

Algoritmos e Estruturas de Dados

Tabelas de dispersão
(*hash*)

Prof. João Caram

Estruturas lineares e pesquisa

2

- Pesquisa em:
 - ▣ Vetor desorganizado
 - ▣ Vetor ordenado
 - ▣ Lista/Fila encadeadas

- Em comum: comparação de valores/objetos

Tabelas de dispersão (*hash*)

3

□ *Hash*

[uncountable, countable] a hot dish of cooked meat and potatoes that are cut into small pieces and mixed together¹

1 - Oxford Learner's Dictionaries em <https://www.oxfordlearnersdictionaries.com/us/definition/english/hash_1?q=hash>, acesso em 18/04/22

Tabelas *Hash*

4

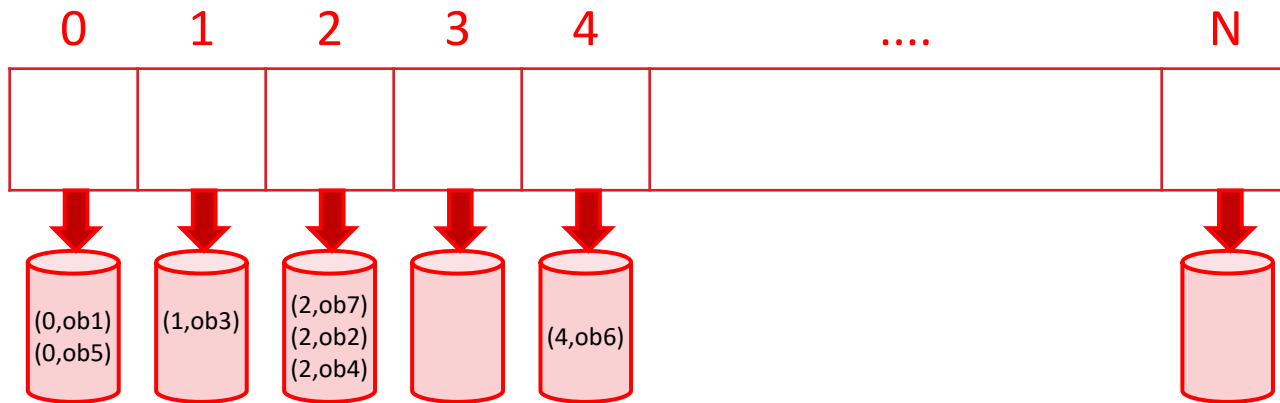
- Estrutura de dados adequada para *pesquisa*
 - ▣ Operações em $O(1)$

- Associação de uma **chave** a objetos de dados
 - ▣ Chave: valor identificador do objeto
 - ▣ Valor da chave é, preferencialmente, único
 - ▣ Par <chave,objeto>

Tabelas *Hash*

5

- Estrutura geral de uma tabela *hash*: *buckets array*



Tabelas *Hash*

6

- Endereçamento direto
 - ▣ *Transformação aritmética da chave de pesquisa*



Tabelas *Hash*

7

- Endereçamento:
 - ▣ Código *hash* do objeto
 - ▣ Mapeamento do código para a tabela

Tabelas *Hash* - Exemplo

Armazenar palavras do idioma português

Código: (nº de letras - 1)

Mapeamento: código % N

Usando N = 9

Pos	Chave/palavra
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	

Tabelas *Hash* - Exemplo

Armazenar palavras do idioma português

Código: (nº de letras - 1)

Mapeamento: código % N

Usando N = 9

Bola - 3 --> 3

Pos	Chave/palavra
0	
1	
2	
3	bola
4	
5	
6	
7	
8	

Tabelas *Hash* - Exemplo

Armazenar palavras do idioma português

Código: (nº de letras - 1)

Mapeamento: código % N

Usando N = 9

Bola – 3 --> 3

Cartão – 5 --> 5

Pos	Chave/palavra
0	
1	
2	
3	bola
4	
5	cartão
6	
7	
8	

Tabelas *Hash* - Exemplo

Armazenar palavras do idioma português

Código: (nº de letras - 1)

Mapeamento: código % N

Usando N = 9

Bola – 3 --> 3

Cartão – 5 --> 5

Pé – 1 --> 1

Pos	Chave/palavra
0	
1	pé
2	
3	bola
4	
5	cartão
6	
7	
8	

Tabelas *Hash* - Exemplo

Armazenar palavras do idioma português

Código: (nº de letras - 1)

Mapeamento: código % N

Usando N = 9

Bola – 3 --> 3

Cartão – 5 --> 5

Pé – 1 --> 1

Feriado – 6 --> 6

Pos	Chave/palavra
0	
1	pé
2	
3	bola
4	
5	cartão
6	feriado
7	
8	

Tabelas *Hash* - Exemplo

Armazenar palavras do idioma português

Código: (nº de letras - 1)

Mapeamento: código % N

Usando N = 9

Bola – 3 --> 3

Cartão – 5 --> 5

Pé – 1 --> 1

Feriado – 6 --> 6

Mapeamento – 10 --> 1

Pos	Chave/palavra
0	
1	pé
2	
3	bola
4	
5	cartão
6	feriado
7	
8	

Tabelas *Hash* - Exemplo

Armazenar palavras do idioma português

Código: (nº de letras - 1)

Mapeamento: código % N

Usando $N = 9$

Bola - 3 --> 3

Cartão - 5 --> 5

Pé - 1 --> 1

Feriado - 6 --> 6

Mapeamento - 10 --> 1

(colisão)

