**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**
**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ**
**ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**
**«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)**
**Кафедра МОЭВМ**

# КУРСОВАЯ РАБОТА

**по дисциплине «Алгоритмы и структуры данных»**

**Тема: Случайные бинарные деревья поиска. Исследование.**

Студент гр. 7383 _____ Кирсанов А. Я.

Преподаватель _____ Размочаева Н. В.

Санкт-Петербург

2018

**ЗАДАНИЕ**
**НА КУРСОВУЮ РАБОТУ**

Студент Кирсанов А. Я.

Группа 7383

Тема работы: Случайные бинарные деревья поиска. Исследование.

Содержание пояснительной записки:

- Содержание
- Введение
- Описание функций работы с бинарными деревьями
- Примеры работы программы
- Исследование
- Заключение
- Список использованных источников

Предполагаемый объем пояснительной записки:
Не менее 15 страниц.

Дата выдачи задания:

Дата сдачи реферата:

Дата защиты реферата:

Студент _____ Кирсанов А. Я.

Преподаватель _____ Размочаева Н. В.

## АННОТАЦИЯ

В работе была реализована программа на языке программирования C++ с использованием фреймворка Qt, обеспечивающая построения случайных бинарных деревьев поиска, выполняющая вставку и удаления элементов дерева. Было проведено исследование алгоритмов вставки и удаления в среднем и в худшем случае.

## SUMMARY

The program was implemented in the C ++ programming language using the Qt framework, which provides for the construction of random binary search trees that performs the insertion and deletion of tree elements. A study was conducted on the insertion and deletion algorithms on average and in the worst case.

# СОДЕРЖАНИЕ

# ВВЕДЕНИЕ

Целью работы является создание программы на языке C++ с использованием фреймворка Qt для работы со случайными бинарными деревьями поиска.

Для достижения цели были реализованы функции для работы с БДП: создание дерева, вставка и удаление элемента дерева по ключу, удаление дерева.

# 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Бинарное дерево поиска (БДП) — это двоичное дерево, для которого выполняются следующие дополнительные условия (*свойства дерева поиска*):

- Оба поддерева — левое и правое — являются двоичными деревьями поиска.
- У всех узлов *левого* поддерева произвольного узла X значения ключей данных *меньше*, нежели значение ключа данных самого узла X.
- У всех узлов *правого* поддерева произвольного узла X значения ключей данных *больше либо равны*, нежели значение ключа данных самого узла X.

Очевидно, данные в каждом узле должны обладать ключами, на которых определена операция сравнения *меньше*.

Если структура БДП полностью зависит от того порядка, в котором элементы расположены во входной последовательности, такое БДП называется случайным.

## 2. ОПИСАНИЕ ФУНКЦИЙ РАБОТЫ СО СЛУЧАЙНЫМИ БИНАРНЫМИ ДЕРЕВЬЯМИ ПОИСКА

1. Структура бинарного дерева **node** состоит из указателей на левое и правое поддерево, целое значение узла, а также поля, в котором хранится размер (в вершинах) дерева с корнем в данном узле.
2. **Insert –** функция вставки нового элемента в дерево. Также инициализирует дерево, если в качестве указателя на дерево подается нулевой указатель. Производит вставку элемента по правилам построения бинарного дерева поиска.
3. **Remove –** функция удаления элемента из дерева. При удалении БДП перестраивает дерево таким образом, чтобы сохранялись все свойства БДП.
4. **Join –** функция объединения двух поддеревьев. Используется в работе функции **remove**.
5. Функции **getsize** и **fixsize** используются соответственно для получения размера в вершинах дерева с корнем в данном узле и для изменения размера.
6. **Destroy –** функция, удаляющая дерево. Возвращает нулевой указатель.

## 3. ПРИМЕРЫ РАБОТЫ ПРОГРАММЫ

Программа собрана в операционной системе Windows 10 в Qt 4.7.1. В других ОС и средах тестирование не проводилось.

На рисунке 1 представлен пример работы программы.

