Universidade do Minho	25 de janeiro de 2025
Exame de recurso de **Computabilidade e Complexidade**	
Lic. Ciências da Computação	Duração: 2h15min

*Este exame é constituído por 5 perguntas. Todas as respostas devem ser devidamente **justificadas**.*

1. Seja $A = \{a, b, c\}$. Considere a máquina de Turing

$$\mathcal{T} = (\{0, 1, 2, 3, 4\}, A, A \cup \{\Delta\}, \delta, 0, 4, \Delta)$$

onde a função transição δ é definida pela tabela seguinte:

δ	a	b	c	Δ
0				$(1, \Delta, D)$
1	$(1, a, D)$	$(1, b, D)$	$(2, c, D)$	
2	$(2, c, D)$	$(2, c, D)$	$(2, c, D)$	$(3, \Delta, E)$
3	$(3, a, E)$	$(3, b, E)$	$(3, c, E)$	$(4, \Delta, C)$

A máquina $\mathcal{T}$ calcula uma função parcial $g : A^* \to A^*$.

a) Represente $\mathcal{T}$ graficamente.

b) Indique a sequência de configurações que podem ser computadas a partir da configuração $(0, \underline{\Delta}aabacbabccac)$.

c) Identifique o domínio D da função g.

d) Para cada elemento $u \in D$, determine a palavra $g(u)$.

2. Considere o alfabeto $A = \{a, b, c\}$ e a linguagem

$$L = \{a^n b c^n b a^n : n \in \mathbb{N}_0\}.$$

a) Construa uma máquina de Turing que reconheça L e descreva informalmente a estratégia dessa máquina.

b) Explique se o problema de decisão $P(w)$: "$w \in L$ e $|w|_c > 1$" é ou não decidível.

c) Sendo $K = \{a^{2n} : n \in \mathbb{N}_0\}$, mostre que $K \leq_p L$.

3. Seja h a função obtida por recursão primitiva das funções $f : x \mapsto x^2$ e $g : (x, y, z) \mapsto x + y + z$.

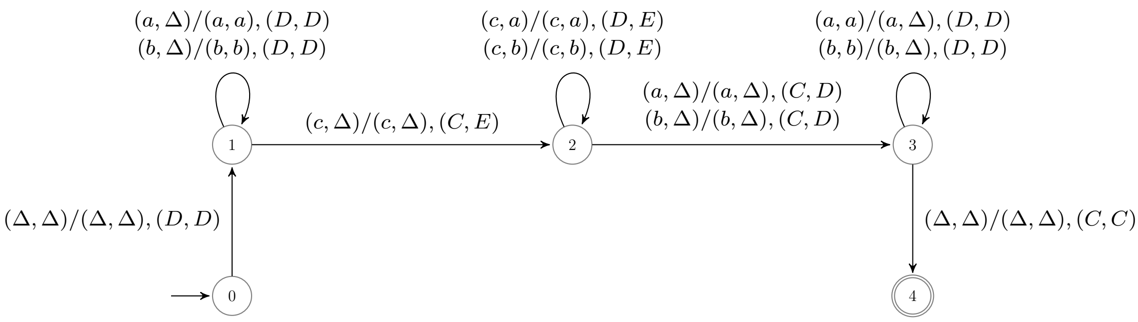
a) Identifique a função h.

b) Mostre que h é uma função recursiva primitiva.

c) Determine a função M_g de minimização de g.

(v.s.f.f.)

4. Seja $A = \{a, b, c\}$ e seja $\mathcal{T}$ a seguinte máquina de Turing sobre A com duas fitas,



a) Justifique, indicando as computações realizadas, se a palavra $ab^2abc^5ab^2ab$ é reconhecida por $\mathcal{T}$.

b) Identifique a linguagem L aceite por $\mathcal{T}$.

c) Determine a função de complexidade temporal da máquina $\mathcal{T}$.

d) Diga, justificando, se o seguinte problema é decidível: Dada uma linguagem recursivamente enumerável K, será que $K \cup L$ é uma linguagem recursiva?

5. Diga, justificando, quais das afirmações seguintes são verdadeiras e quais são falsas.

a) A função $f(n) = 2^n + n^3$ é de ordem $\mathcal{O}(3^n)$.

b) Se L é uma linguagem recursiva, $\mathcal{T}$ é uma máquina de Turing que aceita L e $w \in \overline{L}$, então $\mathcal{T}$ rejeita (obrigatoriamente) w.

c) Existem máquinas de Turing $\mathcal{T}_1$ e $\mathcal{T}_2$ tais que $L(\mathcal{T}_1) = L(\mathcal{T}_2) = a^*$ e $L(\mathcal{T}_1 \longrightarrow \mathcal{T}_2) = \emptyset$.

(Fim)

Cotação:
- **1**. 4,5 valores (1 + 1 + 1 + 1,5)
- **2**. 4,5 valores (2 + 1 + 1,5)
- **3**. 3,5 valores (1,25 + 1 + 1,25)
- **4**. 4,5 valores (1 + 1,25 + 1,25 + 1)
- **5**. 3 valores (1 + 1 + 1)