Комп’ютерний практикум №6
Розв’язання задачі Коші методами Рунге-Кутта та Адамса

Виконав:
Студент 3 курсу НН ФТІ
групи ФІ-92
Поночевний Назар Юрійович
Варіант 12

Завдання:
Методами Рунге-Кутта та Адамса-Башфорта четвертого порядку розв'язати задачу Коші. На початку інтервалу у необхідній кількості точок значення для методу Адамса визначити методом Рунге-Кутта четвертого порядку.

1) З умови маємо:
   y' = (1 - x^2) * y + F(x)
   h = 0.1
   y(0) = 1
   Точний розв'язок: y = cos x

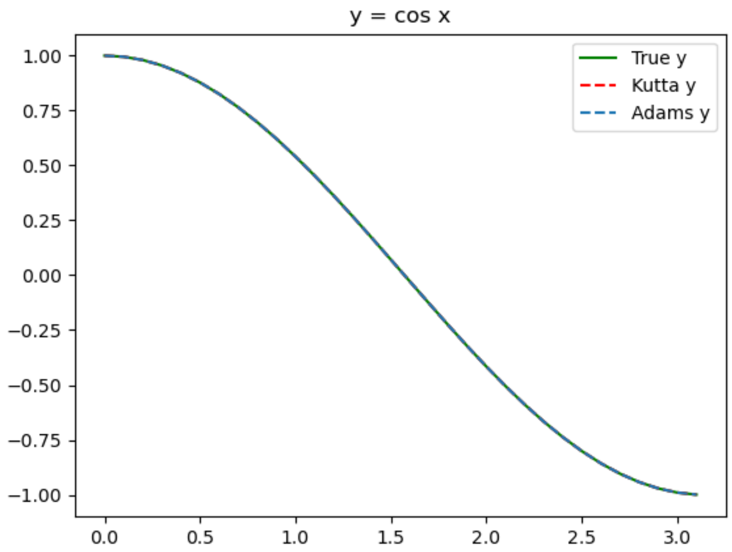
   Підставимо:
   F(x) = y' - (1 - x^2) * y = - sin x - (1 - x^2) * cos x
   y' = (1 - x^2) * (y - cos x) - sin x
2) Реалізуємо програму

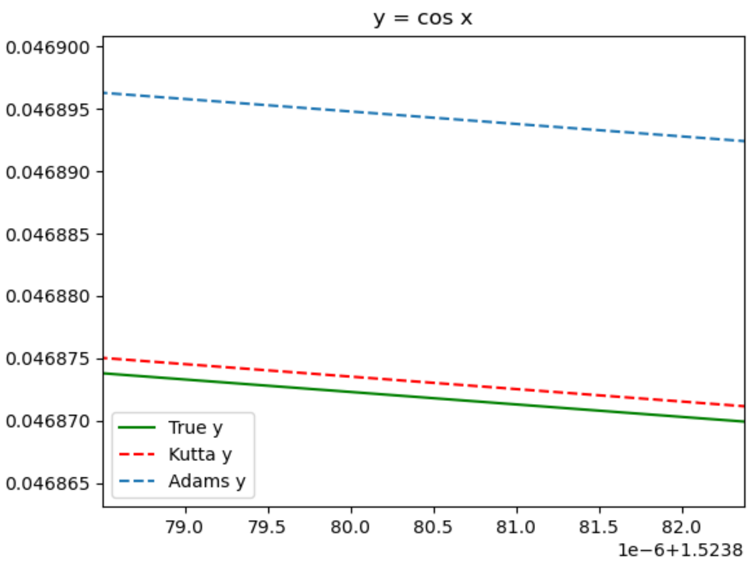
```
"""
Solving Cauchy problem

"""

import math
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt


# ------------ Input ------------


def f(x, y):
    return ((1 - x**2) * (y - math.cos(x))) - math.sin(x)


H, Y0 = 0.1, 1
A, B = 0, math.pi
```

