

1º Trabalho de Grupo de Análise - 10 Mar

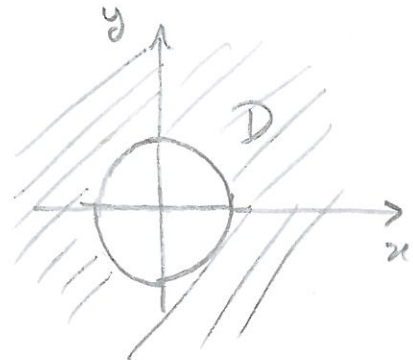
Nome: \_\_\_\_\_ Número: \_\_\_\_\_

Nome: Prigorta de Resolucao Número: \_\_\_\_\_

1. Considere a função  $f : D \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definida por

$$f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2 - 1}.$$

- (a) Identifique o domínio  $D$  da função  $f$ ;
- (b) Identifique o interior, a fronteira e o derivado do domínio  $D$ ;
- (c) Identifique a curva de nível 0 da função  $f$ ;
- (d) Identifique a curva de nível 1 da função  $f$ ;
- (e) Partindo do ponto  $(2, 1)$  indique:
  - i. um vector de  $\mathbb{R}^2$  que indica uma direcção e um sentido em que a função cresce;
  - ii. um vector de  $\mathbb{R}^2$  que indica uma direcção e um sentido em que a função decresce.
- (f) Descreva o gráfico da função  $f$ .



a)  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 - 1 \geq 0\}$

b)  $\overset{\circ}{D} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 > 1\};$

$\partial D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 1\}$

$D' = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \geq 0\}$

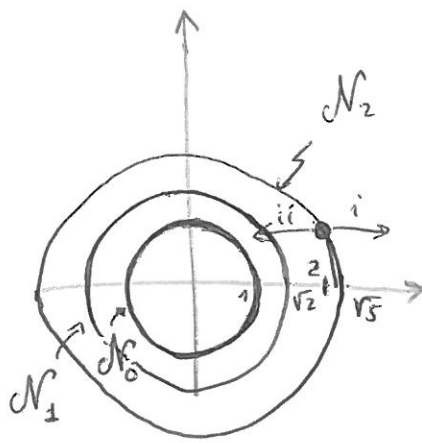
c)  $N_0 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \sqrt{x^2 + y^2 - 1} = 0\} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 1\}$

1  $\nwarrow$  circunferência de centro  $(0, 0)$  e raio 1

d)  $N_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \sqrt{x^2 + y^2 - 1} = 1\} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 2\}$

$\nwarrow$  circunferência de centro  $(0, 0)$  e raio  $\sqrt{2}$

e)



- i. For example  $(1,0)$
- ii. For example  $(-1,0)$

$$f) \quad \begin{aligned} \mathcal{G}_n(f) &= \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (x, y) \in D \text{ e } z = f(x, y)\} \\ &= \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (x, y) \in D \text{ e } z = \sqrt{x^2 + y^2 - 1}\} \end{aligned}$$

$$z = \sqrt{x^2 + y^2 - 1} \Rightarrow z^2 = x^2 + y^2 - 1 \quad (=) \quad x^2 + y^2 - z^2 = 1$$