

# מטלת מנחה (ממ"ן) 14

הקורס: 20441 - מבוא למדעי המחשב ושפת Java

חומר הלימוד למטלה: יחידות 9-10 נושא המטלה: יעילות ורקורסיה

מספר השאלות: 4 משקל המטלה: 5 נקודות

סמסטר: 2022 מועד אחרון להגשה: 15.1.2022

השאלות במטלה זו לקוחות מבחינות גמר שונות או דומות לשאלות של בחינות גמר. אנו ממליצים מאד, בשלב הראשון, לענות עליהן ללא הרצה במחשב (כפי שמקובל בבחינת הגמר).

את התשובות לכל השאלות עליכם לכתוב במחלקה אחת בשם Ex14.java (בדיוק).  
את התשובות לשאלות על הסיבוכיות כתבו כחלק מה-API.

## שאלה 1- 25 נקודות

נתון מערך חד-ממדי a המלא במספרים שלמים.

כתבו שיטה סטטית, המקבלת כפרמטר מערך כזה, ושני מספרים שלמים x ו-y. השיטה צריכה להחזיר את המרחק המינימלי מבחינת תאים בין שני המספרים האלו במערך. **ניתן להניח שהמספרים x ו-y שונים זה מזה.**

אם אחד מהמספרים (או שניהם) לא נמצא במערך, יוחזר הערך Integer.MAX\_VALUE (המספר השלם המקסימלי האפשרי).

חתימת השיטה היא:

```
public static int findMinDiff (int[] a, int x, int y)
```

לדוגמא,

אם המערך a הוא זה:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	3	5	4	8	2	4	3	6	5

- אם המספרים x ו-y הם:  $x = 3, y = 2$

המספר 3 נמצא במערך באינדקסים 1 ו-7

המספר 2 נמצא במערך באינדקס 5

ולכן המרחק המינימלי בין 3 ל-2 במערך הוא 2 (בין האינדקס 5 לאינדקס 7).

השיטה תחזיר 2

- אם המספרים  $x$  ו- $y$  הם:  $x = 2, y = 5$   
השיטה תחזיר 3 (המרחק בין האינדקס 2 לאינדקס 5)
- אם המספרים  $x$  ו- $y$  הם:  $x = 2, y = 7$   
השיטה תחזיר Integer.MAX\_VALUE (כי המספר 7 לא נמצא במערך)

**שימו לב:**

השיטה שתכתבו צריכה להיות יעילה ככל הניתן, גם מבחינת סיבוכיות הזמן וגם מבחינת סיבוכיות המקום. תשובה שאינה יעילה מספיק כלומר, שתהיה בסיבוכיות גדולה יותר מזו הנדרשת לפתרון הבעיה תקבל מעט נקודות בלבד.

**מה סיבוכיות זמן הריצה וסיבוכיות המקום של השיטה שכתבתם?  
הסבירו תשובתכם.**

**אל תשכחו לתעד את מה שכתבתם!**

## שאלה 2- 25 נקודות

בשאלה זו נתייחס למערכים דו-ממדיים ריבועיים, כלומר, מספר השורות והעמודות שווה (נניח שהוא שווה ל- $n$ ).

**לצורך השאלה נניח כי  $n$  הוא חזקה שלמה של 2.**

עבור מערך כזה, נגדיר חלוקה פנימית שלו לארבעה רובעים בגודל  $n/2 \times n/2$ , ממוספרים מ-1 עד 4 באופן הבא:

1	2
4	3

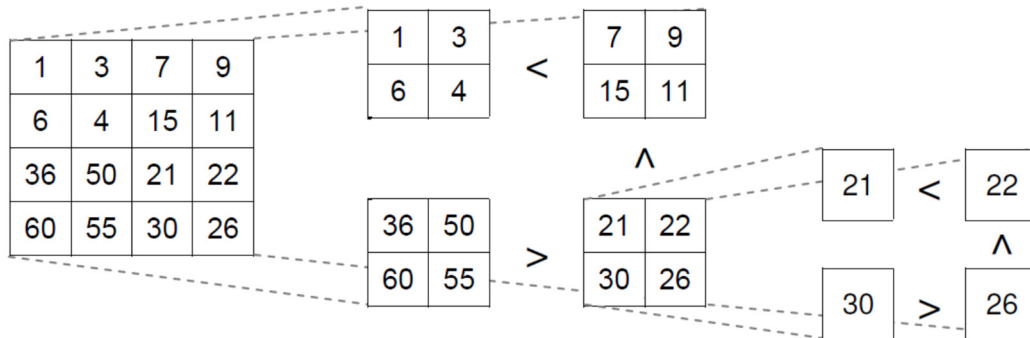
נאמר שהמערך הוא **סיבובי** (circular) אם כל האיברים ברובע 1 קטנים ממש מכל אלו שברובע 2, אלו שברובע 2 קטנים ממש מכל אלו שברובע 3, ואלו שברובע 3 קטנים ממש מכל אלו שברובע 4. למשל, המערך הבא הוא סיבובי:

1	5
9	7

לשם הנוחות, נגדיר גם כל מערך בגודל  $1 \times 1$  כמערך סיבובי.

