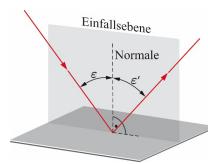


# 1 Optik

## 1.1 Reflexionsgesetz

$$\varepsilon' = \varepsilon$$

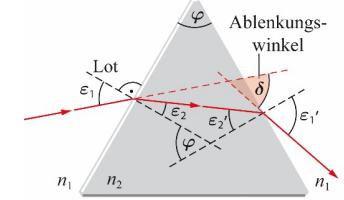
$\varepsilon$  : Einfalswinkel [rad]  
 $\varepsilon'$  : Ausfalswinkel [rad]



$$n_2 = n_1 \frac{\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)}{\delta_{min} + \varphi}$$

$$\delta_{min} = 2 \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)\right) - \varphi$$

$$\text{Falls } n_2 = 1 \text{ (Vakuum): } n_1 = \frac{\sin\left(\frac{\varphi+\delta}{2}\right)}{\frac{\varphi}{2}}$$

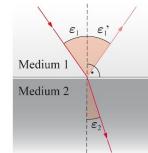


## 1.2 Brechungsgesetz

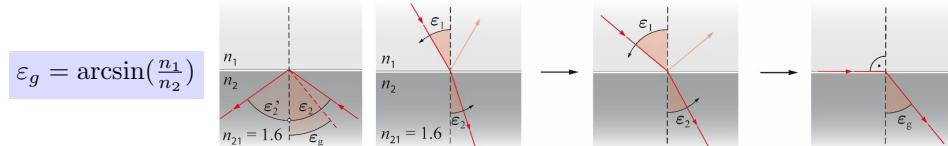
Je nach Winkel und Material wird ein Teil reflektiert und ein Teil gebrochen. Außerdem spielt die Polarisationsrichtung eine Rolle.

$$\sin(\varepsilon_1) \cdot n_1 = \sin(\varepsilon_2) \cdot n_2 \quad n = \frac{c}{u}$$

$\varepsilon_1$  : Einfalswinkel [rad]  
 $\varepsilon'_1$  : Ausfälwinkel [rad]  
 $\varepsilon_2$  : Brechungswinkel [rad]  
 $n$  : Brechungsindex [1]  
 $c$  : Vakuum-Lichtgeschwindigkeit (299'792'458) [ $\frac{m}{s^2}$ ]



## 1.3 Totalreflexion



$\varepsilon_g = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2}\right)$   
 $n_{21} = 1.6 / \varepsilon_g$

## 1.4 Anwendungen

### 1.4.1 Prisma

Die **Minimalablenkung** entsteht wenn der Einfalswinkel gleich dem Ausfälwinkel entspricht.

$n_1$  : Brechungsindex Prisma [1]

$n_2$  : Brechungsindex Medium [1]

$\varphi$  : Scheitelwinkel [rad]

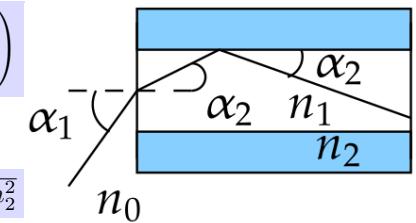
$\delta$  : Ablenkungswinkel [rad]

### 1.4.2 Lichtwellenleiter

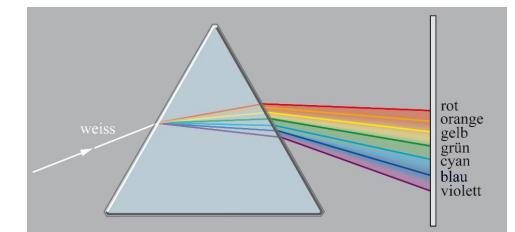
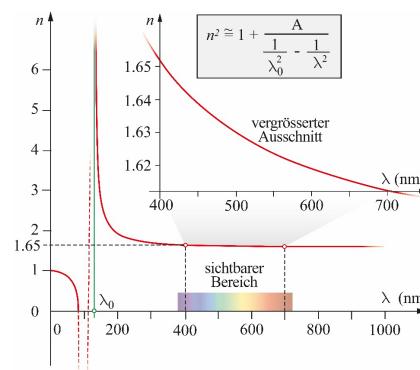
$$\text{Falls } n_1 > n_2: \alpha_{1max} = \arcsin\left(\frac{n_1 \cos(\arcsin(\frac{n_2}{n_1}))}{n_0}\right)$$

