado final $q_f$,
- um movimento para uma configuração em que a pilha fica vazia dá lugar a um movimento para uma configuração com o estado $q_f$.

Considere-se $\mathcal{M} = (Q, A, \Sigma, \delta, q_0', U_0, \{q_f\})$ tal que:

- $Q = Q_1 \cup \{q_0', q_f\}$, onde $q_0', q_f \notin Q_1$;
- $\Sigma = \Sigma_1 \cup \{U_0\}$, onde $U_0 \notin \Sigma_1$;
- $\delta : Q \times (A \cup \{\varepsilon\}) \times \Sigma \longrightarrow \mathcal{P}_{fin}(Q \times \Sigma^*)$ é definida por:

$$\begin{array}{ll}
\delta(q_0', \varepsilon, U_0) = \{(q_0, Z_0 U_0)\} & \\
\delta(q, a, X) = \delta_1(q, a, X), & q \in Q_1,\ a \in A \cup \{\varepsilon\},\ X \in \Sigma_1 \\
\delta(q, \varepsilon, U_0) = \{(q_f, U_0)\}, & q \in Q_1 \\
\delta(q, a, X) = \emptyset & \text{nos restantes casos}
\end{array}$$

## Proposição

Sejam $L \subseteq A^*$ e $\mathcal{M}_1 = (Q_1, A, \Sigma_1, \delta_1, q_0, Z_0, F_1)$ tal que $L = L_{PV}(\mathcal{M}_1)$. Então, existe um autómato de pilha $\mathcal{M}$ tal que

$$L = L_{EF}(\mathcal{M})$$

## Prova

Metodologia:

- construir o autómato de pilha $\mathcal{M}$ a partir de $\mathcal{M}_1$,
- introduzir um estado final $q_f$,
- um movimento para uma configuração em que a pilha fica vazia dá lugar a um movimento para uma configuração com o estado $q_f$.

Considere-se $\mathcal{M} = (Q, A, \Sigma, \delta, q_0', U_0, \{q_f\})$ tal que:

- $Q = Q_1 \cup \{q_0', q_f\}$, onde $q_0', q_f \notin Q_1$;
- $\Sigma = \Sigma_1 \cup \{U_0\}$, onde $U_0 \notin \Sigma_1$;
- $\delta : Q \times (A \cup \{\varepsilon\}) \times \Sigma \longrightarrow \mathcal{P}_{fin}(Q \times \Sigma^*)$ é definida por:

$$\begin{array}{ll}
\delta(q_0', \varepsilon, U_0) = \{(q_0, Z_0 U_0)\} & \\
\delta(q, a, X) = \delta_1(q, a, X), & q \in Q_1,\ a \in A \cup \{\varepsilon\},\ X \in \Sigma_1 \\
\delta(q, \varepsilon, U_0) = \{(q_f, U_0)\}, & q \in Q_1 \\
\delta(q, a, X) = \emptyset & \text{nos restantes casos}
\end{array}$$

Verifica-se $u \in L_{PV}(\mathcal{M}_1)$ se e só se $u \in L_{EF}(\mathcal{M})$.

## Proposição

Sejam $L \subseteq A^*$ e $\mathcal{M}_1 = (Q_1, A, \Sigma_1, \delta_1, q_0, Z_0, F_1)$ tal que $L = L_{PV}(\mathcal{M}_1)$. Então, existe um autómato de pilha $\mathcal{M}$ tal que

$$L = L_{EF}(\mathcal{M})$$

## Prova

Metodologia:

- construir o autómato de pilha $\mathcal{M}$ a partir de $\mathcal{M}_1$,
- introduzir um estado final $q_f$,
- um movimento para uma configuração em que a pilha fica vazia dá lugar a um movimento para uma configuração com o estado $q_f$.

Considere-se $\mathcal{M} = (Q, A, \Sigma, \delta, q_0', U_0, \{q_f\})$ tal que:

- $Q = Q_1 \cup \{q_0', q_f\}$, onde $q_0', q_f \notin Q_1$;
- $\Sigma = \Sigma_1 \cup \{U_0\}$, onde $U_0 \notin \Sigma_1$;
- $\delta : Q \times (A \cup \{\varepsilon\}) \times \Sigma \longrightarrow \mathcal{P}_{fin}(Q \times \Sigma^*)$ é definida por:

$$\begin{array}{ll} \delta(q_0', \varepsilon, U_0) = \{(q_0, Z_0 U_0)\} & \\ \delta(q, a, X) = \delta_1(q, a, X), & q \in Q_1,\ a \in A \cup \{\varepsilon\},\ X \in \Sigma_1 \\ \delta(q, \varepsilon, U_0) = \{(q_f, U_0)\}, & q \in Q_1 \\ \delta(q, a, X) = \emptyset & \text{nos restantes casos} \end{array}$$

Verifica-se $u \in L_{PV}(\mathcal{M}_1)$ se e só se $u \in L_{EF}(\mathcal{M})$.

## Prova - continuação

## Prova - continuação

Se $u \in L_{PV}(\mathcal{M}_1)$, então, para algum $q \in Q_1$, $(q_0, u, Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}_1}{\vdash}} (q, \varepsilon, \varepsilon)$

## Prova - continuação

Se $u \in L_{PV}(\mathcal{M}_1)$, então, para algum $q \in Q_1$, $(q_0, u, Z_0) \underset{\mathcal{M}_1}{\overset{*}{\vdash}} (q, \varepsilon, \varepsilon)$ pelo que

$$(q_0', u, U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, u, Z_0 U_0)$$

## Prova - continuação

Se $u \in L_{PV}(\mathcal{M}_1)$, então, para algum $q \in Q_1$, $(q_0, u, Z_0) \underset{\mathcal{M}_1}{\overset{*}{\vdash}} (q, \varepsilon, \varepsilon)$ pelo que

$$(q_0', u, U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, u, Z_0 U_0) \underset{\mathcal{M}}{\overset{*}{\vdash}} (q, \varepsilon, \varepsilon U_0)$$

## Prova - continuação

Se $u \in L_{PV}(\mathcal{M}_1)$, então, para algum $q \in Q_1$, $(q_0, u, Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}_1}{\vdash}} (q, \varepsilon, \varepsilon)$ pelo que

$$(q_0', u, U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, u, Z_0U_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q, \varepsilon, \varepsilon U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_f, \varepsilon, U_0)$$

## Prova - continuação

Se $u \in L_{PV}(\mathcal{M}_1)$, então, para algum $q \in Q_1$, $(q_0, u, Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}_1}{\vdash}} (q, \varepsilon, \varepsilon)$ pelo que

$$(q_0', u, U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, u, Z_0 U_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q, \varepsilon, \varepsilon U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_f, \varepsilon, U_0)$$

ou seja, $L_{PV}(\mathcal{M}_1) \subseteq L_{EF}(\mathcal{M})$.

## Prova - continuação

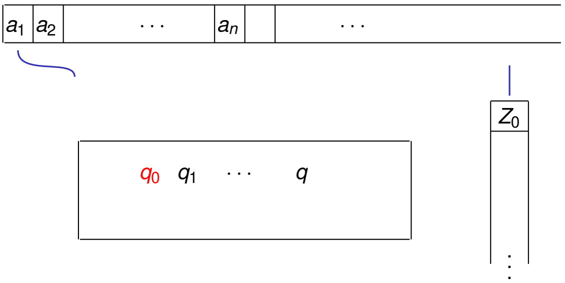
Se $u \in L_{PV}(\mathcal{M}_1)$, então, para algum $q \in Q_1$, $(q_0, u, Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}_1}{\vdash}} (q, \varepsilon, \varepsilon)$ pelo que

$$(q_0', u, U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, u, Z_0 U_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q, \varepsilon, \varepsilon U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_f, \varepsilon, U_0)$$

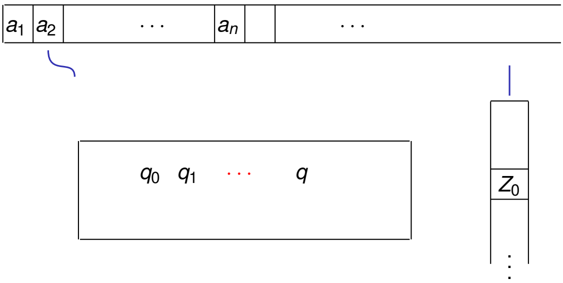
ou seja, $L_{PV}(\mathcal{M}_1) \subseteq L_{EF}(\mathcal{M})$.

