

Teste de Matemática Discreta

Licenciatura em Ciências da Computação - Universidade do Minho

27/05/2019

Duração: 2h

1. (2,5 valores) Decomponha em factores primos os inteiros $a = 924$ e $b = 1638$ e utilize essa decomposição para calcular $m.d.c.(a, b)$ e $m.m.c.(a, b)$.

2. (3 valores) Use o Algoritmo de Euclides para determinar a solução geral da equação diofantina:

$$48x - 165y = 9.$$

3. (1,5 valores) Mostre que para todo o inteiro $n \geq 1$, $43 \mid 6^{n+2} + 7^{2n+1}$.

4. (3 valores) Determine o resto da divisão de $36^{40} \times 47^{22}$ por 13.

5. (2 valores) Determine os dois algarismos finais de 93^{203} .

6. (4 valores) Considere a seguinte congruência linear:

$$39x \equiv -19 \pmod{280}$$

- a) Escreva um sistema de congruências lineares equivalente à congruência linear dada.

- b) Determine a solução geral da congruência linear dada e indique todas as soluções positivas inferiores a 800.

7. (2 valores) Calcule $\phi(90)$ e use o Teorema de Euler para determinar o resto da divisão de 11^{100} por 90.

8. (2 valores) Mostre que, quaisquer que sejam os inteiros positivos a e b ,

$$m.d.c.(a+b, ab) = 1 \Rightarrow m.d.c.(a, b) = 1$$