$$n_0 \sin(\alpha_1) = n_1 \sqrt{1 - \cos^2(\alpha_2)}$$

$$n_0 \sin(\alpha_1) = n_1 \sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2} \quad n_0 \sin(\alpha_1) = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$



## 1.5 Dispersion



## 1.6 Abbildungen

### 1.6.1 Allgemein

$$\frac{b}{g} = \frac{B}{G} = \beta = \frac{b-f}{f} \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$$

$b$  : Bildweite [m]

$g$  : Gegenstandsweite [m]

$B$  : Bildgrösse [m]

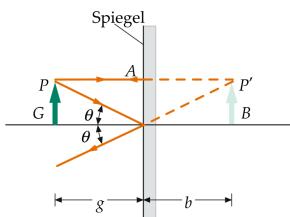
$G$  : Gegenstandsgrösse [m]

$\beta$  : Abbildungsverhältniss [1]

$f$  : Brennweite [m]

### 1.6.2 Spiegel

#### Planspiegel

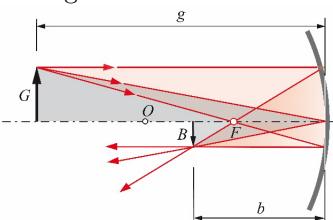


#### Konkavspiegel

Für Sphärische Spiegel gilt:  $f = \frac{r}{2}$

Gegenstand vor dem Brennpunkt.

Erzeugt reelles Bild.

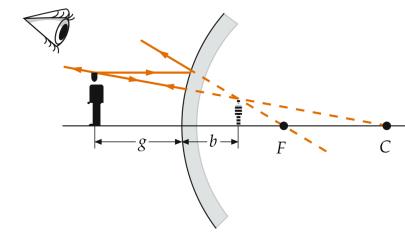
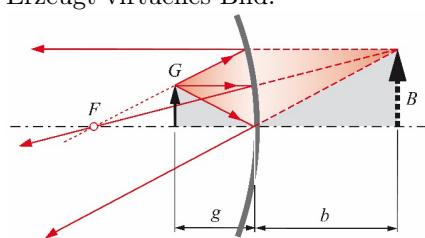


#### Konvexspiegel

$f$  : Brennweite [m]  
 $r$  : Spiegelradius [m]

Gegenstand hinter dem Brennpunkt.

Erzeugt virtuelles Bild.



### 1.6.3 Linsen

$$D = \frac{1}{f} \quad D = \left( \frac{n_2}{n_1} - 1 \right) \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$$

$D$  : Brechkraft / Dioptrie [1]

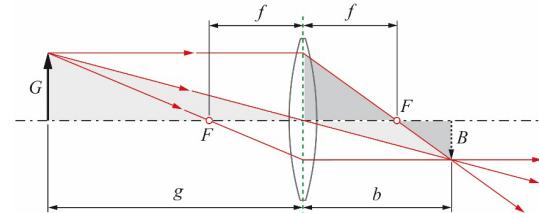
$f$  : Brennweite [m]

$n_{1,2}$  : Brechungsindexe [1]

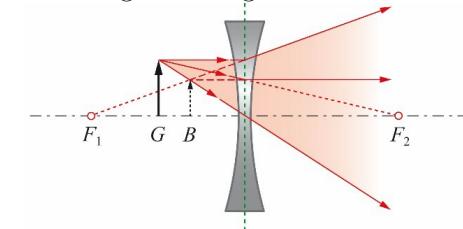
$r_{1,2}$  : Radien von Linse [m]

- Für sammelnde optische Bauelemente ist  $f > 0$ .
- Für zerstreuende optische Bauelemente  $f < 0$ .
- Für virtuelle Bilder ist  $b < 0$  und  $B < 0$ .
- Für vortuelle Gegenstände ist  $g < 0$  und  $G < 0$ .

