Universidade do Minho LCC
Dep. Matemática 2025/2026

Lógica CC

1º teste — 3 de novembro de 2025 — Duração: 2 horas

Nome: ______________________________ Número: ______________

Grupo I

Responda a cada uma das 8 questões deste grupo no enunciado, no espaço disponibilizado a seguir à questão, **sem apresentar justificações**.

1. Considere a fórmula $\varphi = \neg p_0 \to (\bot \vee \neg\neg p_0)$. Indique uma sequência de formação de φ e indique o número de subfórmulas de φ.

   Resposta:

2. Dê exemplo de fórmulas φ e ψ do Cálculo Proposicional tais que $(\neg p_0 \to (p_2 \vee p_1))[\psi/p_0] = \neg(p_2 \vee p_3) \to \varphi$.

   Resposta:

3. Dê exemplo de uma fórmula φ do Cálculo Proposicional tal que $p_0 \vee \varphi$ seja tautologia e $p_0 \wedge \varphi$ não seja contradição.

   Resposta:

4. Considere a fórmula $\varphi = p_1 \wedge (p_2 \to \bot)$. Dê exemplo de uma fórmula ψ do Cálculo Proposicional tal que $\psi \Leftrightarrow \varphi$ e cujos conetivos estão no conjunto $\{\neg, \vee\}$.

   Resposta:

5. Dê exemplo de uma forma normal conjuntiva φ tal que $p_2 \in var(\varphi)$ e $\varphi \vee (p_0 \wedge p_1)$ seja um forma normal disjuntiva.

   Resposta:

6. Seja $\Gamma = \{p_i \ : \ i \in \mathbb{N}_0 \text{ e } i \text{ é ímpar}\} \cup \{p_0 \to \neg p_3, p_2 \vee \neg p_1\}$. Dê exemplo de uma valoração v tal que $v \models \Gamma$.

   Resposta:

7. Indique todos os subconjuntos inconsistentes de $\{p_1 \wedge \neg p_2, p_1 \leftrightarrow p_2, \neg p_1\}$.

   Resposta:

8. Seja $\Gamma = \{\neg p_1 \to p_2, p_1 \to p_2, p_2 \to p_1\}$. Dê exemplo de $\varphi \in \Gamma$ tal que: $\varphi, \neg p_1 \models \neg p_2$.

   Resposta:

Grupo II

Responda às 5 questões deste grupo na folha de teste.

1. Defina por recursão estrutural a função $f : \mathcal{F}^{CP} \to \{0,1\}$ tal que, para cada $\varphi \in \mathcal{F}^{CP}$, $f(\varphi) = 1$ se e só se $p_0 \in var(\varphi)$.

2. Seja Γ o conjunto das fórmulas proposicionais definido indutivamente pelas seguintes regras:

   (i) $p_i \in \Gamma$, para todo i ímpar;

   (ii) $(\neg p_i) \in \Gamma$, para todo i par;

   (iii) se $\varphi \in \Gamma$, então $(\neg\varphi) \in \Gamma$, para todo $\varphi \in \mathcal{F}^{CP}$;

   (iv) se $\varphi \in \Gamma$ e $\psi \in \Gamma$, então $(\varphi \wedge \psi) \in \Gamma$, para todo $\varphi, \psi \in \mathcal{F}^{CP}$;

   (v) se $\varphi \in \Gamma$ e $\psi \in \Gamma$, então $(\varphi \to \psi) \in \Gamma$, para todo $\varphi, \psi \in \mathcal{F}^{CP}$.

   (a) A fórmula $(\,(p_1 \wedge (\neg p_3)) \to (\neg p_2)\,)$ pertence a Γ? Justifique.

   (b) Indique $\varphi \in \Gamma$ tal que $\varphi \Leftrightarrow ((p_1 \vee \perp) \wedge p_2)$. Justifique.

   (c) Mostre por indução estrutural que, para todo $\varphi \in \mathcal{F}^{CP}$, existe $\psi \in \Gamma$ tal que $\varphi \Leftrightarrow \psi$.

3. Indique, justificando, uma forma normal disjuntiva logicamente equivalente à fórmula $((p_0 \to \perp) \wedge p_1) \to \neg(p_1 \to p_2)$.

4. Diga se: $p_1 \to p_2, \neg p_2 \leftrightarrow p_3 \models \neg p_1 \vee \neg p_3$. Justifique.

5. Sejam $\varphi, \psi \in \mathcal{F}^{CP}$ e $\Gamma \subseteq \mathcal{F}^{CP}$. Mostre que: se $\Gamma \not\models \varphi \to \psi$, então $\Gamma \cup \{\varphi \vee \psi, \neg\varphi \vee \neg\psi\}$ é consistente.

Cotações	II (8 valores)	II (12 valores)
	1+1+1+1+1+1+1+1	1,75+5+1,75+1,75+1,75