Питання на екзамен з математичного аналізу, 2-й семестр

Визначений інтеграл

1. Розбиття та їх продовження. Інтегральна сума Рімана. Необхідна умова інтегровності.
2. Верхні та нижні суми Дарбу і їх властивості.
3. Властивості визначеного інтегралу (лінійність, адитивність, монотонність).
4. Властивості визначеного інтегралу (монотонність, оцінка модуля, теорема про середнє та наслідки з неї).
5. Інтеграл зі змінною верхньою межею та формула його диференціювання.
6. Формула Ньютона-Лейбніца та її узагальнення на кусково гладкі функції. Незалежність інтегралу від значень підінтегральної функції у деяких точках.
7. Правила інтегрування частинами та заміною змінної у визначеному інтегралі. Формула Тейлора з інтегральним залишковим членом.
8. Інтеграл Стілтьєса.
9. Довжина дуги кривої.
10. Площа плоскої фігури.
11. Об'єм тіла в просторі.
12. Жордановість і площа межі плоскої фігури.
13. Жордановість і спрямлюваність межі плоскої фігури. Приклад нежорданової фігури.
14. Елементи теорії інтеграла Лебега (вимірний простір, міра, проста функція, визначення інтеграла Лебега та його коректність).
15. Зв'язок інтегралів Рімана та Лебега.
16. Невласні інтеграли та їх властивості.
17. Збіжність невласних інтегралів (абсолютна, умовна, у розумінні головного значення, критерії збіжності).

Функції багатьох змінних

1. Відкриті та замкнені множини. Їх властивості.
2. Границя функції багатьох змінних. Покоординатна збіжність. Повторна границя та її зв'язок із подвійною.
3. Неперервність функцій декількох змінних (визначення, локальні і глобальні властивості, неперервність по одній змінній).
4. Диференціали та похідні функцій багатьох змінних (визначення, достатні умови диференційовності).
5. Диференціал суми, частки, композиції функцій багатьох змінних. Інваріантність форми першого диференціалу функції багатьох змінних.
6. Геометричний зміст частинних похідних і повного диференціалу.
7. Похідна за напрямом. Градієнт.
8. Частинні похідні вищих порядків. Мішані похідні та їх співпадання.
9. Диференціали вищих порядків.
10. Формула Тейлора в $\mathfrak{R}^n$.
11. Локальний екстремум.
12. Умовний екстремум (метод виключення частини змінних і метод Лагранжа).

Ряди

1. Сума ряду. Критерій Коші і наслідки з нього.
2. Абсолютна збіжність рядів та її ознаки (обмеженість часткових сум, ознаки порівняння, Вейєрштраса, Коші, Даламбера).
3. Інтегральна ознака збіжності рядів. Переставність рядів із невід'ємними членами.

4. Теорема Лейбніца. Властивості рядів, складених тільки із додатніх і тільки із від'ємних членів.
5. Теорема Рімана. Умовна та безумовна збіжність. Абсолютна і безумовна збіжність.
6. Послідовності і ряди функцій. Поточкова і рівномірна збіжність.
7. Еквівалентні означення рівномірної збіжності функціональних рядів (послідовностей).
8. Властивості рівномірно збіжних функціональних послідовностей. Мажорантна ознака Вейєрштраса.
9. Перетворення та нерівність Абеля. Ознака Діріхле-Харді.
10. Перетворення та нерівність Абеля. Ознака Абеля-Харді.
11. Неперервність, інтегровність та рівномірна збіжність функціональних рядів і послідовностей.
12. Інтегровність, диференційовність та рівномірна збіжність функціональних рядів і послідовностей.
13. Степеневі ряди (теорема Коші-Адамара, теорема Абеля, диференційовність степеневих рядів).
14. Диференційовність інтеграла, що залежить від параметру.
15. Неперервність та інтегровність інтеграла, що залежить від параметру.
16. Бета-функція Ейлера.
17. Гамма-функція Ейлера.

Питання № 9 і № 10 з теми «Ряди» виносяться на самостійне опрацювання.
Для цього достатньо скористатися одним із наступних джерел:

1. Зорич В. А. Математический анализ: В 2 ч. — М.: МЦНМО, 2002. — Ч. 2:
   глава XVI, §2, п. 3. Признак Абеля-Харди.
2. Никольский С. М. Курс математического анализа: В 2 т. — М.: Наука, 1990. — Т. 1:
   §11.7. Последовательности и ряды функций. Равномерная сходимость – в частности, т. 3 и т. 4.
3. Кудрявцев Л. Д. Курс математического анализа: В 3 т. — М.: Высшая школа, 1981. Т. 1:
   §35.13. Преобразование Абеля. Признаки сходимости рядов Дирихле и Абеля.

Література, що рекомендується:

Підручники (достатньо одного з них):

1. Зорич В. А. Математический анализ: В 2 ч. — М.: МЦНМО, 2002. — Ч. 1. — XVI+664 с.; Ч. 2. — XIV+794 с.
2. Никольский С. М. Курс математического анализа: В 2 т. — М.: Наука, 1990—1991. — Т. 1. — 528 с.; Т. 2. — 544 с.
3. Ильин В. А., Садовничий В. А., Сендов Бл. Х. Математический анализ. — М.: Наука, 1979. — 720 с.
4. Кудрявцев Л. Д. Курс математического анализа: В 3 т. — М.: Высшая школа, 1988. — Т. 1. — 712 с.; Т. 2. — 576 с.
5. Архипов Г. И., Садовничий В. А., Чубариков В. Н. Лекции по математическому анализу. — М.: Высшая школа, 1999. — 695 с.

Задачники з прикладами розв'язку типових прикладів (чим більше, тим краще):

1. *Кудрявцев Л. Д., Кутасов А. Д., Чехлов В. И., Шабунин М. И. Сборник задач по математическому анализу. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость / Под ред. Л. Д. Кудрявцева. — М.: Наука, 1984. — 592 с.*
2. *Кудрявцев Л. Д., Кутасов А. Д., Чехлов В. И., Шабунин М. И. Сборник задач по математическому анализу. Интегралы. Ряды / Под ред. Л. Д. Кудрявцева. — М.: Наука, 1986. — 528 с.*
3. *Виноградова И. А., Олехник С. Н., Садовничий В. А. Задачи и упражнения по математическому анализу: В 2 ч. /Под ред. В. А. Садовничего — М.: Дрофа, 2000—2001. — Ч. 1. — 725 с.*
4. *Запорожец Г. И. Руководство к решению задач по математическому анализу. — М.: Высшая школа, 1966. — 460 с.*
5. *Бутузов В. Ф., Крутицкая Н. Ч., Медведев Г. Н., Шишкин А. А. Математический анализ в вопросах и задачах / Под ред. В. Ф. Бутузова. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. — 480 с.*