Pos	Chave/palavra
0	
1	pé
2	
3	bola
4	
5	cartão
6	feriado
7	
8	

Tabelas *Hash*

15

- **Colisão**: duas chaves geram o mesmo valor de código *hash* e, assim, vão para a mesma posição da tabela
- Tarefa adicional: tratar possíveis colisões

Implementação de tabela *hash*

16

- Achar uma boa função de código *hash*
- Escolher o mapeamento
- Tratar colisões

- Posição de um objeto x
 - $m(k(x))$, sendo
 - k : código gerado para a chave do objeto x
 - m : mapeamento do código para a tabela

17

Geração de código *hash*

Código *hash*

18

- Boas funções de código:
 - Boa previsão de espaço
 - Evitam colisões
 - Boa distribuição do conjunto
 - Simples de computar

Código *hash* – paradoxo do Aniversário

19

- ❑ Com mais de 23 pessoas juntas, há uma probabilidade maior que 50% de aniversários coincidentes
- ❑ 30 pessoas: cerca de 70% de coincidência
- ❑ Ou seja, mesmo uma tabela com 365 “espaços” e apenas 30 chaves, podemos ter muitas colisões

Função identidade

20

- $k(x) = x$
- Fácil de computar?
- Probabilidades iguais?

Função identidade

21

- $k(x) = x$
- Fácil de computar?
- Probabilidades iguais?
- Sem mapeamento: espaço ocioso?
 - Ex: matrículas da PUC, na mesma disciplina
 - 680392
 - 783279
 - 102.887 “espaços” na tabela
 - 50 alunos

Extração de dígitos

22

- Extrair alguns dígitos para criar o código.
 - Ex: tabela com 100 objetos e chave sendo o número de identidade. Extrair os dígitos 3 e 6.
 - MG-17562092
 - MG-19331144
 - MG-5613562

Extração de dígitos

23

- Extrair alguns dígitos para criar o código.
 - Ex: tabela com 100 objetos e chave sendo o número de identidade. Extrair os dígitos 3 e 6.
 - MG-17**5**62**0**92 → código 50
 - MG-19**3**31**1**44 → código 31
 - MG-56**1**35**6**2 → código 16

Extração de dígitos

24

- Mais eficiente se conhecemos bem as chaves.

- Ex: extrair os dois primeiros dígitos da matrícula

755339 751587 756210 754516 753560

773928 696664 742368 647464 659792

- Ex: extrair últimos dígitos do CPF:

XXX.XXX.XXZ-YY

XXX.XXX.XXZ-YY

Quadrado da chave

25

- Elevar o valor ao quadrado e, depois, extrair dígitos
- Ex:
 - 475026
 - 475031
 - 475033

Quadrado da chave

26

- Elevar o valor ao quadrado e, depois, extrair dígitos
- Ex:
 - 475026
 - 475031
 - 475033

Quadrado da chave

27

- Elevar o valor ao quadrado e, depois, extrair dígitos

- Ex:

- 475026 → 225649700676

- 475031 → 225654450961

- 475033 → 225656351089

Quadrado da chave

28

- Elevar o valor ao quadrado e, depois, extrair dígitos
- Ex:
 - 475026 → 225649700676
 - 475031 → 225654450961
 - 475033 → 225656351089
 - Aumento da dispersão

Mudança de base

29

□ Mudar o valor para outra base:

▣ Ex: valor 453

$$k(453) \rightarrow 453_{10} = 382_{11} \rightarrow \text{chave } 382$$

Chave não numérica

30

- ❑ E se o valor não é numérico?
- ❑ Caracteres e códigos de caracteres
- ❑ Somar valores dos códigos?

$$\text{LAMA} = 12 + 1 + 13 + 1 = 27$$

$$\text{ROMA} = 18 + 15 + 13 + 1 = 47$$

Chave não numérica

31

- ❑ E se o valor não é numérico?
- ❑ Caracteres e códigos de caracteres
- ❑ Somar valores dos códigos?

LAMA = $12 + 1 + 13 + 1 = 27$ ALMA MALA

ROMA = $18 + 15 + 13 + 1 = 47$

Chave não numérica

32

- E se o valor não é numérico?

- Caracteres e códigos de caracteres

- Somar valores dos códigos?