Em $\mathcal{M}_1$

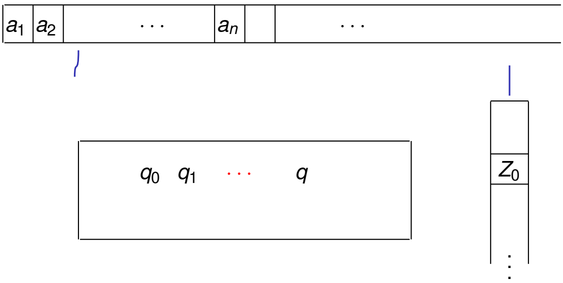
Em $\mathcal{M}_1$



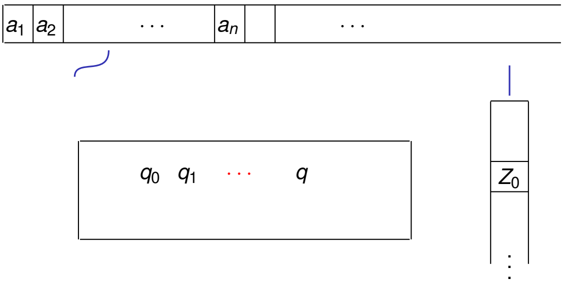
Em $\mathcal{M}_1$



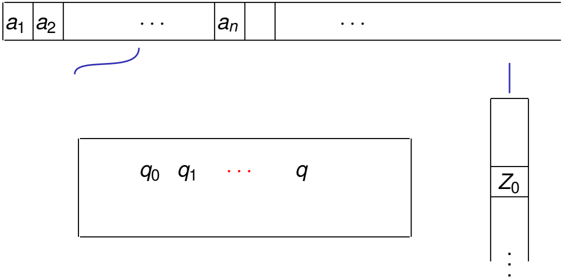
Em $\mathcal{M}_1$



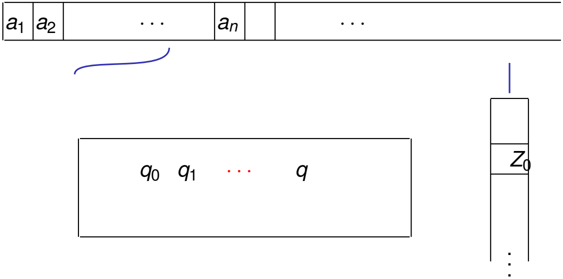
Em $\mathcal{M}_1$



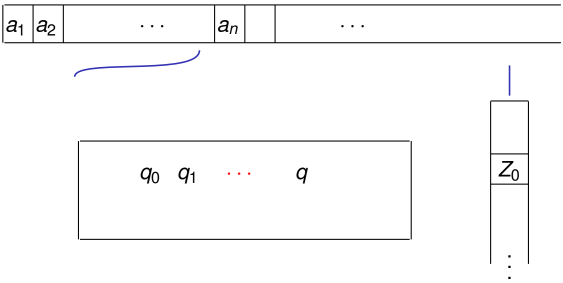
Em $\mathcal{M}_1$



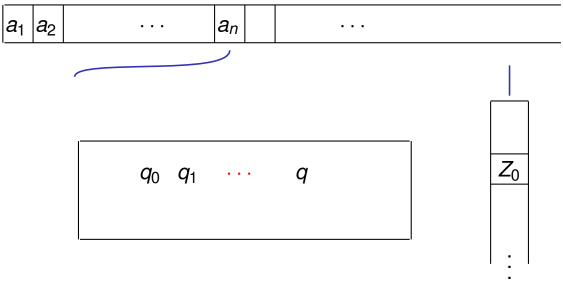
Em $\mathcal{M}_1$



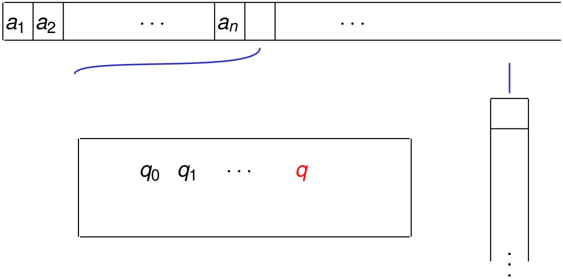
Em $\mathcal{M}_1$



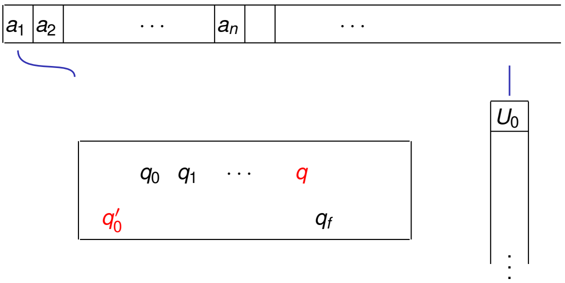
Em $\mathcal{M}_1$



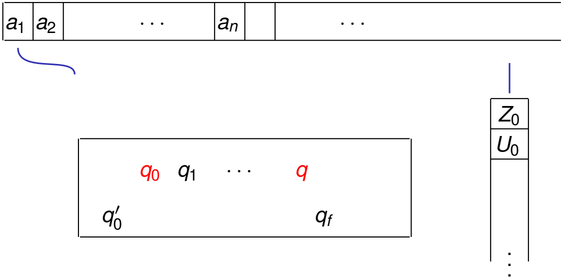
Em $\mathcal{M}_1$



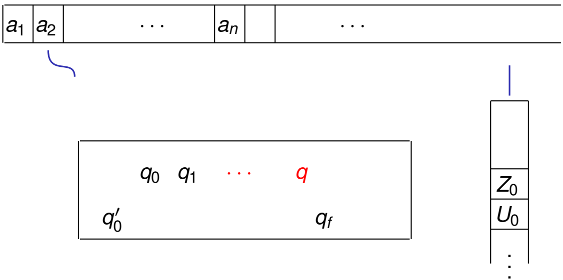
Em $\mathcal{M}$



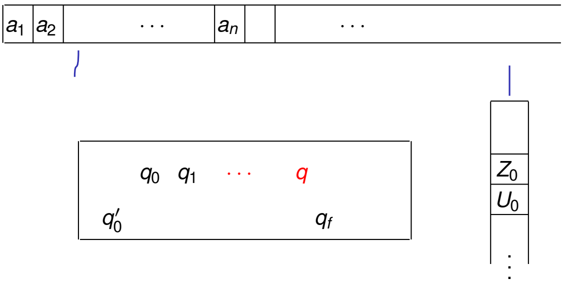
Em $\mathcal{M}$



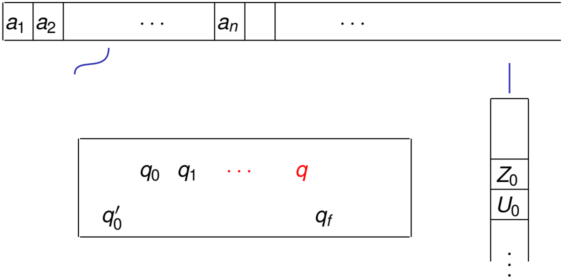
Em $\mathcal{M}$



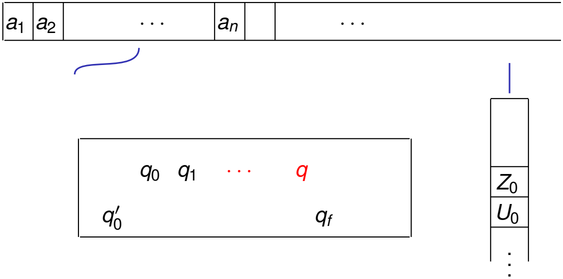
Em $\mathcal{M}$



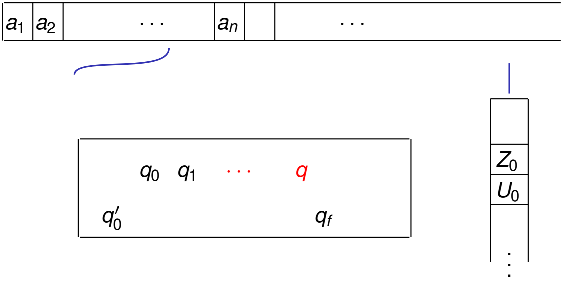
Em $\mathcal{M}$



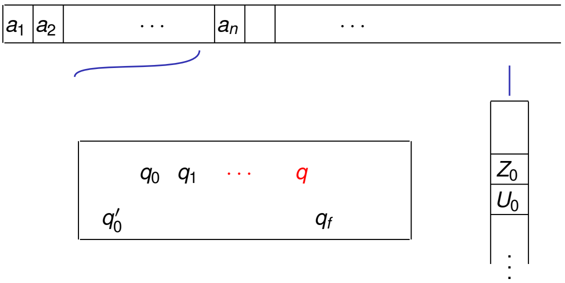
Em $\mathcal{M}$



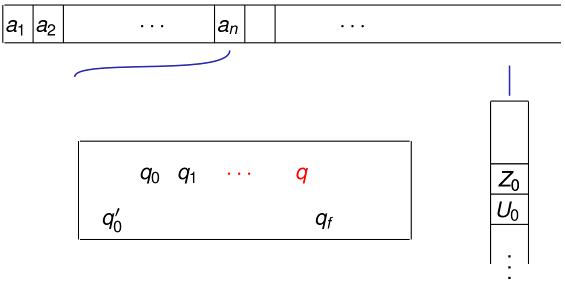
Em $\mathcal{M}$



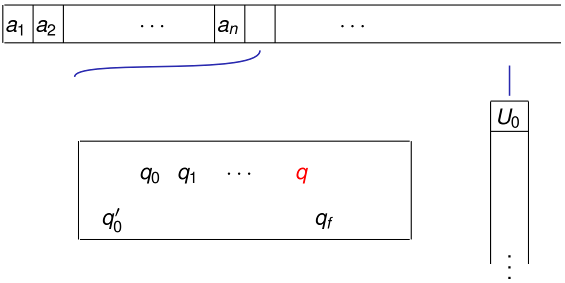
Em $\mathcal{M}$



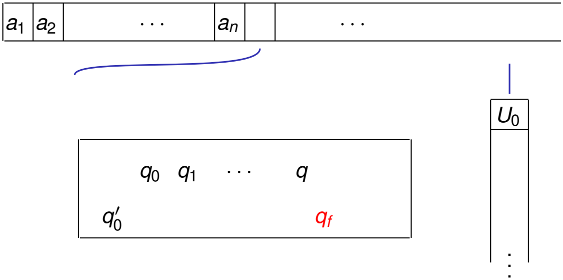
Em $\mathcal{M}$



Em $\mathcal{M}$



Em $\mathcal{M}$



# Prova - continuação

Se $u \in L_{PV}(\mathcal{M}_1)$, então, para algum $q \in Q_1$, $(q_0, u, Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}_1}{\vdash}} (q, \varepsilon, \varepsilon)$ pelo que

$$(q_0', u, U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, u, Z_0U_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q, \varepsilon, \varepsilon U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_f, \varepsilon, U_0)$$

ou seja, $L_{PV}(\mathcal{M}_1) \subseteq L_{EF}(\mathcal{M})$.

## Prova - continuação

Se $u \in L_{PV}(\mathcal{M}_1)$, então, para algum $q \in Q_1$, $(q_0, u, Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}_1}{\vdash}} (q, \varepsilon, \varepsilon)$ pelo que

$$(q_0', u, U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, u, Z_0 U_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q, \varepsilon, \varepsilon U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_f, \varepsilon, U_0)$$

ou seja, $L_{PV}(\mathcal{M}_1) \subseteq L_{EF}(\mathcal{M})$.

Reciprocamente, se $u \in L_{EF}(\mathcal{M})$,

## Prova - continuação

Se $u \in L_{PV}(\mathcal{M}_1)$, então, para algum $q \in Q_1$, $(q_0, u, Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}_1}{\vdash}} (q, \varepsilon, \varepsilon)$ pelo que

$$(q_0', u, U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, u, Z_0 U_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q, \varepsilon, \varepsilon U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_f, \varepsilon, U_0)$$

ou seja, $L_{PV}(\mathcal{M}_1) \subseteq L_{EF}(\mathcal{M})$.

Reciprocamente, se $u \in L_{EF}(\mathcal{M})$, então $(q_0', u, U_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_f, \varepsilon, \alpha U_0)$.

## Prova - continuação

Se $u \in L_{PV}(\mathcal{M}_1)$, então, para algum $q \in Q_1$, $(q_0, u, Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}_1}{\vdash}} (q, \varepsilon, \varepsilon)$ pelo que

$$(q_0', u, U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, u, Z_0 U_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q, \varepsilon, \varepsilon U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_f, \varepsilon, U_0)$$

ou seja, $L_{PV}(\mathcal{M}_1) \subseteq L_{EF}(\mathcal{M})$.

Reciprocamente, se $u \in L_{EF}(\mathcal{M})$, então $(q_0', u, U_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_f, \varepsilon, \alpha U_0)$. Analisando a função $\delta$, conclui-se que $\alpha = \varepsilon$

## Prova - continuação

Se $u \in L_{PV}(\mathcal{M}_1)$, então, para algum $q \in Q_1$, $(q_0, u, Z_0) \underset{\mathcal{M}_1}{\overset{*}{\vdash}} (q, \varepsilon, \varepsilon)$ pelo que

$$(q_0', u, U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, u, Z_0 U_0) \underset{\mathcal{M}}{\overset{*}{\vdash}} (q, \varepsilon, \varepsilon U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_f, \varepsilon, U_0)$$

ou seja, $L_{PV}(\mathcal{M}_1) \subseteq L_{EF}(\mathcal{M})$.

Reciprocamente, se $u \in L_{EF}(\mathcal{M})$, então $(q_0', u, U_0) \underset{\mathcal{M}}{\overset{*}{\vdash}} (q_f, \varepsilon, \alpha U_0)$. Analisando a função $\delta$, conclui-se que $\alpha = \varepsilon$ e

$$(q_0', u, U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, u, Z_0 U_0) \underset{\mathcal{M}}{\overset{*}{\vdash}} (q, \varepsilon, \varepsilon U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_f, \varepsilon, U_0)$$

## Prova - continuação

Se $u \in L_{PV}(\mathcal{M}_1)$, então, para algum $q \in Q_1$, $(q_0, u, Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}_1}{\vdash}} (q, \varepsilon, \varepsilon)$ pelo que

$$(q_0', u, U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, u, Z_0U_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q, \varepsilon, \varepsilon U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_f, \varepsilon, U_0)$$

ou seja, $L_{PV}(\mathcal{M}_1) \subseteq L_{EF}(\mathcal{M})$.

Reciprocamente, se $u \in L_{EF}(\mathcal{M})$, então $(q_0', u, U_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_f, \varepsilon, \alpha U_0)$. Analisando a função $\delta$, conclui-se que $\alpha = \varepsilon$ e

$$(q_0', u, U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, u, Z_0U_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q, \varepsilon, \varepsilon U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_f, \varepsilon, U_0)$$

## Prova - continuação

Se $u \in L_{PV}(\mathcal{M}_1)$, então, para algum $q \in Q_1$, $(q_0, u, Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}_1}{\vdash}} (q, \varepsilon, \varepsilon)$ pelo que

$$(q_0', u, U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, u, Z_0 U_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q, \varepsilon, \varepsilon U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_f, \varepsilon, U_0)$$

ou seja, $L_{PV}(\mathcal{M}_1) \subseteq L_{EF}(\mathcal{M})$.

Reciprocamente, se $u \in L_{EF}(\mathcal{M})$, então $(q_0', u, U_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_f, \varepsilon, \alpha U_0)$. Analisando a função $\delta$, conclui-se que $\alpha = \varepsilon$ e

$$(q_0', u, U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, u, Z_0 U_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q, \varepsilon, \varepsilon U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_f, \varepsilon, U_0)$$

para algum $q \in Q_1$,

## Prova - continuação

Se $u \in L_{PV}(\mathcal{M}_1)$, então, para algum $q \in Q_1$, $(q_0, u, Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}_1}{\vdash}} (q, \varepsilon, \varepsilon)$ pelo que

$$(q_0', u, U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, u, Z_0U_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q, \varepsilon, \varepsilon U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_f, \varepsilon, U_0)$$

ou seja, $L_{PV}(\mathcal{M}_1) \subseteq L_{EF}(\mathcal{M})$.

Reciprocamente, se $u \in L_{EF}(\mathcal{M})$, então $(q_0', u, U_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_f, \varepsilon, \alpha U_0)$. Analisando a função $\delta$, conclui-se que $\alpha = \varepsilon$ e

$$(q_0', u, U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, u, Z_0U_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q, \varepsilon, \varepsilon U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_f, \varepsilon, U_0)$$

para algum $q \in Q_1$,

## Prova - continuação

Se $u \in L_{PV}(\mathcal{M}_1)$, então, para algum $q \in Q_1$, $(q_0, u, Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}_1}{\vdash}} (q, \varepsilon, \varepsilon)$ pelo que

$$(q_0', u, U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, u, Z_0 U_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q, \varepsilon, \varepsilon U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_f, \varepsilon, U_0)$$

ou seja, $L_{PV}(\mathcal{M}_1) \subseteq L_{EF}(\mathcal{M})$.

Reciprocamente, se $u \in L_{EF}(\mathcal{M})$, então $(q_0', u, U_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_f, \varepsilon, \alpha U_0)$. Analisando a função $\delta$, conclui-se que $\alpha = \varepsilon$ e

$$(q_0', u, U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, u, Z_0 U_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q, \varepsilon, \varepsilon U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_f, \varepsilon, U_0)$$

para algum $q \in Q_1$, pelo que

$$(q_0, u, Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}_1}{\vdash}} (q, \varepsilon, \varepsilon)$$

## Prova - continuação

Se $u \in L_{PV}(\mathcal{M}_1)$, então, para algum $q \in Q_1$, $(q_0, u, Z_0) \underset{\mathcal{M}_1}{\overset{*}{\vdash}} (q, \varepsilon, \varepsilon)$ pelo que

$$(q_0', u, U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, u, Z_0 U_0) \underset{\mathcal{M}}{\overset{*}{\vdash}} (q, \varepsilon, \varepsilon U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_f, \varepsilon, U_0)$$

ou seja, $L_{PV}(\mathcal{M}_1) \subseteq L_{EF}(\mathcal{M})$.

Reciprocamente, se $u \in L_{EF}(\mathcal{M})$, então $(q_0', u, U_0) \underset{\mathcal{M}}{\overset{*}{\vdash}} (q_f, \varepsilon, \alpha U_0)$. Analisando a função $\delta$, conclui-se que $\alpha = \varepsilon$ e

$$(q_0', u, U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, u, Z_0 U_0) \underset{\mathcal{M}}{\overset{*}{\vdash}} (q, \varepsilon, \varepsilon U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_f, \varepsilon, U_0)$$

para algum $q \in Q_1$, pelo que

$$(q_0, u, Z_0) \underset{\mathcal{M}_1}{\overset{*}{\vdash}} (q, \varepsilon, \varepsilon)$$

ou seja, $L_{EF}(\mathcal{M}) \subseteq L_{PV}(\mathcal{M}_1)$.

# EXEMPLO 8

# EXEMPLO 8

Seja $\mathcal{M}_c = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \{Z_0, a\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$

# EXEMPLO 8

Seja $\mathcal{M}_c = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \{Z_0, a\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ onde $\delta$ é definida por:

$$\left.\begin{array}{ll} \delta(q_0, a, Z_0) & = \{(q_0, aZ_0)\} \\ \delta(q_0, a, a) & = \{(q_0, aa)\} \end{array}\right\}$$

# EXEMPLO 8

Seja $\mathcal{M}_c = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \{Z_0, a\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ onde $\delta$ é definida por:

$$
\left.\begin{array}{ll}
\delta(q_0, a, Z_0) & = \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta(q_0, a, a) & = \{(q_0, aa)\}
\end{array}\right\}
$$

$$
\left.\begin{array}{ll}
\delta(q_0, b, a) & = \{(q_1, a)\} \\
\delta(q_0, b, Z_0) & = \{(q_1, Z_0)\} \\
\delta(q_1, b, a) & = \{(q_1, a)\} \\
\delta(q_1, b, Z_0) & = \{(q_1, Z_0)\}
\end{array}\right\}
$$

# EXEMPLO 8

Seja $\mathcal{M}_c = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \{Z_0, a\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ onde $\delta$ é definida por:

$$\left.\begin{array}{ll} \delta(q_0, a, Z_0) & = \{(q_0, aZ_0)\} \\ \delta(q_0, a, a) & = \{(q_0, aa)\} \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{ll} \delta(q_0, b, a) & = \{(q_1, a)\} \\ \delta(q_0, b, Z_0) & = \{(q_1, Z_0)\} \\ \delta(q_1, b, a) & = \{(q_1, a)\} \\ \delta(q_1, b, Z_0) & = \{(q_1, Z_0)\} \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{ll} \delta(q_0, c, a) & = \{(q_2, \varepsilon)\} \\ \delta(q_1, c, a) & = \{(q_2, \varepsilon)\} \\ \delta(q_2, c, a) & = \{(q_2, \varepsilon)\} \end{array}\right\}$$

# EXEMPLO 8

Seja $\mathcal{M}_c = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \{Z_0, a\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ onde $\delta$ é definida por:

$$
\left.\begin{array}{ll}
\delta(q_0, a, Z_0) & = \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta(q_0, a, a) & = \{(q_0, aa)\}
\end{array}\right\}
$$

$$
\left.\begin{array}{ll}
\delta(q_0, b, a) & = \{(q_1, a)\} \\
\delta(q_0, b, Z_0) & = \{(q_1, Z_0)\} \\
\delta(q_1, b, a) & = \{(q_1, a)\} \\
\delta(q_1, b, Z_0) & = \{(q_1, Z_0)\}
\end{array}\right\}
$$

$$
\left.\begin{array}{ll}
\delta(q_0, c, a) & = \{(q_2, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, c, a) & = \{(q_2, \varepsilon)\} \\
\delta(q_2, c, a) & = \{(q_2, \varepsilon)\}
\end{array}\right\}
$$

$$
\left.\begin{array}{ll}
\delta(q_0, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_0, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_2, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_2, \varepsilon)\}
\end{array}\right\}
$$