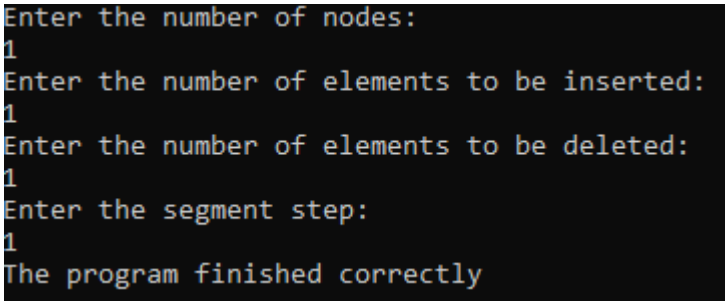
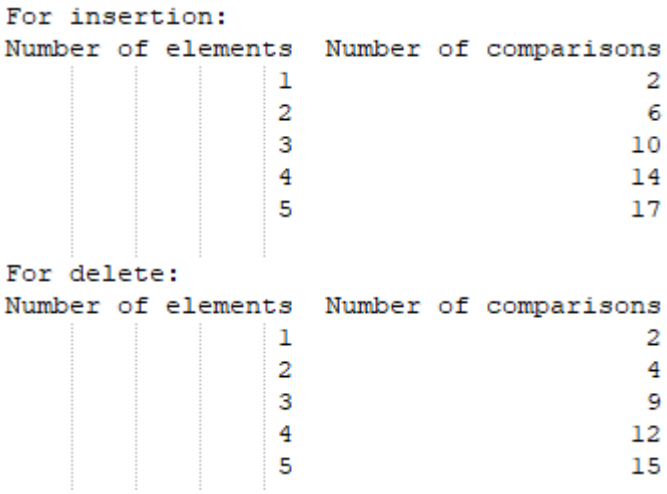



Рисунок 1 – Пример работы программы

Пользователю предлагается ввести начальное количество элементов БДП и диапазон их значений. Элементы генерируются случайным образом.

Затем программа просит ввести количество вставляемых и удаляемых элементов и шаг вывода значений функций.

На рисунке 2 представлен пример генерируемого программой файла, отражающий работу функций для 5 начальных узлов, 5 добавляемых и 5 удаляемых с шагом 1.



For insertion:

| Number of elements | Number of comparisons |
|---|---|
| 1 | 2 |
| 2 | 6 |
| 3 | 10 |
| 4 | 14 |
| 5 | 17 |

For delete:

| Number of elements | Number of comparisons |
|---|---|
| 1 | 2 |
| 2 | 4 |
| 3 | 9 |
| 4 | 12 |
| 5 | 15 |

Рисунок 2 – Иллюстрация файла лога программы

# 4. ИССЛЕДОВАНИЕ

Для проведения исследования реализованных алгоритмов в среднем и в худшем случае была использована зависимость количества операций сравнений $C$ от количества вставляемых или удаляемых узлов $N$.

Так как случайное дерево хорошо сбалансированно, должна наблюдаться разница в зависимости $C$ от $N$ в среднем и в худшем случае.

Найдем зависимость $C$ от $N$, в среднем и в худшем случае для вставки и для удаления. Для нахождения первой зависимости будем подавать элементы, сгенерированные случайном образом с равной, а во втором случае будем последовательно подавать упорядоченные по возрастанию элементы – худший случай, при котором БДП вырождается в линейный список. В обоих случаях создадим дерево, состоящее из 5000 элементов и добавим к нему еще 5000 элементов с шагом 250 элементов. Зависимость $C$ при вставке от количества элементов $N$ в среднем показана в таблице 1.

Таблица 1 – Зависимость $C$ при вставке от N в среднем.

| $N$ | $C$ при вставке | $C$ при удалении |
|---|---|---|
| 250 | 3888 | 3112 |
| 500 | 7803 | 6313 |
| 750 | 11781 | 9644 |
| 1000 | 15954 | 13263 |
| 1250 | 20161 | 16842 |
| 1500 | 24305 | 20406 |
| 1750 | 28563 | 24084 |
| 2000 | 32808 | 27750 |
| 2250 | 37255 | 31605 |
| 2500 | 41572 | 35290 |
| 2750 | 45883 | 38992 |
| 3000 | 50316 | 42815 |
| 3250 | 54694 | 46715 |
| 3500 | 59100 | 50535 |
| 3750 | 63555 | 54379 |
| 4000 | 68026 | 58204 |
| 4250 | 72452 | 61921 |
| 4500 | 76873 | 65632 |
| 4750 | 81358 | 69445 |

| | | |
|---|---|---|
| 5000 | 102714 | 71929 |

На рисунке 3 соответственно изображены графики зависимостей *C* при вставке и при удалении от *N*.