LAMA = $12 + 1 + 13 + 1 = 27$ ALMA MALA

ROMA = $18 + 15 + 13 + 1 = 47$ MORA AMOR ALNR

Chave não numérica

33

- Uso de pesos

	0	1	2	3	4	5	6	7
p[i]	3	4	1	2	5	7	8	6

Chave não numérica

34

- Uso de pesos

	0	1	2	3	4	5	6	7
p[i]	3	4	1	2	5	7	8	6
	J	O	A	O				

- $JOAO = 10 \times 3 + 15 \times 4 + 1 \times 1 + 15 \times 2 = 121$

Chave não numérica

35

- Uso de pesos

	0	1	2	3	4	5	6	7
p[i]	3	4	1	2	5	7	8	6
	A	L	M	A				

- $ALMA = 1 \times 3 + 11 \times 4 + 12 \times 1 + 1 \times 2 = 61$

Chave não numérica

36

- Uso de pesos

	0	1	2	3	4	5	6	7
p[i]	3	4	1	2	5	7	8	6
	L	A	M	A				

- $ALMA = 1 \times 3 + 11 \times 4 + 12 \times 1 + 1 \times 2 = 61$

- $LAMA = 11 \times 3 + 1 \times 4 + 12 \times 1 + 1 \times 2 = 51$

Chave não numérica

37

□ Uso de pesos

	0	1	2	3	4	5	6	7		
p[i]	3	4	1	2	5	7	8	6		
	M	A	P	E	A	M	E	N	T	O

Código polinomial

38

- Uso de um polinômio com multiplicador

$$h(x) = x_0 a^{n-1} + x_1 a^{n-2} + x_2 a^{n-3} + \dots + x_{n-1}$$

- Sendo:
 - ▣ $a > 1$, uma constante
 - ▣ “n”, o comprimento de x

Código polinomial

39

- Uso de um polinômio com multiplicador

$$h(x) = x_0 a^{n-1} + x_1 a^{n-2} + x_2 a^{n-3} + \dots + x_{n-1}$$

Ex: **CODIGO**, com $a = 11$

$$3 \times 11^5 + 15 \times 11^4 + 4 \times 11^3 + 9 \times 11^2 + 7 \times 11 + 15$$

Código polinomial

40

- ❑ Valores conhecidos para a no idioma inglês:
33, 37, 39, 41
- ❑ Código numérico de 32 bits
 - ▣ Possível *overflow* parcial

41

Funções de mapeamento

Funções de mapeamento

42

- Código k é potencialmente enorme
 - ▣ Tabela identidade: desperdício de espaço
- Função de mapeamento
 - ▣ Leva k a um *bucket* da tabela

Funções de mapeamento

43

- Inserção de um objeto na tabela *hash*:
 - ▣ Cálculo do código
 - ▣ Aplicação do mapeamento
 - ▣ Possível tratamento de colisões

Divisão e resto

44

- $m(k(x)) = x \% N$, sendo N o tamanho da tabela

- N influencia as colisões
 - Ex: $m(k(x)) = k(x) \% 8$
 - $k(x) = 10 \rightarrow 2$
 - $k(x) = 20 \rightarrow 4$
 - $k(x) = 9 \rightarrow 1$
 - $k(x) = 15 \rightarrow 7$
 - $k(x) = 100 \rightarrow 4$

Divisão e resto

45

□ Recomenda-se escolher para N um número primo.

■ Ex: $m(k(x)) = k(x) \% 31$ (por exemplo, para 25 objetos)

MG-17562092 → código 50 → posição 19

MG-19331144 → código 31 → posição 0

MG-5613562 → código 16 → posição 16

Método MAD

46

- *Multiplicação, adição, divisão*
- Tentativa de eliminar padrões da operação “resto”

$$m(k(x)) = ((ak(x)+b) \% p) \% N$$

- $k(x) \rightarrow$ código gerado para o objeto x
- $N \rightarrow$ tamanho da tabela
- $p \rightarrow$ primo maior que n
- a, b : escolhidos de forma que $0 < a$ e $b < p-1$

Método MAD

47

- $m(k(x)) = ((2k(x)+7) \% 47) \% 31$
 - $N \rightarrow$ tamanho da tabela $\rightarrow 31$
 - $p \rightarrow$ primo maior que $n \rightarrow 47$
 - a e b escolhidos entre 0 e $p-1 \rightarrow 2$ e 7
- Ex:
 - MG-17**5**62**0**92 \rightarrow código 50 \rightarrow posição $(107\%47)\%31 = 13$
 - MG-19**3**31**1**44 \rightarrow código 31 \rightarrow posição $(69\%47)\%31 = 22$

48

Tratamento de colisões

Tratamento de colisões

49

- ❑ Métodos chamados para endereçar objetos com resultados iguais para a transformação
 - Colisões: objetos levados ao mesmo *bucket*

- ❑ Em geral, o tratamento usa:
 - Listas encadeadas
 - ou
 - Endereçamento aberto

Colisões com listas encadeadas

50

- Cada *bucket* é uma lista encadeada
- Objetos de códigos iguais ou com mesmo mapeamento são encadeados em uma lista linear
- Usos:
 - número imprevisível de objetos a armazenar
 - ‘filtro’ de conjuntos de objetos

