

# Chương 3: MA TRẬN VÀ CÁC PHÉP TOÁN VỚI MA TRẬN



Minh-Phuong Tran

Ton Duc Thang University

Ngày 22 tháng 2 năm 2016

- 1 3. Ma trận (Matrices) và các phép toán với ma trận
  - 3.1. Giới thiệu ma trận trong MATLAB
  - 3.2. Phép toán số học trên vector - array

### 3.1.1. Nhập ma trận

Trong MATLAB ma trận là một array chứa các dữ liệu. Để nhập một ma trận vào MATLAB ta có thể dùng các cách sau:

- Nhập trực tiếp vào Command Window.
- Nhập từ các file dữ liệu.
- Dùng các hàm trong MATLAB.

Ví dụ:

» mymatrix = [1 2 3; 4 5 6; 7 8 9]

» myvector = [1 2 3]

### 3.1.1. Nhập ma trận

Dùng các hàm trong MATLAB:

- Hàm **ones(r,c)** tạo một ma trận có r hàng và c cột với các giá 1.
- Hàm **zeros(r,c)** tạo một ma trận có r hàng và c cột với các giá 0.
- Hàm **eye(r)** tạo một ma trận có r hàng và r cột với các giá 1 tại đường chéo và giá trị 0 tại các phần tử còn lại.
- **rand(r,c)** tạo một ma trận có r hàng và c cột với các giá trị ngẫu nhiên từ 0 tới 1 theo phân bố uniform.
- **randn(r,c)** tạo một ma trận có r hàng và c cột với các giá trị ngẫu nhiên theo phân bố Normal đơn vị.
- **magic(n)** tạo ma trận cấp n gồm các số nguyên từ 1 đến  $n^2$  với tổng các hàng bằng tổng các cột. ( $n \geq 3$ ).
- **pascal(n)** tạo ma trận xác định dương các phần tử lấy từ tam giác Pascal.

Stt	Tên hàm	Ý nghĩa	Ví dụ :	Kết quả
1	zeros(a,b)	tạo ma trận $axb$ , các phần tử = 0	zeros(2,3)	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
2	ones(a,b)	tạo ma trận $axb$ , các phần tử = 1	ones(2,3)	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$
3	eye(a,b)	tạo ma trận $axb$ , các phần tử đường chéo =1	eye(3,3)	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Stt	Tên hàm	Ý nghĩa	Ví dụ :	Kết quả
4	repmat(a,b)	tạo ma trận bxb các phần tử có giá trị a.	repmat(2,3)	<div>2 2 2</div> <div>2 2 2</div> <div>2 2 2</div>
5	rand(a,b)	tạo ma trận axb, các phần ngẫu nhiên	rand(2,3)	<div>0.9218 0.1763 0.9355</div> <div>0.7382 0.4057 0.9169</div>
6	randn(a,b)	tạo ma trận axb, các phần ngẫu nhiên phân bố đều	randn(2,3)	<div>-0.4326 0.1253 -1.1465</div> <div>-1.6656 0.2877 1.1909</div>
7	linspace(a,b,n)	tạo ma trận hàng n phần tử phân bố đều từ a đến b	linspace(1,1.1,4)	<div>1 2</div>
8	logspace(a,b,n)	tạo ma trận hàng n phần tử phân bố đều từ $10^a$ đến $10^b$	logspace(1,5,3)	<div>10 1000 100000</div>

### 3.1.2. Các phép toán trên ma trận

- $A + B$  : cộng ma trận A và B (2 ma trận cùng kích thước)
- $A - B$  : trừ ma trận A và B (2 ma trận cùng kích thước)
- $A * B$  : nhân ma trận (số cột của A bằng số hàng của B)
- $A . * B$  : nhân từng phần tử của A và B (A, B cùng kích thước)
- $inv(A)$  : nghịch đảo A
- $B/A$  hay xấp xỉ  $B * inv(A)$
- $B./A$ : chia từng phần tử của B cho A (A, B cùng kích thước).
- $A \setminus B$ : nếu A là ma trận vuông, xấp xỉ  $inv(A) * B$ . Nếu A là ma trận  $n \times n$  và B là vector cột với n phần tử thì  $X = A \setminus B$  là lời giải cho hệ đẳng thức  $AX = B$ .
- $A . \wedge B$ : lũy thừa từng phần tử của A với từng phần tử của B.

