

# Procesamiento Digital de Imágenes - ELO-328

## Ejercicios PCA

Marcos Zúñiga

Departamento de Electrónica

18 de Diciembre 2019



UNIVERSIDAD TECNICA  
FEDERICO SANTA MARIA

Suponga que un conjunto de datos tiene asociada una matriz de covarianza:

$$C = \begin{pmatrix} 8 & -7 & -1 \\ -7 & 16 & 10 \\ -1 & 10 & 12 \end{pmatrix}$$

y tiene asociados los siguientes vectores propios:

$(0.8, -0.1, 0.6)$

$(-0.6, -0.6, 0.5)$

$(-0.3, 0.8, 0.6)$

con los valores propios 8.5, 1.2, 26.3, asociados a cada vector (en el mismo orden). Además tiene asociado el vector de medias  $(25, -10, 5)$ .

(a) Obtenga la proyección al espacio de los dos componentes principales, para el vector  $(20, 0, 10)$ .

(a) Obtenga la proyección al espacio de los dos componentes principales, para el vector  $(20, 0, 10)$ .

$$y = \begin{pmatrix} -0.3 & 0.8 & 0.6 \\ 0.8 & -0.1 & 0.6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 20 - 25 \\ 0 + 10 \\ 10 - 5 \end{pmatrix} =$$
$$\begin{pmatrix} -0.3 & 0.8 & 0.6 \\ 0.8 & -0.1 & 0.6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -5 \\ 10 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.5 + 8 + 3 \\ -4 - 1 + 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12.5 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Suponga que un conjunto de datos tiene asociada una matriz de covarianza:

$$C = \begin{pmatrix} 8 & -7 & -1 \\ -7 & 16 & 10 \\ -1 & 10 & 12 \end{pmatrix}$$

y tiene asociados los siguientes vectores propios:

$(0.8, -0.1, 0.6)$

$(-0.6, -0.6, 0.5)$

$(-0.3, 0.8, 0.6)$

con los valores propios 8.5, 1.2, 26.3, asociados a cada vector (en el mismo orden). Además tiene asociado el vector de medias  $(25, -10, 5)$ .

(b) Cuantifique el error cuadrático medio de la estimación, utilizando los valores propios.

(b) Cuantifique el error cuadrático medio de la estimación, utilizando los valores propios.

$$e_{ms} = \lambda_3 = 1.2$$

Suponga que un conjunto de datos tiene asociada una matriz de covarianza:

$$C = \begin{pmatrix} 8 & -7 & -1 \\ -7 & 16 & 10 \\ -1 & 10 & 12 \end{pmatrix}$$

y tiene asociados los siguientes vectores propios:

$(0.8, -0.1, 0.6)$

$(-0.6, -0.6, 0.5)$

$(-0.3, 0.8, 0.6)$

con los valores propios 8.5, 1.2, 26.3, asociados a cada vector (en el mismo orden). Además tiene asociado el vector de medias  $(25, -10, 5)$ .

(c) Suponga que previamente se obtuvieron en el espacio de componentes principales de 2 componentes, tres clases mediante el método de K-means, con marcas de clase  $m_1 = (10, -8)$ ,  $m_2 = (4.5, 4)$ , y  $m_3 = (5, -5)$ , y con 5, 4, y 6 muestras de aprendizaje cada una, respectivamente. Actualice las clases con el vector obtenido en (a) utilizando el criterio de K-means en una iteración. Considere la distancia euclidiana.

(c) Suponga que previamente se obtuvieron en el espacio de componentes principales de 2 componentes, tres clases mediante el método de K-means, con marcas de clase  $m_1 = (10, -8)$ ,  $m_2 = (4.5, 4)$ , y  $m_3 = (5, -5)$ , y con 5, 4, y 6 muestras de aprendizaje cada una, respectivamente. Actualice las clases con el vector obtenido en (a) utilizando el criterio de K-means en una iteración. Considere la distancia euclidiana.

$$\Delta^2 m_1 = (12.5 - 10)^2 + (-2 + 8)^2 = 2.5^2 + 6^2 = 6.25 + 36 = 42.25$$

$$\Delta^2 m_2 = (12.5 - 4.5)^2 + (-2 - 4)^2 = 8^2 + (-6)^2 = 64 + 36 = 100$$

$$\Delta^2 m_3 = (12.5 - 5)^2 + (-2 + 5)^2 = 7.5^2 + 3^2 = 56.25 + 9 = 65.25$$

Por lo tanto, la muestra se incorpora a la clase 1 (las otras no se modifican), con la nueva marca de clase:

$$m'_1 = \left( \frac{5 \cdot 10 + 12.5}{6}, \frac{5 \cdot (-8) - 2}{6} \right) = \left( \frac{62.5}{6}, \frac{-42}{6} \right) = (10.4, -7)$$