Colisões com listas encadeadas

51

□ Ex: $m(k(x)) = k(x) \% 7$, chaves P E S Q U I S A

P: $16 \rightarrow 2$

E: $5 \rightarrow 5$

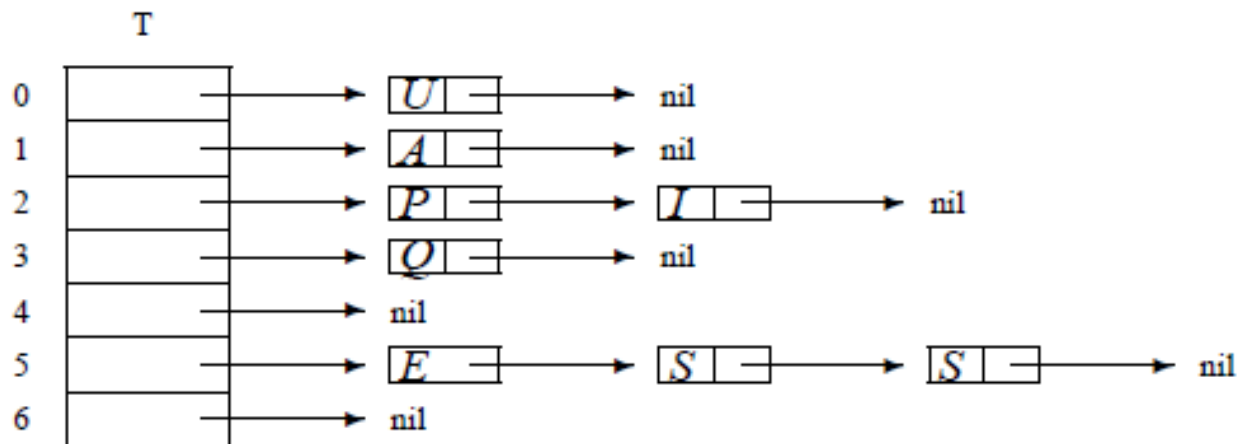
S: $19 \rightarrow 5$

Q: $17 \rightarrow 3$

U: $21 \rightarrow 0$

I: $9 \rightarrow 2$

A: $1 \rightarrow 1$



Colisões com listas encadeadas

52

- Com probabilidades iguais de endereçamento:
 - Tamanho esperado da lista: n/M
 - M é chamado fator de divisão
 - Ex: $m(k(x)) = k(x)\%23$
 - 80 objetos \rightarrow 23 *buckets* x 4 objetos
- Pesquisa, inserção e remoção:
 - $O(1 + n/M)$
 - Se M se aproxima de n , $O(1)$

Colisões com endereçamento aberto

53

- Utilização de lugares vazios da própria tabela para tratamento de colisões
- Uso:
 - Há uma boa estimativa inicial da quantidade de objetos a ser armazenada
 - Objetos únicos com chaves únicas

Endereçamento aberto

54

- Procura uma nova posição dentro da área da tabela
 - Sondagem linear
 - Sondagem quadrática
 - Duplo *hash* (*double hashing*)

Endereçamento aberto

55

- **Sondagem linear:** as próximas posições são sondadas (circularmente), até que uma posição livre seja encontrada.
- Também chamado de “próximo endereço livre”

Sondagem linear

56

- ***Sondagem linear***
- Ex: $m(k(x)) = k(x) \% 9$
 - ▣ $k(x) = 13 \rightarrow \text{pos: } 4$

Pos	Chave
0	18
1	
2	
3	21
4	
5	
6	
7	34
8	

Sondagem linear

57

- ***Sondagem linear***
- Ex: $m(k(x)) = k(x) \% 9$
 - ▣ $k(x) = 13 \rightarrow \text{pos: } 4$

Pos	Chave
0	18
1	
2	
3	21
4	13
5	
6	
7	34
8	

Sondagem linear

58

- ***Sondagem linear***
- Ex: $m(k(x)) = k(x) \% 9$
 - ▣ $k(x) = 13 \rightarrow \text{pos: } 4$
 - ▣ $k(x) = 16 \rightarrow \text{pos: } 7$

Pos	Chave
0	18
1	
2	
3	21
4	13
5	
6	
7	34
8	

Sondagem linear

59

- ***Sondagem linear***
- Ex: $m(k(x)) = k(x) \% 9$
 - ▣ $k(x) = 13 \rightarrow \text{pos: } 4$
 - ▣ $k(x) = 16 \rightarrow \text{pos: } 7 \text{ (colisão)}$

Pos	Chave
0	18
1	
2	
3	21
4	13
5	
6	
7	34
8	




Sondagem linear

60

- ***Sondagem linear***
- Ex: $m(k(x)) = k(x) \% 9$
 - $k(x) = 13 \rightarrow \text{pos: } 4$
 - $k(x) = 16 \rightarrow \text{pos: } 7 \text{ (colisão: } 8)$

Pos	Chave
0	18
1	
2	
3	21
4	13
5	
6	
7	34
8	16



Sondagem linear

61

- ***Sondagem linear***
- Ex: $m(k(x)) = k(x) \% 9$
 - ▣ $k(x) = 13 \rightarrow \text{pos: } 4$
 - ▣ $k(x) = 16 \rightarrow \text{pos: } 7 (\rightarrow 8)$
 - ▣ $k(x) = 30 \rightarrow \text{pos: } 3$

Pos	Chave
0	18
1	
2	
3	21
4	13
5	
6	
7	34
8	16

Sondagem linear

62

- ***Sondagem linear***
- Ex: $m(k(x)) = k(x) \% 9$
 - $k(x) = 13 \rightarrow \text{pos: } 4$
 - $k(x) = 16 \rightarrow \text{pos: } 7 (\rightarrow 8)$
 - $k(x) = 30 \rightarrow \text{pos: } 3 (\text{colisão})$

Pos	Chave
0	18
1	
2	
3	21
4	13
5	
6	
7	34
8	16

Sondagem linear

63

- ***Sondagem linear***
- Ex: $m(k(x)) = k(x) \% 9$
 - $k(x) = 13 \rightarrow \text{pos: } 4$
 - $k(x) = 16 \rightarrow \text{pos: } 7 (\rightarrow 8)$
 - $k(x) = 30 \rightarrow \text{pos: } 3 \text{ (colisão)}$

Pos	Chave
0	18
1	
2	
3	21
4	13
5	
6	
7	34
8	16

Sondagem linear

64

- ***Sondagem linear***
- Ex: $m(k(x)) = k(x) \% 9$
 - $k(x) = 13 \rightarrow \text{pos: } 4$
 - $k(x) = 16 \rightarrow \text{pos: } 7 (\rightarrow 8)$
 - $k(x) = 30 \rightarrow \text{pos: } 3 (\text{colisão: } 5)$

Pos	Chave
0	18
1	
2	
3	21
4	13
5	30
6	
7	34
8	16



Sondagem linear

65

- ***Sondagem linear***
- Ex: $m(k(x)) = k(x) \% 9$
 - ▣ $k(x) = 13 \rightarrow \text{pos: } 4$
 - ▣ $k(x) = 16 \rightarrow \text{pos: } 7 (\rightarrow 8)$
 - ▣ $k(x) = 30 \rightarrow \text{pos: } 3 (\rightarrow 5)$

