

Componente Curricular: MATA06 - CÁLCULO E

Carga Horária: 90 horas

Unidade Responsável: DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA/IME

Tipo do Componente: DISCIPLINA

Ementa:

As funções harmônicas (em \mathbb{R}^2) e as funções de uma variável complexa. As transformações do plano complexo em si mesmo. O limite, a continuidade e a derivação de funções de uma variável complexa. As funções holomorfas. As seqüências e as séries com termos complexos. O critério de Cauchy. As séries de potências. As funções analíticas. A adição, a multiplicação e a inversão de séries de potência. A integral de uma função complexa ao longo de um caminho. Primitivas de funções contínuas. O teorema integral de Cauchy. Enunciação do teorema de Cauchy-Goursat. A fórmula integral de Cauchy. As derivadas de funções holomorfas. Analiticidade das funções holomorfas. A expansão de Laurent e as singularidades. Uso da expansão de Laurent no cálculo de integrais. Os resíduos. O cálculo, mediante resíduos, de integrais de funções reais. Funções vetoriais de variável real. Curvas regulares no espaço tridimensional. As integrais de primeira e de segunda espécie ao longo de tais curvas. A parametrização de superfícies e as integrais de primeira e de segunda espécie sobre superfície. As funções reais de variável vetorial. Estudo dos máximos e mínimos. Estudo dos extremos condicionados. As integrais triplas. As funções vetoriais de variável vetorial e os campos de vetores. Os campos conservativos de vetores e os potenciais escalares. A divergência de um campo de vetores e os campos solenoidais. O teorema de Ostrogradski-Gauss. O rotacional de um campo de vetores e os potenciais vetoriais. O teorema de Stokes.

Modalidade: Presencial

Dados do Programa

Ano-Período: 2025.2

Objetivos:

OBJETIVO GERAL

Proficiência no uso da derivada e integração de funções reais e complexas.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Iniciar os estudantes nos aspectos elementares da teoria das funções de uma variável complexa e da análise vetorial e fornecer-lhes uma introdução sucinta ao problema dos extremantes.

Conteúdo:

- Transformações diferenciáveis de \mathbb{R}^2 em \mathbb{R}^2 e a matriz jacobiana. A transformação de curvas planares. Primeira idéia de transformações conformes. A transformação de regiões planares. A mudança de variável na integral dupla e o determinante jacobiano.
- Enunciação do teorema da curva de Jordan. As funções harmônicas (em \mathbb{R}^2).
- Transformações do corpo dos números complexos em si mesmo. A função afim. A inversão. A projeção estereográfica. As transformações lineares fracionárias. O grupo de Möbius. A função $f(z)=z^2$ e sua inversa. Pontos de ramificação.
- Os limites e a continuidade. A derivação de funções de uma variável complexa e suas propriedades. A propriedade de encadeamento. As condições de Cauchy -Riemann. As funções holomorfas e as funções inteiras.
- A função exponencial e o logaritmo. Potências arbitrárias.
- As seqüências e as séries numéricas. O critério de convergência de Cauchy. As séries de potências e o raio de convergência.
- O conceito de funções analíticas. A adição, a multiplicação e a inversão de séries de potência.
- A integral de uma função complexa ao longo de um caminho. Primitivas de funções contínuas. As primitivas de funções definidas por séries de potência.
- O teorema integral de Cauchy. Enunciação do teorema de Cauchy -Goursat. A existência de primitivas de funções holomorfas. A fórmula integral de Cauchy.

- Derivadas de funções holomorfas. O princípio do módulo máximo. O teorema de Liouville. "O teorema fundamental da Álgebra". Analiticidade das funções holomorfas. O teorema de Morera.
- Notícia sobre a convergência uniforme das séries de potência e a analiticidade. A integração e a derivação das séries de potência. A expansão de Laurent e as singularidades. Os quocientes de funções analíticas e os pólos das funções meromorfas. Uso da expansão de Laurent no cálculo de integrais.
- Os resíduos. O cálculo, mediante resíduos, de integrais de funções reais.
- Funções vetoriais de variável real e curvas regulares no espaço tridimensional. Os campos de vetores. As integrais de primeira e de segunda espécie ao longo de curvas no espaço tridimensional. O conceito de valor médio de uma função real ao longo de um arco de curva regular e o correspondente teorema do valor médio.
- As funções reais de variável vetorial. O teorema de Lagrange. A derivação sob o sinal de integração. Estudo dos máximos e mínimos. O teorema de Fermat, a matriz hessiana e o critério de Sylvester. Os extremos condicionados e os multiplicadores de Lagrange.
- A parametrização de superfícies. As integrais de primeira e de segunda espécie sobre superfícies. O conceito de valor médio de uma função real sobre uma superfície regular e o correspondente teorema do valor médio.
- As funções vetoriais de variável vetorial. A matriz jacobiana. A mudança de variável na integração, o determinante jacobiano e as integrais triplas. O conceito de valor médio de uma função real estendida a um corpo e o correspondente teorema do valor médio.
- Os campos conservativos, os potenciais escalares e as superfícies equipotenciais. A divergência de um campo de vetores e os campos solenoidais. O teorema de Ostrogradski - Gauss. O rotacional de um campo de vetores e os potenciais vetoriais. O teorema de Stokes.

Tipo de material	Descrição	
Outros	· ÁVILA, Geraldo Severo de Souza (1990). Variáveis complexas e aplicações. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos Editora.	
Outros	· BOYCE, William E.; DIPRIMA, Richard C. (1969). Elementary differential equations and boundary value problems. New York, John Wiley and Sons.	
Outros	· CHURCHILL, Ruel V. (1975) Variáveis complexas e suas aplicações. São Paulo, McGrawHill do Brasil e EDUSP.	
Outros	· HAUSER Jr., Arthur A. (1971) Complex variables with physical applications. New York, Simon and Schuster.	
Outros	· HSU, Hwei. Análise Vetorial, teoria e resolução de 760 problemas. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos, 1972.	
Outros	· KAPLAN, W. Cálculo Avançado. São Paulo, Edgard Blucher, 1972.	
Outros	· KREYSZIG, Erwin (1981). Matemática superior, tomo II e III. Rio de Janeiro, Livros Técnicos e Científicos Editora.	
Outros	· PISKUNOV, Nikolai. (1978). Cálculo Diferencial e Integral, vol. 1 e 2, 4ª ed. Porto, Ed. Lopes da Silva.	
Outros	· SOARES, Márcio G. (2001). Cálculo em uma variável complexa. Rio de Janeiro, IMPA.	
Outros	· SPIEGEL, M. Análise Vetorial, Rio de Janeiro. Livro Técnico, 1961.	
Outros	· STEWART, James. Cálculo, vol 1, Pioneira Thomson Learning, 2006.	
Outros	· WILLIAMSON; CROWELL; TROTTER. Cálculo de Funções Vetoriais, vol. I e II. Ao Livro Técnico, 1975.	
Outros	- APOSTOL, T. M. - Cálculo. Ed. Reverté Ltda. Volume 2	
Outros	· LANG, Serge. Cálculo com Álgebra Linear, vol. 1 e 2, Rio, Livro Técnico, 1969.	