#### Bündelnde Linse



Zerstreuende Linse  
Brechungsindex negativ!



## 1.7 Abbildungssysteme

$\varepsilon$  : Schwinkel [Bogenminute | arcmin |  $1^\circ = 60'$ ]

$s$  : deutliche Sehweite (normiert = 25cm) [m]

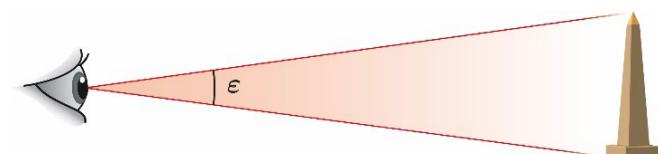
### 1.7.1 Auflösung, Schwinkel und Sehweite

**Auflösung:** Minimaler Winkelabstand  $\varepsilon_{min}$  zwischen zweier Punkte, welche noch unterschieden werden können. **Sehweite:** Distanz, in der ein Gegenstand noch scharf gesehen werden kann.

Die menschliche Sehschärfe beträgt ca.  $1'$ .

$$S = \frac{1}{\varepsilon_{min}}$$

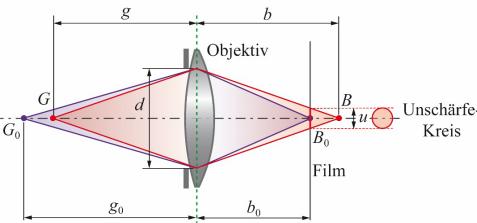
$$S : \text{Sehschärfe } [\frac{1}{\text{arcmin}}] \\ \varepsilon : \text{Schwinkel } [\text{arcmin}]$$



## 1.7.2 Kamera

$$H = \left(\frac{d}{f}\right)^2 = q^2 \quad \frac{1}{g} = \frac{1}{g_0} \pm \frac{u}{q \cdot f^2} \quad I \sim d^2$$

$$B = \frac{f}{g-f} \cdot G \quad Z = \frac{1}{q} = \frac{d}{f} \quad H \sim \frac{I}{B^2} \sim \frac{d^2}{f^2}$$



$B$  : BildgröÙe [m]  
 $G$  : GegenstandsgröÙe [m]  
 $H$  : Lichtstärke (Helligkeit) [ $\frac{W}{m^2}$ ]  
 $I$  : Lichtstrom [W]  
 $Z$  : Öffnungsverhältnis [1]  
 $b$  : Bildweite [m]  
 $b_0$  : Filmweite [m]

$d$  : Durchmesser Eintrittspupille [m]  
 $f$  : Brennweite [m]  
 $g$  : Gegenstandsweite [m]  
 $g_0$  : Schärfentiefenbereich [m]  
 $q$  : Blendenzahl [ $\frac{\sqrt{W}}{m}$ ]  
 $u$  : Unschärfekreis-Durchmesser [m]

$B$  : BildgröÙe [m]  
 $G$  : GegenstandsgröÙe [m]  
 $V$  : VergröÙerung [1]  
 $\varepsilon$  : Sehwinkel [rad]  
 $\varepsilon_0$  : Sehwinkel ohne Mikroskop [rad]