Pos	Chave
0	18
1	
2	
3	21
4	13
5	30
6	
7	34
8	16

Sondagem linear

66

- ***Sondagem linear***
- Ex: $m(k(x)) = k(x) \% 9$
 - $k(x) = 13 \rightarrow \text{pos: } 4$
 - $k(x) = 16 \rightarrow \text{pos: } 7 (\rightarrow 8)$
 - $k(x) = 30 \rightarrow \text{pos: } 3 (\rightarrow 5)$
 - $k(x) = 97 \rightarrow \text{pos: } 7$

Pos	Chave
0	18
1	
2	
3	21
4	13
5	30
6	
7	34
8	16

Sondagem linear

67

- ***Sondagem linear***
- Ex: $m(k(x)) = k(x) \% 9$
 - $k(x) = 13 \rightarrow \text{pos: } 4$
 - $k(x) = 16 \rightarrow \text{pos: } 7 (\rightarrow 8)$
 - $k(x) = 30 \rightarrow \text{pos: } 3 (\rightarrow 5)$
 - $k(x) = 97 \rightarrow \text{pos: } 7 (\rightarrow 1)$
(após 3 colisões)

Pos	Chave
0	18
1	97
2	
3	21
4	13
5	30
6	
7	34
8	16

Sondagem linear

68

- ***Sondagem linear***
- Ex: $m(k(x)) = k(x) \% 9$
 - ▣ $k(x) = 13 \rightarrow \text{pos: } 4$
 - ▣ $k(x) = 16 \rightarrow \text{pos: } 7 (\rightarrow 8)$
 - ▣ $k(x) = 30 \rightarrow \text{pos: } 3 (\rightarrow 5)$
 - ▣ $k(x) = 97 \rightarrow \text{pos: } 7 (\rightarrow 1)$
- E a busca?

Pos	Chave
0	18
1	97
2	
3	21
4	13
5	30
6	
7	34
8	16

Sondagem linear

69

- ***Sondagem linear***
- Ex: $m(k(x)) = k(x) \% 9$
 - $k(x) = 13 \rightarrow \text{pos: } 4$
 - $k(x) = 16 \rightarrow \text{pos: } 7 (\rightarrow 8)$
 - $k(x) = 30 \rightarrow \text{pos: } 3 (\rightarrow 5)$
 - $k(x) = 97 \rightarrow \text{pos: } 7 (\rightarrow 1)$
- E a busca?
 - Mesma regra da inserção

Pos	Chave
0	18
1	97
2	
3	21
4	13
5	30
6	
7	34
8	16

Sondagem linear

70

- ***Sondagem linear***
- Ex: $m(k(x)) = k(x) \% 9$
- Na prática:
$$m(k(x), c) = (m(k(x)) + c) \% 9$$

(sendo c o número de colisões)

Pos	Chave
0	18
1	97
2	
3	21
4	13
5	30
6	
7	34
8	16

Sondagem linear

71

- Sondagem linear / próximo livre: complexidade

- *Degeneração da tabela?*

- $f(n) = \frac{1}{2}x(1 + \frac{1}{1-a}) \quad (Knuth, 1973)$

- Sendo “**a**” o fator de carga $\rightarrow a = n/N$

- $a = 0,10 \rightarrow f(n) = 1,06$

- $a = 0,50 \rightarrow f(n) = 1,50$

- $a = 0,90 \rightarrow f(n) = 5,50$

Endereçamento aberto

72

- ***Sondagem quadrática***: a distância até a próxima posição a ser sondada é determinada pelo quadrado da tentativa

$$m(k(x), c) = (m(k(x) + c^2)) \% n,$$

sendo c o número de colisões

Sondagem quadrática

73

- ***Sondagem quadrática***
- Ex: $m(k(x)) = k(x) \% 29$
 - ▣ $k(x) = 33 \rightarrow \text{pos: } 4$

Pos	Chave
0	58
1	
2	
3	03
4	
5	
6	35
7	
8	
9	
10	
11	
12	

Sondagem quadrática

74

- ***Sondagem quadrática***
- Ex: $m(k(x)) = k(x) \% 29$
 - ▣ $k(x) = 33 \rightarrow \text{pos: } 4$

Pos	Chave
0	58
1	
2	
3	03
4	33
5	
6	35
7	
8	
9	
10	
11	
12	

Sondagem quadrática

75

- ***Sondagem quadrática***
- Ex: $m(k(x)) = k(x) \% 29$
 - ▣ $k(x) = 33 \rightarrow \text{pos: } 4$
 - ▣ $k(x) = 64 \rightarrow \text{pos: } 6 \text{ (colisão)}$



Pos	Chave
0	58
1	
2	
3	03
4	33
5	
6	35
7	
8	
9	
10	
11	
12	

Sondagem quadrática

76

- ***Sondagem quadrática***
- Ex: $m(k(x)) = k(x) \% 29$
 - $k(x) = 33 \rightarrow \text{pos: } 4$
 - $k(x) = 64 \rightarrow \text{pos: } 6 \text{ (colisão)}$
 $6+1 = 7$

