



Lista 1 – Matrizes

1. Determine os valores de $x, y, z, w \in \mathbb{R}$ de modo que

$$\begin{bmatrix} x+2 & 2y-6 \\ z-3 & x+y \\ w+1 & 2w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x+2y & -2 \\ -z+w & 2-y \\ x+2z & x \end{bmatrix}.$$

2. Determine e, se possível, classifique em um tipo especial as seguintes matrizes:

(a) $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ tal que $a_{ij} = \begin{cases} i^2, & \text{se } i = j \\ 0, & \text{se } i < j \\ i - 2j, & \text{se } i > j \end{cases}.$

(b) $B = [b_{ij}]_{4 \times 4}$ tal que $b_{ij} = ij$.

(c) $C = [c_{ij}]_{3 \times 3}$ tal que $c_{ij} = i^2 + j^2$.

(d) $D = [d_{ij}]_{3 \times 3}$ tal que $d_{ij} = \begin{cases} i^2 - 2, & \text{se } i = j \\ 0, & \text{se } i \neq j \end{cases}.$

3. Considere as matrizes $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} a & 6 \\ -1 & 2d \end{bmatrix}$ e $C = \begin{bmatrix} 4 & a+b \\ c+d & 3 \end{bmatrix}$. Determine $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ de modo que $3A = B + C$.

4. Sejam $A = [a_{ij}]_{2 \times 2}$ e $B = [b_{ij}]_{2 \times 2}$ matrizes quadradas de ordem 2 tais que:

$$a_{ij} = \begin{cases} i^i, & \text{se } i = j \\ \frac{i}{j}, & \text{se } i \neq j \end{cases} \quad \text{e} \quad b_{ij} = \begin{cases} (i+1)^i, & \text{se } i = j \\ \frac{1}{j+1}, & \text{se } i \neq j \end{cases}.$$

Determine $6A - 12B$.

5. Considere as matrizes $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 4 & x \\ y & 3 \end{bmatrix}$. Determine $x, y \in \mathbb{R}$ de modo que $AB = BA$.

6. Sejam $A = [a_{ij}]_{2 \times 3}$ e $B = [b_{ij}]_{3 \times 2}$, matrizes tais que:

$$a_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{se } i = j \\ i + j - 1, & \text{se } i \neq j \end{cases} \quad \text{e} \quad b_{ij} = (-1)^{i+j}.$$

Determine $A + B^T$.

7. Seja $A = \begin{bmatrix} 5 & 6x-9 \\ x^2 & 10 \end{bmatrix}$. Determine $x \in \mathbb{R}$ de modo que A seja uma matriz simétrica.

8. Sejam $x, y, z, w \in \mathbb{R}$ de modo que

$$\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Então, o resultado da expressão $3(x-z) + w - y$ é:

- (a) 2.
- (b) 1.
- (c) 0.
- (d) -1 .
- (e) -2 .

9. Sejam $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ e $B = [b_{ij}]_{3 \times 3}$ matrizes quadradas de ordem 3 tais que: A é simétrica, B é triangular inferior, $a_{ij} = 2j - i$ se $i \leq j$, e $b_{ij} = 2i - j$ se $i \geq j$. Determine $(2A + B)^T$.

10. Sejam $A = \begin{bmatrix} 1 & x^2 \\ 10 & 6 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & x & 0 \\ 1 & 0 & x \end{bmatrix}$ e $C = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 0 & -1 \\ x & 0 \end{bmatrix}$ matrizes com entradas reais, com $x \in \mathbb{R}$ de modo que $A = BC$. O que podemos afirmar sobre o x ? Escolha a alternativa correta:

- (a) x é um número real no intervalo aberto $(-5, 1)$.
- (b) x é um número primo maior que 10.
- (c) x é um número inteiro menor que -4 .
- (d) x é um número real no intervalo aberto $(-2, 8)$.
- (e) Não existe $x \in \mathbb{R}$ tal que $A = BC$.

GABARITO - Lista 1

1. $x = -2, y = 2, z = 1, w = -1$

2. (a) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 1 & -1 & 9 \end{bmatrix}$ (triangular inferior).

(b) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ 3 & 6 & 9 & 12 \\ 4 & 8 & 12 & 16 \end{bmatrix}$ (simétrica).

(c) $\begin{bmatrix} 2 & 5 & 10 \\ 5 & 8 & 13 \\ 10 & 13 & 18 \end{bmatrix}$ (simétrica).

(d) $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}$ (diagonal).

3. $a = 2, b = 4, c = 1, d = 3$

4. $\begin{bmatrix} -18 & -1 \\ 6 & -84 \end{bmatrix}$

5. $x = -3, y = 2$

6. $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

7. $x = 3$

8. (e)

9. $\begin{bmatrix} 3 & 9 & 15 \\ 6 & 6 & 12 \\ 10 & 8 & 9 \end{bmatrix}$

10. (a)