代码如下：（包括第 1 和第 2 两个小题）

```
#exercise 5.4
#15.11.11
#author: chuanlu

import numpy as np
from exercise2 import *

def _init_hilbert_matrix(n):
    h = np.zeros([n, n])
    h += 0.0
    for i in range(n):
        for j in range(n):
            h[i, j] = 1/( i + j + 1 )
    print(h)
    return h

def _q1():
    for n in range(2, 7):
        h = _init_hilbert_matrix(n)
        cond_h = np.linalg.cond(h, -np.inf)
        print("n:%d, cond_h:%f" %(n, cond_h))

def _q2():
    for n in range(2, 10):
        h = _init_hilbert_matrix(n)
        x = np.zeros([n, 1])
        b = np.dot(h, x)
        calc_x = column_pivoting_gauss_elimination(h, b)
        r = b - np.dot(h, calc_x)
        delta_x = calc_x - x
        print("n:", n)
        print("calc_x:", x)
        print("r:", r)
        print("delta_x:", delta_x)
        print("%n")


def main():
    _q1()
    _q2()

if __name__ == '__main__':
```

```
main()
```

运算结果如下：

第一小题：

```
[[ 1.          0.5         ]
 [ 0.5         0.33333333]]
n:2, cond_h:8.333333
[[ 1.          0.5         0.33333333]
 [ 0.5         0.33333333  0.25      ]
 [ 0.33333333  0.25        0.2       ]]
n:3, cond_h:58.750000
[[ 1.          0.5         0.33333333  0.25      ]
 [ 0.5         0.33333333  0.25        0.2       ]
 [ 0.33333333  0.25        0.2         0.16666667]
 [ 0.25        0.2         0.16666667  0.14285714]]
n:4, cond_h:391.914286
[[ 1.          0.5         0.33333333  0.25        0.2       ]
 [ 0.5         0.33333333  0.25        0.2         0.16666667]
 [ 0.33333333  0.25        0.2         0.16666667  0.14285714]
 [ 0.25        0.2         0.16666667  0.14285714  0.125     ]
 [ 0.2         0.16666667  0.14285714  0.125       0.11111111]]
n:5, cond_h:2538.886905
[[ 1.          0.5         0.33333333  0.25        0.2         0.16666667]
 [ 0.5         0.33333333  0.25        0.2         0.16666667  0.14285714]
 [ 0.33333333  0.25        0.2         0.16666667  0.14285714  0.125     ]
 [ 0.25        0.2         0.16666667  0.14285714  0.125       0.11111111]
 [ 0.2         0.16666667  0.14285714  0.125       0.11111111  0.1       ]
 [ 0.16666667  0.14285714  0.125       0.11111111  0.1         0.09090909]]
n:6, cond_h:16143.571646
[Finished in 0.3s]
```

条件数 cond 和 n 的函数关系约为：cond = 7 * n + c

第二小题：

```
n: 2
calc_x: [[ 0.]
 [ 0.]]
r: [[ 0.]
 [ 0.]]
delta_x: [[ 0.]
 [ 0.]]
%n
n: 3
```

```
calc_x: [[ 0.]
 [ 0.]
 [ 0.]]
r: [[ 0.]
 [ 0.]
 [ 0.]]
delta_x: [[ 0.]
 [ 0.]
 [ 0.]]
%n
n: 4
calc_x: [[ 0.]
 [ 0.]
 [ 0.]
 [ 0.]]
r: [[ 0.]
 [ 0.]
 [ 0.]
 [ 0.]]
delta_x: [[ 0.]
 [ 0.]
 [ 0.]
 [ 0.]]
%n
n: 5
calc_x: [[ 0.]
 [ 0.]
 [ 0.]
 [ 0.]
 [ 0.]]
r: [[ 0.]
 [-0.]
 [ 0.]
 [ 0.]
 [ 0.]]
delta_x: [[ 0.]
 [-0.]
 [ 0.]
 [ 0.]
 [ 0.]]
%n
n: 6
calc_x: [[ 0.]
 [ 0.]
```

```
  [ 0.]
  [ 0.]
  [ 0.]
  [ 0.]]
r: [[ 0.]
  [-0.]
  [ 0.]
  [ 0.]
  [ 0.]
  [-0.]]
delta_x: [[ 0.]
  [-0.]
  [ 0.]
  [ 0.]
  [ 0.]
  [-0.]]
%n
n: 7
calc_x: [[ 0.]
  [ 0.]
  [ 0.]
  [ 0.]
  [ 0.]
  [ 0.]
  [ 0.]]
r: [[ 0.]
  [-0.]
  [ 0.]
  [ 0.]
  [ 0.]
  [ 0.]
  [-0.]]
delta_x: [[ 0.]
  [-0.]
  [ 0.]
  [ 0.]
  [ 0.]
  [ 0.]
  [-0.]]
%n
n: 8
calc_x: [[ 0.]
  [ 0.]
  [ 0.]
```

[0.]
[0.]
[0.]
[0.]
[0.]]
r: [[0.]
[-0.]
[0.]
[0.]
[0.]
[0.]
[0.]
[-0.]]
delta_x: [[0.]
[-0.]
[0.]
[0.]
[0.]
[0.]
[0.]
[-0.]]
%n
n: 9
calc_x: [[0.]
[0.]
[0.]
[0.]
[0.]
[0.]
[0.]
[0.]
[0.]]
r: [[0.]
[-0.]
[0.]
[0.]
[0.]
[0.]
[0.]
[0.]
[-0.]]
delta_x: [[0.]
[-0.]
[0.]

```
 [ 0.]
 [ 0.]
 [ 0.]
 [ 0.]
 [ 0.]
 [-0.]]
%n
[Finished in 0.3s]
```

Because of some unknown reasons, the exact result cannot be displayed.