נאמר שמערך בגודל  $n \times n$  הוא **ממוין-סיבובי** (circular sorted) אם הוא סיבובי, ארבעת הרובעים שלו סיבוביים, וכן הלאה עד לרובעים בגודל  $1 \times 1$ .

לדוגמא, המערך הבא ממוין-סיבובית:



עליכם לכתוב שיטה סטטית בוליאנית לחיפוש במערך ממוין-סיבובית. השיטה מקבלת כפרמטרים מערך דו-ממדי mat שהוא ממוין-סיבובית, וערך לחיפוש num. אם הערך num נמצא במערך mat, השיטה תחזיר true. אם הערך num לא נמצא במערך mat, השיטה תחזיר false.

~~עליכם לכתוב שיטה סטטית בוליאנית לחיפוש במערך ממוין-סיבובית. השיטה מקבלת כפרמטרים מערך דו-ממדי mat שהוא ממוין-סיבובית, וערך לחיפוש num. אם הערך num נמצא במערך mat, השיטה תחזיר true ותדפיס את מספר השורה ומספר העמודה שבהם נמצא המספר num. אם הערך num לא נמצא במערך mat, השיטה תחזיר false ולא יודפס כלום.~~

חתימת השיטה היא:

```
public static boolean search (int [][] mat, int num)
```

לדוגמא,

אם המערך mat הוא המערך המצויר לעיל, והמספר num הוא 22, השיטה תחזיר את הערך true, ויודפסו השורות הבאות:

row=2

col=3

אם המערך mat הוא המערך המצויר לעיל, והמספר num הוא 23, השיטה תחזיר את הערך false, ולא יודפס כלום.

אתם יכולים להניח שהמערך mat אינו null והוא ממוין-סיבובית. אינכם צריכים לבדוק זאת.

שימו לב:

השיטה שתכתבו צריכה להיות יעילה ככל הניתן, גם מבחינת סיבוכיות הזמן וגם מבחינת סיבוכיות המקום. תשובה שאינה יעילה מספיק כלומר, שתהיה בסיבוכיות גדולה יותר מזו הנדרשת לפתרון הבעיה תקבל מעט נקודות בלבד.

מה סיבוכיות זמן הריצה וסיבוכיות המקום של השיטה שכתבתם? הסבירו תשובתכם. אל תשכחו לתעד את מה שכתבתם!

### שאלה 3- 25 נקודות

כתבו שיטה סטטית רקורסיבית בוליאנית המקבלת מערך של מספרים שלמים arr. השיטה צריכה להחזיר true אם אפשר לחלק את כל איברי המערך לשתי קבוצות שונות שוות בגודלן (כלומר מספר האיברים בהם זהה) כך שסכום האיברים בשתי הקבוצות שווה. אם אי אפשר לעשות זאת, השיטה תחזיר false.

חתימת השיטה היא:

```
public static boolean equalSplit (int[] arr)
```

דוגמאות:

- עבור המערך הבא:

0	1	2	3	4	5
-3	5	12	14	-9	13

השיטה תחזיר true כי  $-3 + 5 + 14 = 12 + -9 + 13$  וגם בכל קבוצה יש 3 איברים

- עבור המערך הבא:

0	1	2	3	4	5
-3	5	-12	14	-9	13

השיטה תחזיר false כי אמנם  $-3 + 5 + 14 + -12 = -9 + 13$  אבל מספר האיברים בשתי הקבוצות שונה (באחת יש ארבעה איברים ובשנייה רק שניים).

- עבור המערך הבא:

0	1	2	3	4
-3	5	-12	14	-9

השיטה תחזיר false כי אין חלוקה של איברי המערך לשתי קבוצות שוות בגודלן.

השיטה שתכתבו צריכה להיות רקורסיבית ללא שימוש בלולאות כלל. כך גם כל שיטות העזר שתכתבו (אם תכתבו) לא יכולות להכיל לולאות.

אפשר להשתמש בהעמסת-יתר (overloading). אפשר להניח שהמערך אינו null ואינו ריק.