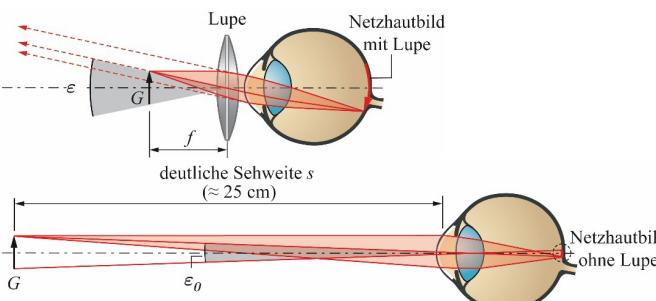
$b_1$  : Bildweite [m]  
 $f_1$  : Brennweite Objektiv [m]  
 $f_2$  : Brennweite Okular [m]  
 $s$  : deutliche Sehweite [m]  
 $\Delta$  : Tubuslänge [m]

## 1.7.3 Lupe

$$V = \frac{\tan(\varepsilon)}{\tan(\varepsilon_0)} = \frac{s}{f} \quad \tan(\varepsilon) = \frac{G}{f}$$

$$\tan(\varepsilon_0) = \frac{G}{s}$$

$V$  : VergröÙerung [1]  
 $G$  : GegenstandsgröÙe [m]  
 $\varepsilon$  : Sehwinkel [rad]  
 $\varepsilon_0$  : Sehwinkel ohne Lupe [rad]  
 $s$  : deutliche Sehweite [m]  
 $f$  : Brennweite [m]

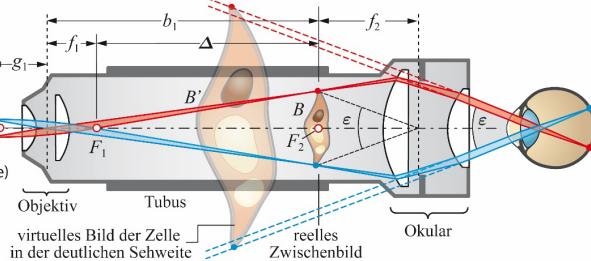


## 1.7.4 Mikroskop

$$V = \frac{\tan(\varepsilon)}{\tan(\varepsilon_0)}$$

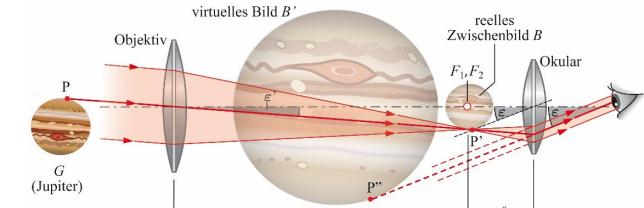
$$V = \frac{\Delta}{f_1 f_2} \frac{s}{f}$$

$$V = \frac{B}{G} \frac{s}{f_2} = \frac{b_1}{g_1} \frac{s}{f_2}$$



$V$  : VergröÙerung total [1]  
 $f_1$  : Brennweite Objektiv [m]  
 $f_2$  : Brennweite Okular [m]

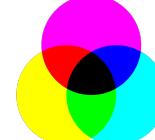
## 1.7.5 Vernrohr



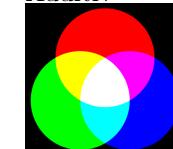
$\varepsilon$  : Ausfallwinkel [rad]  
 $\varepsilon'$  : Einfallsinkel [rad]

## 1.8 Farbenlehre

Subtraktiv



Additiv



## 2 Schwingungen

### 2.1 Freie Schwingungen

#### 2.1.1 Allgemein

$$f = \frac{1}{T} \quad \omega = 2\pi f \quad c = \frac{mg}{\Delta l}$$

Translationsbewegung / Linear

$$F = m \cdot a$$

$f$  : Frequenz [ $\frac{1}{s}$ ]

$c$  : Federkonstante [ $\frac{N}{m}$ ]

$T$  : Periode [s]

Rotationsbewegung / Drehung

$$M = J \cdot a$$

$m$  : Masse [kg]

$g$  : Ardanziehung [ $\frac{m}{s^2}$ ]

$\Delta l$  : Federweg [m]

