

数学

- 数学
 - 进制
 - 二进制小数的表示

进制

二进制小数的表示

LeetCode 面试题 05.02. 二进制数转字符串

设十进制小数 num 的二进制表示为 $0.b_1b_2b_3\cdots b_k$ ，考虑将其转为二进制字符串

每次乘 2 将小数点向右移动一位，变为 $b_1.b_2b_3\cdots b_k$ ，将 b_1 记录下来并减去，至多循环 32 次。如果 num 最终变为 0，那么便可以直接返回

不难写出如下代码：

```
class Solution {
public:
    string printBin(double num)
    {
        string ans = "0.";
        for(int i = 0; i < 32; i++)
        {
            num *= 2;
            if(num < 1)
            {
                ans += "0";
            }
            else
            {
                ans += "1";
                if(--num == 0) return ans;
            }
        }
        return "ERROR";
    }
};
```

优化：

- 任何一个**有限位** p 进制小数均可以表示成**最小分数** $\frac{a}{p^k}$ ，其中 a 和 p^k 互质

num 最多为十进制**六位**小数，设其表示为 $\frac{a}{10^6}$ ，设其对应二进制表示为 $\frac{b}{2^k}$ ，有：

$$\frac{a}{10^6} = \frac{b}{2^k} \rightarrow \frac{a}{2^6 5^6} = \frac{b}{2^k} \rightarrow b = \frac{a 2^{k-6}}{5^6}$$

由于 b 与 2 互质, 因此 $0 \leq k \leq 6$, 即对于六位十进制小数而言, 其对应二进制小数最多只有六位, 因此只需要枚举 6 次即可

完整代码:

```
class Solution {
public:
    string printBin(double num)
    {
        string ans = "0.";
        for(int i = 0; i < 6; i++)
        {
            num *= 2;
            if(num < 1)
            {
                ans += "0";
            }
            else
            {
                ans += "1";
                if(--num == 0) return ans;
            }
        }
        return "ERROR";
    }
};
```