



Geometria

Todas as respostas devem ser justificadas e os cálculos devem ser apresentados.

GRUPO I

(Responda aos grupos I e II em **folhas separadas**)

1. Seja \mathcal{A} um plano euclidiano munido de referencial ortonormado.

(a) Determine a expressão matricial de cada uma das seguintes homotetias:

$$\begin{aligned} f : & \text{ homotetia de centro } A = (1, 3) \text{ e razão } \alpha = -2, \\ g : & \text{ homotetia de centro } B = (1, 1) \text{ e razão } \beta = 1/2. \end{aligned}$$

(b) Determine a expressão matricial da composta $g \circ f$. Justifique que se trata de uma simetria central e indique o seu centro.

2. Seja \mathcal{A} um plano euclidiano munido de referencial ortonormado.

Considere a isometria

$$\rho(x, y) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}x + \frac{1}{\sqrt{2}}y + 1 - \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}x + \frac{1}{\sqrt{2}}y + \frac{1}{\sqrt{2}} \right).$$

Mostre que ρ é uma rotação. Indique o seu centro e o ângulo de rotação.

3. Seja \mathcal{A} um plano euclidiano munido de referencial ortonormado.

Determine a transvecção de razão $r = -2$ segundo $\vec{e}_1 = (1, 0)$ centrada no ponto $\Omega = (2, 1)$.

GRUPO II

(Responda aos grupos I e II em **folhas separadas**)

4. Seja \mathcal{A} um espaço euclidiano tridimensional munido de referencial ortonormado.

Considere o plano π de equação cartesiana

$$\pi : x + z = 1.$$

Determine a expressão analítica da reflexão no plano π .

5. Seja \mathcal{A} um espaço euclidiano tridimensional munido de referencial ortonormado.

Determine a expressão analítica da rotação de ângulo $\theta = -\frac{\pi}{2}$ segundo o eixo que incide na origem e está dirigido pelo vetor $\vec{u} = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$.

6. Seja \mathcal{A} um plano euclidiano munido de referencial ortonormado.

Considere a circunferência \mathcal{C} de equação

$$\mathcal{C} : x^2 + y^2 - 6x - 2y - 15 = 0.$$

(a) Determine o centro e o raio de \mathcal{C} .

(b) Indique qual é a imagem de \mathcal{C} através da translação segundo o vetor $\vec{v} = (-1, 1)$.

Cotações: 1. a) b) 6. a) b) dois valores; 2. 3. 4. 5. três valores.