# EXEMPLO 8

Seja $\mathcal{M}_c = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \{Z_0, a\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ onde $\delta$ é definida por:

$$
\begin{array}{lll}
\left.\begin{array}{ll}
\delta(q_0, a, Z_0) & = \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta(q_0, a, a) & = \{(q_0, aa)\}
\end{array}\right\} & & \\
\left.\begin{array}{ll}
\delta(q_0, b, a) & = \{(q_1, a)\} \\
\delta(q_0, b, Z_0) & = \{(q_1, Z_0)\} \\
\delta(q_1, b, a) & = \{(q_1, a)\} \\
\delta(q_1, b, Z_0) & = \{(q_1, Z_0)\}
\end{array}\right\} & & \\
\left.\begin{array}{ll}
\delta(q_0, c, a) & = \{(q_2, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, c, a) & = \{(q_2, \varepsilon)\} \\
\delta(q_2, c, a) & = \{(q_2, \varepsilon)\}
\end{array}\right\} & & \\
\left.\begin{array}{ll}
\delta(q_0, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_0, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_2, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_2, \varepsilon)\}
\end{array}\right\} & & \\
\delta(q, x, X) = \emptyset & & \text{nos restantes casos}
\end{array}
$$

# EXEMPLO 8

Seja $\mathcal{M}_c = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \{Z_0, a\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ onde $\delta$ é definida por:

$$
\begin{array}{lll}
\left.\begin{array}{ll}
\delta(q_0, a, Z_0) & = \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta(q_0, a, a) & = \{(q_0, aa)\}
\end{array}\right\} & & \\
\left.\begin{array}{ll}
\delta(q_0, b, a) & = \{(q_1, a)\} \\
\delta(q_0, b, Z_0) & = \{(q_1, Z_0)\} \\
\delta(q_1, b, a) & = \{(q_1, a)\} \\
\delta(q_1, b, Z_0) & = \{(q_1, Z_0)\}
\end{array}\right\} & & \\
\left.\begin{array}{ll}
\delta(q_0, c, a) & = \{(q_2, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, c, a) & = \{(q_2, \varepsilon)\} \\
\delta(q_2, c, a) & = \{(q_2, \varepsilon)\}
\end{array}\right\} & & \\
\left.\begin{array}{ll}
\delta(q_0, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_0, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_2, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_2, \varepsilon)\}
\end{array}\right\} & & \\
\delta(q, x, X) = \emptyset & & \text{nos restantes casos}
\end{array}
$$

Qual é o critério de $\mathcal{M}_c$ para aceitar palavras ?

# EXEMPLO 8

Seja $\mathcal{M}_c = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \{Z_0, a\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ onde $\delta$ é definida por:

$$
\begin{array}{lll}
\left.\begin{array}{ll}
\delta(q_0, a, Z_0) & = \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta(q_0, a, a) & = \{(q_0, aa)\}
\end{array}\right\} & & \\
\left.\begin{array}{ll}
\delta(q_0, b, a) & = \{(q_1, a)\} \\
\delta(q_0, b, Z_0) & = \{(q_1, Z_0)\} \\
\delta(q_1, b, a) & = \{(q_1, a)\} \\
\delta(q_1, b, Z_0) & = \{(q_1, Z_0)\}
\end{array}\right\} & & \\
\left.\begin{array}{ll}
\delta(q_0, c, a) & = \{(q_2, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, c, a) & = \{(q_2, \varepsilon)\} \\
\delta(q_2, c, a) & = \{(q_2, \varepsilon)\}
\end{array}\right\} & & \\
\left.\begin{array}{ll}
\delta(q_0, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_0, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_2, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_2, \varepsilon)\}
\end{array}\right\} & & \\
\delta(q, x, X) = \emptyset & & \text{nos restantes casos}
\end{array}
$$

Qual é o critério de $\mathcal{M}_c$ para aceitar palavras ? Critério de pilha vazia.

# EXEMPLO 8

Seja $\mathcal{M}_c = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \{Z_0, a\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ onde $\delta$ é definida por:

$$
\begin{array}{lll}
\left.\begin{array}{ll}
\delta(q_0, a, Z_0) & = \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta(q_0, a, a) & = \{(q_0, aa)\}
\end{array}\right\} & & \\
\left.\begin{array}{ll}
\delta(q_0, b, a) & = \{(q_1, a)\} \\
\delta(q_0, b, Z_0) & = \{(q_1, Z_0)\} \\
\delta(q_1, b, a) & = \{(q_1, a)\} \\
\delta(q_1, b, Z_0) & = \{(q_1, Z_0)\}
\end{array}\right\} & & \\
\left.\begin{array}{ll}
\delta(q_0, c, a) & = \{(q_2, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, c, a) & = \{(q_2, \varepsilon)\} \\
\delta(q_2, c, a) & = \{(q_2, \varepsilon)\}
\end{array}\right\} & & \\
\left.\begin{array}{ll}
\delta(q_0, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_0, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_2, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_2, \varepsilon)\}
\end{array}\right\} & & \\
\delta(q, x, X) = \emptyset & & \text{nos restantes casos}
\end{array}
$$

Qual é a linguagem reconhecida por $\mathcal{M}_c$?

# EXEMPLO 8

Seja $\mathcal{M}_c = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \{Z_0, a\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ onde $\delta$ é definida por:

$$
\begin{array}{ll}
\left.\begin{array}{ll}
\delta(q_0, a, Z_0) & = \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta(q_0, a, a) & = \{(q_0, aa)\}
\end{array}\right\} & \text{transições antes de encontrar a primeira ocorrência de } b \\
\left.\begin{array}{ll}
\delta(q_0, b, a) & = \{(q_1, a)\} \\
\delta(q_0, b, Z_0) & = \{(q_1, Z_0)\} \\
\delta(q_1, b, a) & = \{(q_1, a)\} \\
\delta(q_1, b, Z_0) & = \{(q_1, Z_0)\}
\end{array}\right\} & \\
\left.\begin{array}{ll}
\delta(q_0, c, a) & = \{(q_2, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, c, a) & = \{(q_2, \varepsilon)\} \\
\delta(q_2, c, a) & = \{(q_2, \varepsilon)\}
\end{array}\right\} & \\
\left.\begin{array}{ll}
\delta(q_0, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_0, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_2, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_2, \varepsilon)\}
\end{array}\right\} & \\
\delta(q, x, X) = \emptyset & \text{nos restantes casos}
\end{array}
$$

Qual é a linguagem reconhecida por $\mathcal{M}_c$?

# EXEMPLO 8

Seja $\mathcal{M}_c = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \{Z_0, a\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ onde $\delta$ é definida por:

$$\left.\begin{array}{ll} \delta(q_0, a, Z_0) & = \{(q_0, aZ_0)\} \\ \delta(q_0, a, a) & = \{(q_0, aa)\} \end{array}\right\} \text{ transições antes de encontrar a primeira ocorrência de } b$$

$$\left.\begin{array}{ll} \delta(q_0, b, a) & = \{(q_1, a)\} \\ \delta(q_0, b, Z_0) & = \{(q_1, Z_0)\} \\ \delta(q_1, b, a) & = \{(q_1, a)\} \\ \delta(q_1, b, Z_0) & = \{(q_1, Z_0)\} \end{array}\right\} \text{ transições após encontrar a primeira ocorrência de } b$$

$$\left.\begin{array}{ll} \delta(q_0, c, a) & = \{(q_2, \varepsilon)\} \\ \delta(q_1, c, a) & = \{(q_2, \varepsilon)\} \\ \delta(q_2, c, a) & = \{(q_2, \varepsilon)\} \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{ll} \delta(q_0, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_0, \varepsilon)\} \\ \delta(q_1, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\ \delta(q_2, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_2, \varepsilon)\} \end{array}\right\}$$

$$\delta(q, x, X) = \emptyset \quad \text{nos restantes casos}$$

Qual é a linguagem reconhecida por $\mathcal{M}_c$?

# EXEMPLO 8

Seja $\mathcal{M}_c = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \{Z_0, a\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ onde $\delta$ é definida por:

$$\left.\begin{array}{ll}\delta(q_0, a, Z_0) & = \{(q_0, aZ_0)\} \\ \delta(q_0, a, a) & = \{(q_0, aa)\}\end{array}\right\} \text{ transições antes de encontrar a primeira ocorrência de } b$$

$$\left.\begin{array}{ll}\delta(q_0, b, a) & = \{(q_1, a)\} \\ \delta(q_0, b, Z_0) & = \{(q_1, Z_0)\} \\ \delta(q_1, b, a) & = \{(q_1, a)\} \\ \delta(q_1, b, Z_0) & = \{(q_1, Z_0)\}\end{array}\right\} \text{ transições após encontrar a primeira ocorrência de } b$$

$$\left.\begin{array}{ll}\delta(q_0, c, a) & = \{(q_2, \varepsilon)\} \\ \delta(q_1, c, a) & = \{(q_2, \varepsilon)\} \\ \delta(q_2, c, a) & = \{(q_2, \varepsilon)\}\end{array}\right\} \text{ transições após encontrar a primeira ocorrência de } c$$

$$\left.\begin{array}{ll}\delta(q_0, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_0, \varepsilon)\} \\ \delta(q_1, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\ \delta(q_2, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_2, \varepsilon)\}\end{array}\right\}$$

$$\delta(q, x, X) = \emptyset \quad \text{nos restantes casos}$$

Qual é a linguagem reconhecida por $\mathcal{M}_c$?

# EXEMPLO 8

Seja $\mathcal{M}_c = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \{Z_0, a\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ onde $\delta$ é definida por:

$$\left.\begin{array}{ll} \delta(q_0, a, Z_0) & = \{(q_0, aZ_0)\} \\ \delta(q_0, a, a) & = \{(q_0, aa)\} \end{array}\right\} \text{ transições antes de encontrar a primeira ocorrência de } b$$

$$\left.\begin{array}{ll} \delta(q_0, b, a) & = \{(q_1, a)\} \\ \delta(q_0, b, Z_0) & = \{(q_1, Z_0)\} \\ \delta(q_1, b, a) & = \{(q_1, a)\} \\ \delta(q_1, b, Z_0) & = \{(q_1, Z_0)\} \end{array}\right\} \text{ transições após encontrar a primeira ocorrência de } b$$

$$\left.\begin{array}{ll} \delta(q_0, c, a) & = \{(q_2, \varepsilon)\} \\ \delta(q_1, c, a) & = \{(q_2, \varepsilon)\} \\ \delta(q_2, c, a) & = \{(q_2, \varepsilon)\} \end{array}\right\} \text{ transições após encontrar a primeira ocorrência de } c$$

$$\left.\begin{array}{ll} \delta(q_0, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_0, \varepsilon)\} \\ \delta(q_1, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\ \delta(q_2, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_2, \varepsilon)\} \end{array}\right\} \text{ transições para esvaziar a pilha}$$

$$\delta(q, x, X) = \emptyset \quad \text{nos restantes casos}$$

Qual é a linguagem reconhecida por $\mathcal{M}_c$?

# EXEMPLO 8

Seja $\mathcal{M}_c = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \{Z_0, a\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ onde $\delta$ é definida por:

$$\left.\begin{array}{ll} \delta(q_0, a, Z_0) & = \{(q_0, aZ_0)\} \\ \delta(q_0, a, a) & = \{(q_0, aa)\} \end{array}\right\} \text{ transições antes de encontrar a primeira ocorrência de } b$$

$$\left.\begin{array}{ll} \delta(q_0, b, a) & = \{(q_1, a)\} \\ \delta(q_0, b, Z_0) & = \{(q_1, Z_0)\} \\ \delta(q_1, b, a) & = \{(q_1, a)\} \\ \delta(q_1, b, Z_0) & = \{(q_1, Z_0)\} \end{array}\right\} \text{ transições após encontrar a primeira ocorrência de } b$$

$$\left.\begin{array}{ll} \delta(q_0, c, a) & = \{(q_2, \varepsilon)\} \\ \delta(q_1, c, a) & = \{(q_2, \varepsilon)\} \\ \delta(q_2, c, a) & = \{(q_2, \varepsilon)\} \end{array}\right\} \text{ transições após encontrar a primeira ocorrência de } c$$

$$\left.\begin{array}{ll} \delta(q_0, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_0, \varepsilon)\} \\ \delta(q_1, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\ \delta(q_2, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_2, \varepsilon)\} \end{array}\right\} \text{ transições para esvaziar a pilha}$$

$$\delta(q, x, X) = \emptyset \quad \text{nos restantes casos}$$

Qual é a linguagem reconhecida por $\mathcal{M}_c$?

$$L_{PV}(\mathcal{M}_c) = L_c = \{a^i b^j c^i \mid i, j \in \mathbb{N}_0\}$$

# EXEMPLO 8

Seja $\mathcal{M}_c = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \{Z_0, a\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ onde $\delta$ é definida por:

$$\begin{array}{lll}
\left.\begin{array}{ll}
\delta(q_0, a, Z_0) & = \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta(q_0, a, a) & = \{(q_0, aa)\}
\end{array}\right\} & & \\
\left.\begin{array}{ll}
\delta(q_0, b, a) & = \{(q_1, a)\} \\
\delta(q_0, b, Z_0) & = \{(q_1, Z_0)\} \\
\delta(q_1, b, a) & = \{(q_1, a)\} \\
\delta(q_1, b, Z_0) & = \{(q_1, Z_0)\}
\end{array}\right\} & & \\
\left.\begin{array}{ll}
\delta(q_0, c, a) & = \{(q_2, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, c, a) & = \{(q_2, \varepsilon)\} \\
\delta(q_2, c, a) & = \{(q_2, \varepsilon)\}
\end{array}\right\} & & \\
\left.\begin{array}{ll}
\delta(q_0, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_0, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_2, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_2, \varepsilon)\}
\end{array}\right\} & & \\
\delta(q, x, X) \quad = \emptyset & \text{nos restantes casos} &
\end{array}$$

Como será um autómato que reconhece $L_c$ pelo critério de estados finais?