### 3.1.2. Các phép toán trên ma trận

Stt	Dòng lệnh	Ý nghĩa	Kết quả
1	$A=[1\ 2;3\ 4]$	Tạo ma trận	$\begin{matrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{matrix}$
2	$B=[1,2;3,4]$	Tạo ma trận	$\begin{matrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{matrix}$
3	$2*A$	Nhân một số với ma trận	$\begin{matrix} 2 & 4 \\ 6 & 8 \end{matrix}$
4	$B/2$	Chia ma trận cho 1 số	$\begin{matrix} 0.5000 & 1.0000 \\ 1.5000 & 2.0000 \end{matrix}$

*- Khi đem ma trận nhân hoặc chia cho 1 số, ta sẽ được một ma trận cùng kích thước, và các phần tử sẽ có giá trị bằng phần tử tương ứng của ma trận cũ nhân hoặc chia cho số đó.*



### 3.1.2. Các phép toán trên ma trận

Stt	Dòng lệnh	Ý nghĩa	Kết quả
5	$A+B$	Cộng 2 ma trận	$\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 8 \end{pmatrix}$
6	$A-B$	Trừ 2 ma trận	$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
<i>- 2 ma trận đem cộng hoặc trừ phải cùng kích thước - Kết quả là một ma trận có chung kích thước, các phần tử là tổng hoặc hiệu của 2 phần tử tương ứng.</i>			
7	$A*B$	Nhân 2 ma trận	$\begin{pmatrix} 7 & 10 \\ 15 & 22 \end{pmatrix}$
8	$A \setminus B$	Chia 2 ma trận	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
<i>- Chỉ áp dụng khi giải phương trình <math>AX=B</math>, với <math>A</math> là ma trận vuông, <math>B</math> là ma trận cột có cùng kích thước với <math>A</math></i>			

### 3.1.3. Các thao tác khác

- Gọi chỉ số: Để truy cập tới các giá trị trong ma trận ta dùng chỉ số.

Ví dụ:

» A=[1 2 3; 4 5 6; 7 8 9];

» A(1,2)

» A(end,end)

- Toán tử hai chấm **:**. Đây là một toán tử đặc biệt của MATLAB.

Ví dụ:

» 1:5

» 1:2:10

» 10:-3:1

» A=[1 2 3 ; 4 5 6; 7 8 9];

» A(2,1:3)

### 3.1.3. Các thao tác khác

- Concatenation- kết hợp các ma trận:

Ví dụ:

»  $a = [1 \ 2 \ 3];$

»  $b = [4 \ 5 \ 6];$

»  $ab = [a \ ; \ b]$

»  $ab = [a \ b]$

- Xóa một hàng hay cột của ma trận.

Ví dụ:

»  $a = [1 \ 2 \ 3; 4 \ 5 \ 6; 7 \ 8 \ 9];$

»  $a(2,:) = []$

»  $a(:,2) = []$

»  $a(1:2,:) = []$

### 3.1.3. Các thao tác khác

Ví dụ,

A	1 2 3 4 5 6	Thêm cột	Thêm dòng
B	10 12 11 13	$D = [A \ B]$	$E = [A; C]$
C	7 8 9 9 7 8 8 9 7	1 2 3 10 12 4 5 6 11 13	1 2 3 4 5 6 7 8 9 9 7 8 8 9 7

### 3.1.3. Các thao tác khác

Stt	Tên hàm	Ý nghĩa	Ví dụ :	Kết quả
1	size	Kích thước ma trận	size(Z)	4 4
2	ndims	số chiều	ndims(Z)	2
3	length	chiều dài	length(Z)	4
4	numel	số phần tử ma trận.	numel(Z)	16
5	max	Vector hàng, chứa các phần tử lớn nhất theo từng cột	max(Z)	4 6 8 10

### 3.1.3. Các thao tác khác

Stt	Tên hàm	Ý nghĩa	Ví dụ :	Kết quả
6	min	Vector hàng, chứa các phần tử nhỏ nhất theo từng cột	$\min(Z)$	1   3   5   7
7	sum	Vector hàng, chứa tổng các phần tử theo từng cột	$\text{sum}(Z)$	10   18   26   34
8	sort	Sắp xếp theo thứ tự tăng dần trong từng cột.	$\text{sort}(Z)$	1   3   5   7 2   4   6   8 3   5   7   9 4   6   8   10

### 3.1.3. Các thao tác khác

Cho ma trận  $A = \begin{pmatrix} 11 & 2 & 6 \\ 4 & 17 & 26 \\ 17 & 8 & 49 \end{pmatrix}$