## 2.1.2 Harmonische Schwingung

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad y(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$$

$$v(t) = \dot{y} = A\omega_0 \cos(\omega_0 t)$$

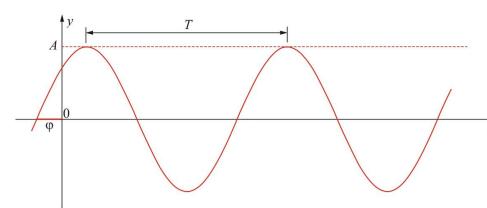
$$a(t) = \ddot{y} = -A\omega_0^2 \sin(\omega_0 t)$$

$A$  : Amplitude [1]

$\omega$  : Kreisfrequenz [ $\frac{1}{s}$ ]

$t$  : Zeit [s]

$\varphi$  : Phasenverschiebung [rad]



$J$  : Massenträgheitsmoment [ $\frac{kg}{m^2}$ ]

$M$  : Drehmoment [Nm]

$T$  : Periode [s]

$c$  : Federkonstante [ $\frac{N}{m}$ ]

$y$  : Auslenkung [m]

$\omega$  : Kreisfrequenz [ $\frac{1}{s}$ ]

$\varphi$  : Nullphasenwinkel [rad]

## 2.1.3 Federpendel

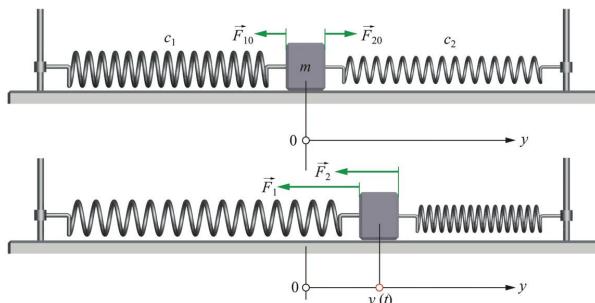
$$F_1 = -F_{10} - c_1 \cdot y$$

$$F_2 = F_{20} - c_2 \cdot y = F_0 - c \cdot y$$

$$F_{RES} = -c \cdot y = F_1 + F_2$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{c}} = \frac{2\pi}{\omega_0}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m + \frac{m_F}{3}}{c}}$$



$$a(t) = -\left(\frac{c}{m}\right)y \quad y(t) = A \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}} \quad m\ddot{y} + cy = 0$$

$F_x$  : Kraft [N]

$T$  : Periode [s]

$a$  : Beschleunigung [ $\frac{m}{s^2}$ ]

$c$  : Federkonstante [ $\frac{N}{m}$ ]

$m$  : Bewegte Masse [kg]

$m_F$  : Federmasse [kg]

$t$  : Zeit [sekunden]

$y$  : Auslenkung [m]

$\omega$  : Kreisfrequenz [ $\frac{1}{s}$ ]

$\varphi$  : Nullphasenwinkel [rad]

## 2.1.4 Drehpendel (Torsionspendel)

$$M = -c\varphi(t)$$

$$J = J_s + 2ml^2$$

$$J \cdot \ddot{\varphi} + c \cdot \varphi = 0$$

$$\omega = \sqrt{\frac{c}{J}} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{c}}$$



$J$  : Massenträgheitsmoment [ $\frac{kg}{m^2}$ ]

$M$  : Drehmoment [Nm]

$T$  : Periode [s]

$c$  : Federkonstante [ $\frac{N}{m}$ ]

$y$  : Auslenkung [m]

$\omega$  : Kreisfrequenz [ $\frac{1}{s}$ ]

$\varphi$  : Nullphasenwinkel [rad]

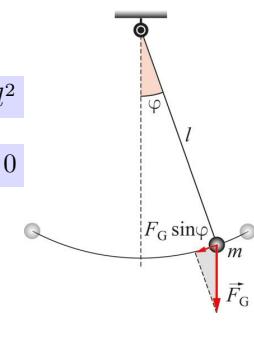
$$M = l \cdot m \cdot g \cdot \sin(\varphi)$$

$$J = J_s + m \cdot l^2 = 0 + m \cdot l^2$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$l\ddot{\varphi} + g\varphi = 0$$