אין לשנות את תוכן המערך (אפילו לא זמנית), ולא להשתמש במערך עזר.

אין צורך לדאוג ליעילות השיטה! אבל כמובן שצריך לשים לב לא לעשות קריאות רקורסיביות מיותרות!

אל תשכחו לתעד את מה שכתבתם!

## שאלה 4- 25 נקודות

נגדיר **מספרים מיוחדים** (Special numbers) על-ידי ההסבר והדוגמא הבאה :

נקח את קבוצת המספרים השלמים החיוביים :

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20...

עכשיו נמחק כל מספר שני בקבוצה, ונישאר עם הקבוצה הבאה :

1, ~~2~~, 3, ~~4~~, 5, ~~6~~, 7, ~~8~~, 9, ~~10~~, 11, ~~12~~, 13, ~~14~~, 15, ~~16~~, 17, ~~18~~, 19, ~~20~~...

כלומר הקבוצה שנשארה היא :

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19...

עכשיו נמחק כל מספר שלישי בקבוצה שנשארה, ונישאר עם הקבוצה הבאה :

1, 3, ~~5~~, 7, 9, ~~11~~, 13, 15, ~~17~~, 19...

כלומר הקבוצה שנשארה היא :

1, 3, 7, 9, 13, 15, 19...

וכך נמשיך בתהליך ללא סוף.

**כל מספר שלא נמחק במהלך התהליך נקרא "מספר מיוחד".**

לכן, תחילתה של הקבוצה של המספרים המיוחדים היא :

1, 3, 7, 13...

**כתבו שיטה סטטית בוליאנית רקורסיבית, המקבלת כפרמטר מספר שלם n ומחזירה true אם המספר הוא מספר מיוחד ו- false אחרת.**

**חתימת השיטה היא :**

```
public static boolean isSpecial (int n)
```

**רמז אפשרי לפתרון –**

שימו לב שאם נסתכל על מספר כלשהו, לאחר כל "סיבוב" של מחיקות, המיקום שלו בסדרה הוא אחר. הסתכלו, למשל, על המספר 7. בהתחלה המיקום שלו הוא כמובן, 7. לאחר מחיקת כל מספר שני, הוא הופך להיות המספר הרביעי בסדרה. לאחר מחיקת כל מספר שלישי מהסדרה, הוא הופך להיות המספר השלישי בסדרה. גם לאחר מחיקת כל מספר רביעי בסדרה (וכך הלאה), הוא יישאר המספר השלישי בסדרה. והוא אכן מספר מיוחד.

חשבו איך לחשב את **המיקום** הבא של המספר, כשאתם יודעים מה המיקום הנוכחי, ואיזה מספר הוא זה שיימחק (כל שני, כל שלישי, כל רביעי וכד').

**השיטה שתכתבו צריכה להיות רקורסיבית ללא שימוש בלולאות כלל. כך גם כל שיטות העזר שתכתבו (אם תכתבו) לא יכולות להכיל לולאות.**

**אפשר להשתמש בהעמסת יתר (overloading).**

שימו לב:

בשאלות 3 ו-4 אין צורך לדאוג ליעילות השיטה שתכתבו! **אבל כמובן שצריך לשים**

**לב לא לעשות קריאות רקורסיביות מיותרות!**

אסור להשתמש במשתנים גלובליים שהוגדרו מחוץ לשיטות עצמן!

בכל השאלות - אל תשכחו לתעד את מה שכתבתם!

שימו לב ששמנו טסטר באתר הקורס. חובה שהטסטר ירוץ עם המחלקה שכתבתם ללא שגיאות קומפילציה. אם יש שיטה שלא כתבתם, כתבו חתימה והחזירו ערך סתמי כדי שהטסטר ירוצו עם המחלקה ללא שגיאות קומפילציה. אם בהרצת הטסטר יתגלו שגיאות קומפילציה הציון במטלה יהיה אפס, ללא אפשרות ערעור.

### הגשה

1. הגשת הממ"ן נעשית בצורה אלקטרונית בלבד, דרך מערכת שליחת המטלות.
2. הקפידו ששמות השיטות יהיו **בדיוק** כפי שמוגדר בממ"ן.
3. עליכם לתעד את כל השיטות שאתם כותבים בתיעוד API ובתיעוד פנימי המסביר מה עשיתם בשיטה. בתיעוד זה כתבו גם מה הסיבוכיות של השיטות (בשאלות 1 ו-2).
4. את התשובות לכל השאלות עליכם לכתוב במחלקה אחת בשם Ex14.java (**בדיוק**). ארוזו אותו בתוך קובץ zip. אין לשלוח קבצים נוספים.

### בהצלחה