Pos	Chave
0	58
1	
2	
3	03
4	33
5	
6	35
7	
8	
9	
10	
11	
12	


Sondagem quadrática

□ *Sondagem quadrática*

□ Ex: $m(k(x)) = k(x) \% 29$

▣ $k(x) = 33 \rightarrow \text{pos: } 4$

▣ $k(x) = 64 \rightarrow \text{pos: } 6 \text{ (colisão)}$

$$6+1 = 7$$


Pos	Chave
0	58
1	
2	
3	03
4	33
5	
6	35
7	64
8	
9	
10	
11	
12	

Sondagem quadrática

78

- ***Sondagem quadrática***
- Ex: $m(k(x)) = k(x) \% 29$
 - ▣ $k(x) = 33 \rightarrow \text{pos: } 4$
 - ▣ $k(x) = 64 \rightarrow \text{pos: } 6 (\rightarrow 7)$
 - ▣ $k(x) = 90 \rightarrow \text{pos: } 3 (\text{colisão})$

Pos	Chave
0	58
1	
2	
3	03
4	33
5	
6	35
7	64
8	
9	
10	
11	
12	

Sondagem quadrática

79

- ***Sondagem quadrática***
- Ex: $m(k(x)) = k(x) \% 29$
 - $k(x) = 33 \rightarrow \text{pos: } 4$
 - $k(x) = 64 \rightarrow \text{pos: } 6 (\rightarrow 7)$
 - $k(x) = 90 \rightarrow \text{pos: } 3 \text{ (colisão)}$
 $3+1 = 4$

Pos	Chave
0	58
1	
2	
3	03
4	33
5	
6	35
7	64
8	
9	
10	
11	
12	

Sondagem quadrática

80

□ *Sondagem quadrática*

□ Ex: $m(k(x)) = k(x) \% 29$

■ $k(x) = 33 \rightarrow \text{pos: } 4$

■ $k(x) = 64 \rightarrow \text{pos: } 6 (\rightarrow 7)$

■ $k(x) = 90 \rightarrow \text{pos: } 3 (\text{colisão})$

$$3+1 = 4$$

$$3+4 = 7$$

Pos	Chave
0	58
1	
2	
3	03
4	33
5	
6	35
7	64
8	
9	
10	
11	
12	

Sondagem quadrática

81

- ***Sondagem quadrática***
- Ex: $m(k(x)) = k(x) \% 29$
 - ▣ $k(x) = 33 \rightarrow \text{pos: } 4$
 - ▣ $k(x) = 64 \rightarrow \text{pos: } 6 (\rightarrow 7)$
 - ▣ $k(x) = 90 \rightarrow \text{pos: } 3 \text{ (colisão)}$

$3+1 = 4$
 $3+4 = 7$
 $3+9 = 12$

Pos	Chave
0	58
1	
2	
3	03
4	33
5	
6	35
7	64
8	
9	
10	
11	
12	

Sondagem quadrática

82

- ***Sondagem quadrática***
- Ex: $m(k(x)) = k(x) \% 29$
 - ▣ $k(x) = 33 \rightarrow \text{pos: } 4$
 - ▣ $k(x) = 64 \rightarrow \text{pos: } 6 (\rightarrow 7)$
 - ▣ $k(x) = 90 \rightarrow \text{pos: } 3 (\rightarrow 12)$

$3+1 = 4$
 $3+4 = 7$
 $3+9 = 12$

Pos	Chave
0	58
1	
2	
3	03
4	33
5	
6	35
7	64
8	
9	
10	
11	
12	90

Endereçamento aberto

83

- **Duplo hash**: a distância até a próxima posição a ser sondada é determinada por uma segunda função *hash*

$$m(k(x),c) = [m(k(x)) + c * m'(k(x))] \% n$$

- Sendo:
 - ▣ c : a quantidade de colisões
 - ▣ m' : função de segundo *hash*
 - ▣ n : tamanho da tabela

Duplo *hash*

84

- **Duplo *hash*:** $m(k(x),c) = [m(k(x)) + c * m'(k(x))] \% n$
- Ex: $m(k(x)) = k(x) \% 19$ e $m'(k(x)) = k(x) / 23$
 - $m(5,0) = 5$
 - $m(30,0) = 11$
 - $m(100,0) = 5$

Pos	Chave
0	
1	
2	
3	
4	
5	5
6	
7	
8	
9	
10	
11	30
12	
13	

Duplo hash

85

- **Duplo hash:** $m(k(x), c) = [m(k(x)) + c * m'(k(x))] \% n$
- Ex: $m(k(x)) = k(x) \% 19$ e $m'(k(x)) = k(x) / 23$
 - $m(5, 0) = 5$
 - $m(30, 0) = 11$
 - $m(100, 0) = 5$ (colisão)

Pos	Chave
0	
1	
2	
3	
4	
5	5
6	
7	
8	
9	
10	
11	30
12	
13	

Duplo hash

86

- **Duplo hash:** $m(k(x), c) = [m(k(x)) + c * m'(k(x))] \% n$
- Ex: $m(k(x)) = k(x) \% 19$ e $m'(k(x)) = k(x) / 23$
 - $m(5, 0) = 5$
 - $m(30, 0) = 11$
 - $m(100, 0) = 5$ (colisão)
 - $m(100, 1) = 5 + 1 * 4 = 9$

Pos	Chave
0	
1	
2	
3	
4	
5	5
6	
7	
8	
9	100
10	
11	30
12	
13	

Duplo hash

87

- **Duplo hash:** $m(k(x),c) = [m(k(x)) + c * m'(k(x))] \% n$
- Ex: $m(k(x)) = k(x) \% 19$ e $m'(k(x)) = k(x) / 23$
 $m(47,0) = 9$