$J$  : Massenträgheitsmoment [ $\frac{kg}{m^2}$ ]

$M$  : Drehmoment [Nm]

$T$  : Periode [s]

$g$  : Erdbeschleunigung [ $\frac{m}{s^2}$ ]

$l$  : Pendellänge [m]

$y$  : Auslenkung [m]

$\omega$  : Kreisfrequenz [ $\frac{1}{s}$ ]

$\varphi$  : Winkel [rad]

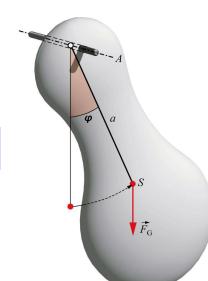
## 2.1.6 Schwerkraftpendel Physikalisch

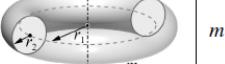
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J_A}{m \cdot g \cdot a}} = 2\pi \sqrt{\frac{J_S + ma^2}{m \cdot g \cdot a}}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{m \cdot g \cdot a}{J_A}}$$

$$l^* = \frac{J_A}{ma} \quad J_A \ddot{\varphi} = mga \sin(\varphi) = 0$$

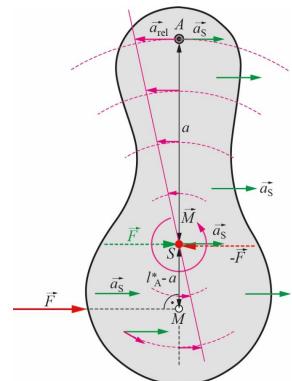
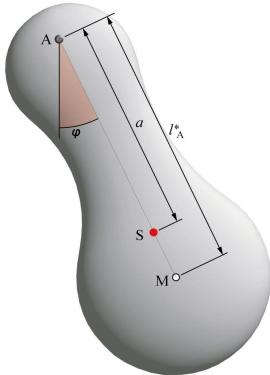
$$J_A = J_S + ma^2 \quad \omega_{max} = \sqrt{\frac{g}{2} \sqrt{\frac{m}{J_S}}}$$



| Körper       | $J$   | Körper | $J$   |
|--------------|---|--------|---|
| Vollzylinder | <br>$\frac{mr^2}{2}$           | Quader | <br>$\frac{m(a^2+b^2)}{12}$                  |
| Hohlzylinder | <br>$\frac{m(r_i^2+r_o^2)}{2}$ | Kugel  | <br>$\frac{2}{5}mr^2$                        |
| Stab         | <br>$\frac{ml^2}{12}$          | Torus  | <br>$m\left(r_1^2 + \frac{3}{4}r_2^2\right)$ |

$J_A$  : Massenträgheit bez. A-Achse [ $kg \cdot m^2$ ]  
 $J_S$  : Massenträgheit bez. Achse  $\parallel a$  [ $kg \cdot m^2$ ]  
 $T$  : Periode [s]  
 $a$  : Abstand zum Schwerpunkt S [m]