# EXEMPLO 8

Seja $\mathcal{M}_c = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \{Z_0, a\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ onde $\delta$ é definida por:

$$\delta'(q_0', \varepsilon, U_0) = \{(q_0, Z_0 U_0)\}$$

$$\left.\begin{array}{ll} \delta(q_0, a, Z_0) & = \{(q_0, aZ_0)\} \\ \delta(q_0, a, a) & = \{(q_0, aa)\} \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{ll} \delta(q_0, b, a) & = \{(q_1, a)\} \\ \delta(q_0, b, Z_0) & = \{(q_1, Z_0)\} \\ \delta(q_1, b, a) & = \{(q_1, a)\} \\ \delta(q_1, b, Z_0) & = \{(q_1, Z_0)\} \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{ll} \delta(q_0, c, a) & = \{(q_2, \varepsilon)\} \\ \delta(q_1, c, a) & = \{(q_2, \varepsilon)\} \\ \delta(q_2, c, a) & = \{(q_2, \varepsilon)\} \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{ll} \delta(q_0, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_0, \varepsilon)\} \\ \delta(q_1, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\ \delta(q_2, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_2, \varepsilon)\} \end{array}\right\}$$

$$\delta(q, x, X) = \emptyset \quad \text{nos restantes casos}$$

Como será um autómato que reconhece $L_c$ pelo critério de estados finais?
$\mathcal{M} = (\{q_0', q_0, q_1, q_2, q_f\}, \{a, b, c\}, \{Z_0, a, U_0\}, \delta', q_0', U_0, \{q_f\})$

# EXEMPLO 8

Seja $\mathcal{M}_c = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \{Z_0, a\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ onde $\delta$ é definida por:

$$
\begin{array}{lll}
\delta'(q_0', \varepsilon, U_0) = \{(q_0, Z_0 U_0)\} & & \\
\delta'(q_0, a, Z_0) = & \delta(q_0, a, Z_0) & = \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta'(q_0, a, a) = & \delta(q_0, a, a) & = \{(q_0, aa)\} \\
& \delta(q_0, b, a) & = \{(q_1, a)\} \\
& \delta(q_0, b, Z_0) & = \{(q_1, Z_0)\} \\
& \delta(q_1, b, a) & = \{(q_1, a)\} \\
& \delta(q_1, b, Z_0) & = \{(q_1, Z_0)\} \\
& \delta(q_0, c, a) & = \{(q_2, \varepsilon)\} \\
& \delta(q_1, c, a) & = \{(q_2, \varepsilon)\} \\
& \delta(q_2, c, a) & = \{(q_2, \varepsilon)\} \\
& \delta(q_0, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_0, \varepsilon)\} \\
& \delta(q_1, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
& \delta(q_2, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_2, \varepsilon)\} \\
& \delta(q, x, X) & = \emptyset \quad \text{nos restantes casos}
\end{array}
$$

Como será um autómato que reconhece $L_c$ pelo critério de estados finais?
$\mathcal{M} = (\{q_0', q_0, q_1, q_2, q_f\}, \{a, b, c\}, \{Z_0, a, U_0\}, \delta', q_0', U_0, \{q_f\})$

# EXEMPLO 8

Seja $\mathcal{M}_c = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \{Z_0, a\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ onde $\delta$ é definida por:

$$\begin{array}{llll}
\delta'(q_0', \varepsilon, U_0) = \{(q_0, Z_0 U_0)\} & & & \\
\delta'(q_0, a, Z_0) = & \delta(q_0, a, Z_0) & = \{(q_0, aZ_0)\} & \\
\delta'(q_0, a, a) = & \delta(q_0, a, a) & = \{(q_0, aa)\} & \\
\delta'(q_0, b, a) = & \delta(q_0, b, a) & = \{(q_1, a)\} & \\
\delta'(q_0, b, Z_0) = & \delta(q_0, b, Z_0) & = \{(q_1, Z_0)\} & \\
\delta'(q_1, b, a) = & \delta(q_1, b, a) & = \{(q_1, a)\} & \\
\delta'(q_1, b, Z_0) = & \delta(q_1, b, Z_0) & = \{(q_1, Z_0)\} & \\
 & \delta(q_0, c, a) & = \{(q_2, \varepsilon)\} & \\
 & \delta(q_1, c, a) & = \{(q_2, \varepsilon)\} & \\
 & \delta(q_2, c, a) & = \{(q_2, \varepsilon)\} & \\
 & \delta(q_0, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_0, \varepsilon)\} & \\
 & \delta(q_1, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_1, \varepsilon)\} & \\
 & \delta(q_2, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_2, \varepsilon)\} & \\
 & \delta(q, x, X) & = \emptyset & \text{nos restantes casos}
\end{array}$$

Como será um autómato que reconhece $L_c$ pelo critério de estados finais?
$\mathcal{M} = (\{q_0', q_0, q_1, q_2, q_f\}, \{a, b, c\}, \{Z_0, a, U_0\}, \delta', q_0', U_0, \{q_f\})$

# EXEMPLO 8

Seja $\mathcal{M}_c = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \{Z_0, a\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ onde $\delta$ é definida por:

$$
\begin{array}{llll}
\delta'(q_0', \varepsilon, U_0) = \{(q_0, Z_0 U_0)\} & & & \\
\delta'(q_0, a, Z_0) = & \delta(q_0, a, Z_0) & = \{(q_0, aZ_0)\} & \multirow{2}{*}{\}} \\
\delta'(q_0, a, a) = & \delta(q_0, a, a) & = \{(q_0, aa)\} & \\
\delta'(q_0, b, a) = & \delta(q_0, b, a) & = \{(q_1, a)\} & \\
\delta'(q_0, b, Z_0) = & \delta(q_0, b, Z_0) & = \{(q_1, Z_0)\} & \\
\delta'(q_1, b, a) = & \delta(q_1, b, a) & = \{(q_1, a)\} & \\
\delta'(q_1, b, Z_0) = & \delta(q_1, b, Z_0) & = \{(q_1, Z_0)\} & \\
\delta'(q_0, c, a) = & \delta(q_0, c, a) & = \{(q_2, \varepsilon)\} & \\
\delta'(q_1, c, a) = & \delta(q_1, c, a) & = \{(q_2, \varepsilon)\} & \\
\delta'(q_2, c, a) = & \delta(q_2, c, a) & = \{(q_2, \varepsilon)\} & \\
 & \delta(q_0, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_0, \varepsilon)\} & \\
 & \delta(q_1, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_1, \varepsilon)\} & \\
 & \delta(q_2, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_2, \varepsilon)\} & \\
 & \delta(q, x, X) & = \emptyset & \text{nos restantes casos}
\end{array}
$$

Como será um autómato que reconhece $L_c$ pelo critério de estados finais?

$\mathcal{M} = (\{q_0', q_0, q_1, q_2, q_f\}, \{a, b, c\}, \{Z_0, a, U_0\}, \delta', q_0', U_0, \{q_f\})$

# EXEMPLO 8

Seja $\mathcal{M}_c = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \{Z_0, a\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ onde $\delta$ é definida por:

$$
\begin{array}{lll}
\delta'(q_0', \varepsilon, U_0) = \{(q_0, Z_0 U_0)\} & & \\
\delta'(q_0, a, Z_0) = & \delta(q_0, a, Z_0) & = \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta'(q_0, a, a) = & \delta(q_0, a, a) & = \{(q_0, aa)\} \\
\delta'(q_0, b, a) = & \delta(q_0, b, a) & = \{(q_1, a)\} \\
\delta'(q_0, b, Z_0) = & \delta(q_0, b, Z_0) & = \{(q_1, Z_0)\} \\
\delta'(q_1, b, a) = & \delta(q_1, b, a) & = \{(q_1, a)\} \\
\delta'(q_1, b, Z_0) = & \delta(q_1, b, Z_0) & = \{(q_1, Z_0)\} \\
\delta'(q_0, c, a) = & \delta(q_0, c, a) & = \{(q_2, \varepsilon)\} \\
\delta'(q_1, c, a) = & \delta(q_1, c, a) & = \{(q_2, \varepsilon)\} \\
\delta'(q_2, c, a) = & \delta(q_2, c, a) & = \{(q_2, \varepsilon)\} \\
\delta'(q_0, \varepsilon, Z_0) = & \delta(q_0, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_0, \varepsilon)\} \\
\delta'(q_1, \varepsilon, Z_0) = & \delta(q_1, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta'(q_2, \varepsilon, Z_0) = & \delta(q_2, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_2, \varepsilon)\} \\
 & \delta(q, x, X) & = \emptyset \quad \text{nos restantes casos}
\end{array}
$$

Como será um autómato que reconhece $L_c$ pelo critério de estados finais?
$\mathcal{M} = (\{q_0', q_0, q_1, q_2, q_f\}, \{a, b, c\}, \{Z_0, a, U_0\}, \delta', q_0', U_0, \{q_f\})$

# EXEMPLO 8

Seja $\mathcal{M}_c = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b, c\}, \{Z_0, a\}, \delta, q_0, Z_0, \emptyset)$ onde $\delta$ é definida por:

$$
\begin{array}{llll}
\delta'(q_0', \varepsilon, U_0) = \{(q_0, Z_0 U_0)\} & & & \\
\delta'(q_0, a, Z_0) = & \delta(q_0, a, Z_0) & = \{(q_0, aZ_0)\} & \multirow{2}{*}{\}} \\
\delta'(q_0, a, a) = & \delta(q_0, a, a) & = \{(q_0, aa)\} & \\
\delta'(q_0, b, a) = & \delta(q_0, b, a) & = \{(q_1, a)\} & \\
\delta'(q_0, b, Z_0) = & \delta(q_0, b, Z_0) & = \{(q_1, Z_0)\} & \\
\delta'(q_1, b, a) = & \delta(q_1, b, a) & = \{(q_1, a)\} & \\
\delta'(q_1, b, Z_0) = & \delta(q_1, b, Z_0) & = \{(q_1, Z_0)\} & \\
\delta'(q_0, c, a) = & \delta(q_0, c, a) & = \{(q_2, \varepsilon)\} & \\
\delta'(q_1, c, a) = & \delta(q_1, c, a) & = \{(q_2, \varepsilon)\} & \\
\delta'(q_2, c, a) = & \delta(q_2, c, a) & = \{(q_2, \varepsilon)\} & \\
\delta'(q_0, \varepsilon, Z_0) = & \delta(q_0, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_0, \varepsilon)\} & \\
\delta'(q_1, \varepsilon, Z_0) = & \delta(q_1, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_1, \varepsilon)\} & \\
\delta'(q_2, \varepsilon, Z_0) = & \delta(q_2, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_2, \varepsilon)\} & \\
\delta'(q, \varepsilon, U_0) = \{(q_f, U_0)\}, & \text{para } q \in \{q_0, q_1, q_2\} & & \\
 & \delta(q, x, X) & = \emptyset & \text{nos restantes casos}
\end{array}
$$

Como será um autómato que reconhece $L_c$ pelo critério de estados finais?

$\mathcal{M} = (\{q_0', q_0, q_1, q_2, q_f\}, \{a, b, c\}, \{Z_0, a, U_0\}, \delta', q_0', U_0, \{q_f\})$

# EXEMPLO 8

$$\mathcal{M} = (\{q_0', q_0, q_1, q_2, q_f\}, \{a, b, c\}, \{Z_0, a, U_0\}, \delta', q_0', U_0, \{q_f\})$$

$$\begin{array}{l}
\delta'(q_0', \varepsilon, U_0) = \{(q_0, Z_0U_0)\} \\
\left.\begin{array}{lll}
\delta'(q_0, a, Z_0) = & \delta(q_0, a, Z_0) & = \{(q_0, aZ_0)\} \\
\delta'(q_0, a, a) = & \delta(q_0, a, a) & = \{(q_0, aa)\}
\end{array}\right\} \\
\left.\begin{array}{lll}
\delta'(q_0, b, a) = & \delta(q_0, b, a) & = \{(q_1, a)\} \\
\delta'(q_0, b, Z_0) = & \delta(q_0, b, Z_0) & = \{(q_1, Z_0)\} \\
\delta'(q_1, b, a) = & \delta(q_1, b, a) & = \{(q_1, a)\} \\
\delta'(q_1, b, Z_0) = & \delta(q_1, b, Z_0) & = \{(q_1, Z_0)\}
\end{array}\right\} \\
\left.\begin{array}{lll}
\delta'(q_0, c, a) = & \delta(q_0, c, a) & = \{(q_2, \varepsilon)\} \\
\delta'(q_1, c, a) = & \delta(q_1, c, a) & = \{(q_2, \varepsilon)\} \\
\delta'(q_2, c, a) = & \delta(q_2, c, a) & = \{(q_2, \varepsilon)\}
\end{array}\right\} \\
\left.\begin{array}{lll}
\delta'(q_0, \varepsilon, Z_0) = & \delta(q_0, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_0, \varepsilon)\} \\
\delta'(q_1, \varepsilon, Z_0) = & \delta(q_1, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta'(q_2, \varepsilon, Z_0) = & \delta(q_2, \varepsilon, Z_0) & = \{(q_2, \varepsilon)\}
\end{array}\right\} \\
\delta'(q, \varepsilon, U_0) = \{(q_f, U_0)\}, \quad \text{para } q \in \{q_0, q_1, q_2\} \\
\delta'(q, x, X) \quad = \emptyset \quad \text{nos restantes casos}
\end{array}$$

## Proposição

Sejam $L \subseteq A^*$ e $\mathcal{M}_1 = (Q_1, A, \Sigma_1, \delta_1, q_0, Z_0, F_1)$ tal que $L = L_{EF}(\mathcal{M}_1)$.

## Proposição

Sejam $L \subseteq A^*$ e $\mathcal{M}_1 = (Q_1, A, \Sigma_1, \delta_1, q_0, Z_0, F_1)$ tal que $L = L_{EF}(\mathcal{M}_1)$. Então, existe um autómato de pilha $\mathcal{M}$ tal que

$$L = L_{PV}(\mathcal{M})$$

## Proposição

Sejam $L \subseteq A^*$ e $\mathcal{M}_1 = (Q_1, A, \Sigma_1, \delta_1, q_0, Z_0, F_1)$ tal que $L = L_{EF}(\mathcal{M}_1)$. Então, existe um autómato de pilha $\mathcal{M}$ tal que

$$L = L_{PV}(\mathcal{M})$$

## PROVA

Metodologia:

- construir o autómato de pilha $\mathcal{M}$ a partir de $\mathcal{M}_1$,

## Proposição

Sejam $L \subseteq A^*$ e $\mathcal{M}_1 = (Q_1, A, \Sigma_1, \delta_1, q_0, Z_0, F_1)$ tal que $L = L_{EF}(\mathcal{M}_1)$. Então, existe um autómato de pilha $\mathcal{M}$ tal que

$$L = L_{PV}(\mathcal{M})$$

## PROVA

Metodologia:

- construir o autómato de pilha $\mathcal{M}$ a partir de $\mathcal{M}_1$,
- acrescentar novas transições que permitem esvaziar a pilha, quando se atinge um estado final e na fita de leitura se tem a palavra vazia.

## Proposição

Sejam $L \subseteq A^*$ e $\mathcal{M}_1 = (Q_1, A, \Sigma_1, \delta_1, q_0, Z_0, F_1)$ tal que $L = L_{EF}(\mathcal{M}_1)$. Então, existe um autómato de pilha $\mathcal{M}$ tal que

$$L = L_{PV}(\mathcal{M})$$

**PROVA**

Metodologia:

- construir o autómato de pilha $\mathcal{M}$ a partir de $\mathcal{M}_1$,
- acrescentar novas transições que permitem esvaziar a pilha, quando se atinge um estado final e na fita de leitura se tem a palavra vazia.

Seja $\mathcal{M} = (Q, A, \Sigma, \delta, q_0', U_0, \emptyset)$ tal que:

## Proposição

Sejam $L \subseteq A^*$ e $\mathcal{M}_1 = (Q_1, A, \Sigma_1, \delta_1, q_0, Z_0, F_1)$ tal que $L = L_{EF}(\mathcal{M}_1)$. Então, existe um autómato de pilha $\mathcal{M}$ tal que

$$L = L_{PV}(\mathcal{M})$$

## PROVA

Metodologia:

- construir o autómato de pilha $\mathcal{M}$ a partir de $\mathcal{M}_1$,
- acrescentar novas transições que permitem esvaziar a pilha, quando se atinge um estado final e na fita de leitura se tem a palavra vazia.