Pos	Chave
0	
1	
2	
3	
4	
5	5
6	
7	
8	
9	100
10	
11	30
12	
13	

Duplo hash

88

- **Duplo hash:** $m(k(x),c) = [m(k(x)) + c * m'(k(x))] \% n$
- Ex: $m(k(x)) = k(x) \% 19$ e $m'(k(x)) = k(x) / 23$
 $m(47,0) = 9$ (colisão)

Pos	Chave
0	
1	
2	
3	
4	
5	5
6	
7	
8	
9	100
10	
11	30
12	
13	

Duplo hash

89

- **Duplo hash:** $m(k(x), c) = [m(k(x)) + c * m'(k(x))] \% n$
- Ex: $m(k(x)) = k(x) \% 19$ e $m'(k(x)) = k(x) / 23$
 $m(47, 0) = 9$ (colisão)
 $m(47, 1) = 9 + 1 * 2 = 11$ (colisão)



Pos	Chave
0	
1	
2	
3	
4	
5	5
6	
7	
8	
9	100
10	
11	30
12	
13	

Duplo hash

90

- **Duplo hash:** $m(k(x), c) = [m(k(x)) + c * m'(k(x))] \% n$
- Ex: $m(k(x)) = k(x) \% 19$ e $m'(k(x)) = k(x) / 23$
 - $m(47, 0) = 9$ (colisão)
 - $m(47, 1) = 9 + 1 * 2 = 11$ (colisão)
 - $m(47, 2) = 9 + 2 * 2 = 13$

Pos	Chave
0	
1	
2	
3	
4	
5	5
6	
7	
8	
9	100
10	
11	30
12	
13	

Duplo hash

91

- **Duplo hash:** $m(k(x), c) = [m(k(x)) + c * m'(k(x))] \% n$
- Ex: $m(k(x)) = k(x) \% 19$ e $m'(k(x)) = k(x) / 23$
 $m(47, 0) = 9$ (colisão)
 $m(47, 1) = 9 + 1 * 2 = 11$ (colisão)
 $m(47, 2) = 9 + 2 * 2 = 13$

Pos	Chave
0	
1	
2	
3	
4	
5	5
6	
7	
8	
9	100
10	
11	30
12	
13	47

92

Outras operações

Remoção

93

- Remoção em listas lineares: já vimos
 - Basta localizar a lista e chamar a remoção

Remoção

94

- Endereçamento aberto:
 - Apagar instantaneamente pode causar *problemas*
 - Uso de **marca de remoção (lápide)**
 - Segue a regra de colisão da inserção
 - Futura **reparação** do arquivo
 - Reorganização
 - Compactação

Remoção

95

- Endereçamento aberto

- ▣ Sondagem linear

- $m(k(x)) = k(x) \% 9$

- Remover 34

$$(34 \% 9) = 7$$

Pos	Chave
0	18
1	
2	
3	21
4	13
5	30
6	
7	34
8	16

Remoção

96

- Endereçamento aberto

- ▣ Sondagem linear

- $m(k(x)) = k(x) \% 9$

- Remover 34

- $(34 \% 9) = 7$

- ▣ Lápide

Pos	Chave
0	18
1	
2	
3	21
4	13
5	30
6	
7	34 (F)
8	16

Remoção

97

- Endereçamento aberto
 - ▣ Sondagem linear
- $m(k(x)) = k(x) \% 9$
- Remover 34
- Remover 30

Pos	Chave
0	18
1	
2	
3	21
4	13
5	30
6	
7	34 (F)
8	16

Remoção

98

- Endereçamento aberto

 - ▣ Sondagem linear

- $m(k(x)) = k(x) \% 9$

- Remover 34

- Remover 30

$$30 \% 9 = 3$$

Pos	Chave
0	18
1	
2	
3	21
4	13
5	30
6	
7	34 (F)
8	16

Remoção

99

- Endereçamento aberto

 - Sondagem linear

- $m(k(x)) = k(x) \% 9$

- Remover 34

- Remover 30

$30 \% 9 = 3$ (não existe??)

Pos	Chave
0	18
1	
2	
3	21
4	13
5	30
6	
7	34 (F)
8	16

Remoção

100

- Endereçamento aberto

- ▣ Sondagem linear

- $m(k(x)) = k(x) \% 9$

- Remover 34

- Remover 30

$$30 \% 9 = 3 (\rightarrow 4)$$

Pos	Chave
0	18
1	
2	
3	21
4	13
5	30
6	
7	34 (F)
8	16

Remoção

101

- Endereçamento aberto

- ▣ Sondagem linear

- $m(k(x)) = k(x) \% 9$

- Remover 34

- Remover 30

$$30 \% 9 = 3 (\rightarrow 5)$$

Pos	Chave
0	18
1	
2	
3	21
4	13
5	30
6	
7	34 (F)
8	16

Remoção

102

- Endereçamento aberto

- ▣ Sondagem linear

- $m(k(x)) = k(x) \% 9$

- Remover 34

- Remover 30

$30 \% 9 = 3 (\rightarrow 5)$

- ▣ Lápide

Pos	Chave
0	18
1	
2	
3	21
4	13
5	30 (F)
6	
7	34 (F)
8	16

Remoção

103

- Endereçamento aberto

- ▣ Sondagem linear

- $m(k(x)) = k(x) \% 9$

- Inserir 14

$$14 \% 9 = 5$$



Pos	Chave
0	18
1	
2	
3	21
4	13
5	30 (F)
6	
7	34 (F)
8	16

Remoção

104

- Endereçamento aberto

- ▣ Sondagem linear

- $m(k(x)) = k(x) \% 9$

- Inserir 14

$$14 \% 9 = 5$$

Pos	Chave
0	18
1	
2	
3	21
4	13
5	14
6	
7	34 (F)
8	16

Remoção

105

- Endereçamento aberto
 - ▣ Sondagem linear
- $m(k(x)) = k(x) \% 9$
- Remover 104
104 % 9: 5 (não existe??)