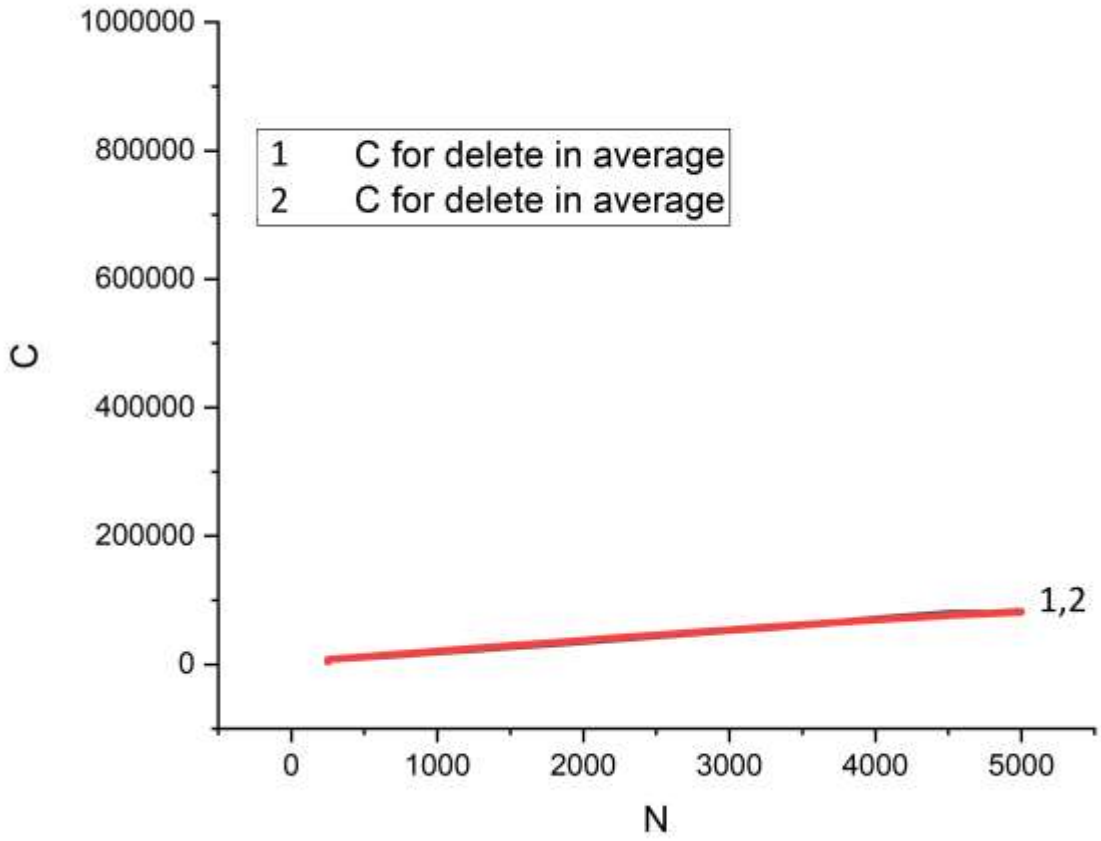



Рисунок 3 – Зависимость *C* при вставке от *N* в среднем

Аналогично для удаления элементов. Данные представлены в таблице 2.

Таблица 2 – Зависимость времени удаления от количества элементов.

| *N* | *C* при вставке в худшем случае | *C* при удалении в худшем случае |
|---|---|---|
| 250 | 94125 | 186910 |
| 500 | 250750 | 1,3983E6 |
| 750 | 469875 | 2,55218E6 |
| 1000 | 751500 | 3,64355E6 |
| 1250 | 1,09563E6 | 4,67243E6 |
| 1500 | 1,50225E6 | 5,6388E6 |
| 1750 | 1,97138E6 | 6,54268E6 |
| 2000 | 2,503E6 | 7,38405E6 |
| 2250 | 3,09713E6 | 8,16293E6 |