Seja $\mathcal{M} = (Q, A, \Sigma, \delta, q_0', U_0, \emptyset)$ tal que:

- $Q = Q_1 \cup \{q_0', q_e\}$, onde $q_0', q_e \notin Q_1$;

## Proposição

Sejam $L \subseteq A^*$ e $\mathcal{M}_1 = (Q_1, A, \Sigma_1, \delta_1, q_0, Z_0, F_1)$ tal que $L = L_{EF}(\mathcal{M}_1)$. Então, existe um autómato de pilha $\mathcal{M}$ tal que

$$L = L_{PV}(\mathcal{M})$$

## PROVA

Metodologia:

- construir o autómato de pilha $\mathcal{M}$ a partir de $\mathcal{M}_1$,
- acrescentar novas transições que permitem esvaziar a pilha, quando se atinge um estado final e na fita de leitura se tem a palavra vazia.

Seja $\mathcal{M} = (Q, A, \Sigma, \delta, q_0', U_0, \emptyset)$ tal que:

- $Q = Q_1 \cup \{q_0', q_e\}$, onde $q_0', q_e \notin Q_1$;
- $\Sigma = \Sigma_1 \cup \{U_0\}$, onde $U_0 \notin \Sigma_1$;

## Proposição

Sejam $L \subseteq A^*$ e $\mathcal{M}_1 = (Q_1, A, \Sigma_1, \delta_1, q_0, Z_0, F_1)$ tal que $L = L_{EF}(\mathcal{M}_1)$. Então, existe um autómato de pilha $\mathcal{M}$ tal que

$$L = L_{PV}(\mathcal{M})$$

## PROVA

Metodologia:

- construir o autómato de pilha $\mathcal{M}$ a partir de $\mathcal{M}_1$,
- acrescentar novas transições que permitem esvaziar a pilha, quando se atinge um estado final e na fita de leitura se tem a palavra vazia.

Seja $\mathcal{M} = (Q, A, \Sigma, \delta, q_0', U_0, \emptyset)$ tal que:

- $Q = Q_1 \cup \{q_0', q_e\}$, onde $q_0', q_e \notin Q_1$;
- $\Sigma = \Sigma_1 \cup \{U_0\}$, onde $U_0 \notin \Sigma_1$;
- $\delta : Q \times (A \cup \{\varepsilon\}) \times \Sigma \longrightarrow \mathcal{P}_{fin}(Q \times \Sigma^*)$ é definida por:

$$\delta(q_0', \varepsilon, U_0) = \{(q_0, Z_0 U_0)\}$$

## Proposição

Sejam $L \subseteq A^*$ e $\mathcal{M}_1 = (Q_1, A, \Sigma_1, \delta_1, q_0, Z_0, F_1)$ tal que $L = L_{EF}(\mathcal{M}_1)$.
Então, existe um autómato de pilha $\mathcal{M}$ tal que

$$L = L_{PV}(\mathcal{M})$$

## PROVA

Metodologia:

- construir o autómato de pilha $\mathcal{M}$ a partir de $\mathcal{M}_1$,
- acrescentar novas transições que permitem esvaziar a pilha, quando se atinge um estado final e na fita de leitura se tem a palavra vazia.

Seja $\mathcal{M} = (Q, A, \Sigma, \delta, q_0', U_0, \emptyset)$ tal que:

- $Q = Q_1 \cup \{q_0', q_e\}$, onde $q_0', q_e \notin Q_1$;
- $\Sigma = \Sigma_1 \cup \{U_0\}$, onde $U_0 \notin \Sigma_1$;
- $\delta : Q \times (A \cup \{\varepsilon\}) \times \Sigma \longrightarrow \mathcal{P}_{fin}(Q \times \Sigma^*)$ é definida por:

$$\delta(q_0', \varepsilon, U_0) = \{(q_0, Z_0 U_0)\}$$
$$\delta(q, a, X) = \delta_1(q, a, X)$$

## Proposição

Sejam $L \subseteq A^*$ e $\mathcal{M}_1 = (Q_1, A, \Sigma_1, \delta_1, q_0, Z_0, F_1)$ tal que $L = L_{EF}(\mathcal{M}_1)$. Então, existe um autómato de pilha $\mathcal{M}$ tal que

$$L = L_{PV}(\mathcal{M})$$

## PROVA

Metodologia:

- construir o autómato de pilha $\mathcal{M}$ a partir de $\mathcal{M}_1$,
- acrescentar novas transições que permitem esvaziar a pilha, quando se atinge um estado final e na fita de leitura se tem a palavra vazia.

Seja $\mathcal{M} = (Q, A, \Sigma, \delta, q_0', U_0, \emptyset)$ tal que:

- $Q = Q_1 \cup \{q_0', q_e\}$, onde $q_0', q_e \notin Q_1$;
- $\Sigma = \Sigma_1 \cup \{U_0\}$, onde $U_0 \notin \Sigma_1$;
- $\delta : Q \times (A \cup \{\varepsilon\}) \times \Sigma \longrightarrow \mathcal{P}_{fin}(Q \times \Sigma^*)$ é definida por:

$$\begin{array}{ll} \delta(q_0', \varepsilon, U_0) = \{(q_0, Z_0 U_0)\} & \\ \delta(q, a, X) = \delta_1(q, a, X) & q \in Q_1,\ a \in A,\ X \in \Sigma_1 \end{array}$$

## Proposição

Sejam $L \subseteq A^*$ e $\mathcal{M}_1 = (Q_1, A, \Sigma_1, \delta_1, q_0, Z_0, F_1)$ tal que $L = L_{EF}(\mathcal{M}_1)$. Então, existe um autómato de pilha $\mathcal{M}$ tal que

$$L = L_{PV}(\mathcal{M})$$

## PROVA

Metodologia:

- construir o autómato de pilha $\mathcal{M}$ a partir de $\mathcal{M}_1$,
- acrescentar novas transições que permitem esvaziar a pilha, quando se atinge um estado final e na fita de leitura se tem a palavra vazia.

Seja $\mathcal{M} = (Q, A, \Sigma, \delta, q_0', U_0, \emptyset)$ tal que:

- $Q = Q_1 \cup \{q_0', q_e\}$, onde $q_0', q_e \notin Q_1$;
- $\Sigma = \Sigma_1 \cup \{U_0\}$, onde $U_0 \notin \Sigma_1$;
- $\delta : Q \times (A \cup \{\varepsilon\}) \times \Sigma \longrightarrow \mathcal{P}_{fin}(Q \times \Sigma^*)$ é definida por:

$$\begin{array}{ll}
\delta(q_0', \varepsilon, U_0) = \{(q_0, Z_0 U_0)\} & \\
\delta(q, a, X) = \delta_1(q, a, X) & q \in Q_1,\ a \in A,\ X \in \Sigma_1 \\
\delta(q, \varepsilon, X) = \delta_1(q, \varepsilon, X) & q \in Q_1 \setminus F_1,\ X \in \Sigma_1
\end{array}$$

## Proposição

Sejam $L \subseteq A^*$ e $\mathcal{M}_1 = (Q_1, A, \Sigma_1, \delta_1, q_0, Z_0, F_1)$ tal que $L = L_{EF}(\mathcal{M}_1)$. Então, existe um autómato de pilha $\mathcal{M}$ tal que

$$L = L_{PV}(\mathcal{M})$$

## PROVA

Metodologia:

- construir o autómato de pilha $\mathcal{M}$ a partir de $\mathcal{M}_1$,
- acrescentar novas transições que permitem esvaziar a pilha, quando se atinge um estado final e na fita de leitura se tem a palavra vazia.

Seja $\mathcal{M} = (Q, A, \Sigma, \delta, q_0', U_0, \emptyset)$ tal que:

- $Q = Q_1 \cup \{q_0', q_e\}$, onde $q_0', q_e \notin Q_1$;
- $\Sigma = \Sigma_1 \cup \{U_0\}$, onde $U_0 \notin \Sigma_1$;
- $\delta : Q \times (A \cup \{\varepsilon\}) \times \Sigma \longrightarrow \mathcal{P}_{fin}(Q \times \Sigma^*)$ é definida por:

$$\begin{array}{ll}
\delta(q_0', \varepsilon, U_0) = \{(q_0, Z_0 U_0)\} & \\
\delta(q, a, X) = \delta_1(q, a, X) & q \in Q_1,\ a \in A,\ X \in \Sigma_1 \\
\delta(q, \varepsilon, X) = \delta_1(q, \varepsilon, X) & q \in Q_1 \setminus F_1,\ X \in \Sigma_1 \\
\delta(q, \varepsilon, X) = \delta_1(q, \varepsilon, X) \cup \{(q_e, X)\} &
\end{array}$$

## Proposição

Sejam $L \subseteq A^*$ e $\mathcal{M}_1 = (Q_1, A, \Sigma_1, \delta_1, q_0, Z_0, F_1)$ tal que $L = L_{EF}(\mathcal{M}_1)$. Então, existe um autómato de pilha $\mathcal{M}$ tal que

$$L = L_{PV}(\mathcal{M})$$

## PROVA

Metodologia:

- construir o autómato de pilha $\mathcal{M}$ a partir de $\mathcal{M}_1$,
- acrescentar novas transições que permitem esvaziar a pilha, quando se atinge um estado final e na fita de leitura se tem a palavra vazia.

Seja $\mathcal{M} = (Q, A, \Sigma, \delta, q_0', U_0, \emptyset)$ tal que:

- $Q = Q_1 \cup \{q_0', q_e\}$, onde $q_0', q_e \notin Q_1$;
- $\Sigma = \Sigma_1 \cup \{U_0\}$, onde $U_0 \notin \Sigma_1$;
- $\delta : Q \times (A \cup \{\varepsilon\}) \times \Sigma \longrightarrow \mathcal{P}_{fin}(Q \times \Sigma^*)$ é definida por:

$$\begin{array}{ll}
\delta(q_0', \varepsilon, U_0) = \{(q_0, Z_0 U_0)\} & \\
\delta(q, a, X) = \delta_1(q, a, X) & q \in Q_1,\ a \in A,\ X \in \Sigma_1 \\
\delta(q, \varepsilon, X) = \delta_1(q, \varepsilon, X) & q \in Q_1 \setminus F_1,\ X \in \Sigma_1 \\
\delta(q, \varepsilon, X) = \delta_1(q, \varepsilon, X) \cup \{(q_e, X)\} & q \in F_1,\ X \in \Sigma_1
\end{array}$$

## Proposição

Sejam $L \subseteq A^*$ e $\mathcal{M}_1 = (Q_1, A, \Sigma_1, \delta_1, q_0, Z_0, F_1)$ tal que $L = L_{EF}(\mathcal{M}_1)$. Então, existe um autómato de pilha $\mathcal{M}$ tal que

$$L = L_{PV}(\mathcal{M})$$

## PROVA

Metodologia:

- construir o autómato de pilha $\mathcal{M}$ a partir de $\mathcal{M}_1$,
- acrescentar novas transições que permitem esvaziar a pilha, quando se atinge um estado final e na fita de leitura se tem a palavra vazia.

Seja $\mathcal{M} = (Q, A, \Sigma, \delta, q_0', U_0, \emptyset)$ tal que:

- $Q = Q_1 \cup \{q_0',\ q_e\}$, onde $q_0', q_e \notin Q_1$;
- $\Sigma = \Sigma_1 \cup \{U_0\}$, onde $U_0 \notin \Sigma_1$;
- $\delta : Q \times (A \cup \{\varepsilon\}) \times \Sigma \longrightarrow \mathcal{P}_{fin}(Q \times \Sigma^*)$ é definida por:

$$\begin{array}{ll}
\delta(q_0', \varepsilon, U_0) = \{(q_0, Z_0 U_0)\} & \\
\delta(q, a, X) = \delta_1(q, a, X) & q \in Q_1,\ a \in A,\ X \in \Sigma_1 \\
\delta(q, \varepsilon, X) = \delta_1(q, \varepsilon, X) & q \in Q_1 \setminus F_1,\ X \in \Sigma_1 \\
\delta(q, \varepsilon, X) = \delta_1(q, \varepsilon, X) \cup \{(q_e, X)\} & q \in F_1,\ X \in \Sigma_1 \\
\delta(q_e, \varepsilon, X) = \{(q_e, \varepsilon)\} &
\end{array}$$

## Proposição

Sejam $L \subseteq A^*$ e $\mathcal{M}_1 = (Q_1, A, \Sigma_1, \delta_1, q_0, Z_0, F_1)$ tal que $L = L_{EF}(\mathcal{M}_1)$. Então, existe um autómato de pilha $\mathcal{M}$ tal que

$$L = L_{PV}(\mathcal{M})$$

## PROVA

Metodologia:

- construir o autómato de pilha $\mathcal{M}$ a partir de $\mathcal{M}_1$,
- acrescentar novas transições que permitem esvaziar a pilha, quando se atinge um estado final e na fita de leitura se tem a palavra vazia.

Seja $\mathcal{M} = (Q, A, \Sigma, \delta, q_0', U_0, \emptyset)$ tal que:

- $Q = Q_1 \cup \{q_0', q_e\}$, onde $q_0', q_e \notin Q_1$;
- $\Sigma = \Sigma_1 \cup \{U_0\}$, onde $U_0 \notin \Sigma_1$;
- $\delta : Q \times (A \cup \{\varepsilon\}) \times \Sigma \longrightarrow \mathcal{P}_{fin}(Q \times \Sigma^*)$ é definida por:

$$\begin{array}{ll}
\delta(q_0', \varepsilon, U_0) = \{(q_0, Z_0 U_0)\} & \\
\delta(q, a, X) = \delta_1(q, a, X) & q \in Q_1,\ a \in A,\ X \in \Sigma_1 \\
\delta(q, \varepsilon, X) = \delta_1(q, \varepsilon, X) & q \in Q_1 \setminus F_1,\ X \in \Sigma_1 \\
\delta(q, \varepsilon, X) = \delta_1(q, \varepsilon, X) \cup \{(q_e, X)\} & q \in F_1,\ X \in \Sigma_1 \\
\delta(q_e, \varepsilon, X) = \{(q_e, \varepsilon)\} & \\
\delta(q, a, X) = \emptyset & \text{nos restantes casos}
\end{array}$$

## Proposição

Sejam $L \subseteq A^*$ e $\mathcal{M}_1 = (Q_1, A, \Sigma_1, \delta_1, q_0, Z_0, F_1)$ tal que $L = L_{EF}(\mathcal{M}_1)$.
Então, existe um autómato de pilha $\mathcal{M}$ tal que

$$L = L_{PV}(\mathcal{M})$$

## PROVA

Metodologia:

- construir o autómato de pilha $\mathcal{M}$ a partir de $\mathcal{M}_1$,
- acrescentar novas transições que permitem esvaziar a pilha, quando se atinge um estado final e na fita de leitura se tem a palavra vazia.