Pos	Chave
0	18
1	
2	
3	21
4	13
5	14
6	
7	34 (F)
8	16

Remoção

106

- Endereçamento aberto

 - Sondagem linear

- $m(k(x)) = k(x) \% 9$

- Remover 104

104 % 9: 5 (não existe??)

104 % 9: 5 (→ 6 : não existe!!)

Pos	Chave
0	18
1	
2	
3	21
4	13
5	14
6	
7	34 (F)
8	16

Reparação

107

- Também chamada de reorganização ou compactação da tabela
- $m(k(x)) = k(x) \% 9$

Reparação

108

- Também chamada de reorganização ou compactação da tabela
- $m(k(x)) = k(x) \% 9$

Pos	Chave
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	

Pos	Chave
0	18
1	10
2	
3	21 (F)
4	13
5	30
6	
7	34 (F)
8	16

Reparação

109

- Também chamada de reorganização ou compactação da tabela
- $m(k(x)) = k(x) \% 9$

Pos	Chave
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	



Pos	Chave
0	18
1	10
2	
3	21 (F)
4	13
5	30
6	
7	34 (F)
8	16

Reparação

110

- Também chamada de reorganização ou compactação da tabela
- $m(k(x)) = k(x) \% 9$

Pos	Chave
0	18
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	



Pos	Chave
0	18
1	10
2	
3	21 (F)
4	13
5	30
6	
7	34 (F)
8	16

Reparação

- Também chamada de reorganização ou compactação da tabela
- $m(k(x)) = k(x) \% 9$

Pos	Chave
0	18
1	10
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	

Pos	Chave
0	18
1	10
2	
3	21 (F)
4	13
5	30
6	
7	34 (F)
8	16

Reparação

112

- Também chamada de reorganização ou compactação da tabela
- $m(k(x)) = k(x) \% 9$

Pos	Chave
0	18
1	10
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	



Pos	Chave
0	18
1	10
2	
3	21 (F)
4	13
5	30
6	
7	34 (F)
8	16

Reparação

113

- Também chamada de reorganização ou compactação da tabela
- $m(k(x)) = k(x) \% 9$

Pos	Chave
0	18
1	10
2	
3	
4	13
5	
6	
7	
8	

Pos	Chave
0	18
1	10
2	
3	21 (F)
4	13
5	30
6	
7	34 (F)
8	16

Reparação

114

- Também chamada de reorganização ou compactação da tabela
- $m(k(x)) = k(x) \% 9$

Pos	Chave
0	18
1	10
2	
3	
4	13
5	
6	
7	
8	



Pos	Chave
0	18
1	10
2	
3	21 (F)
4	13
5	30
6	
7	34 (F)
8	16

Reparação

115

- Também chamada de reorganização ou compactação da tabela
- $m(k(x)) = k(x) \% 9$

Pos	Chave
0	18
1	10
2	
3	30
4	13
5	
6	
7	
8	



Pos	Chave
0	18
1	10
2	
3	21 (F)
4	13
5	30
6	
7	34 (F)
8	16

Reparação

116

- Também chamada de reorganização ou compactação da tabela
- $m(k(x)) = k(x) \% 9$

Pos	Chave
0	18
1	10
2	
3	30
4	13
5	
6	
7	
8	

Pos	Chave
0	18
1	10
2	
3	21 (F)
4	13
5	30
6	
7	34 (F)
8	16

Reparação

117

- Também chamada de reorganização ou compactação da tabela
- $m(k(x)) = k(x) \% 9$

Pos	Chave
0	18
1	10
2	
3	30
4	13
5	
6	
7	16
8	



Pos	Chave
0	18
1	10
2	
3	21 (F)
4	13
5	30
6	
7	34 (F)
8	16

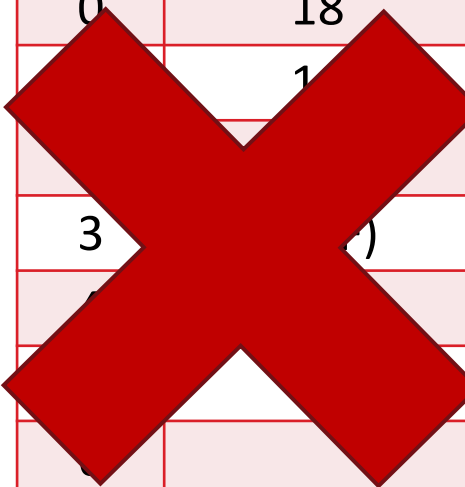
Reparação

118

- Também chamada de reorganização ou compactação da tabela
- $m(k(x)) = k(x) \% 9$

Pos	Chave
0	18
1	10
2	
3	30
4	13
5	
6	
7	16
8	

Pos	Chave
0	18
1	10
2	
3	30
4	13
5	
6	
7	34 (F)
8	16



Imprimir todos os objetos

119

- Imprimir na ordem da tabela: fácil
 - ▣ Percorrer verificando remoções e espaços vazios

Imprimir os objetos em ordem

120

- Como imprimir ***em ordem***?!



Obrigado.

Dúvidas?