Universidade do Minho

Dep. Matemática e Aplicações

Geometria

Lic. Ciências da Computação & Lic. em Matemática

22/07/2019

Época Especial

Todas as respostas devem ser justificadas e os cálculos devem ser apresentados.

---

1. Seja $\mathcal{A}$ um espaço euclidiano tridimensional munido de um referencial ortonormado.

   (a) Seja r a reta que passa pelos pontos $A = (1, -1, 0)$ e $B = (1, 2, 3)$. Determine a equação cartesiana do plano π perpendicular a r que passa pelo ponto $P = (1, 1, 2)$.

   (b) Seja σ o plano definido pela equação cartesiana $-x + z - 1 = 0$. Determine as equações paramétricas da reta s perpendicular a σ que passa pelo ponto $Q = (2, 0, -1)$.

2. Seja $\mathcal{A}$ um espaço afim tridimensional munido de um referencial ortonormado.
   Considere as retas r e s definidas pelas seguintes equações vetoriais

   $$r = A+ < \vec{v} >= (0,0,-1)+ < (0,1,0) > \quad \text{e} \quad s = B+ < \vec{w} >= (1,1,-1)+ < (0,1,1) > .$$

   (a) Mostre que as retas r e s são enviesadas.

   (b) Determine os pés da perpendicular comum a r e a s.

3. Seja $\mathcal{A}$ um plano euclidiano munido de referencial ortonormado.
   Determine a representação matricial do redimensionamento de parâmetros 1 e 2 centrado na origem e na direção das bissetrizes do primeiro e segundo quadrantes.

4. Seja $\mathcal{A}$ um espaço euclidiano tridimensional munido de referencial ortonormado.
   Considere o plano π de equação cartesiana

   $$\pi : x + y + z = 1.$$

   (a) Verifique que a expressão analítica da simetria paralela ρ no plano π segundo o vetor $\vec{v} = (1, 0, 1)$ é dada por

   $$\rho(x, y, z) = (1 - y - z, y, 1 - x - y)$$

   (b) Verifique que a aplicação ρ não é uma isometria.

5. Seja $\mathcal{A}$ um espaço euclidiano tridimensional munido de referencial ortonormado.

   (a) Determine a expressão analítica da rotação de ângulo $\theta = \frac{\pi}{2}$ em torno do eixo dirigido pelo vetor $\vec{u} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0\right)$ e que incide na origem.

   (b) Determine a expressão analítica da rotação de ângulo $\theta = \frac{\pi}{2}$ em torno do eixo dirigido pelo vetor $\vec{u} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0\right)$ e que incide no ponto $\Omega = (0, 0, 1)$.

6. Seja $\mathcal{A}$ um plano euclidiano munido de referencial ortonormado.
   Sejam r e s duas retas paralelas. Sejam P_1 e P_2 dois pontos da reta r e Q_1 e Q_2 as projeções ortogonais de P_1 e P_2 na reta s, respetivamente. Mostre que $d(P_1, Q_1) = d(P_2, Q_2)$.

Cotações: Todas as questões estão cotadas para 2 valores.