Seja $\mathcal{M} = (Q, A, \Sigma, \delta, q_0', U_0, \emptyset)$ tal que:

- $Q = Q_1 \cup \{q_0', q_e\}$, onde $q_0', q_e \notin Q_1$;
- $\Sigma = \Sigma_1 \cup \{U_0\}$, onde $U_0 \notin \Sigma_1$;
- $\delta : Q \times (A \cup \{\varepsilon\}) \times \Sigma \longrightarrow \mathcal{P}_{fin}(Q \times \Sigma^*)$ é definida por:

$$\begin{array}{ll}
\delta(q_0', \varepsilon, U_0) = \{(q_0, Z_0 U_0)\} & \\
\delta(q, a, X) = \delta_1(q, a, X) & q \in Q_1,\ a \in A,\ X \in \Sigma_1 \\
\delta(q, \varepsilon, X) = \delta_1(q, \varepsilon, X) & q \in Q_1 \setminus F_1,\ X \in \Sigma_1 \\
\delta(q, \varepsilon, X) = \delta_1(q, \varepsilon, X) \cup \{(q_e, X)\} & q \in F_1,\ X \in \Sigma_1 \\
\delta(q_e, \varepsilon, X) = \{(q_e, \varepsilon)\} & \\
\delta(q, a, X) = \emptyset & \text{nos restantes casos}
\end{array}$$

## PROVA - continuação

Se $u \in L_{EF}(\mathcal{M}_1)$,

## PROVA - continuação

Se $u \in L_{EF}(\mathcal{M}_1)$, então, existem $q \in F_1$ e $\alpha \in \Sigma_1^*$, tais que

$$(q_0, u, Z_0) \underset{\mathcal{M}_1}{\overset{*}{\vdash}} (q, \varepsilon, \alpha)$$

## PROVA - continuação

Se $u \in L_{EF}(\mathcal{M}_1)$, então, existem $q \in F_1$ e $\alpha \in \Sigma_1^*$, tais que

$$(q_0, u, Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}_1}{\vdash}} (q, \varepsilon, \alpha)$$

pelo que

$$(q_0', u, U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, u, Z_0 U_0)$$

## PROVA - continuação

Se $u \in L_{EF}(\mathcal{M}_1)$, então, existem $q \in F_1$ e $\alpha \in \Sigma_1^*$, tais que

$$(q_0, u, Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}_1}{\vdash}} (q, \varepsilon, \alpha)$$

pelo que

$$(q_0', u, U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, u, Z_0U_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q, \varepsilon, \alpha U_0)$$

## PROVA - continuação

Se $u \in L_{EF}(\mathcal{M}_1)$, então, existem $q \in F_1$ e $\alpha \in \Sigma_1^*$, tais que

$$(q_0, u, Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}_1}{\vdash}} (q, \varepsilon, \alpha)$$

pelo que

$$(q_0', u, U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, u, Z_0 U_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q, \varepsilon, \alpha U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_e, \varepsilon, \alpha U_0)$$

## PROVA - continuação

Se $u \in L_{EF}(\mathcal{M}_1)$, então, existem $q \in F_1$ e $\alpha \in \Sigma_1^*$, tais que

$$(q_0, u, Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}_1}{\vdash}} (q, \varepsilon, \alpha)$$

pelo que

$$(q_0', u, U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, u, Z_0U_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q, \varepsilon, \alpha U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_e, \varepsilon, \alpha U_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_e, \varepsilon, \varepsilon)$$

## PROVA - continuação

Se $u \in L_{EF}(\mathcal{M}_1)$, então, existem $q \in F_1$ e $\alpha \in \Sigma_1^*$, tais que

$$(q_0, u, Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}_1}{\vdash}} (q, \varepsilon, \alpha)$$

pelo que

$$(q_0', u, U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, u, Z_0 U_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q, \varepsilon, \alpha U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_e, \varepsilon, \alpha U_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_e, \varepsilon, \varepsilon)$$

## PROVA - continuação

Se $u \in L_{EF}(\mathcal{M}_1)$, então, existem $q \in F_1$ e $\alpha \in \Sigma_1^*$, tais que

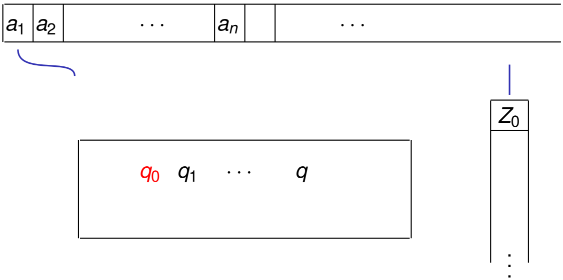
$$(q_0, u, Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}_1}{\vdash}} (q, \varepsilon, \alpha)$$

pelo que

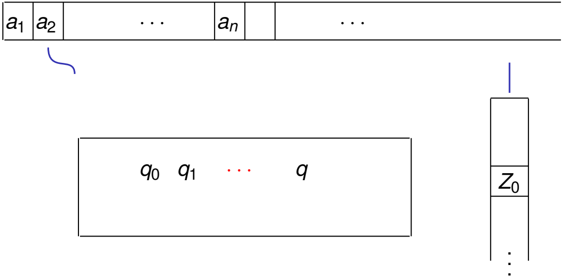
$$(q_0', u, U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, u, Z_0U_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q, \varepsilon, \alpha U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_e, \varepsilon, \alpha U_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_e, \varepsilon, \varepsilon)$$

ou seja, $L_{EF}(\mathcal{M}_1) \subseteq L_{PV}(\mathcal{M})$.

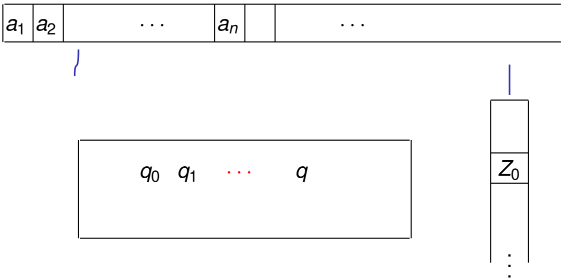
$$\mathcal{M}_1 = (Q_1, A, \Sigma_1, \delta_1, q_0, Z_0, F_1)$$



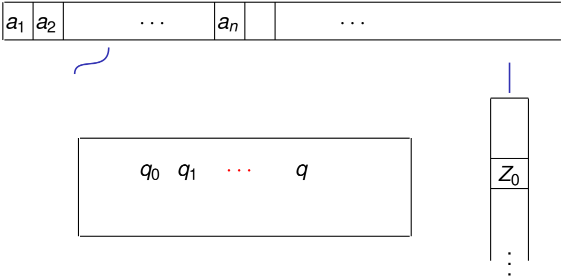
$\mathcal{M}_1 = (Q_1, A, \Sigma_1, \delta_1, q_0, Z_0, F_1)$



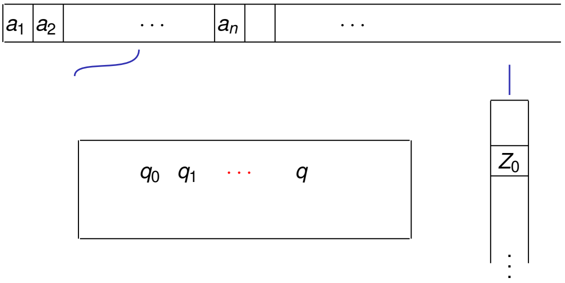
$$\mathcal{M}_1 = (Q_1, A, \Sigma_1, \delta_1, q_0, Z_0, F_1)$$



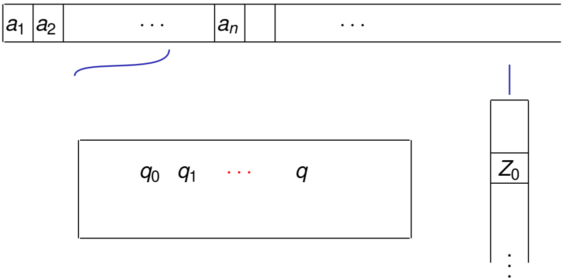
$$\mathcal{M}_1 = (Q_1, A, \Sigma_1, \delta_1, q_0, Z_0, F_1)$$



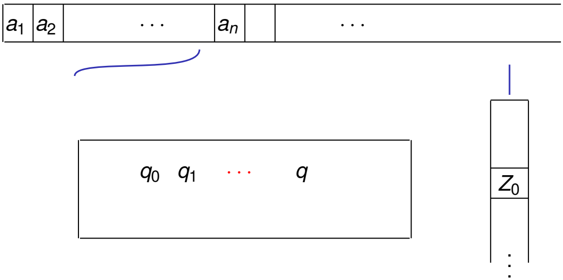
$$\mathcal{M}_1 = (Q_1, A, \Sigma_1, \delta_1, q_0, Z_0, F_1)$$



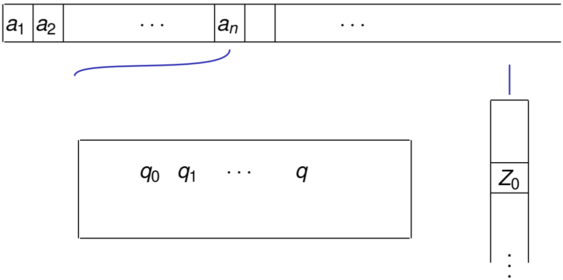
$$\mathcal{M}_1 = (Q_1, A, \Sigma_1, \delta_1, q_0, Z_0, F_1)$$



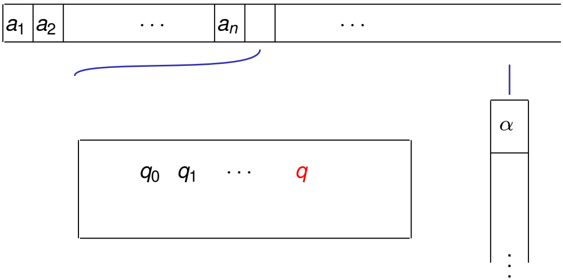
$$\mathcal{M}_1 = (Q_1, A, \Sigma_1, \delta_1, q_0, Z_0, F_1)$$



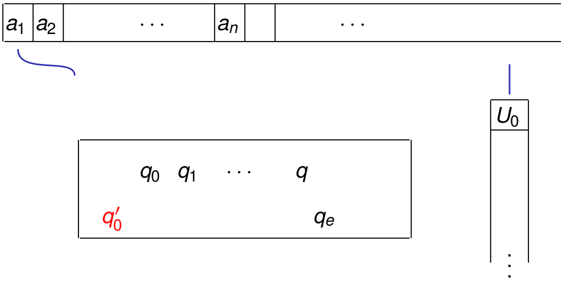
$\mathcal{M}_1 = (Q_1, A, \Sigma_1, \delta_1, q_0, Z_0, F_1)$



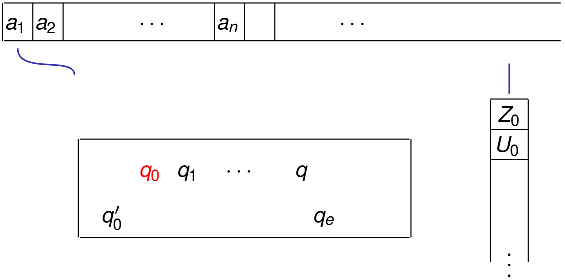
$$\mathcal{M}_1 = (Q_1, A, \Sigma_1, \delta_1, q_0, Z_0, F_1)$$



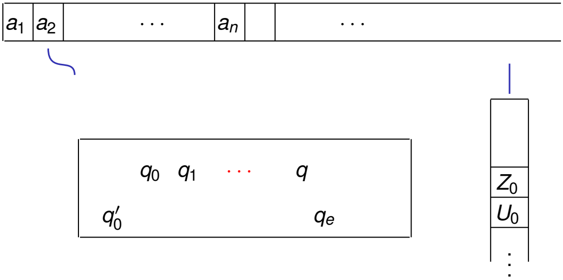
$$\mathcal{M} = (Q, A, \Sigma, \delta, q_0', U_0, \emptyset)$$



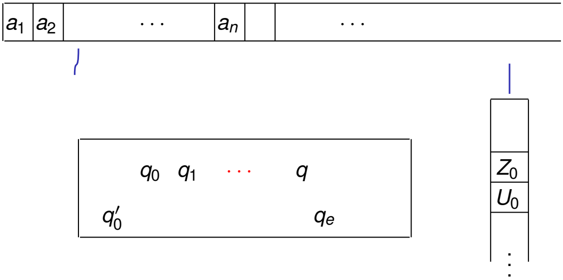
$$\mathcal{M} = (Q, A, \Sigma, \delta, q_0', U_0, \emptyset)$$



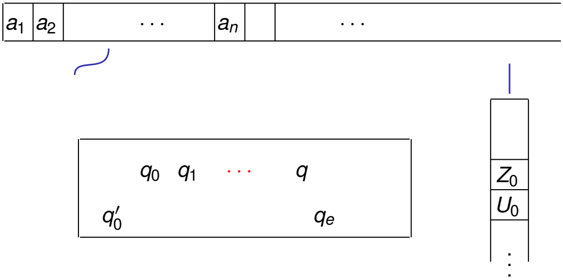
$$\mathcal{M} = (Q, A, \Sigma, \delta, q_0', U_0, \emptyset)$$



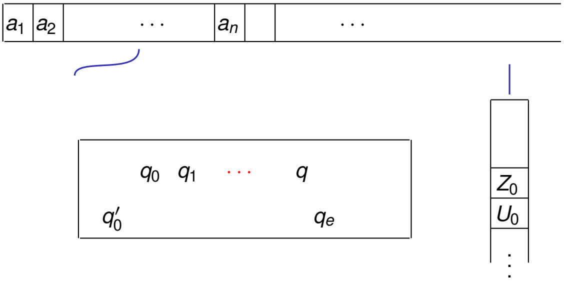
$$\mathcal{M} = (Q, A, \Sigma, \delta, q_0', U_0, \emptyset)$$



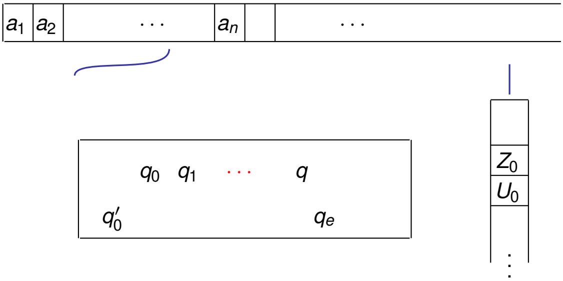
$$\mathcal{M} = (Q, A, \Sigma, \delta, q_0', U_0, \emptyset)$$



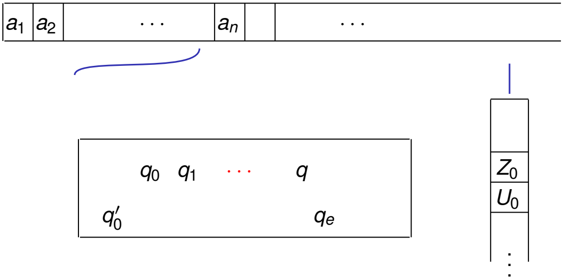
$$\mathcal{M} = (Q, A, \Sigma, \delta, q_0', U_0, \emptyset)$$



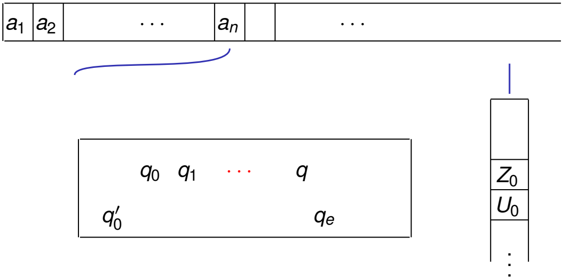
$$\mathcal{M} = (Q, A, \Sigma, \delta, q_0', U_0, \emptyset)$$