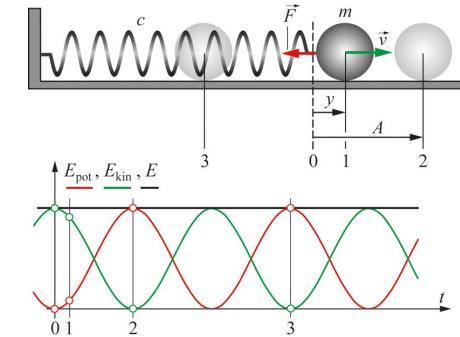
## 2.1.7 Perkussionszentrum



## 2.1.8 Energie

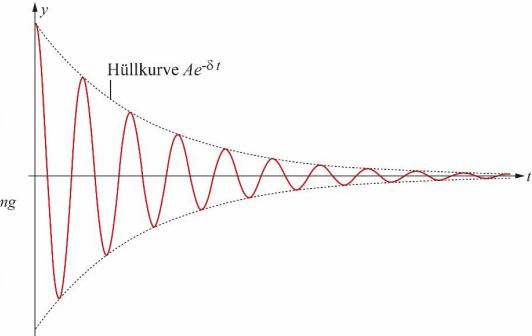
$$\begin{aligned}
 E_{ges} &= \frac{1}{2}cA^2 = E_{pot} + E_{kin} \\
 E_{pot} &= \frac{1}{2}cA^2 \cos^2(\omega t + \varphi) \\
 E_{kin} &= \frac{1}{2}cA^2 \sin^2(\omega t + \varphi)
 \end{aligned}$$

$E_{xyz}$  : Energie [J]  
 $A$  : Amplitude [m]  
 $c$  : Federkonstante [ $\frac{N}{m}$ ]  
 $t$  : Zeit [s]  
 $\omega$  : Kreisfrequenz [ $\frac{1}{s}$ ]



## 2.1.9 Gedämpfte Schwingung

$$\begin{aligned}
 F_G &= mg & F_F &= -cy \\
 F_D &= -b\dot{y} & m\ddot{y} + b\dot{y} + cy = 0 \\
 y &= Ae^{-\delta t} \sin(\omega_d t + \varphi_0) & \delta &= \frac{b}{2m} \\
 A &= \delta T & A &= \ln\left(\frac{A_n}{A_{n+1}}\right) \\
 D &= \frac{\delta}{\omega_0} & \frac{A_n}{A_{n+1}} &= e^{\delta T} \\
 m\ddot{y} &= F_{Res} = F_F - F_G + F_D
 \end{aligned}$$



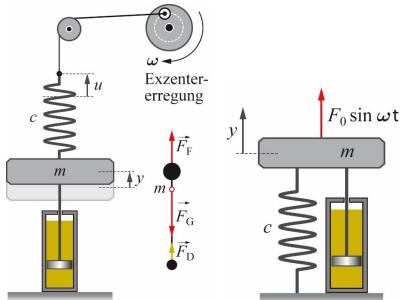
$A$  : Amplitude [m]  
 $D$  : Dämpfungsgrad [1]  
 $F_G$  : Gewichtskraft [N]  
 $F_F$  : Federkraft [N]  
 $F_D$  : Dämpfungskraft [N]  
 $T$  : Periode [s]  
 $b$  : Dämpfungskonstante [1]

$c$  : Federkonstante [ $\frac{N}{m}$ ]  
 $m$  : Masse [kg]  
 $y$  : Auslenkung [m]  
 $\delta$  : Abklingkonstante [1]  
 $\varphi$  : Nullphasenwinkel [rad]  
 $\omega$  : Kreisfrequenz [ $\frac{1}{s}$ ]  
 $\Lambda$  : log. Dekrement [1]