| | | |
|---|---|---|
| 2500 | 3,75375E6 | 8,8793E6 |
| 2750 | 4,47288E6 | 9,53318E6 |
| 3000 | 5,2545E6 | 1,01246E7 |
| 3250 | 6,09863E6 | 1,06534E7 |
| 3500 | 7,00525E6 | 1,11198E7 |
| 3750 | 7,97438E6 | 1,15237E7 |
| 4000 | 9,006E6 | 1,18651E7 |
| 4250 | 1,01001E7 | 1,21439E7 |
| 4500 | 1,12568E7 | 1,23603E7 |
| 4750 | 1,24759E7 | 1,25142E7 |
| 5000 | 1,26806E7 | 1,26056E7 |

На рисунке 4 изображены графики зависимостей времени *C* при удалении от количества элементов *N* в худшем случае.

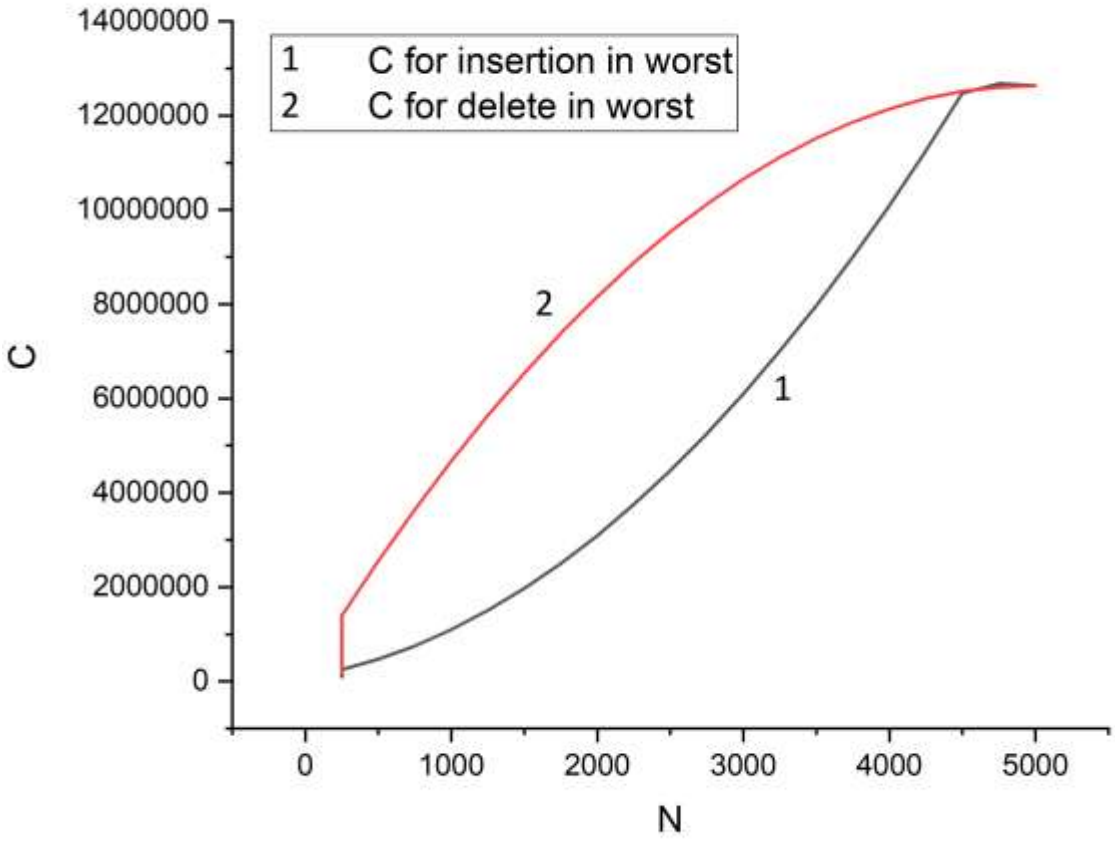



Рисунок 4 – Зависимость C при удалении от *N* в худшем случае

# ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе создана программа для исследования свойств случайных бинарных деревьев. Исследовано поведение написанных функций для работы со случайными БДП в среднем и в худшем случае. В худшем случае БДП вырождается в линейный список. Выявлена зависимость между C и N при вставке и при удалении в среднем и в худшем случаях (см. рис. 3,4). В худшем случае произведение операции вставки и удаления потребует в больше времени, чем в среднем.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Хабр. URL: https://habr.com/post/145388/
2. Randomized Binary Search Trees. URL: http://akira.ruc.dk/~keld/teaching/algoritmedesign_f08/Artikler/03/Martinez97.pdf

