

BÀI TẬP TUẦN 10

Bài tập 1: Tìm $f'(x)$, $f''(x)$, $f'''(x)$ của các hàm sau:

a) $f(x) = x^3 - x^2 - 6x + 2$

b) $f(x) = \sqrt[3]{x} - \frac{1}{3}x$

c) $f(x) = \cos 2x$

d) $f(x) = \frac{x}{x^3-1}$

e) $f(x) = \sqrt{x} - \sqrt[4]{x}$

Bài tập 2 Tính các tích phân sau:

a) $\int \sqrt{1-x^2} dx$

b) $\int \sin(\sqrt{x}) dx$

c) $\int_0^{\pi/2} \cos^4 x dx$

d) $\int_0^{10} |x-5| dx$

e) $\int_{\pi/4}^{\pi/3} \tan x dx$

Bài tập 3: Tìm đạo hàm riêng

$$\frac{\partial f}{\partial x}, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}, \quad \frac{\partial f}{\partial y}, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y^2},$$

của các hàm sau:

a/ $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 + y$

b/ $f(x, y) = xe^{-2x^2-2y^2}$

c/ $f(x, y) = e^x \cos y$

Bài tập 4: Tính các tích phân sau:

a/ $\int_0^1 \int_0^{y^2} \cos(y^3) dx dy$

b/ $\int_{-1}^1 \int_{-1}^y \frac{1}{4-x^2} dx dy$

c/ $\int \int \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}} dx dy$

d/ $\int_0^1 \int_x^1 \cos(y^2) dy dx$

e/ $\int_0^1 \int_{\sqrt{y}}^1 \frac{ye^{x^2}}{x^3} dx dy$

Bài tập 5: Ta có thể tính diện tích của một miền D cho trước bằng tích phân bội sau:

$$A(D) = \int \int_D 1 dA$$

- a) Cho D là miền giới hạn bởi $y = 2x^2$ và $y = 1 + x^2$
- b) Cho D là miền giới hạn bởi $y = 2x$ và $y = x^2$
- c) Cho D là miền giới hạn bởi $y = x - 1$ và $y^2 = 2x + 6$
- d) Cho D là miền giới hạn bởi $y = x$ và $y = x^3$
- e) Cho D là miền giới hạn bởi $y = x - 2$ và $x = y^2$

Vẽ các miền D ở trên và tính diện tích của miền.

Bài tập 6: Cho vector $u = [u_1(x, y, z), u_2(x, y, z), u_3(x, y, z)]$, ma trận Jacobi có công thức sau:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_1}{\partial x} & \frac{\partial u_1}{\partial y} & \frac{\partial u_1}{\partial z} \\ \frac{\partial u_2}{\partial x} & \frac{\partial u_2}{\partial y} & \frac{\partial u_2}{\partial z} \\ \frac{\partial u_3}{\partial x} & \frac{\partial u_3}{\partial y} & \frac{\partial u_3}{\partial z} \end{bmatrix}$$

Tìm ma trận Jacobi của các vecto u sau:

a/ $u = [\sin(x) + \cos(y), x^2 + 3x - 4, \ln x + y^2 + \sqrt{z}]$

b/ $u = [5x^3 - x^2y^2 + \tan(x), e^{x^2+y^2+z^2}, x^3yx^2 - x^2y - x^3z]$

c/ $u = [\cos(x) + \sin(x) + \tan(x), \ln(x - y + z), x^3 - y^3 + z^3]$

d/ $u = [2x^2 + 3y^2 + 2xyz, \cos(xy) \sin(xz) \tan(yz), e^{x+y} \ln(xyz)]$

e/ $u = [\sqrt{x + \ln(yz)}, \frac{x}{z^2+y^3}, \frac{yz}{\sqrt{x^2-1}}]$

Bài tập 7: Cho toán tử Laplace có công thức sau:

$$\Delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} + \dots + \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2}$$

x_1, x_2, x_n là các biến
vd: a: x, y
b: x, y, z

Tìm Δf của các hàm sau:

a/ $f(x, y) = \frac{\sin(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2}$

b/ $f(x, y, z) = e^{-y^2 - z^2} \cos(\sqrt{1 + x - 7})$

c/ $f(x, y, z, t) = \ln\left(\frac{2xy}{x^2 + 2y^2 + 3z^2}\right) + \frac{xyze^{xyzt}}{\sqrt{x^2 - y^2 + z^2 - t^2}}$

Bài tập 8: Tích các tích phân sau:

a/ $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx$

b/ $\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2 - y^2} dx dy$

Bài tập 9: Tính các tích phân sau:

a/ $\int \int \int_E y dV$

$$E = \{(x, y, z) | 0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq x, x - y \leq z \leq x + y\}$$

b/ $\int \int \int_E e^{x/y} dV$

$$E = \{(x, y, z) | 0 \leq y \leq 1, y \leq x \leq 1, 0 \leq z \leq xy\}$$

c/ $\int \int \int_E \frac{z}{z^2 + x^2} dV$

$$E = \{(x, y, z) | 1 \leq y \leq 4, y \leq z \leq 4, 0 \leq x \leq z\}$$

Bài tập 10: Cho đa thức Taylor của hàm $f(x)$ trong lân cận x_0 có công thức sau:

$$P_n(x) = f(x_0) + \sum_{k=1}^n \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!} (x - x_0)^k$$

Viết function như sau:

```
function [ P ] = DaThuc_Taylor( f , n , x0 )
```

Với P là đa thức Taylor cần tìm, f là hàm cần tìm đa thức Taylor, n là bậc của đa thức Taylor và x0 là lân cận x_0 .

So sánh với hàm `taylor(f,x,x0,'order',n)` của Matlab, với các hàm

$$f(x) = e^x, \quad \cos x, \quad \sin x, \quad \ln x (x_0 = 1)$$

Cho $x_0 = 0, n = 6$

Bài tập 11: Viết đoạn chương trình tính gần đúng tích phân bội 2 bằng công thức trung điểm

$$\int \int_R f(x, y) dA \simeq \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n f(\bar{x}_i, \bar{y}_j) \Delta A$$

Với $R = \{(x, y) | a \leq x \leq b, c \leq y \leq d\}$.

$$\Delta x = \frac{b-a}{m}, \Delta y = \frac{d-c}{n}, x_i = a + (i-1)\Delta x, y_j = c + (j-1)\Delta y$$

$$x_{i+1} = a + i \cdot \Delta x \quad y_{j+1} = c + j \cdot \Delta y$$

$$\bar{x}_i = \frac{1}{2}(x_i + x_{i+1}), \bar{y}_j = \frac{1}{2}(y_j + y_{j+1}), \Delta A = \Delta x \Delta y$$

Áp dụng chương trình trên tính tích phân sau và so sánh kết quả với hàm `int` của Matlab

$$\int \int_R (x - 3y^2) dA, \quad R = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 2, 1 \leq y \leq 2\}$$