# Lógica CC

Univ. do Minho – Lic. em Ciências da Computação

1.º teste 31 de outubro de 2024

---

1. Apresente, sem justificar, uma fórmula do Cálculo Proposicional, que represente a seguinte frase: «é necessário que um número termine em 0 ou em 5 para que seja múltiplo de 5». (0,5 valores)

2. Defina por recursão estrutural uma função $n : \mathcal{F}^{CP} \longrightarrow \{0,1\}$ tal que, para cada $\varphi \in \mathcal{F}^{CP}$, $n(\varphi) = 1$ se $\perp$ ocorre em $\varphi$ e $n(\varphi) = 0$ caso contrário. (1 valor).

3. Foi definida numa aula a função $v : \mathcal{F}^{CP} \longrightarrow \mathbb{N}_0$, tal que para cada $\varphi \in \mathcal{F}^{CP}$, $v(\varphi)$ é o número de ocorrências de variáveis em $\varphi$, como a única função tal que:
   i) $v(p) = 1$, para todo $p \in \mathcal{V}^{CP}$;
   ii) $v(\perp) = 0$;
   iii) $v(\neg\varphi) = v(\varphi)$, para todo $\varphi \in \mathcal{F}^{CP}$;
   iv) $v(\varphi \Box \psi) = v(\varphi) + v(\psi)$, para todos $\varphi, \psi \in \mathcal{F}^{CP}, \Box \in \{\vee, \wedge, \rightarrow, \leftrightarrow\}$.

   Prove por indução estrutural que, para toda a fórmula $\varphi$, $v(\varphi[\perp/p_0]) \leq v(\varphi)$.
   (2 valores)

4. Defina, sem justificar, uma valoração $v$ tal que $v((p_0 \wedge \neg p_1) \leftrightarrow (p_2 \vee p_1)) = 1$.
   (0,5 valores)

5. Diga, justificando, se $\neg p_0 \vee (p_1 \wedge \neg p_2) \Leftrightarrow (p_0 \wedge (\neg p_1 \vee p_2)) \rightarrow \perp$. (1 valor).

6. Sejam $\Gamma = \{p_0 \vee p_1, \neg(p_1 \wedge p_2)\}$ e $\Delta = \{p_1 \vee \neg p_0, p_2, \neg(p_1 \rightarrow \neg p_2)\}$. Indique, sem justificar, uma fórmula $\varphi \in \Delta$ tal que $\Gamma \cup \{\varphi\}$ é um conjunto não satisfazível. (0,5 valores)

7. Apresente, sem justificar, uma forma normal disjuntiva equivalente a
   $$\neg\left((\neg p_0 \vee p_1) \leftrightarrow (\neg p_1 \rightarrow p_2)\right).$$
   (0,5 valores)

8. Mostre que sendo $\varphi, \psi \in \mathcal{F}^{CP}$ e $\Gamma, \Delta \subseteq \mathcal{F}^{CP}$, se $\Gamma \models \varphi$ e $\Delta, \varphi \models \psi$, então $\Gamma, \Delta \models \psi$.
   (2 valores)

9. Apresente derivações em DNP que mostrem que:

   a) $\vdash (p_0 \wedge \neg p_1) \rightarrow \neg(p_0 \rightarrow p_1)$. (1 valor)

   b) $p_0 \vee p_1 \vdash (p_0 \rightarrow p_1) \rightarrow p_1$. (1 valor)