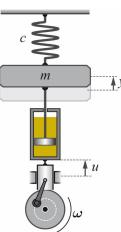
## 2.2 Fremderregte Schwingung

Formelsammlung 22.1.6 p.574

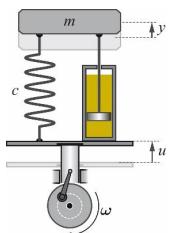
## 2.2.1 Krafterregung



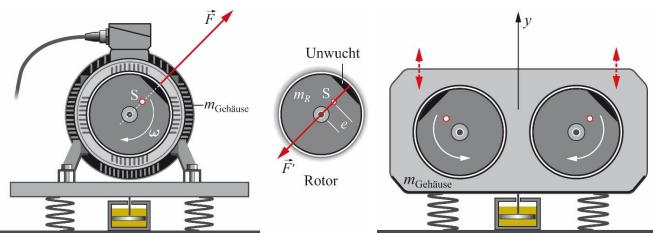
## 2.2.2 Dämpferregung



## 2.2.3 Stützerregung



## 2.2.4 Unwuchterregung



## 3 Wellen

### 3.1 Wellengeschwindigkeit

$$u_L : \text{Elastische Longitudinalwellen } [\frac{m}{s}]$$

$$u_L = \sqrt{\frac{E}{\varrho}}$$

$$u_T : \text{Elastische Transversalwellen } [\frac{m}{s}]$$

$$u_T = \sqrt{\frac{G}{\varrho}}$$

$$u_T : \text{Transversalwellen auf einem Seil oder einer Saite } [\frac{m}{s}]$$

$$u_T = \sqrt{\frac{F}{\varrho A}}$$

$$u_S : \text{Schwerewellen in tiefem Wasser } [\frac{m}{s}]$$

$$u_S = \sqrt{\frac{g \lambda}{2\pi}}$$

$$u_S : \text{Schwerewellen in flachem Wasser } [\frac{m}{s}]$$

$$u_S = \sqrt{gh}$$

$$u_K : \text{Kapillarwellen } [\frac{m}{s}]$$

$$u_K = \sqrt{\frac{2\pi\sigma}{\varrho\lambda}}$$

$$u : \text{Schallwellen in Fluiden } [\frac{m}{s}]$$

$$u = \sqrt{\frac{1}{\varrho\kappa}}$$

$$u_G = \sqrt{\frac{\varkappa p}{\varrho}} \quad u_G = \sqrt{\frac{\varkappa R T}{M}}$$

$$u = \frac{c}{n}$$

$$h : \text{Wassertiefe } [m]$$

$$n : \text{Brechungsindex } [1]$$

$$p : \text{Druck } [Pa]$$

$$u : \text{Wellengeschwindigkeit } [\frac{m}{s}]$$

$$\kappa : \text{Kompressibilität } [Pa]$$

$$\varkappa : \text{Adiabatenexponent } [1]$$

$$\lambda : \text{Wellenlänge } [m]$$

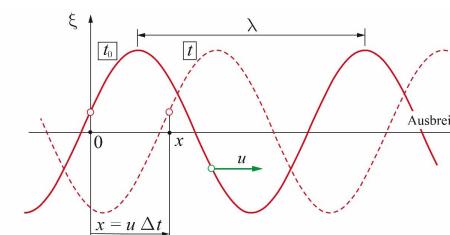
$$\varrho : \text{Dichte } [\frac{kg}{m^3}]$$

$$\sigma : \text{Oberflächenspannung } [\frac{N}{m}]$$

Tabelle 4.2 Elastische Konstanten von verschiedenen, technisch relevanten Materialien.

|                              | E<br>10 <sup>9</sup> Pa  | G<br>10 <sup>9</sup> Pa | $\mu$ | $\kappa$<br>10 <sup>-12</sup> 1/Pa |
|------------------------------|--------------------------|-------------------------|-------|------------------------------------|
| Wolfram                      | 410                      | 150                     | 0.35  | 3.2                                |
| Stahl                        | 200                      | 80                      | 0.28  | 5.9                                |
| Kupfer                       | 125                      | 47                      | 0.34  | 7.1                                |
| Aluminium                    | 70                       | 27                      | 0.34  | 13                                 |
| Blei                         | 20                       | 7                       | 0.44  | 23                                 |
| Diamant                      | 1000                     |                         |       |                                    |
| Beton                        | 42                       |                         |       |                                    |
| Eis                          | 10                       | 4                       | 0.33  | 100                                |
| Marmor                       | 70                       | 30                      | 0.30  | 17                                 |
| Polyamide<br>glasfaserstärkt | 1.5 ... 3.5<br>10 ... 18 |                         |       |                                    |

### 3.2 Harmonische Wellen



### 3.2.1 Vorlage

