

Teste de Matemática Discreta

Licenciatura em Ciências da Computação - Universidade do Minho

03/06/2017

Duração: 1h 45m

✓1. (1 valor) Determine o quociente e o resto da divisão de -112 por 6 .

✓2. (3 valores) Determine a solução geral da equação diofantina:

$$\underline{39x + 51y = 21.}$$

✓3. (3 valores) Decomponha em factores primos os inteiros $a = 840$ e $b = 1386$ e utilize essa decomposição para calcular $\text{m.d.c.}(a, b)$ e $\text{m.m.c.}(a, b)$.

4. (1 valor) Indique um sistema completo de resíduos módulo 11 que seja constituído por números inteiros positivos pares.

5. (3 valores) Determine o resto da divisão de $28^{85} + 35^{50}$ por 13 .

6. (4 valores) Considere a seguinte congruência linear:

$$37x \equiv 19 \pmod{84}$$

✓a) Escreva um sistema de congruências lineares equivalente à congruência linear dada.

✓b) Determine a solução geral da congruência linear dada e indique todas as soluções positivas inferiores a 300 .

7. (2,5 valores) Calcule $\phi(56)$ e use o Teorema de Euler para determinar o resto da divisão de 37^{74} por 56 .

✓8. (2,5 valores) Mostre que, quaisquer que sejam os inteiros positivos a, b, c, d , tais que $\text{m.d.c.}(a, b) = 1$,

$$d \mid ac \wedge d \mid bc \Rightarrow d \mid c.$$

Teste de Matemática Discreta

Licenciatura em Ciências da Computação - Universidade do Minho

27/05/2019

Duração: 2h

1. (2,5 valores) Decomponha em factores primos os inteiros $a = 924$ e $b = 1638$ e utilize essa decomposição para calcular $m.d.c.(a, b)$ e $m.m.c.(a, b)$.

2. (3 valores) Use o Algoritmo de Euclides para determinar a solução geral da equação diofantina:

$$48x - 165y = 9.$$

3. (1,5 valores) Mostre que para todo o inteiro $n \geq 1$, $43 \mid 6^{n+2} + 7^{2n+1}$.

4. (3 valores) Determine o resto da divisão de $36^{40} \times 47^{22}$ por 13.

5. (2 valores) Determine os dois algarismos finais de 93^{203} .

6. (4 valores) Considere a seguinte congruência linear:

$$39x \equiv -19 \pmod{280}$$

- a) Escreva um sistema de congruências lineares equivalente à congruência linear dada.

- b) Determine a solução geral da congruência linear dada e indique todas as soluções positivas inferiores a 800.

7. (2 valores) Calcule $\phi(90)$ e use o Teorema de Euler para determinar o resto da divisão de 11^{100} por 90.

8. (2 valores) Mostre que, quaisquer que sejam os inteiros positivos a e b ,

$$m.d.c.(a+b, ab) = 1 \Rightarrow m.d.c.(a, b) = 1$$

Luísa Silva

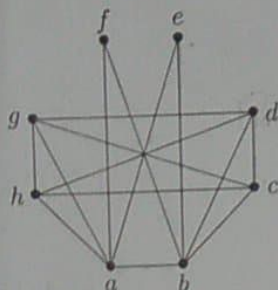
Teste de Matemática Discreta

Licenciatura em Ciências da Computação - Universidade do Minho

Duração: 1h 45m

20/03/2017

1. (8 valores) Considere o grafo G representado na figura.



- Dê exemplo de um circuito de G com comprimento 9.
- Dê exemplo de um ciclo de G com comprimento 7.
- Mostre que G não é planar.
- Verifique se G é euleriano. Justifique.
- Verifique se G é hamiltoniano. Justifique.
- Determine o número cromático de G . Justifique.

2. (3 valores) Seja G um grafo planar conexo com 6 vértices e 12 arestas.

- Determine o número de faces de G .
- Indique o valor da soma dos graus dos vértices de G .
- Dê exemplo de uma representação planar de um grafo euleriano nestas condições.

3. (1,5 valores) Dê exemplo de um grafo conexo, não planar, que seja semieuleriano. Justifique.

4. (1,5 valores) Dê exemplo de um grafo conexo, não planar, que seja euleriano mas não seja hamiltoniano. Justifique.

5. (2 valores) Dê exemplo de dois grafos conexos G_1 e G_2 , que sejam homeomorfos, tais que um tenha número cromático 5 e o outro tenha número cromático 3. Justifique.

6. (2 valores) Determine, a menos de isomorfismo, todos os grafos conexos com 5 vértices que sejam eulerianos.

7. (2 valores) Mostre que se um grafo G é uma árvore com um número par de arestas então G tem pelo menos um vértice de grau par.

$$a = v - 1$$

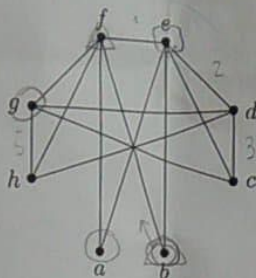
Teste de Matemática Discreta

Licenciatura em Ciências da Computação - Universidade do Minho

20/03/2019

Duração: 1h 45m

1. (7 valores) Considere o grafo G representado na figura.



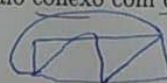
- a) Dê exemplo de um ciclo de G com comprimento 6.
 b) Verifique se G é euleriano. Justifique.
 c) Verifique se G é hamiltoniano. Justifique.
 d) Verifique se G é planar. Justifique.
 e) Determine o número cromático de G . Justifique.
2. (2 valores) Dê exemplo de um grafo conexo, não planar, que seja euleriano mas não seja hamiltoniano. Justifique.



3. (2 valores) Dê exemplo de um grafo não planar cujo número cromático seja 4. Justifique.



4. (2 valores) Dê exemplo de uma representação planar de um grafo conexo com 6 vértices e 9 arestas que seja euleriano.



5. (2 valores) Dê exemplo de dois grafos conexos G_1 e G_2 , que sejam homeomorfos, tais que um tenha número cromático 5 e o outro tenha número cromático 3. Justifique.

6. (3 valores) Determine todos os grafos conexos, não isomorfos, com 5 vértices que contenham um ciclo de comprimento 4 mas não sejam hamiltonianos.

3, 4, 5, 4

7. (2 valores) Mostre que qualquer grafo planar conexo com um número ímpar de vértices e um número par de arestas tem pelo menos uma face de grau par.