Stt	Tên hàm	Ý nghĩa	Ví dụ :	Kết quả
1	det	Tính định thức ma trận	det(A)	5825
<i>- Định thức ma trận không được định nghĩa ở đây, sinh viên tham khảo trong tài liệu toán cao cấp.</i>				
2	'	Chuyển vị ma trận	$A'$	$\begin{pmatrix} 11 & 4 & 17 \\ 2 & 17 & 8 \\ 6 & 26 & 49 \end{pmatrix}$
<i>- Ma trận chuyển vị là ma trận được tạo từ ma trận ban đầu bằng cách : + Chuyển các hàng thành cột + Hoặc chuyển các cột thành hàng</i>				

### 3.1.3. Các thao tác khác

Stt	Tên hàm	Ý nghĩa	Ví dụ :	Kết quả
3	tril	tạo ma trận tam giác dưới	tril(A)	$\begin{bmatrix} 11 & 0 & 0 \\ 4 & 17 & 0 \\ 17 & 8 & 49 \end{bmatrix}$
<i>- Ma trận tam giác dưới bỏ các thành phần từ đường chéo trở lên.</i>				
4	triu	tạo ma trận tam giác trên	triu(A)	$\begin{bmatrix} 11 & 2 & 6 \\ 0 & 17 & 26 \\ 0 & 0 & 49 \end{bmatrix}$
<i>Ma trận tam giác trên bỏ các thành phần từ đường chéo trở xuống.</i>				
5	chol	Phân tích ma trận thành thừa số cholesky	chol(A)	$\begin{bmatrix} 3.3166 & 0.6030 & 1.8091 \\ 0 & 4.0788 & 6.1070 \\ 0 & 0 & 2.9037 \end{bmatrix}$



### 3.1.3. Các thao tác khác

Stt	Tên hàm	Ý nghĩa	Ví dụ :	Kết quả
<i>- Ma trận A sẽ được phân tích thành 2 ma trận : <math>R'.R</math>, với <math>R</math> là ma trận tam giác trên.</i>				
6	lu	Phân tích ma trận thành thừa số LU	$[L,U]=lu(A)$	$\begin{matrix} L: & 0.6471 & -0.2101 & \\ & 1.0000 & & \\ & 0.2353 & 1.0000 & 0 \\ & 1.0000 & 0 & 0 \\ U: & 17.0000 & 8.0000 & \\ & 49.0000 & & \\ & 0 & 15.1176 & 14.4706 \\ & 0 & 0 & -22.6654 \end{matrix}$
<i>- Ma trận A sẽ được phân tích thành 2 ma trận : <math>L.U</math> với <math>L</math> là ma trận tam giác dưới, <math>U</math> là ma trận tam giác trên..</i>				
7	inv	Nghịch đảo ma trận	$inv(A)$	$\begin{matrix} 0.1073 & -0.0086 & -0.0086 \\ 0.0422 & 0.0750 & -0.0450 \\ -0.0441 & -0.0093 & 0.0307 \end{matrix}$
<i>- Ma trận nghịch đảo của ma trận A là ma trận B sao cho <math>A*B=B*A=I</math> Với <math>I</math> là ma trận đơn vị</i>				

## 3.2. Phép toán số học trên vector - array

- Các phép toán trên vector được xem như tương tự các phép toán trên ma trận.
- Ngoài ra, trên vector còn định nghĩa các phép toán như: chuyển vị, tích vô hướng, tích có hướng, divergence, gradient, curl...

**Phép chuyển vị:** toán tử ' ' sẽ cho chuyển vị Hamilton, tức là chuyển vị và lấy số phức liên hợp. Ví dụ,

»  $a = [1 \ 2 \ 3 \ 4+i]$

»  $\text{transpose}(a)$

»  $a'$

»  $a.'$

## 3.2. Phép toán số học trên vector - array

- **Tổng hay tích các phần tử:** Để tính tổng hay tích tất cả các phần tử của vector dùng lệnh **sum** và lệnh **prod**.
- **Các phép toán với từng phần tử:** những hàm được định nghĩa sẵn sử dụng được với các phần tử vô hướng hầu như đều sử dụng được với vector.

» `t = [1 2 3];`

» `f = exp(t);`

Cũng tương đương với » `f = [exp(1) exp(2) exp(3)];`

- Để sử dụng với từng phần tử của mảng, dùng dấu `.` ở trước toán tử (`.*`, `./`, `.^`). Cần chú ý tới kích thước của vector khi sử dụng các toán tử này.

```
>> a = [1 2 3]; b = [4; 2; 1];  
>> a.*b, a./b, a.^b           % Tất cả đều sai vì kích thước  
2 vector không phù hợp  
>> a.*b' , a./b' , a.^(b')    % Được chấp  
nhận.
```