# ПРИЛОЖЕНИЕ А

# ИСХОДНЫЙ КОД ПРОГРАММЫ

```
#include <iostream>
#include <ctime>
#include <vector>
#include <random>
#include <algorithm>
#include <iterator>
#include <iomanip>
#include <fstream>

using namespace std;

struct node // структура для представления узлов дерева
{
    int key;
    int size;
    node* left;
    node* right;
    node(int k) { key = k; left = right = 0; size = 1; }
};

int getsize(node* T) // обертка для поля size, работает с пустыми
деревьями (t=NULL)
{
    if( !T ) return 0;
    return T->size;
}
void fixsize(node* T) // установление корректного размера дерева
{
    T->size = getsize(T->left)+getsize(T->right)+1;
}

node* join(node* T, node* q) // объединение двух деревьев
{
    if( !T ) return q;
    if( !q ) return T;
    if( rand()%(T->size+q->size) < T->size )
    {
        T->right = join(T->right,q);
        fixsize(T);
        return T;
    }
    else
    {
        q->left = join(T,q->left);
        fixsize(q);
        return q;
    }
}
```

```
node* insert(node* T, int k, unsigned int* count) // вставка нового узла
с ключом k в дерево p
{
    if( !T ) return new node(k);
    if( T->key>k ){
        (*count)++;
        T->left = insert(T->left,k, count);
    }
    else{
        (*count)++;
        T->right = insert(T->right,k, count);
    }
    fixsize(T);
    return T;
}
node* remove(node* T, int k, unsigned int* comparison) // удаление из
дерева p первого найденного узла с ключом k
{
    if( !T ) return T;

    if( T->key==k )
    {
        (*comparison)++;
        node* q = join(T->left,T->right);
        delete T;
        return q;
    }
    else if( k<T->key ){
        (*comparison)++;
        T->left = remove(T->left,k, comparison);
    }
    else{
        (*comparison)++;
        T->right = remove(T->right,k, comparison);
    }
    return T;
}
node* destroy(node* T){
        if (T->left)
             delete T->left;
        if (T->right)
                delete T->right;
        delete T;
        return T = NULL;
}
int main()
{
    srand(unsigned(time(0)));
    node *T = NULL;
    unsigned int count, ins, del, step, comparison = 0;
    ofstream file;
```

```
    file.open("output.txt");
    cout << "Enter the number of nodes:" << endl;
    cin >> count;
    cout << "Enter the number of elements to be inserted: " << endl;
    cin >> ins;
    cout << "Enter the number of elements to be deleted: " << endl;
    cin >> del;
    cout << "Enter the segment step:" << endl;
    cin >> step;
    if(count > 50000) count = 50000;
    if(ins > 50000) ins = 50000;
    vector<unsigned int> x(count);
    for(unsigned int i = 0; i < count; i++){
        x[i] = i;
    }
    random_shuffle(x.begin(), x.end());
    for(unsigned int i = 0; i < count; i++){
        T = insert(T, x[i], &comparison);
    }
    file << "For insertion:" << endl;
    file << "Number of elements\tNumber of comparisons" << endl;
    comparison = 0;
    for(unsigned int i = step; i <= ins; i+=step){
        for (int k = i; k < i+step; k++) {
            T = insert(T, x[k], &comparison);
        }
        file.width(18);
        file << i;
        file.width(23);
        file << comparison;
        file << endl;
    }
    file << endl << "For delete:" << endl;
    file << "Number of elements\tNumber of comparisons" << endl;
    comparison = 0;
    if(del > count+ins) del = count + ins;
    for(int i = step; i <= del; i+=step){
        for (int k = i; k < i+step; k++) {
            T = remove(T, x[k], &comparison);
        }
        file.width(18);
        file << i;
        file.width(23);
        file << comparison;
        file << endl;
    }

    destroy(T);
    cout << "The program finished correctly";
    return 0;
}
```