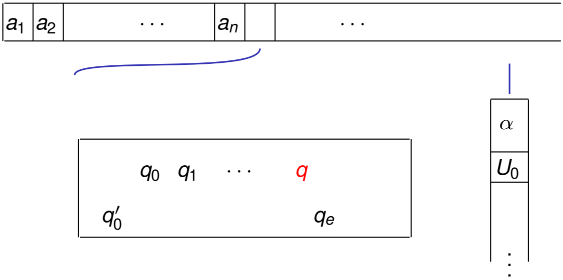
$$\mathcal{M} = (Q, A, \Sigma, \delta, q_0', U_0, \emptyset)$$



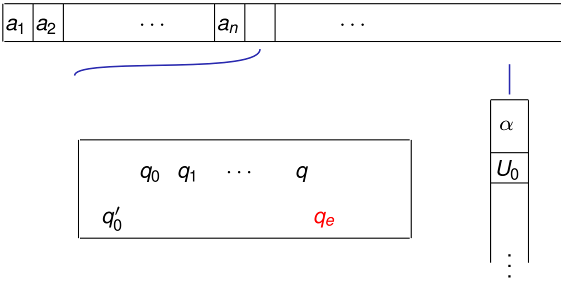
$$\mathcal{M} = (Q, A, \Sigma, \delta, q_0', U_0, \emptyset)$$



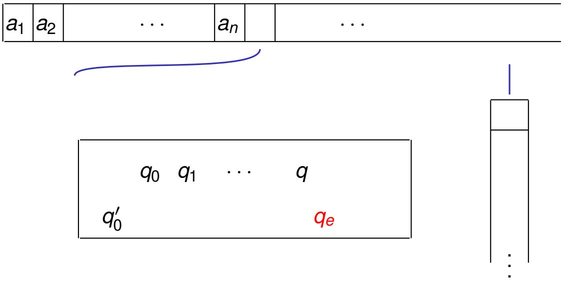
$$\mathcal{M} = (Q, A, \Sigma, \delta, q_0', U_0, \emptyset)$$



$$\mathcal{M} = (Q, A, \Sigma, \delta, q_0', U_0, \emptyset)$$



$$\mathcal{M} = (Q, A, \Sigma, \delta, q_0', U_0, \emptyset)$$



# PROVA - continuação

Se $u \in L_{EF}(\mathcal{M}_1)$, então, existem $q \in F_1$ e $\alpha \in \Sigma_1^*$, tais que

$$(q_0, u, Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}_1}{\vdash}} (q, \varepsilon, \alpha)$$

pelo que

$$(q_0', u, U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, u, Z_0 U_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q, \varepsilon, \alpha U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_e, \varepsilon, \alpha U_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_e, \varepsilon, \varepsilon)$$

ou seja, $L_{EF}(\mathcal{M}_1) \subseteq L_{PV}(\mathcal{M})$.

## PROVA - continuação

Se $u \in L_{EF}(\mathcal{M}_1)$, então, existem $q \in F_1$ e $\alpha \in \Sigma_1^*$, tais que

$$(q_0, u, Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}_1}{\vdash}} (q, \varepsilon, \alpha)$$

pelo que

$$(q_0', u, U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, u, Z_0 U_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q, \varepsilon, \alpha U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_e, \varepsilon, \alpha U_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_e, \varepsilon, \varepsilon)$$

ou seja, $L_{EF}(\mathcal{M}_1) \subseteq L_{PV}(\mathcal{M})$.

Reciprocamente, se $u \in L_{PV}(\mathcal{M})$,

# PROVA - continuação

Se $u \in L_{EF}(\mathcal{M}_1)$, então, existem $q \in F_1$ e $\alpha \in \Sigma_1^*$, tais que

$$(q_0, u, Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}_1}{\vdash}} (q, \varepsilon, \alpha)$$

pelo que

$$(q_0', u, U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, u, Z_0 U_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q, \varepsilon, \alpha U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_e, \varepsilon, \alpha U_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_e, \varepsilon, \varepsilon)$$

ou seja, $L_{EF}(\mathcal{M}_1) \subseteq L_{PV}(\mathcal{M})$.

Reciprocamente, se $u \in L_{PV}(\mathcal{M})$, então $(q_0', u, U_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_e, \varepsilon, \varepsilon)$.

# PROVA - continuação

Se $u \in L_{EF}(\mathcal{M}_1)$, então, existem $q \in F_1$ e $\alpha \in \Sigma_1^*$, tais que

$$(q_0, u, Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}_1}{\vdash}} (q, \varepsilon, \alpha)$$

pelo que

$$(q_0', u, U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, u, Z_0U_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q, \varepsilon, \alpha U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_e, \varepsilon, \alpha U_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_e, \varepsilon, \varepsilon)$$

ou seja, $L_{EF}(\mathcal{M}_1) \subseteq L_{PV}(\mathcal{M})$.

Reciprocamente, se $u \in L_{PV}(\mathcal{M})$, então $(q_0', u, U_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_e, \varepsilon, \varepsilon)$. Analisando a função $\delta$, conclui-se que

$$(q_0', u, U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, u, Z_0U_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q, \varepsilon, \alpha U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_e, \varepsilon, \alpha U_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_e, \varepsilon, \varepsilon)$$

# PROVA - continuação

Se $u \in L_{EF}(\mathcal{M}_1)$, então, existem $q \in F_1$ e $\alpha \in \Sigma_1^*$, tais que

$$(q_0, u, Z_0) \underset{\mathcal{M}_1}{\overset{*}{\vdash}} (q, \varepsilon, \alpha)$$

pelo que

$$(q_0', u, U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, u, Z_0 U_0) \underset{\mathcal{M}}{\overset{*}{\vdash}} (q, \varepsilon, \alpha U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_e, \varepsilon, \alpha U_0) \underset{\mathcal{M}}{\overset{*}{\vdash}} (q_e, \varepsilon, \varepsilon)$$

ou seja, $L_{EF}(\mathcal{M}_1) \subseteq L_{PV}(\mathcal{M})$.

Reciprocamente, se $u \in L_{PV}(\mathcal{M})$, então $(q_0', u, U_0) \underset{\mathcal{M}}{\overset{*}{\vdash}} (q_e, \varepsilon, \varepsilon)$. Analisando a função $\delta$, conclui-se que

$$(q_0', u, U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, u, Z_0 U_0) \underset{\mathcal{M}}{\overset{*}{\vdash}} (q, \varepsilon, \alpha U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_e, \varepsilon, \alpha U_0) \underset{\mathcal{M}}{\overset{*}{\vdash}} (q_e, \varepsilon, \varepsilon)$$

# PROVA - continuação

Se $u \in L_{EF}(\mathcal{M}_1)$, então, existem $q \in F_1$ e $\alpha \in \Sigma_1^*$, tais que

$$(q_0, u, Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}_1}{\vdash}} (q, \varepsilon, \alpha)$$

pelo que

$$(q_0', u, U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, u, Z_0 U_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q, \varepsilon, \alpha U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_e, \varepsilon, \alpha U_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_e, \varepsilon, \varepsilon)$$

ou seja, $L_{EF}(\mathcal{M}_1) \subseteq L_{PV}(\mathcal{M})$.

Reciprocamente, se $u \in L_{PV}(\mathcal{M})$, então $(q_0', u, U_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_e, \varepsilon, \varepsilon)$. Analisando a função $\delta$, conclui-se que

$$(q_0', u, U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, u, Z_0 U_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q, \varepsilon, \alpha U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_e, \varepsilon, \alpha U_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_e, \varepsilon, \varepsilon)$$

para algum $q \in Q_1$

# PROVA - continuação

Se $u \in L_{EF}(\mathcal{M}_1)$, então, existem $q \in F_1$ e $\alpha \in \Sigma_1^*$, tais que

$$(q_0, u, Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}_1}{\vdash}} (q, \varepsilon, \alpha)$$

pelo que

$$(q_0', u, U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, u, Z_0U_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q, \varepsilon, \alpha U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_e, \varepsilon, \alpha U_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_e, \varepsilon, \varepsilon)$$

ou seja, $L_{EF}(\mathcal{M}_1) \subseteq L_{PV}(\mathcal{M})$.

Reciprocamente, se $u \in L_{PV}(\mathcal{M})$, então $(q_0', u, U_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_e, \varepsilon, \varepsilon)$. Analisando a função $\delta$, conclui-se que

$$(q_0', u, U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, u, Z_0U_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q, \varepsilon, \alpha U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_e, \varepsilon, \alpha U_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_e, \varepsilon, \varepsilon)$$

para algum $q \in Q_1$pelo que

$$(q_0, u, Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}_1}{\vdash}} (q, \varepsilon, \alpha)$$

# PROVA - continuação

Se $u \in L_{EF}(\mathcal{M}_1)$, então, existem $q \in F_1$ e $\alpha \in \Sigma_1^*$, tais que

$$(q_0, u, Z_0) \underset{\mathcal{M}_1}{\overset{*}{\vdash}} (q, \varepsilon, \alpha)$$

pelo que

$$(q_0', u, U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, u, Z_0 U_0) \underset{\mathcal{M}}{\overset{*}{\vdash}} (q, \varepsilon, \alpha U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_e, \varepsilon, \alpha U_0) \underset{\mathcal{M}}{\overset{*}{\vdash}} (q_e, \varepsilon, \varepsilon)$$

ou seja, $L_{EF}(\mathcal{M}_1) \subseteq L_{PV}(\mathcal{M})$.

Reciprocamente, se $u \in L_{PV}(\mathcal{M})$, então $(q_0', u, U_0) \underset{\mathcal{M}}{\overset{*}{\vdash}} (q_e, \varepsilon, \varepsilon)$. Analisando a função $\delta$, conclui-se que

$$(q_0', u, U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, u, Z_0 U_0) \underset{\mathcal{M}}{\overset{*}{\vdash}} (q, \varepsilon, \alpha U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_e, \varepsilon, \alpha U_0) \underset{\mathcal{M}}{\overset{*}{\vdash}} (q_e, \varepsilon, \varepsilon)$$

para algum $q \in Q_1$pelo que

$$(q_0, u, Z_0) \underset{\mathcal{M}_1}{\overset{*}{\vdash}} (q, \varepsilon, \alpha)$$

ou seja, $L_{PV}(\mathcal{M}) \subseteq L_{EF}(\mathcal{M}_1)$.

# PROVA - continuação

Se $u \in L_{EF}(\mathcal{M}_1)$, então, existem $q \in F_1$ e $\alpha \in \Sigma_1^*$, tais que

$$(q_0, u, Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}_1}{\vdash}} (q, \varepsilon, \alpha)$$

pelo que

$$(q_0', u, U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, u, Z_0 U_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q, \varepsilon, \alpha U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_e, \varepsilon, \alpha U_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_e, \varepsilon, \varepsilon)$$

ou seja, $L_{EF}(\mathcal{M}_1) \subseteq L_{PV}(\mathcal{M})$.

Reciprocamente, se $u \in L_{PV}(\mathcal{M})$, então $(q_0', u, U_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_e, \varepsilon, \varepsilon)$. Analisando a função $\delta$, conclui-se que

$$(q_0', u, U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, u, Z_0 U_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q, \varepsilon, \alpha U_0) \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_e, \varepsilon, \alpha U_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}}{\vdash}} (q_e, \varepsilon, \varepsilon)$$

para algum $q \in Q_1$pelo que

$$(q_0, u, Z_0) \overset{*}{\underset{\mathcal{M}_1}{\vdash}} (q, \varepsilon, \alpha)$$

ou seja, $L_{PV}(\mathcal{M}) \subseteq L_{EF}(\mathcal{M}_1)$.

EXEMPLO 9

# EXEMPLO 9

Recorde-se o autómato

$$\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$$

$$\begin{aligned}
\delta_L(q_0, a, X) &= \{(q_0, aX)\} \\
\delta_L(q_0, \varepsilon, X) &= \{(q_1, X)\} \\
\delta_L(q_1, b, a) &= \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\\
\delta_L(q, x, X) &= \emptyset \quad \text{nos restantes casos}
\end{aligned}$$

onde $X \in \Sigma$ e $x \in A$.

Como será um autómato que reconhece a mesma linguagem pelo critério de pilha vazia?

# EXEMPLO 9

Recorde-se o autómato

$$\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$$

$$\begin{aligned}
\delta_L(q_0, a, X) &= \{(q_0, aX)\} \\
\delta_L(q_0, \varepsilon, X) &= \{(q_1, X)\} \\
\delta_L(q_1, b, a) &= \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\\
\delta_L(q, x, X) &= \emptyset \qquad \text{nos restantes casos}
\end{aligned}$$

onde $X \in \Sigma$ e $x \in A$.

Como será um autómato que reconhece a mesma linguagem pelo critério de pilha vazia?

$$\mathcal{M} = (\{q_0', q_0, q_1, q_e\}, \{a, b\}, \{Z_0, a, U_0\}, \delta, q_0', U_0, \emptyset)$$

# EXEMPLO 9

Recorde-se o autómato

$$\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$$

$$\begin{array}{lll} \delta(q_0', \varepsilon, U_0) = & \{(q_0, Z_0 U_0)\} & \\ & \delta_L(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX)\} \\ & \delta_L(q_0, \varepsilon, X) & = \{(q_1, X)\} \\ & \delta_L(q_1, b, a) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\ & & \\ & \delta_L(q, x, X) & = \emptyset \quad \text{nos restantes casos} \end{array}$$

onde $X \in \Sigma$ e $x \in A$.

Como será um autómato que reconhece a mesma linguagem pelo critério de pilha vazia?

$$\mathcal{M} = (\{q_0', q_0, q_1, q_e\}, \{a, b\}, \{Z_0, a, U_0\}, \delta, q_0', U_0, \emptyset)$$

# EXEMPLO 9

Recorde-se o autómato

$$\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$$

$$\begin{array}{ll} \delta(q_0', \varepsilon, U_0) = & \{(q_0, Z_0 U_0)\} \\ \delta(q_0, a, X) = & \delta_L(q_0, a, X) = \{(q_0, aX)\} \\ & \delta_L(q_0, \varepsilon, X) = \{(q_1, X)\} \\ & \delta_L(q_1, b, a) = \{(q_1, \varepsilon)\} \\ & \\ & \delta_L(q, x, X) = \emptyset \quad \text{nos restantes casos} \end{array}$$

onde $X \in \Sigma$ e $x \in A$.

Como será um autómato que reconhece a mesma linguagem pelo critério de pilha vazia?

$$\mathcal{M} = (\{q_0', q_0, q_1, q_e\}, \{a, b\}, \{Z_0, a, U_0\}, \delta, q_0', U_0, \emptyset)$$

# EXEMPLO 9

Recorde-se o autómato

$$\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$$

$$\begin{array}{lll}
\delta(q_0', \varepsilon, U_0) = & \{(q_0, Z_0 U_0)\} & \\
\delta(q_0, a, X) = & \delta_L(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX)\} \\
\delta(q_0, \varepsilon, X) = & \delta_L(q_0, \varepsilon, X) & = \{(q_1, X)\} \\
& \delta_L(q_1, b, a) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
& & \\
& \delta_L(q, x, X) & = \emptyset \quad \text{nos restantes casos}
\end{array}$$

onde $X \in \Sigma$ e $x \in A$.

