

### **Екзаменаційні питання**

1. Лінійний простір – визначення, властивості, приклади.
2. Базис та розмірність лінійного простору.
3. Ізоморфізм лінійних просторів.
4. Лінійний підпростір. Лінійна оболонка.
5. Еквівалентні системи елементів.
6. Сума та перетин лінійних підпросторів.
7. Зв'язок між розмірностями суми та перетину лінійних підпросторів.
8. Пряма сума лінійних підпросторів.
9. Перетворення базису лінійного простору.
10. Евклідів простір – визначення, приклади.
11. Нерівність Коші-Буняковського. Колінеарність елементів.
12. Поняття норми, відстані, кута.
13. Ортогональність. Ортонормований базис.
14. Представлення елемента та скалярного добутку в ортонормованому базисі.
15. Ортогональність підпросторів. Ортогональна сума.
16. Ортогональне доповнення. Ортогональна проекція та складова.
17. Унітарний підпростір.
18. Лінійний оператор. Алгебра лінійних операторів.
19. Обернений оператор. Взаємоднозначний оператор.
20. Ядро та образ лінійного оператора.
21. Матриця лінійного оператора.
22. Перетворення матриці лінійного оператора.
23. Еквівалентність матриць. Еквівалентність операторів.
24. Поняття функціонала.
25. Власні числа та власні вектори лінійного оператора, їх властивості.
26. Лінійна незалежність власних векторів.
27. Лінійний оператор простої структури.
28. Характеристичний многочлен.
29. Спектр оператора. Критерій діагоналізованості.
30. Інваріантний підпростір. Індуційований оператор.
31. Жорданова форма матриці.
32. Функції від матриць.
33. Поверхня та лінія в просторі.
34. Циліндричні та сферичні системи координат.
35. Конічні та циліндричні поверхні.
36. Площина в просторі. Загальне рівняння, рівняння через нормаль та у відрізках.

37. Площина у просторі. Нормальне рівняння площини. Поняття відстані та відхилення.
38. Взаємне розташування площин в просторі. Пучок та зв'язка площин.
39. Рівняння прямої в просторі.
40. Взаємне розташування прямих у просторі.
41. Взаємне розташування прямої та площини.
42. Поверхні другого порядку. Еліпсоїд. Гіперболоїди.
43. Поверхні другого порядку. Еліпсоїд. Параболоїди.
44. Поверхні другого порядку. Конус. Циліндри.
45. Спряжений оператор – визначення, умови існування.
46. Властивості спряженого оператора.
47. Матриця спряженого оператора.
48. Двоїсті базиси.
49. Самоспряжений оператор, його властивості.
50. Унітарний оператор. Критерій унітарності.
51. Унітарний оператор та ортонормована система елементів.
52. Жорданів базис самоспряженого оператора.
53. Спектральне розв'язання самоспряженого оператора.
54. Білінійна форма.
55. Матриця та ранг білінійної форми.
56. Квадратична форма.
57. Канонічний вигляд квадратичної форми.
58. Метод Лагранжа приведення квадратичної форми до канонічного вигляду.
59. Метод Якобі приведення квадратичної форми до канонічного вигляду.
60. Критерій Сільвестра знаковизначеності квадратичної форми.
61. Приведення рівняння поверхні другого порядку до канонічного вигляду.