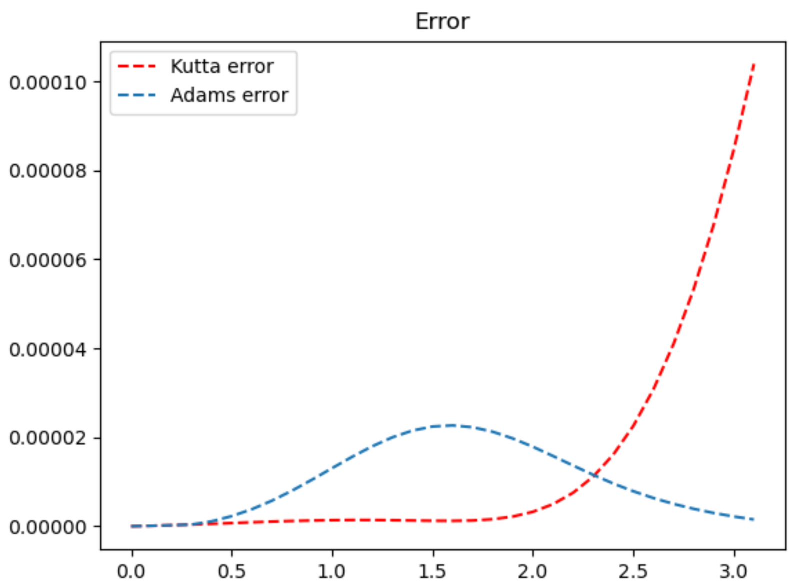
```python
# ----------- Code -----------


def runge_kutt(h, y0):
    x = np.arange(A, B, h)
    y = [y0]
    for i in x:
        k1 = h * f(i, y[-1])
        k2 = h * f(i + h / 2, y[-1] + k1 / 2)
        k3 = h * f(i + h / 2, y[-1] + k2 / 2)
        k4 = h * f(i + h, y[-1] + k3)
        y.append(y[-1] + (k1 + 2 * k2 + 2 * k3 + k4) / 6)
    return tuple(zip(x, y))


def adams(h, y0):
    runge_kutt_ = runge_kutt(h, y0)[:4]
    x = np.arange(A, B, h)
    y = [i[1] for i in runge_kutt_]
    for i in range(3, len(x)):
        y.append(y[i] + (55 * f(x[i], y[i]) -
                         59 * f(x[i - 1], y[i - 1]) +
                         37 * f(x[i - 2], y[i - 2]) -
                         9 * f(x[i - 3], y[i - 3])) * h / 24)
    return tuple(zip(x, y))


def main():
    y_kutt = np.array([i[1] for i in runge_kutt(H, Y0)])
    y_adam = np.array([i[1] for i in adams(H, Y0)])

    x = np.arange(A, B, H)
    y_true = np.array([math.cos(i) for i in x])

    e_kutt = np.abs(y_true - y_kutt)
    e_adam = np.abs(y_true - y_adam)

    plt.plot(x, y_true, color="green", label="True y")
    plt.plot(x, y_kutt, color="red", linestyle='--', label="Kutta y")
    plt.plot(x, y_adam, linestyle='--', label="Adams y")
    plt.title("y = cos x")
    plt.legend()
    plt.show()

    plt.plot(x, e_kutt, color="red", linestyle='--', label="Kutta
```

```
error")
    plt.plot(x, e_adam, linestyle='--', label="Adams error")
    plt.title("Error")
    plt.legend()
    plt.show()


if __name__ == "__main__":
    main()
```

3) Результат







4) Контрольні запитання

Що таке однокрокові та багатокрокові методи розв'язання звичайних диференційних рівнянь?

В однокрокових методах для знаходження наступної точки на кривій y = f(x) потрібна інформація лише про один попередній крок. В багатокрокових методах для знаходження наступної точки на кривій потрібна інформація більш ніж про одну з попередніх точок.

Який порядок точності має метод Ейлера?

Метод Ейлера є явним, однокроковим методом першого порядку точності.