Como será um autómato que reconhece a mesma linguagem pelo critério de pilha vazia?

$$\mathcal{M} = (\{q_0', q_0, q_1, q_e\}, \{a, b\}, \{Z_0, a, U_0\}, \delta, q_0', U_0, \emptyset)$$

# EXEMPLO 9

Recorde-se o autómato

$$\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$$

$$\begin{array}{lll}
\delta(q_0', \varepsilon, U_0) = & \{(q_0, Z_0 U_0)\} & \\
\delta(q_0, a, X) = & \delta_L(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX)\} \\
\delta(q_0, \varepsilon, X) = & \delta_L(q_0, \varepsilon, X) & = \{(q_1, X)\} \\
\delta(q_1, b, a) = & \delta_L(q_1, b, a) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
 & & \\
 & \delta_L(q, x, X) & = \emptyset \quad \text{nos restantes casos}
\end{array}$$

onde $X \in \Sigma$ e $x \in A$.

Como será um autómato que reconhece a mesma linguagem pelo critério de pilha vazia?

$$\mathcal{M} = (\{q_0', q_0, q_1, q_e\}, \{a, b\}, \{Z_0, a, U_0\}, \delta, q_0', U_0, \emptyset)$$

# EXEMPLO 9

Recorde-se o autómato

$$\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$$

$$\begin{array}{lll}
\delta(q_0', \varepsilon, U_0) = & \{(q_0, Z_0U_0)\} & \\
\delta(q_0, a, X) = & \delta_L(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX)\} \\
\delta(q_0, \varepsilon, X) = & \delta_L(q_0, \varepsilon, X) & = \{(q_1, X)\} \\
\delta(q_1, b, a) = & \delta_L(q_1, b, a) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, \varepsilon, X) = & \{(q_e, X)\} &
\end{array}$$

$$\delta_L(q, x, X) \quad = \emptyset \qquad \text{nos restantes casos}$$

onde $X \in \Sigma$ e $x \in A$.

Como será um autómato que reconhece a mesma linguagem pelo critério de pilha vazia?

$$\mathcal{M} = (\{q_0', q_0, q_1, q_e\}, \{a, b\}, \{Z_0, a, U_0\}, \delta, q_0', U_0, \emptyset)$$

# EXEMPLO 9

Recorde-se o autómato

$$\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$$

$$\begin{array}{lll}
\delta(q_0', \varepsilon, U_0) = & \{(q_0, Z_0U_0)\} & \\
\delta(q_0, a, X) = & \delta_L(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX)\} \\
\delta(q_0, \varepsilon, X) = & \delta_L(q_0, \varepsilon, X) & = \{(q_1, X)\} \\
\delta(q_1, b, a) = & \delta_L(q_1, b, a) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, \varepsilon, X) = & \{(q_e, X)\} & \\
\delta(q_e, \varepsilon, X) = & \{(q_e, \varepsilon)\} & \\
 & \delta_L(q, x, X) & = \emptyset \quad \text{nos restantes casos}
\end{array}$$

onde $X \in \Sigma$ e $x \in A$.

Como será um autómato que reconhece a mesma linguagem pelo critério de pilha vazia?

$$\mathcal{M} = (\{q_0', q_0, q_1, q_e\}, \{a, b\}, \{Z_0, a, U_0\}, \delta, q_0', U_0, \emptyset)$$

# EXEMPLO 9

$$\mathcal{M} = (\{q_0', q_0, q_1, q_e\}, \{a, b\}, \{Z_0, a, U_0\}, \delta, q_0', U_0, \emptyset)$$

$$\begin{array}{lll}
\delta(q_0', \varepsilon, U_0) = & \{(q_0, Z_0 U_0)\} & \\
\delta(q_0, a, X) = & \delta_L(q_0, a, X) & = \{(q_0, aX)\} \\
\delta(q_0, \varepsilon, X) = & \delta_L(q_0, \varepsilon, X) & = \{(q_1, X)\} \\
\delta(q_1, b, a) = & \delta_L(q_1, b, a) & = \{(q_1, \varepsilon)\} \\
\delta(q_1, \varepsilon, X) = & \{(q_e, X)\} & \\
\delta(q_e, \varepsilon, X) = & \{(q_e, \varepsilon)\} & \\
\delta(q, x, X) = & \emptyset & \text{nos restantes casos}
\end{array}$$

onde $X \in \Sigma$ e $x \in A$.

## EXEMPLO 9 - continuação

Sequência de movimentos de

$$\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, A, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$$

$$(q_0, a^2b, Z_0)$$

## EXEMPLO 9 - continuação

Sequência de movimentos de

$$\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, A, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$$

$$(q_0, a^2b, Z_0) \quad \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, ab, aZ_0)$$

## EXEMPLO 9 - continuação

Sequência de movimentos de

$$\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, A, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$$

$$\begin{aligned}(q_0, a^2b, Z_0) \quad & \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, ab, aZ_0) \\ & \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, b, a^2Z_0)\end{aligned}$$

# EXEMPLO 9 - continuação

Sequência de movimentos de

$$\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, A, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$$

$$\begin{aligned}(q_0, a^2b, Z_0) \quad & \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, ab, aZ_0) \\ & \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, b, a^2Z_0) \\ & \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b, a^2Z_0)\end{aligned}$$

# EXEMPLO 9 - continuação

Sequência de movimentos de

$$\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, A, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$$

$$\begin{aligned}
(q_0, a^2b, Z_0) \quad & \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, ab, aZ_0) \\
& \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, b, a^2Z_0) \\
& \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b, a^2Z_0) \\
& \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, \varepsilon, aZ_0)
\end{aligned}$$

# EXEMPLO 9 - continuação

Sequência de movimentos de

$$\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, A, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$$

Sequência de movimentos de

$$\mathcal{M} = (\{q_0', q_0, q_1, q_e\}, A, \{Z_0, a, U_0\}, \delta, q_0', U_0, \emptyset)$$

$$\begin{aligned}(q_0, a^2b, Z_0) \quad & \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, ab, aZ_0)\\ & \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, b, a^2Z_0)\\ & \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b, a^2Z_0)\\ & \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, \varepsilon, aZ_0)\end{aligned}$$

## EXEMPLO 9 - continuação

Sequência de movimentos de

$$\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, A, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$$

$$(q_0, a^2b, Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, ab, aZ_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, b, a^2Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b, a^2Z_0) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, \varepsilon, aZ_0)$$

Sequência de movimentos de

$$\mathcal{M} = (\{q_0', q_0, q_1, q_e\}, A, \{Z_0, a, U_0\}, \delta, q_0', U_0, \emptyset)$$

$$(q_0', a^2b, U_0)$$

$$(q_0, a^2b, Z_0\ ) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, ab, aZ_0\ ) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, b, a^2Z_0\ ) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b, a^2Z_0\ ) \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, \varepsilon, aZ_0\ )$$

# EXEMPLO 9 - continuação

Sequência de movimentos de

$$\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, A, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$$

$$\begin{aligned}(q_0, a^2b, Z_0) &\underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, ab, aZ_0)\\ &\underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, b, a^2Z_0)\\ &\underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b, a^2Z_0)\\ &\underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, \varepsilon, aZ_0)\end{aligned}$$

Sequência de movimentos de

$$\mathcal{M} = (\{q_0', q_0, q_1, q_e\}, A, \{Z_0, a, U_0\}, \delta, q_0', U_0, \emptyset)$$

$$\begin{aligned}(q_0', a^2b, U_0) &\underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, a^2b, Z_0U_0)\\ &\underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, ab, aZ_0\ )\\ &\underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, b, a^2Z_0\ )\\ &\underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b, a^2Z_0\ )\\ &\underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, \varepsilon, aZ_0\ )\end{aligned}$$

# EXEMPLO 9 - continuação

Sequência de movimentos de

$$\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, A, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$$

$$\begin{aligned}(q_0, a^2b, Z_0) &\underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, ab, aZ_0)\\ &\underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, b, a^2Z_0)\\ &\underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b, a^2Z_0)\\ &\underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, \varepsilon, aZ_0)\end{aligned}$$

Sequência de movimentos de

$$\mathcal{M} = (\{q_0', q_0, q_1, q_e\}, A, \{Z_0, a, U_0\}, \delta, q_0', U_0, \emptyset)$$

$$\begin{aligned}(q_0', a^2b, U_0) &\underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, a^2b, Z_0U_0)\\ &\underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, ab, aZ_0U_0)\\ &\underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, b, a^2Z_0\ )\\ &\underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b, a^2Z_0\ )\\ &\underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, \varepsilon, aZ_0\ )\end{aligned}$$

# EXEMPLO 9 - continuação

Sequência de movimentos de

$$\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, A, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$$

$$\begin{aligned}(q_0, a^2b, Z_0) &\underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, ab, aZ_0)\\ &\underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, b, a^2Z_0)\\ &\underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b, a^2Z_0)\\ &\underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, \varepsilon, aZ_0)\end{aligned}$$

Sequência de movimentos de

$$\mathcal{M} = (\{q_0', q_0, q_1, q_e\}, A, \{Z_0, a, U_0\}, \delta, q_0', U_0, \emptyset)$$

$$\begin{aligned}(q_0', a^2b, U_0) &\underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, a^2b, Z_0U_0)\\ &\underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, ab, aZ_0U_0)\\ &\underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, b, a^2Z_0U_0)\\ &\underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b, a^2Z_0\ )\\ &\underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, \varepsilon, aZ_0\ )\end{aligned}$$

# EXEMPLO 9 - continuação

Sequência de movimentos de

$$\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, A, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$$

$$
\begin{aligned}
(q_0, a^2b, Z_0) \quad & \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, ab, aZ_0) \\
& \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, b, a^2Z_0) \\
& \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b, a^2Z_0) \\
& \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, \varepsilon, aZ_0)
\end{aligned}
$$

Sequência de movimentos de

$$\mathcal{M} = (\{q_0', q_0, q_1, q_e\}, A, \{Z_0, a, U_0\}, \delta, q_0', U_0, \emptyset)$$

$$
\begin{aligned}
(q_0', a^2b, U_0) \quad & \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, a^2b, Z_0U_0) \\
& \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, ab, aZ_0U_0) \\
& \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, b, a^2Z_0U_0) \\
& \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, b, a^2Z_0U_0) \\
& \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, \varepsilon, aZ_0 \quad )
\end{aligned}
$$

# EXEMPLO 9 - continuação

Sequência de movimentos de

$$\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, A, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$$

$$\begin{aligned} (q_0, a^2b, Z_0) & \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, ab, aZ_0) \\ & \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, b, a^2Z_0) \\ & \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b, a^2Z_0) \\ & \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, \varepsilon, aZ_0) \end{aligned}$$

Sequência de movimentos de

$$\mathcal{M} = (\{q_0', q_0, q_1, q_e\}, A, \{Z_0, a, U_0\}, \delta, q_0', U_0, \emptyset)$$

$$\begin{aligned} (q_0', a^2b, U_0) & \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, a^2b, Z_0U_0) \\ & \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, ab, aZ_0U_0) \\ & \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, b, a^2Z_0U_0) \\ & \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, b, a^2Z_0U_0) \\ & \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, \varepsilon, aZ_0U_0) \end{aligned}$$

# EXEMPLO 9 - continuação

Sequência de movimentos de

$$\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, A, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$$

$$\begin{aligned}
(q_0, a^2b, Z_0) \quad & \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, ab, aZ_0) \\
& \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, b, a^2Z_0) \\
& \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b, a^2Z_0) \\
& \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, \varepsilon, aZ_0)
\end{aligned}$$

Sequência de movimentos de

$$\mathcal{M} = (\{q_0', q_0, q_1, q_e\}, A, \{Z_0, a, U_0\}, \delta, q_0', U_0, \emptyset)$$

$$\begin{aligned}
(q_0', a^2b, U_0) \quad & \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, a^2b, Z_0U_0) \\
& \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, ab, aZ_0U_0) \\
& \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, b, a^2Z_0U_0) \\
& \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, b, a^2Z_0U_0) \\
& \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, \varepsilon, aZ_0U_0) \\
& \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_e, \varepsilon, aZ_0U_0)
\end{aligned}$$

# EXEMPLO 9 - continuação

Sequência de movimentos de

$$\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, A, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$$

$$
\begin{aligned}
(q_0, a^2b, Z_0) & \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, ab, aZ_0) \\
& \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, b, a^2Z_0) \\
& \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b, a^2Z_0) \\
& \underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, \varepsilon, aZ_0)
\end{aligned}
$$

Sequência de movimentos de

$$\mathcal{M} = (\{q_0', q_0, q_1, q_e\}, A, \{Z_0, a, U_0\}, \delta, q_0', U_0, \emptyset)$$

$$
\begin{aligned}
(q_0', a^2b, U_0) & \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, a^2b, Z_0U_0) \\
& \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, ab, aZ_0U_0) \\
& \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, b, a^2Z_0U_0) \\
& \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, b, a^2Z_0U_0) \\
& \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, \varepsilon, aZ_0U_0) \\
& \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_e, \varepsilon, aZ_0U_0) \\
& \underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_e, \varepsilon, Z_0U_0)
\end{aligned}
$$

# EXEMPLO 9 - continuação

Sequência de movimentos de

$$\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, A, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$$

$$\begin{aligned}(q_0, a^2b, Z_0) &\underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, ab, aZ_0)\\ &\underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, b, a^2Z_0)\\ &\underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b, a^2Z_0)\\ &\underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, \varepsilon, aZ_0)\end{aligned}$$

Sequência de movimentos de

$$\mathcal{M} = (\{q_0', q_0, q_1, q_e\}, A, \{Z_0, a, U_0\}, \delta, q_0', U_0, \emptyset)$$

$$\begin{aligned}(q_0', a^2b, U_0) &\underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, a^2b, Z_0U_0)\\ &\underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, ab, aZ_0U_0)\\ &\underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, b, a^2Z_0U_0)\\ &\underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, b, a^2Z_0U_0)\\ &\underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, \varepsilon, aZ_0U_0)\\ &\underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_e, \varepsilon, aZ_0U_0)\\ &\underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_e, \varepsilon, Z_0U_0)\\ &\underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_e, \varepsilon, U_0)\end{aligned}$$

# EXEMPLO 9 - continuação

Sequência de movimentos de

$$\mathcal{M}_L = (\{q_0, q_1\}, A, \{Z_0, a\}, \delta_L, q_0, Z_0, \{q_1\})$$

$$\begin{aligned}(q_0, a^2b, Z_0) &\underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, ab, aZ_0)\\ &\underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_0, b, a^2Z_0)\\ &\underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, b, a^2Z_0)\\ &\underset{\mathcal{M}_L}{\vdash} (q_1, \varepsilon, aZ_0)\end{aligned}$$

Sequência de movimentos de

$$\mathcal{M} = (\{q_0', q_0, q_1, q_e\}, A, \{Z_0, a, U_0\}, \delta, q_0', U_0, \emptyset)$$

$$\begin{aligned}(q_0', a^2b, U_0) &\underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, a^2b, Z_0U_0)\\ &\underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, ab, aZ_0U_0)\\ &\underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_0, b, a^2Z_0U_0)\\ &\underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, b, a^2Z_0U_0)\\ &\underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_1, \varepsilon, aZ_0U_0)\\ &\underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_e, \varepsilon, aZ_0U_0)\\ &\underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_e, \varepsilon, Z_0U_0)\\ &\underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_e, \varepsilon, U_0)\\ &\underset{\mathcal{M}}{\vdash} (q_e, \varepsilon, \varepsilon)\end{aligned}$$